

수학 영역

제 2 교시

1

5지선다형

1. $(27 \times \sqrt{8})^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

$$\begin{aligned}
 &= (3^3 \times 2^{\frac{3}{2}})^{\frac{2}{3}} \\
 &= 3^2 \times 2 = 18
 \end{aligned}$$

2. 함수 $f(x) = x^3 + 7x - 4$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$$3x^2 + 7$$

3. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-5}-1}{x-3}$ 의 값은? [3점]

- ① ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$\frac{2}{\sqrt{2x-5}+1}$$

4. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 = 1$, $a_5 = 2(a_3)^2$ 일 때, a_6 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

$$\begin{aligned}
 &r^3 = 2r^2 \sim r = 2 \\
 &r^4 = 16
 \end{aligned}$$

5. 부등식 $\log_2 x \leq 4 - \log_2(x-6)$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합은? [3점]

- ① 15 ② 19 ③ 23 ④ 27 ⑤ 31

$x(x-6) \leq 16$
 $0 < x < 6$
 $-2 < x < 8$

$6 < x < 8$
 \downarrow
 $7, 8 \dots$

7. $f(3)=2, f'(3)=1$ 인 다항함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - g(x)}{x - 3} = 1$$

을 만족시킬 때, $g(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

$g(3) = 2, g'(3) = 1$
 $\Rightarrow g(x) = a(x-3)^2 + 2 + 1(x-3) + c$
 $\therefore g(1) = 6$

6. $\sin\theta + \cos\theta = \frac{1}{2}$ 일 때, $(2\sin\theta + \cos\theta)(\sin\theta + 2\cos\theta)$ 의 값은?

$\rightarrow \sin\theta \cos\theta = -\frac{3}{8}$ [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

$\Rightarrow 5\sin\theta \cos\theta + 2 = 2 - \frac{15}{8} = -\frac{7}{8}$

8. 공비가 $\sqrt{3}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 과 공비가 $-\sqrt{3}$ 인 등비수열 $\{b_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = b_1, \quad \sum_{n=1}^8 a_n + \sum_{n=1}^8 b_n = 160$$

일 때, $a_3 + b_3$ 의 값은? [3점]

- ① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

$a_1 \quad \sqrt{3}a_1 \quad 3a_1 \quad \dots$

$a_1 \quad -\sqrt{3}a_1 \quad 3a_1 \quad \dots$

$$\Rightarrow 2 \times (1 + 3 + 9 + \dots + 27) a_1 = 160$$

10. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 3(t-2)(t-6) \quad (a > 2 \text{인 상수})$$

이다. 점 P의 시각 $t=0$ 에서의 위치는 0이고, $t > 0$ 에서 점 P의 위치가 0이 되는 순간은 한 번뿐이다.

$v(8)$ 의 값은? [4점]

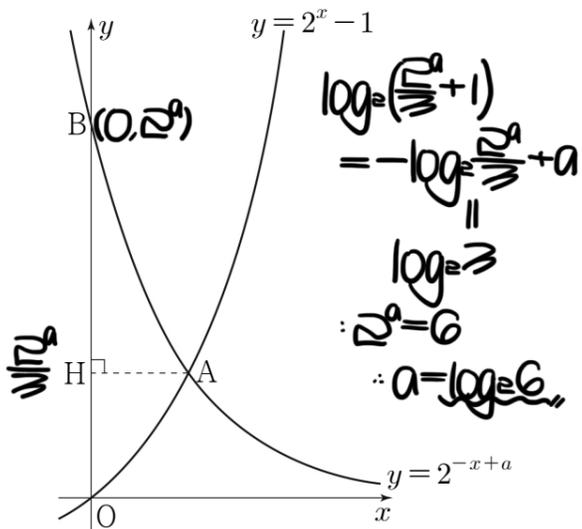
- ① 27 ② 36 ③ 45 ④ 54 ⑤ 63

9. 그림과 같이 두 곡선 $y = 2^{-x+a}$, $y = 2^x - 1$ 이 만나는 점을 A,

곡선 $y = 2^{-x+a}$ 이 y 축과 만나는 점을 B라 하자.

점 A에서 y 축에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{OB} = 3 \times \overline{OH}$ 이다.

상수 a 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



- ① 2 ② $\log_2 5$ ③ $\log_2 6$ ④ $\log_2 7$ ⑤ 3

11. 자연수 k 에 대하여 $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, x 에 대한 방정식

$\sin \frac{x}{4} = \frac{1}{3}$ 의 서로 다른 실근의 개수가 8이다.

$0 \leq x < 2\pi$ 일 때, x 에 대한 방정식 $\sin kx = \frac{1}{3}$ 의 모든 해의 합은? [4점]

- ① 5π ② 6π ③ 7π ④ 8π ⑤ 9π

$\frac{\pi}{4} + \frac{5\pi}{4} + \frac{9\pi}{4} + \frac{13\pi}{4} = 7\pi$

12. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $1 \leq n \leq 4$ 인 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n + a_{n+4} = 15$ 이다.
 (나) $n \geq 5$ 인 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+1} - a_n = n$ 이다.

$\sum_{n=1}^4 a_n = 6$ 일 때, a_5 의 값은? [4점]

$a_{n+1} = a_n + n$

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \Rightarrow 6$

$a_5 \quad a_6 \quad a_7 \quad a_8 \Rightarrow 54$
 $K \quad K+5 \quad K+11 \quad K+18$

$\therefore 4K + 34 = 54$

$\therefore K = 5$

13. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} \int_1^x (x-t)f(t)dt = 3$$

Handwritten: $g(x) = \int_1^x f(t)dt$

을 만족시킬 때, $\int_1^2 (4x+1)f(x)dx$ 의 값은? [4점]

- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 27

Handwritten:
 $g(x) = \int_1^x f(t)dt$
 $\rightarrow \int_1^2 f(t)dt = 3, \int_1^2 t f(t)dt = 6$

14. 정수 k 와 함수

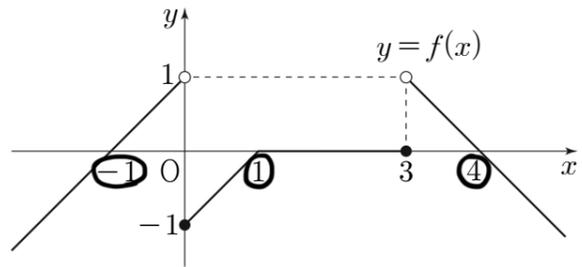
$$f(x) = \begin{cases} x+1 & (x < 0) \\ x-1 & (0 \leq x < 1) \\ 0 & (1 \leq x \leq 3) \\ -x+4 & (x > 3) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $g(x)$ 를 $g(x) = |f(x-k)|$ 라 할 때,
 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보기 >

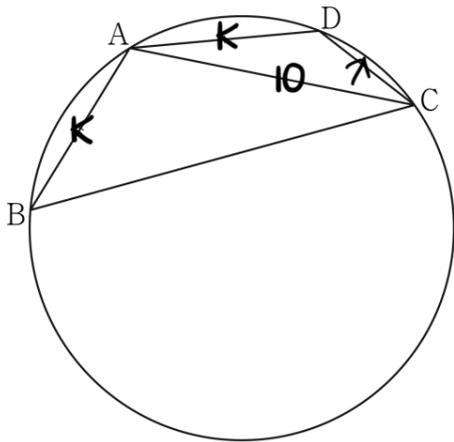
- ㉠ $k = -3$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = g(0)$ 이다.
- ㉡ 함수 $f(x) + g(x)$ 가 $x = 0$ 에서 연속이 되도록 하는 정수 k 가 존재한다.
- ㉢ 함수 $f(x)g(x)$ 가 $x = 0$ 에서 미분가능하도록 하는 모든 정수 k 의 값의 합은 -5 이다.

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
 ㉠, ㉡ ④ ㉠, ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢



15. 그림과 같이 반지름의 길이가 R ($5 < R < 5\sqrt{5}$)인 원에 내접하는 사각형 ABCD가 다음 조건을 만족시킨다.

- $\overline{AB} = \overline{AD}$ 이고 $\overline{AC} = 10$ 이다.
- 사각형 ABCD의 넓이는 40이다.



다음은 선분 BD의 길이와 R 의 비를 구하는 과정이다.

$\overline{AB} = \overline{AD} = k$ 라 할 때
 두 삼각형 ABC, ACD에서 각각 코사인법칙에 의하여

$$\cos(\angle ACB) = \frac{1}{20} \left(\overline{BC} + \frac{\text{(가)}}{\overline{BC}} \right),$$

$$\cos(\angle DCA) = \frac{1}{20} \left(\overline{CD} + \frac{\text{(가)} 100 - k^2}{\overline{CD}} \right)$$

이다.
 이때 두 호 AB, AD에 대한 원주각의 크기가 같으므로
 $\cos(\angle ACB) = \cos(\angle DCA)$ 이다.
 사각형 ABCD의 넓이는
 두 삼각형 ABD, BCD의 넓이의 합과 같으므로

$$\frac{1}{2} k^2 \sin(\angle BAD) + \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{CD} \times \sin(\pi - \angle BAD) = 40$$

에서 $\sin(\angle BAD) = \frac{\text{(나)} 4}{5}$ 이다.
 따라서 삼각형 ABD에서 사인법칙에 의하여
 $\overline{BD} : R = \frac{\text{(다)} 50}{5} : 1$ 이다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(k)$ 라 하고, (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q 라 할 때, $\frac{f(10p)}{q}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{25}{2}$
- ② 15
- ③ $\frac{35}{2}$
- ④ 20
- ⑤ $\frac{45}{2}$ ✓

단답형

16. $\log_2 9 \times \log_3 16$ 의 값을 구하시오. [3점]
 $= 2 \cdot \log_2 3 \times 4 \cdot \log_3 2 = 8$

17. 곡선 $y = -x^2 + 4x - 4$ 와 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S 라 할 때, $12S$ 의 값을 구하시오. [3점]
 $\int_0^2 (-x^2 + 4x - 4) dx = \left[-\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 4x \right]_0^2 = \frac{8}{3}$

18. 다항함수 $f(x)$ 의 한 부정적분 $F(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$F(x) = (x+2)f(x) - x^3 + 12x$$

를 만족시킨다. $F(0) = 30$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$\hookrightarrow S(0) = 15$
 $S(x) = S(x) + (x+2)S'(x) - 3x^2 + 12$
 $\therefore S'(x) = 3x - 6$
 $\therefore S(x) = \frac{3}{2}x^2 - 6x + 15 \rightarrow S(2) = 9$

19. 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$x^4 - 4x^3 + 16x + a \geq 0$$

이 항상 성립하도록 하는 실수 a 의 최솟값을 구하시오. [3점]

$x^4 - 4x^3 + 16x \geq -a$
 $\hookrightarrow x^4 - 12x^2 + 16 = 4(x^2 - 3x^2 + 4) = 4(x+1)(x-2)^2$

-1	1	-3	0	4
		-1	4	-4
	1	-4	4	0

 $-0.5 - 11$
 $\therefore a \geq 11$

20. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가

모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족시킨다.

양수 t 에 대하여 좌표평면 위의 네 점 $(t, 0)$, $(0, 2t)$,

$(-t, 0)$, $(0, -2t)$ 를 꼭짓점으로 하는 마름모가

곡선 $y = f(x)$ 와 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 는

$t = \alpha$, $t = 8$ 에서 불연속이다. $\alpha^2 \times f(4)$ 의 값을 구하시오.

(단, α 는 $0 < \alpha < 8$ 인 상수이다.) [4점]

$S(x) = x^3 - kx$
 $\therefore S'(x) = 3x^2 - k$
 $\rightarrow y = (3x^2 - k)(x+1) + t^3 - kt$
 $y = (3x^2 - k)x - 2t^3$
 $\rightarrow k = 10, \alpha = \sqrt{10} \rightarrow 240$
 $S(4) = 24$

21. 공차가 자연수 d 이고 모든 항이 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 d 의 값의 합을 구하시오. [4점]

- (가) 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n \neq 0$ 이다.
 (나) $a_{2m} = -a_m$ 이고 $\sum_{k=m}^{2m} |a_k| = 128$ 인 자연수 m 이 존재한다.

$a_{m+m} = a_m + md$
 $\therefore 2a_m = -md$
 $a_m = -\frac{1}{2}md = a_1 + (m-1)d : a_1 = (1-\frac{3}{2}m)d$
 $\therefore a_1 = (1-\frac{3}{2}m)d$
 $\cdot \frac{m}{2} \times |a_m| = \frac{1}{8}m^2d = 64 : m^2 \times d = 2^8$
 $\left. \begin{matrix} 2^8 \\ 2^4 \times 2^4 \\ 2^2 \times 2^6 \\ 2^1 \times 2^7 \end{matrix} \right\} \textcircled{20}$

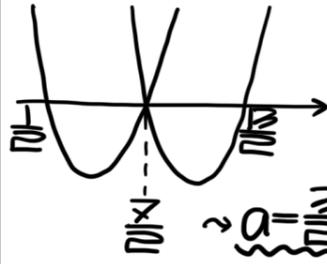
22. 양수 a 와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x \{f'(t+a) \times f'(t-a)\} dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $g(x)$ 는 $x = \frac{1}{2}$ 과 $x = \frac{13}{2}$ 에서만 극값을 갖는다.

$f(0) = -\frac{1}{2}$ 일 때, $a \times f(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]



$S'(x) = 3x^2 - 2x + 30$
 $\therefore S'(x) = x^2 - \frac{2}{3}x + 30 = \frac{1}{3} \sim S(x) = 20$

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

수학 영역(확률과 통계)

제 2 교시

1

5지선다형

23. ${}_nH_2 = {}_9C_2$ 일 때, 자연수 n 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 8 ⑤ 10

24. 3 이상의 자연수 n 에 대하여 다항식 $(x+2)^n$ 의 전개식에서 x^2 의 계수와 x^3 의 계수가 같을 때, n 의 값은? [3점]

- ① 7 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

$$nC_2x^2 = nC_3x^3$$

$$n(n-1) = \frac{1}{6}n(n-1)(n-2) \therefore n=8$$

2

수학 영역(확률과 통계)

25. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여
다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow Y$ 의 개수는? [3점]

집합 X 의 모든 원소 x 에 대하여 $x \times f(x) \leq 10$ 이다.

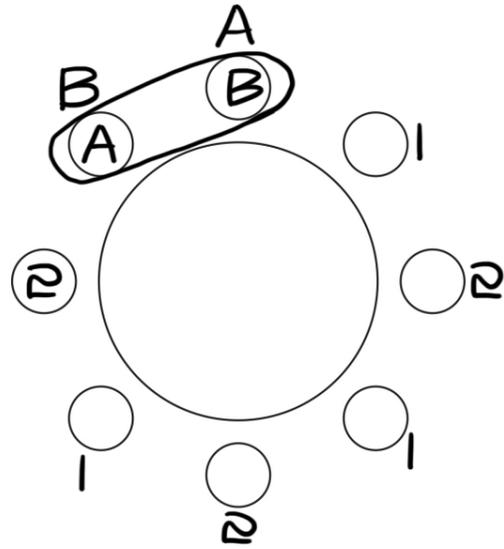
- ① 102 ② 105 ③ 108 ④ 111 ⑤ 114

$S(A) = 1.2$
 $S(B) = 1.2$
 $\therefore 3 \times 2^3 = 108$

26. 학생 A를 포함한 4명의 1학년 학생과 학생 B를 포함한 4명의 2학년 학생이 있다. 이 8명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 다음 조건을 만족시키도록 모두 둘러앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

(가) 1학년 학생끼리는 이웃하지 않는다.
 (나) A와 B는 이웃한다.

- ① 48 ② 54 ③ 60 ④ 66 ⑤ 72

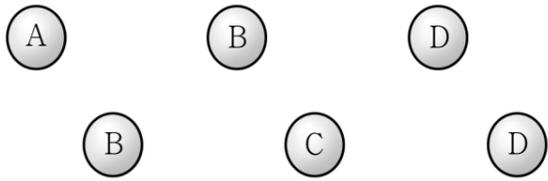
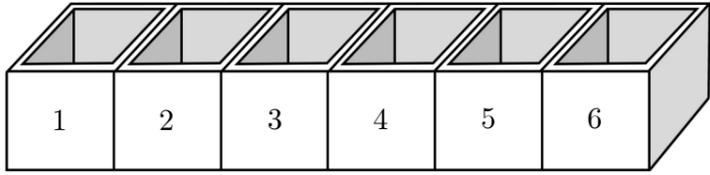


수학 영역(확률과 통계)

3

#2023.04.28번

27. 그림과 같이 A/B, B/C/D, D의 문자가 각각 하나씩 적힌 6개의 공과 1, 2, 3, 4, 5, 6의 숫자가 각각 하나씩 적힌 6개의 빈 상자가 있다.



각 상자에 한 개의 공만 들어가도록 6개의 공을 나누어 넣을 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수는? (단, 같은 문자가 적힌 공끼리는 서로 구별하지 않는다.) [3점]

(가) 숫자 1이 적힌 상자에 넣는 공은 문자 A 또는 문자 B가 적힌 공이다.
 (나) 문자 B가 적힌 공을 넣는 상자에 적힌 수 중 적어도 하나는 문자 C가 적힌 공을 넣는 상자에 적힌 수보다 작다.

- 80
 85
 90
 95
 100

(가): $30 + 60 = 90$
 (가) ∩ (나): 10) 80

28. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d, e 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d, e) 의 개수는? [4점]

(가) $a+b+c+d+e=10$
 (나) $|a-b+c-d+e| \leq 2$

- 359
 363
 367
 371
 375

$(a+c+e) + (b+d) = 10$

4 6 : $\exists! 4 \times 2 + 6 = 15 \times 7 = 105$
 5 5 : $\exists! 5 \times 2 + 5 = 15 \times 6 = 126$
 6 4 : $\exists! 6 \times 2 + 4 = 18 \times 5 = 140$

#2023.04.30번

단답형

29. 숫자 0, 1, 2 중에서 중복을 허락하여 5개를 선택한 후 일렬로 나열하여 다섯 자리의 자연수를 만들려고 한다. 숫자 0과 1을 각각 1개 이상씩 선택하여 만들 수 있는 모든 자연수의 개수를 구하시오. [4점]

$$\begin{array}{r}
 [0] + [1] + [2] = 5 \\
 \begin{array}{|c|c|c|}
 \hline
 1 & 1 & 3 \\
 \hline
 2 & 2 & 1 \\
 \hline
 3 & 1 & 1 \\
 \hline
 4 & 1 & 0 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}$$

∴ 15

30. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5)$ 는 짝수이다.
- (나) 함수 f 의 치역의 원소의 개수는 3이다.

• $\sum_{k=0}^2 \binom{5}{k} \times \binom{5-k}{3-k} = 300$

• $\sum_{k=1}^4 \binom{5}{k} \times \binom{5-k}{3-k} = 400$

) 700

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.