47

2022학년도 6월 평가원(미적분) 30번

$t > \frac{1}{2}\ln 2$인 실수 t에 대하여 곡선 $y = \ln(1 + e^{2x} - e^{-2t})$과 직선 $y = x + t$가 만나는 서로 다른 두 점 사이의 거리를 $f(t)$라 할 때, $f'(\ln 2) = \frac{q}{p}\sqrt{2}$이다. $p + q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점] //

Sol.) 현장풀이

두 교점 : α, β

$\ln(1+e^{2\alpha}-e^{-2t}) = \alpha + t$, $\ln(1+e^{2\beta}-e^{-2t}) = \beta + t$

$\therefore 1+e^{2\alpha}-e^{-2t} = e^{\alpha+t}$, $1+e^{2\beta}-e^{-2t} = e^{\beta+t}$

$t=\ln 2 \longrightarrow e^{\alpha} = \frac{1}{2}$, $e^{\beta} = \frac{3}{2}$

$2e^{2\alpha}\cdot\frac{d\alpha}{dt} + 2e^{-2t} = e^{\alpha+t}\left(\frac{d\alpha}{dt}+1\right)$, $2e^{2\beta}\cdot\frac{d\beta}{dt} + 2e^{-2t} = e^{\beta+t}\left(\frac{d\beta}{dt}+1\right)$

$t=\ln 2 \longrightarrow \frac{d\alpha}{dt} = -1$, $\frac{d\beta}{dt} = \frac{5}{3}$

$f(t) = \sqrt{2}(\beta - \alpha) \longrightarrow f'(t) = \sqrt{2}\left(\frac{d\beta}{dt} - \frac{d\alpha}{dt}\right)$

$t = \ln 2 \longrightarrow f'(\ln 2) = \frac{8}{3}\ln 2$

$\therefore p+q = 11$

47

2022학년도 6월 평가원(미적분) 30번

Sol₂)

$\ln(1+e^{2x}-e^{-2t}) = x+t$

$(e^{x}+e^{-t})(e^{x}-e^{-t})-e^{t}(e^{x}-e^{-t})=0$

$\therefore (e^{x}-e^{-t})(e^{x}+e^{-t}-e^{t})=0$

$\therefore x=-t,\ x=\ln(e^{t}-e^{-t})$

$f(t)=\sqrt{2}\{\ln(e^{t}-e^{-t})+t\}$

$f'(t)=\sqrt{2}\left(\dfrac{e^{t}+e^{-t}}{e^{t}-e^{-t}}+1\right)$

$\therefore f'(\ln 2)=\dfrac{8}{3}\ln 2$

$\therefore p+q=11$