

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $(-\sqrt{2})^4 \times 8^{-\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- 1
 2
 3
 4
 5

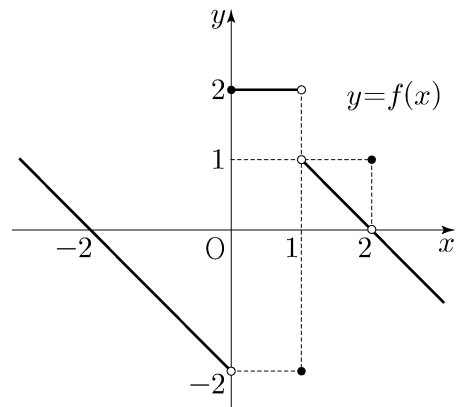
2. 함수 $f(x) = x^3 + 9$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ 의 값은? [2점]

- 11
 12
 13
 14
 15

3. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여 $\cos^2 \theta = \frac{4}{9}$ 일 때, $\sin^2 \theta + \cos \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{4}{9}$
 ② $-\frac{1}{3}$
 ③ $-\frac{2}{9}$
 ④ $-\frac{1}{9}$
 ⑤ 0

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2
 ② -1
 ③ 0
 ④ 1
 ⑤ 2

5. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = \frac{1}{4}, \quad a_2 + a_3 = \frac{3}{2}$$

일 때, $a_6 + a_7$ 의 값은? [3점]

- ① 16 ② 20 24 ④ 28 ⑤ 32

Handwritten solution: $\frac{1}{4} \cdot (r+r^2) = \frac{3}{2} \rightarrow r=2$
 $\therefore a_n = 2^{n-3}$

6. 두 양수 a, b 에 대하여 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} x+a & (x < -1) \\ x & (-1 \leq x < 3) \\ b & (x \geq 3) \end{cases}$$

이다. 함수 $|f(x)|$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ 3 ④ $\frac{10}{3}$ $\frac{11}{3}$

7. 닫힌구간 $[0, \pi]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = -\sin 2x$ 가 π

$x=a$ 에서 최댓값을 갖고 $x=b$ 에서 최솟값을 갖는다.

곡선 $y=f(x)$ 위의 두 점 $(a, f(a)), (b, f(b))$ 를 지나는

직선의 기울기는? [3점] $(\frac{3\pi}{4}, 1), (\frac{\pi}{4}, -1)$

- ① $\frac{1}{\pi}$ ② $\frac{2}{\pi}$ ③ $\frac{3}{\pi}$ $\frac{4}{\pi}$ ⑤ $\frac{5}{\pi}$

8. 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(5)$ 의 최솟값은? [3점]

(가) $f(1) = 3$
 (나) $1 < x < 5$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) \geq 5$ 이다.

- ① 21 ② 22 23 ④ 24 ⑤ 25

9. 두 함수

$$f(x) = x^3 - x + 6, \quad g(x) = x^2 + a$$

가 있다. $x \geq 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$f(x) \geq g(x)$$

가 성립할 때, 실수 a 의 최댓값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 5

$$x^3 - x + 6 \geq x^2 + a$$

$$\rightarrow x^3 - x^2 - x + 6 \geq a$$

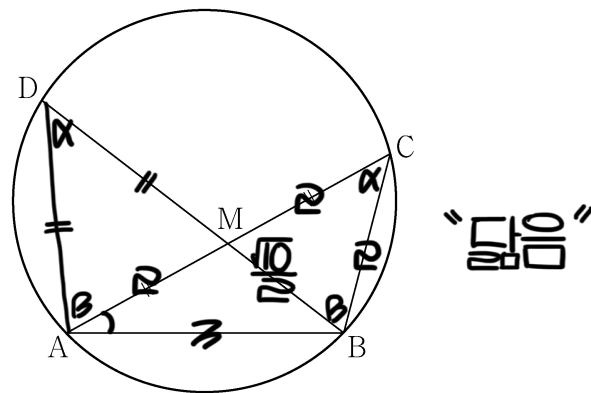
$$\rightarrow x^2(x-1) - x + 6 \geq a$$

$$\rightarrow x^2(x-1) - x + 6 \geq a$$

$$\therefore a \leq 6$$

10. 그림과 같이 $\overline{AB} = 3$, $\overline{BC} = 2$, $\overline{AC} > 3$ 이고

$\cos(\angle BAC) = \frac{7}{8}$ 인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AC의 중점을 M, 삼각형 ABC의 외접원이 직선 BM과 만나는 점 중 B가 아닌 점을 D라 할 때, 선분 MD의 길이는? [4점]



- ① $\frac{3\sqrt{10}}{5}$ ② $\frac{7\sqrt{10}}{10}$ ③ $\frac{4\sqrt{10}}{5}$
 ④ $\frac{9\sqrt{10}}{10}$ ⑤ $\sqrt{10}$

$$\overline{AC} = r$$

$$4 = r^2 + 9 - 6r \times \frac{7}{8} \rightarrow r^2 - \frac{21}{4}r + 15 = 0$$

$$4r^2 - 21r + 60 = 0$$

$$\frac{4r}{1} \times \frac{-5}{-4} \rightarrow r = 4$$

$$\overline{BM} = 13 - 12 \times \frac{7}{8} = 13 - \frac{21}{2} = \frac{5}{2}$$

#2023.06.12번

11. 시각 $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = 2 - t, \quad v_2(t) = 3t$$

$t=0 \sim t=4$
이다. 출발한 시각부터 점 P가 원점으로 돌아올 때까지 점 Q가 움직인 거리는? [4점]

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 24

12. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, a_{10} 의 값은? [4점]

$$(가) \quad a_5 \times a_7 < 0 : (a_6 - 3)(a_6 + 3) < 0 : -3 < a_6 < 3$$

$$(나) \quad \sum_{k=1}^6 |a_{k+6}| = 6 + \sum_{k=1}^6 |a_{2k}|$$

$$a_1 + 15$$

- ① $\frac{21}{2}$ ② 11 $\frac{23}{2}$ ④ 12 ⑤ $\frac{25}{2}$

$$(L1) : \sum_{k=1}^6 |a_{k+6}| = 3(a_7 + a_{12}) = 3(2a_1 + 15)$$

$$\sum_{k=1}^6 |a_{2k}| = -a_2 - a_4 + |a_6| + a_8 + a_{10} + a_{12}$$

$$= 36 + |a_6| + a_{12} = a_1 + 69 + |a_1 + 15|$$

$$\Rightarrow 6a_1 + 153 = a_1 + 375 + |a_1 + 15|$$

- $a_1 > -15 : 6a_1 + 153 = 2a_1 + 90$
 $4a_1 + 63 = 0$
 $a_1 = -\frac{63}{4} < -15$ (X)
- $a_1 < -15 : 6a_1 + 153 = 60$
 $6a_1 + 93 = 0$
 $\therefore a_1 = -\frac{31}{2} < -15$ (O)
 $\rightarrow a_{10} = -\frac{31}{2} + 27 = \frac{23}{2}$

13. 두 곡선 $y=16^x$, $y=2^x$ 과 한 점 $A(64, 2^{64})$ 이 있다.

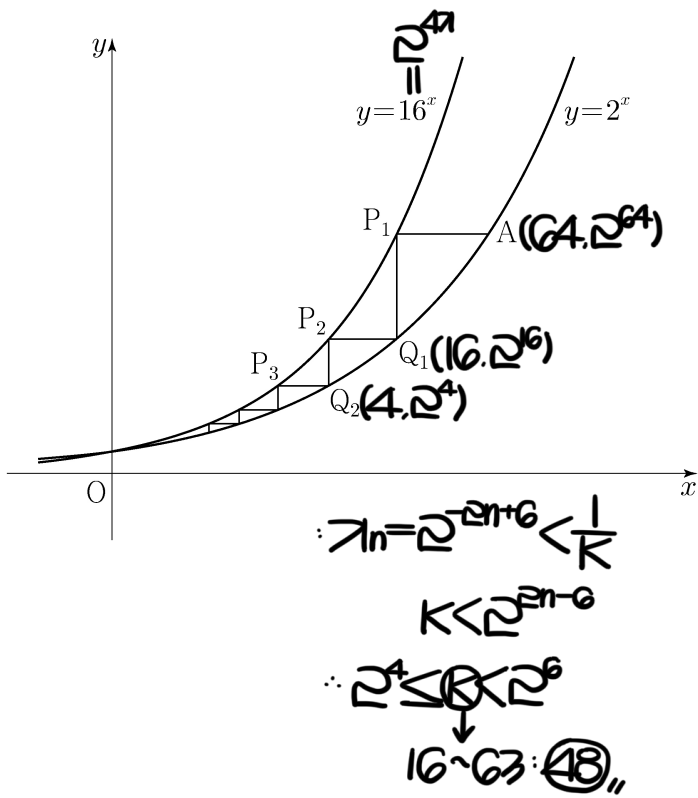
점 A 를 지나며 x 축과 평행한 직선이 곡선 $y=16^x$ 과 만나는 점을 P_1 이라 하고, 점 P_1 을 지나며 y 축과 평행한 직선이 곡선 $y=2^x$ 과 만나는 점을 Q_1 이라 하자.

점 Q_1 을 지나며 x 축과 평행한 직선이 곡선 $y=16^x$ 과 만나는 점을 P_2 라 하고, 점 P_2 를 지나며 y 축과 평행한 직선이 곡선 $y=2^x$ 과 만나는 점을 Q_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 두 점을 각각 P_n, Q_n 이라 하고 점 Q_n 의 x 좌표를 x_n 이라 할 때,

$x_n < \frac{1}{k}$ 을 만족시키는 n 의 최솟값이 6 이 되도록 하는 자연수 k 의 개수는? [4점]

- ① 48 ② 51 ③ 54 ④ 57 ⑤ 60



14. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 와 고차항의 계수가 1 인 삼차함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = \begin{cases} -\int_0^x f(t) dt & (x < 0) \\ \int_0^x f(t) dt & (x \geq 0) \end{cases}$$

을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- <보 기>
- ㉠ $f(0) = 0$
 - ㉡ 함수 $f(x)$ 는 극댓값을 갖는다.
 - ㉢ $2 < f(1) < 4$ 일 때, 방정식 $f(x) = x$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3 이다.

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
 ㉠, ㉡ ④ ㉠, ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

15. 자연수 k 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

$$a_1 = 0 \text{ 이고, 모든 자연수 } n \text{에 대하여}$$

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + \frac{1}{k+1} & (a_n \leq 0) \\ a_n - \frac{1}{k} & (a_n > 0) \end{cases}$$

이다.

$a_{22} = 0$ 이 되도록 하는 모든 k 의 값의 합은? [4점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

$$\frac{21-a}{k} = \frac{a}{k+1}$$

$$ak = 21k + 21 - ak - a$$

$$(2a - 21)k = -a$$

$$(21 - 2a)k = a$$

$$\sim k = 1, 3, 10 \dots \textcircled{14} ..$$

단답형

16. 방정식 $\log_2(x+2) + \log_2(x-2) = 5$ 를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

$$x = 4 - 2$$

$$\therefore x = 0$$

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 8x^3 + 6x^2$ 이고 $f(0) = -1$ 일 때, $f(-2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$2x^4 + 2x^3 - 1$$

$$\sim 8(-2)^4 + 6(-2)^3 - 1 = \textcircled{16} ..$$

18. $\sum_{k=1}^{10} (4k+a) = 250$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

$$220 + 10a = 250$$

$$\Rightarrow$$

$$\therefore a = 3$$

19. 함수 $f(x) = x^4 + ax^2 + b$ 는 $x=1$ 에서 극소이다.

함수 $f(x)$ 의 극댓값이 4일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.
(단, a 와 b 는 상수이다.) [3점]

$$4x^2 + 2ax \rightarrow a = -2$$

$$\therefore M = f(0) = b = 4$$

20. <최고차항의 계수가 2인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여

함수 $g(x) = \int_x^{x+1} |f(t)| dt$ 는 $x=1$ 과 $x=4$ 에서 극소이다.

$f(0)$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$g'(x) = |f(x+1)| - |f(x)|$$

$$\begin{cases} |f(1)| = |f(2)| \\ |f(4)| = |f(5)| \end{cases}$$

$$f(x) = 2x^2 - 2x + a$$

- $f(1) = a - 10$
- $f(2) = a - 16$

$$\therefore a = 13$$

21. 자연수 n 에 대하여 $4\log_{64}\left(\frac{3}{4n+16}\right)$ 의 값이 정수가 되도록 하는 1000 이하의 모든 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

$$\begin{aligned} &: \log_{64}\left(\frac{3}{4n+16}\right)^4 \\ &= \frac{4}{3} \times \log_{64}\frac{3}{4n+16} : \text{정수} \\ &\quad \leftarrow -3, -6, -9, \dots \\ &\quad \frac{4n+16}{3} = 2^3, 2^6, 2^9, \dots \\ &\therefore n = 2, 44, 780, \dots \text{ (426)} \end{aligned}$$

22. 두 양수 $a, b (b > 3)$ 과 \leftarrow 고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} (x+3)f(x) & (x < 0) \\ (x+\frac{3}{4})f(x-\frac{3}{4}) & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속이고 다음 조건을 만족시킬 때, $g(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{|g(x)| + \{g(t)\}^2} - |g(t)|}{(x+3)^2} \text{의 값이 존재하지 않는}$$

실수 t 의 값은 -3 과 6 뿐이다.

$$\therefore g(4) = \frac{19}{4} \times 4 = 19.$$

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

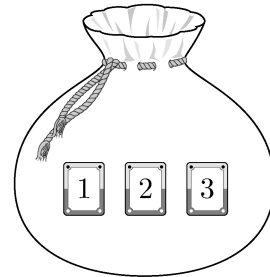
23. 5개의 문자 $a, a, a/b/c$ 를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수는? [2점]

- ① 16 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

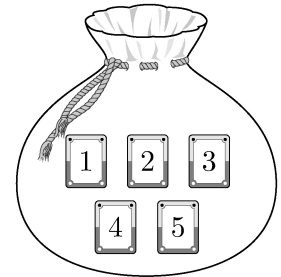
24. 주머니 A에는 1부터 3까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 3장의 카드가 들어 있고, 주머니 B에는 1부터 5까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 5장의 카드가 들어 있다. 두 주머니 A, B에서 각각 카드를 임의로 한 장씩 꺼낼 때, 꺼낸 두 장의 카드에 적힌 수의 차가 1일 확률은? [3점]

- $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{7}{15}$ ④ $\frac{8}{15}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

15



A
1
2
3



B
2
1.3
2.4

2

수학 영역(확률과 통계)

25. 수직선의 원점에 점 P가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 6의 약수이면 점 P를 양의 방향으로 1만큼 이동시키고, 6의 약수가 아니면 점 P를 이동시키지 않는다.

이 시행을 4번 반복할 때, 4번째 시행 후 점 P의 좌표가 2 이상일 확률은? [3점]

- ① $\frac{13}{18}$ ② $\frac{7}{9}$ ③ $\frac{5}{6}$ ④ $\frac{8}{9}$ ⑤ $\frac{17}{18}$

[0]: $\frac{1}{81}$

[1]: $4C_1 \left(\frac{5}{6}\right) \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{8}{81}$

26. 다항식 $(x^2+1)^4(x^3+1)^n$ 의 전개식에서 x^5 의 계수가 12일 때, x^6 의 계수는? (단, n 은 자연수이다.) [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$\cdot x^2 \times x^3 : 4C_1 \times nC_1 = 4n \rightarrow n=3$

$\Rightarrow \cdot x^0 \times x^6 : 4C_3 = 4$) ②

$\cdot x^6 \times x^0 : 4C_3 = 4$

27. 네 문자 a, b, X, Y 중에서 중복을 허락하여 6개를 택해 일렬로 나열하려고 한다. 다음 조건이 성립하도록 나열하는 경우의 수는? [3점]

(가) 양 끝 모두에 대문자가 나온다.
 (나) a 는 한 번만 나온다.

- ① 384 ② 408 ③ 432 ④ 456 ⑤ 480

☐ _ _ _ _ ☐
 $2^5 \times 4C1 \times 3 = 4 \times 108 = 432$

28. 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 서로 다른 4개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 모든 네 자리의 자연수 중에서 임의로 하나의 수를 택할 때/택한 수가 5의 배수 또는 3500 이상일 확률은? [4점]

- ① $\frac{9}{20}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{11}{20}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{13}{20}$

$5C4 \times 4! = 120$
 • ~5 : $4 \times 3 \times 2 = 24$
 • 35 ~ : 6
 4 ~ : 24
 5 ~ : 24
 • 4 ~ 5 : 6

#2023.06.30번

단답형

29. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $f(f(1)) = 4$
- (나) $f(1) \leq f(3) \leq f(5)$

• $S(1)=2, S(2)=4$
 $\therefore {}_4H_2 \times {}_5C_1 = 6 \times 5 = 30$
 • $S(1)=3, S(3)=4$ ∴ ①⑤
 $\therefore {}_2C_1 \times {}_5P^2 = 2 \times 20 = 40$
 • $S(1)=4, S(4)=4$
 $\therefore {}_2H_2 \times {}_5P^1 = 1 \times 5 = 5$

30. 주머니에 1부터 12까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 12개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 작은 수부터 크기 순서대로 a, b, c 라 하자. $b-a \geq 5$ 일 때 $c-a \geq 10$ 일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

• $a < b < c$
 $\begin{matrix} 1 & 6 \\ 2 & 7 \\ 3 & 8 \\ 4 & 9 \\ 5 & 10 \\ 6 & \end{matrix} \quad \begin{matrix} : \\ : \\ : \\ : \\ : \\ : \\ : \\ : \\ : \\ : \\ : \\ : \end{matrix} \quad \begin{matrix} 12 \\ 11 \\ 10 \\ 9 \\ 8 \\ 7 \\ 6 \\ 5 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{matrix}$ 56
 • $a < b < c$
 $\begin{matrix} 1 & 6 & 10 \\ 2 & 7 & 11 \\ 3 & 8 & 12 \\ 4 & 9 & \end{matrix} \quad \begin{matrix} : \\ : \\ : \\ : \\ : \\ : \\ : \\ : \\ : \\ : \\ : \\ : \end{matrix} \quad \begin{matrix} 5 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{matrix}$ 16 ∴ $\frac{16}{56} = \frac{2}{7}$ ②

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
 ○ 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.