THE KNOWHOW

수학II

수 학 강 사 강 윤 구

1 CHAPTER THE KNOWHOW

CONTENTS

1등급을 넘어 만점으로 **수학강사 강윤구**

THE KNOWHOW

CONTENTS

CONCEPT 01

함수와의 관계

1 기본기

1 식과 그래프의 선택

- 조건
  - Graph 해석
    - 낯선 숫자나 조건이 존재
두 개가 동시에 변하는 상황
      - ① 그래프에서의 고정관찰
② 기울기/길이/넓이 의미부여
③ 동일식은 방정식으로 해석
        - 그래프의 특징
(국민4점+1선의 발견)
          - 극대극소의 발견
          - 접선의 활용
          - 방정식과 부등식
          - 미분가능성의 확인
          - 최대, 최소
          - 새롭게 정의된 함수와 문자
          - 계산 되지 않는 조건의 해석
  - 식 해석
    - 공식을 이용
    - 기울기/길이/넓이/대입/접점
    - 자연수/정수 조건
      - 다변수 상황
고정과 관찰로 해석
        - 등식에서의 고정과 관찰
          - 나머지 기준/약수배수
        - 부등식의 생성
          - 함수가 만난다/지난다
교점 주변의 숫자의 대입으로 부등식 생성
    - 항등식의 해석
      - 계수비교
① 미정계수를 확정하여 $f(x)$ 구하기
② 다항함수에서 사용하기 때문에 수학2에서 사용
      - 미분과 대입
①원하는 값만 구하기 – 미적분의 미분법
②미정계수 구하기
      - 적분과 대입
– 주로, 원하는 값만 구할 때
발문이 적분일 때
      - 함수 생성의 해석
        - $f(x), f'(x)$ 가 동시에 있는 경우 : 적분하여 $f(x)$ 구하기
        - $f(x+y)$와 같이 이변수 항등식이 있는 경우 : 미분정의 이용하여 도함수 구하기
        - $f'(x)$ 에 대한 부등식과 함숫값이 주어진 경우 : 정적분을 이용하여 $f(x)$ 추론 가능
        - $f(x+a), f(x)$의 함수 관계식 + 특정 구간의 함수가 주어진 경우
: 확장으로 함수 구하기
        - 문제에서 주어진 표현을 식으로 옮길 수 있는 경우
        - 주인공 함수로 정리하기

수학문항은 식 또는 그래프의 풀이의 선택에서부터 시작된다.
예를 들어, 방정식이 주어져 있다고 생각해보자. 그럼 이 방정식을 해석하는 방식은 다음 두 가지 중 하나이다.

방정식

해를 직접 구한다.

① 다양한 방식으로 인수분해하여 직접 해를 연산한다.
② 이차방정식이라면 근의 공식을 이용할 수 있다.

그래프를 통해 해의 개수를 파악한다.

① 개형을 완성하고 교점의 개수를 파악하여 서로 다른 실근의 개수를 구한다.
② 식의 변형을 통해 어떠한 개형을 그릴 것인지 정하는 것이 중요하다.

① 해를 직접 구하는 경우에는 1학년 때 배운 방정식의 해법을 통해 해를 직접 구한다.
다만, 수1, 수2 이후부터는 식 연산을 통해 해를 직접 구하는 경우는 드물다.
문제에서 방정식의 해를 직접 물어보는 경우에 적극 고려하자.

② 그래프의 개형을 그려 교점의 개수를 통해 서로 다른 해의 개수를 파악한다.
이 때 핵심은 개형을 그리기 좋은 형태로 식을 변형하는 것이다.

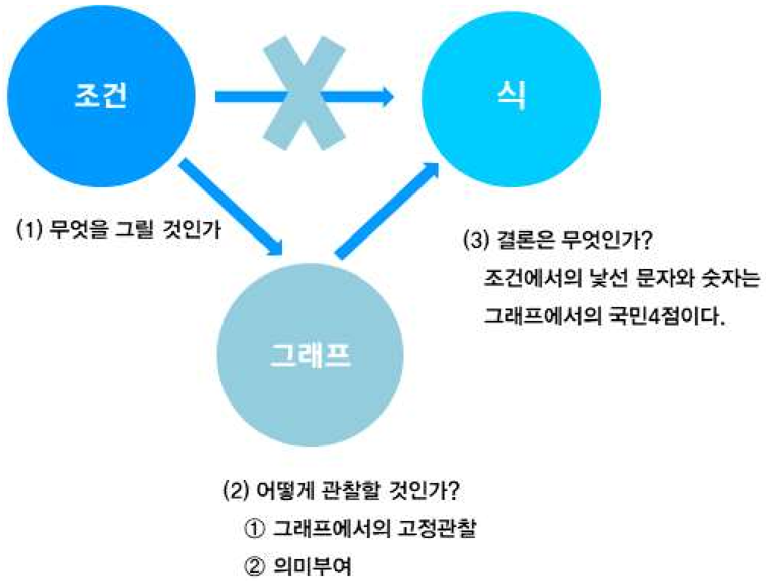
고2 이후의 과정에서 중요한 것은 식에 의한 풀이보다 그래프에 의한 풀이이다. 수1, 수2, 미적분 전부 그래프의 개형을 그리고 그 그래프에서의 활용을 배우는 과정이기 때문에 단순 연산으로 계산하는 문항보다는 그래프 해석 문항의 비중이 훨씬 높다. 그래프 해석에 의한 문제 해결을 우선 적용해보고 만약 그래프를 그릴 수 없는 상황이라면 식에 의한 해석법으로 넘어가자.

TR'S KNOWHOW

- **문제 해결이 막혔을 때 중요한 것은 태세전환이다.**

실제 시험에서 문제풀이가 막혔을 때, 같은 방식으로 다시 풀어보는 경우가 많다.
이는 시간만 보내고 결국 정답에 도달하지 못하는 대응법이다. 수학 문제 풀이가 막혔다는 것은 높은 확률로 접근 방식이 잘 못 되었음을 의미한다. 4점공략법 중 주제 및 표현에 맞는 다른 방식을 빠르게 적용하여 태세전환을 이루어 냈을 때, 못 풀던 문항이 해결되는 것이다.
빠른 태세전환! 그 것이 핵심이다.

2 그래프 추론의 일반단계



우리는 조건에서 식을 이끌어내는 것이 목표이다. 그 등식으로 미정계수를 구하고 함수를 파악한 후 함숫값, 적분값 등 문제의 질문에 답하는 것이 일반적인 흐름이다. 하지만 조건에서 바로 식을 이끌어 낼 수 있다면 너무 문제가 쉬워지기 때문에 4점 문항은 위의 그림과 같은 흐름을 갖고 있다.

STEP 1 조건을 바로 식으로 옮길 수 없음을 인지한다.
이는 조건에 나와 있는 숫자나 문자의 의미를 알지 못하는 상황이다.

STEP 2 조건의 낯선 숫자와 문자는 그래프에서의 특수한 지점으로 결정될 수밖에 없다.
그래프의 특수한 점은 근, 극점, 변곡점, 접점을 의미하며 이를 국민4점이라 하자.
낯선 문자나 숫자를 국민 4점 중 어떠한 점인지를 그래프 상에서 관찰하여 그 의미를 결정하는 것이 그래프 해석이라고 할 수 있다.

STEP 3 그래프 해석을 진행할 때는 다음의 3가지 사항을 결정한다.
① 무엇을 그릴 것인가? – 관찰하고자 하는 함수를 결정한다. 방정식, 부등식, 정정함에서 특히 중요하다.
② 그래프에서 어떻게 관찰할지를 결정한다. 주로 고정하고 관찰하여 점의 위치를 정하지만 의미부여로 해석하는 경우도 있다.
③ 고정 관찰로 낯선 문자와 숫자의 위치를 결정한다. 그래프에서 등식으로 표현할 수 있는 점은 국민4점뿐이다. 그 외의 점은 개형으로 결정할 수 없으므로 문제의 정답이 될 수 없다.
또한, 수2에서는 주로 극점, 접점이 정답 상황이 되므로 의미 결정이 어렵지 않다.
의미를 결정했다면 이를 식으로 옮겨 미정계수를 구하자.

3 계산이 불가능하다면 그래프 해석이다.

계산이 안 될 때

그래프 해석으로 해결한다.
다변수의 상황인 경우가 많다.
하나의 문자를 고정하고 나머지 문자를
관찰함으로써 그래프의 특징을 찾는다.

문자가 식의 개수보다 많을 때
①개별문자가 아닌 덩어리를 구하자
②식의 형태가 동일하다면 방정식으로 변화하자.

의미부여
①기울기
②길이
③넓이

문제에 주어진 식이 계산 불가한 경우가 있다. 이 때는 계산을 진행하는 것이 아닌 다음의 과정으로 이해하자.

① 의미부여하여 좌표평면에서의 점, 기울기, 길이, 넓이 등으로 해석한다. 관찰함수를 변화시키는 과정이다.

예제 $g'(t)(t-a)=g(t) \rightarrow g'(t)=\dfrac{g(t)}{t-a}$

$\rightarrow x=t$에서의 접선기울기와 $(t, g(t))$, $(a, 0)$의 평균기울기가 동일하다.
$\rightarrow$ 즉, 외부의 점 $(a, 0)$에서 $y=g(x)$에 그은 접선이 $x=t$에서 접한다.

예제 $\int_0^1 f(t)f(1-t)dt>1$ 와 같이 피적분함수가 복잡하여 계산할 수 없을 때!

$\rightarrow$ 좌변 적분을 넓이로, 우변의 1 또한 넓이로 해석하여 대소를 비교할 수 있다.

② 각 변수로 표현된 식의 모양이 동일하면 하나의 방정식으로 표현할 수 있다.
즉, 동일식은 방정식으로 변환하여 문제를 해결해야 한다.

예제 $a^2+2ka=3,\ b^2+2kb=3 \rightarrow x^2+2kx=3$의 두 실근이 a, b이다.
결국, 방정식의 실근을 관찰해야 하기에 Graph를 그리는 것이 결론이다.
그러나 2차 방정식이 생성된 경우는 근과 계수와의 관계를 쓰는 경우가 많다.

CONCEPT 01

함수와의 관계

의미부여는 관찰함수를 변화시키는 방법이다.

기출문제 01

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 실수 t가 다음 조건을 만족시킨다.

> 등식 $f(a)+1=f'(a)(a-t)$를 만족시키는 실수 a의 값이 6 하나뿐이기 위한 필요충분조건은 $-2<t<k$이다.

$f(8)$의 값을 구하시오. (단, k는 -2보다 큰 상수이다.)

TR'S KNOWHOW

- **문제의 조건이 한 번에 식으로 옮겨지지 않는다면 그래프로 해석하자.**

① 문제의 조건이 바로 식으로 옮겨지지 않는다면 그래프 해석을 통해 식으로 옮겨야 한다.

② 그래프의 결론은 국민 4점으로 나오게 되므로 조건의 숫자 혹은 문자는 국민 4점일 수밖에 없다.

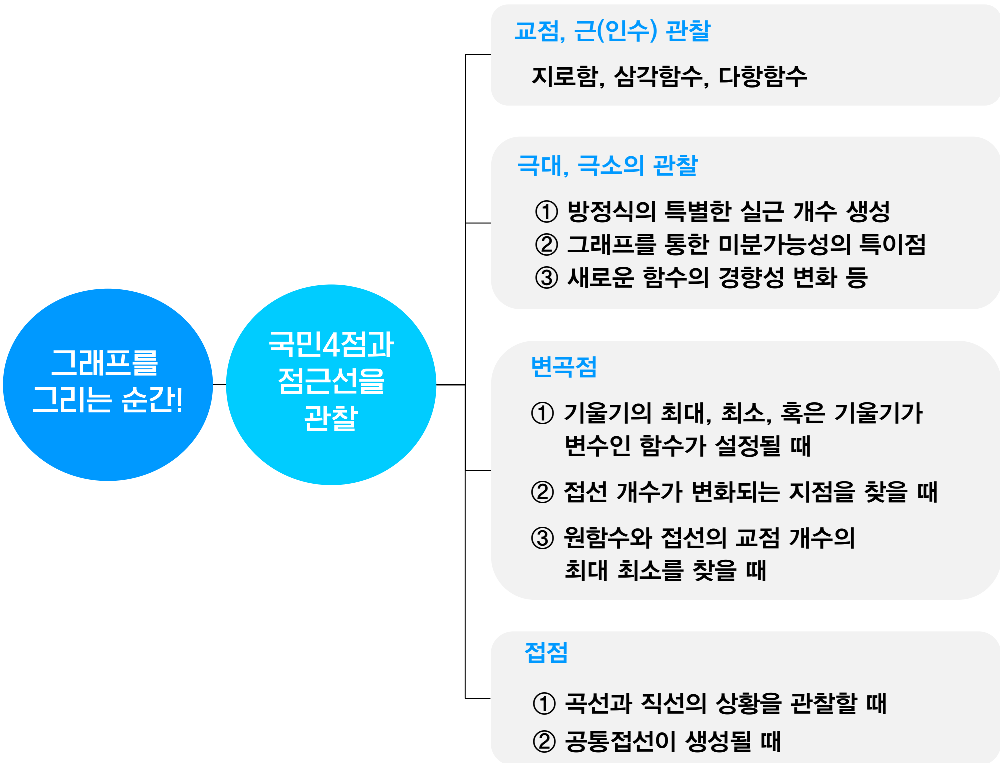
③ 제로베이스부터 조건을 해석하는 것이 아니라 국민 4점 중에 문제의 표현과 연결된 적절한 요소를 결정하고 이를 검증하는 방식으로 문제를 해결한다.

4 그래프를 그리는 순간!

Graph를 그리는 경우는

① 미정계수를 구할 때, (미정계수 − Graph, 연결성, 항등식)
② 방정식의 서로 다른 실근 관찰할 때
③ 부등식을 해석할 때
④ 새롭게 정의된 함수가 식으로 해석되지 않을 때
⑤ 문항의 조건에 x가 아닌 새로운 문자가 포함된 경우 − New 문자
⑥ 미분가능성을 관찰할 때, (미분가능성 − 정의, Graph, 구간별 함수)

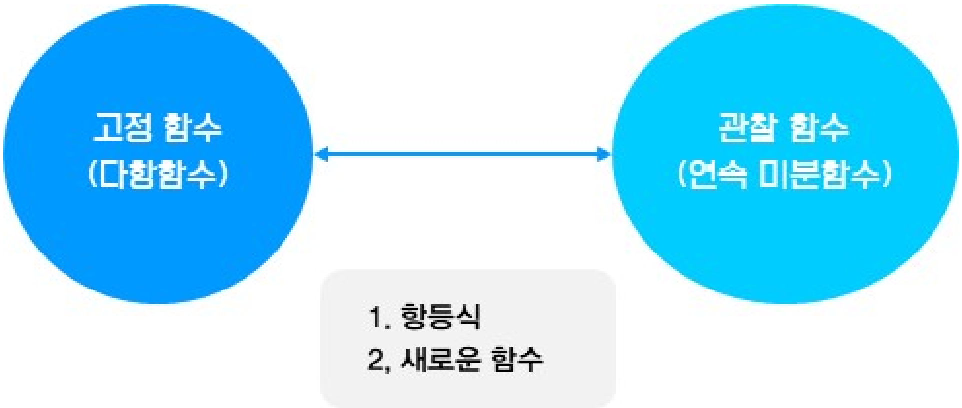
등등 다양한 상황에서 사용된다. 여기서 주의할 점은 그래프를 그리기만 하는 것이 우리의 목표가 아니라는 것이다.
그래프를 그리면 항상 식을 이끌어내기 위해 노력하자. 어쨌든 수학 문제는 식으로 계산하여 답을 구하는 것이
목표임을 잊지 말자. 그래프에서 식을 만들 수 있는 지점은 국민4점, 주기, 대칭축, 구간의 끝 점, 점근선이 있다.
그래프를 통해 조건에서 설명하고자 하는 특수 지점을 파악하고 식으로 옮겨 계산할 수 있도록 하자.
특히, 수학2에서는 이 중 주로 국민 4점을 정답 포인트로 출제되고 있으므로 국민4점을 항상 생각하자.
이는 반대로 생각하면, 문제에 주어지는 낯선 숫자나 문자는 국민 4점 중 하나일 가능성이 높으므로
이를 예상하고 검증하는 방식으로 문항을 해결해나가는 것이 유리하다.



CONCEPT 01

함수와의 관계

2 기존함수와 새로운 함수



1 두 함수가 항등식으로 연결되어 있을 때

① 식의 정리를 통해 ‘관찰함수 = ’ 의 형태로 정리한다.

항등식의 정리로 관찰함수 구하기

기출문제 02

두 양수 p, q가 함수 $f(x)=x^3-3x^2-9x-12$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $p+q$의 값은?

(가) 모든 실수 x에 대하여 $xg(x)=|xf(x-p)+qx|$이다.
(나) 함수 $g(x)$가 $x=a$에서 미분가능하지 않은 실수 a의 개수는 1이다.

① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

실전문제
03

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$가

$$g(x)=\begin{cases} -\displaystyle\int_0^x f(t)dt & (x<0) \\ \displaystyle\int_0^x f(t)dt & (x\geq 0) \end{cases}$$

을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $f(0)=0$
ㄴ. 함수 $f(x)$는 극댓값을 갖는다.
ㄷ. $2<f(1)<4$일 때, 방정식 $f(x)=x$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

② 두 등식을 함수로 인식하여 함수에 이름을 붙이고 성질을 공유함을 이용한다.

좌변과 우변 모두 함수로 인식하여 성질 파악

실전문제 04

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 1이고 상수항이 0인 삼차함수 $g(x)$가 있다. 양의 상수 a에 대하여 두 함수 $f(x), g(x)$가 다음 조건을 만족 시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $x|g(x)|=\int_{2a}^{x}(a-t)f(t)dt$이다.

(나) 방정식 $g(f(x))=0$의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

$\int_{-2a}^{2a}f(d)dx$의 값을 구하시오.

좌변과 우변 모두 함수로 인식하여 성질 파악

실전문제 **05**

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$와 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

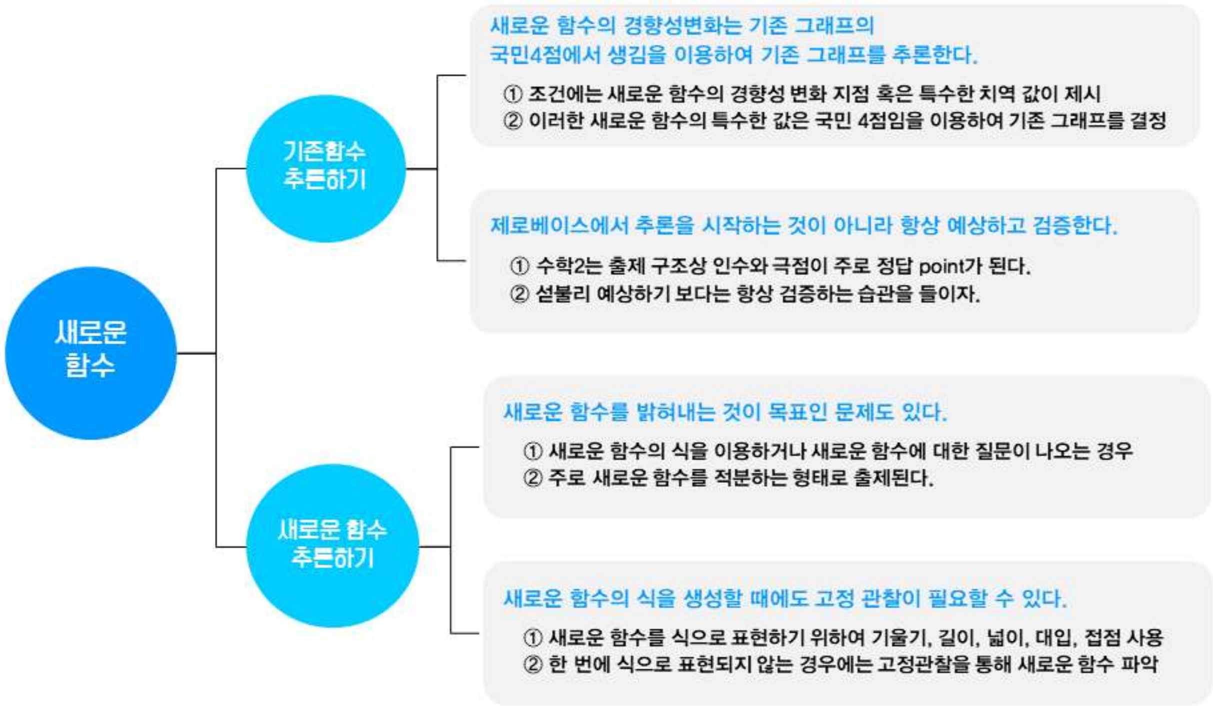
(가) 모든 실수 x에 대하여 $\left|\int_{1}^{x}(t-a)g(t)dt\right|=f(x)+3$이다.
(나) $f(5)=-3$
(다) 함수 $g(x)$의 극댓값과 극솟값이 존재하며 그 값들의 합은 16이다.

$|g(6)|+a$의 값을 구하시오.

CONCEPT 01

함수와의 관계

2 새로운 함수의 표현으로 연결되어 있을 때, 고정과 관찰



① 다항함수로 새로운 함수를 만드는 방향보다는 새로운 함수를 이용하여 기존함수를 구하는 문항이 주로 출제
② 문제의 조건에서 나오는 숫자는 국민 4점, 구간의 경계, 점근선 등과 같은 특수한 지점이다.
③ 새로운 함수의 정의역의 역할을 생각하면 훨씬 편하게 국민 4점의 정보를 파악할 수 있다.

TR'S KNOWHOW

• 새로운 함수로 자주 나오는 표현 정리 – 조건에서 알려주는 새로운 함수의 변화지점을 기존 그래프와 연결하자.

① 방정식 $f(x)=t$의 실근 개수를 $g(t)$라 하자.

t는 y자리에 위치하므로 기존함수의 y값의 특별한 상황을 설명한다.

새로운 함수인 $g(t)$는 기존함수인 $f(x)$의 극대, 극소의 y좌표값에서 불연속이다.

② 방정식 $f(x)=f(t)$의 실근 개수를 $g(t)$라 하자.

t는 x자리에 위치하므로 기존함수의 y값의 특별한 상황을 설명한다.

새로운 함수인 $g(t)$는 기존함수인 $f(x)$의 극대, 극소의 x좌표에서 불연속이다.

③ 방정식 $f(x)=tx$의 실근 개수를 $g(t)$라 하자.

t는 기울기 자리에 위치하므로 기존함수와 접하는 상황을 설명한다.

새로운 함수인 $g(t)$는 기존함수인 $f(x)$와 $y=tx$가 접하는 상황에서 불연속이다.

변곡점에서의 접선과 공통접선은 특수한 상황을 설명한다.

④ $f(x)=t$를 만족하는 최대(최소) 실근을 $g(t)$라 하자.

새로운 함수의 정의역인 t는 y자리에 위치하며, 치역인 $g(t)$는 x자리에 위치한다.

즉, 역함수 개념이 첨가되므로 고개를 90도 돌려서 관찰한다.

새로운 함수인 $g(t)$는 t가 $f(x)$의 극대, 극소를 지나는 지점에서 $g(t)$의 불연속이 발생한다.

⑤ $f(g(t))=t$를 만족하는 새로운 함수 $g(t)$

④번과 동일하다. 다만, $f(x)=t$의 실근의 개수가 여러 개가 나오는 경우 선택형 함수가 된다.

⑥ $|f(x)-t|$의 미분가능하지 않은 점의 개수를 $g(t)$라 하자.

당연하게도 t가 y자리에 존재하므로 기존함수 $f(x)$ y좌표의 특수한 지점에서 불연속이 발생한다.

이 표현에서는 변곡점의 기울기가 0인 y좌표도 중요함을 잊지 말자.

⑦ 개수로 정의되는 새로운 함수는 구간별 상수함수가 나온다.

접선의 개수를 $g(t)$라 하자.

미분가능하지 않은 점의 개수를 $g(t)$라 하자.

실근의 개수를 $g(t)$라 하자. 등등

CONCEPT 01

함수와의 관계

④ 예상하고 검증한다. 처음부터 추론하듯 문제를 해결하는 하수의 풀이를 진행하지 말자.
일단 그래프를 그리면, 정답 되는 상황은 무조건 보일 수밖에 없다. 왜냐? 어차피 국민 4점을 설명하는 것이니까.

새로운 함수 파악이 안 될 때

1. 문제의 정답개형을 그리려 하지 말고 쉬운 함수로 예시 들기

① 지금 수능의 추론 문제는 전부 고정 관찰.
② 일단 고정하고 관찰하면 문제의 80%는 해결된다.
적당한 개형(3차 함수 정도)을 그려보고 정답 point를 찾는다.

2. 정답개형은 삼차함수, 사차함수의 ‘그 개형’이다.

① 잘 모르겠으면 일단 그 개형이지 않을까 생각하자.
② 문제의 방향성은 예상 → 검증 → 수정 이다.
한 번에 정답을 찾으려 하는 자세를 버려라.

예시 들기의 중요성

실전문제 **06**

최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$인 삼차함수 $f(x)$와 실수 t에 대하여 방정식 $f'(x)=0$이 닫힌구간 $[t,\ t+2]$에서 갖는 실근의 개수를 $g(t)$라 할 때, 함수 $g(t)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 a에 대하여 $\lim_{t \to a+} g(t) + \lim_{t \to a-} g(t) \le 2$이다.
(나) $g(f(1)) = g(f(4)) = 2,\ g(f(0)) = 1$

$f(5)$의 값을 구하시오.

함수와의 관계

최소 실근

실전문제 07

양수 a와 실수 b에 대하여 함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases} -3x(x+2) & (x<0) \\ \left|ax^2+bx\right| & (x\geq 0) \end{cases}$$

이다. 실수 t에 대하여 $f(x)=t$인 모든 x를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 $x_1,\ x_2,\ x_3,\ \cdots,\ x_m$ (m은 자연수)라 할 때, 함수 $g(t)$를 $g(t)=x_1$이라 하자. 함수 $g(t)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $g(t)$는 $t=3,\ t=4$에서만 불연속이다.
>
> (나) $\lim\limits_{t\to 3+} g(t)=\dfrac{2}{3}$

$30\times g(4)$의 값을 구하시오.

TR'S KNOWHOW

• 수학 문제를 해결하는 과정에서 주인공이 되는 '관찰함수'를 정하는 과정이 중요하다.

1) 문제에서 제시된 함수들 중 쉬운 함수를 관찰함수로 선택
2) 문제의 의도에 맞게 식을 변형하여 적합한 관찰함수 정하기

이 두 가지를 생각하자.

이 때, 주어진 식의 변수가 많거나 복잡하면 $f(x)$혹은 $g(x)$라는 단일함수보다
큰 덩어리의 함수를 기본단위로 해석하게끔 유도하는 문항들이 존재한다.
문제를 보며 자신이 해석할 함수의 기본단위를 설정하는 것이 문제풀이의 시작일 수 있다.

① 항등식을 관찰할 때,
주인공함수로 식 정리하기
덩어리 함수 인식하기 ('끼리끼리')
② 정적분으로 정의된 함수를 하나의 함수로 인식하기 : 정정함을 하나의 함수로!
③ 방정식, 부등식에 의해서 새로운 함수 정의하기 : '고정곡선=직선/상수'의 꼴 생성하여 관찰함수를 정한다.
④ 두 개 이상의 다항함수 : 차이함수를 하나의 덩어리로 인식
⑤ 다양한 함수가 있다면 가장 관찰하기 쉬운 함수를 주인공으로 설정
(다항함수와 같이 잘 알고 있는 함수를 해석의 기본으로 삼자.)

$f(x)=t$, $f(x)=f(t)$의 실근 개수의 관찰

실전문제 08

실수 전체의 집합에서 정의된 연속함수 $f(x)$가 삼차함수 $g(x)$에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(2)=0$, $g(9)=-\dfrac{7}{5}$

(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)^2-|f(x)|g(x)=0$이다.

(다) 함수 $f(x)$는 $x=2$에서 미분가능하지 않고
함수 $f(x)$는 구간 $(-\infty, 2)$에서 최댓값이 존재하지 않는다.

방정식 $f(x)=f(t)$의 서로 다른 실근의 개수를 $h(t)$라 할 때, $h(t)$의 불연속인 지점의 t를 작은 순서대로 $a_1, a_2, \cdots, a_n$이라 할 때, $a_4=7$이고 방정식 $f(x)=t$의 서로 다른 실근의 개수를 $k(t)$라 할 때, $k(t)=2$인 t의 최소는 5이다. 이 때, $n+g(6)$의 값을 구하시오.
(단, $f(x)=f(t)$의 실근의 개수가 무한한 경우, $h(t)=1$이다.)

기울기로 변화로 정의되는 새로운 함수

실전문제
09

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 양의 실수 k에 대하여
$f(k)=kf'(a)\ (0<a<k)$
를 만족시키는 실수 a의 개수를 $g(k)$라 하자. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(0)=0$, $f'(0)=3$
(나) $\lim_{x \to b+} g(x)=2$를 만족시키는 실수 b의 최솟값이 $\frac{9}{2}$이다.

구간 $(0, \infty)$에서 함수 $g(k)$가 불연속이 되도록 하는 k의 값이 자연수일 때, k의 값을 c라 하자.
$f(c)=cf'(t)$값을 만족시키는 실수 t의 값의 최댓값을 구하시오.

미분가능하지 않은 점의 개수 파악

실전문제 10

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$와 실수 t에 대하여 x에 대한 방정식 $f(x^2-4x+t)=0$의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$라 할 때, 함수 $g(t)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(2)=5$
(나) 함수 $f(x)g(x)$의 불연속 점의 개수는 1이고
미분가능하지 않은 점의 개수는 2이다.
(다) 함수 $|g(x)-3|f(x)$의 미분가능하지 않은 점의 개수는 1이다.

$f(8)$의 값을 구하시오.

TR'S KNOWHOW

• 곱함수의 미분가능성 총정리

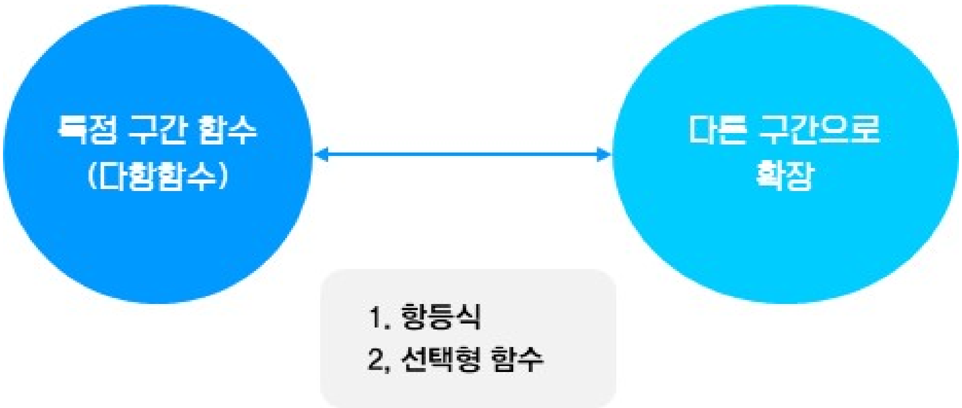
$g(x)$	$h(x)=f(x)g(x)$	$f(x)$의 조건
$x=a$에서 연속 & 미분불가	$h(x)$, $f(x)$ $x=a$에서 미분가능	$f(a)=0$
$x=a$에서 불연속 & $\lim_{x\to a+} g(x)=\lim_{x\to a-} g(x)\neq g(a)$		$f(a)=0$
$\lim_{x\to a+} g(x)\neq \lim_{x\to a-} g(x)$		$f(a)=0$, $f'(a)=0$

• 합차함수의 미분가능성 총정리

합차로 연결된 함수의 미분가능성은 정의로 확인하는 것이 정석이다. 다만, 함수가 복잡하면 정의를 적용하는 것이 어려울 수 있으므로 우리는 간단 식으로 꼴과 값의 정보를 확인한다. 특히, 자명한 형태인 확정형의 극한은 값 확인을 할 필요가 없고 부정형에 대해서만 값 확인 과정을 거치면 된다는 것을 기억하자.

꼴의 확인	결과
$f(x)$가 $x=a$에서 미분가능(수렴)이고 $g(x)$는 $x=a$에서 미분가능(수렴)일 때,	$h(x)=f(x)\pm g(x)$도 미분가능이다.
$f(x)$가 $x=a$에서 미분가능(수렴)이고 $g(x)$는 $x=a$에서 미분불가(발산)일 때,	$h(x)=f(x)\pm g(x)$는 미분불가이다.
$f(x)$가 $x=a$에서 미분불가(발산)이고 $g(x)$는 $x=a$에서 미분불가(발산)일 때,	$h(x)=f(x)\pm g(x)$의 미분가능성은 알 수 없다.

3 함수의 확장



① 특정 구간의 함수(특구함)를 다항함수로 제시하고 이를 확장하여 전체 $f(x)$를 파악하게 하는 표현
② 특구함을 확장하려면 항등식이 등장해야 한다. 항등식은 다음 3가지가 대표적이다.

1) 대칭관계의 표현
2) 평행이동 관계의 표현
3) 주기관계의 표현

③ 확장하는 관계식이 선택형 함수를 유발할 수 있다.
선택할 때에는 연결성과 값정보를 확인한다.

대칭관계의 이용

실전문제 **11**

실수 전체의 집합에서 미분가능하고 원점을 지나는 함수 $f(x)$가 구간 $(-\infty, 0]$에서 최고차항의 계수가 1인 사차함수의 일부일 때 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 실수 x에 대하여 $|f(x)|=|f(-x)|$이다.
> (나) 함수 $|f(x)|$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
> (다) 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 극솟값을 갖는다.

$f(4)=-16$일 때, $f(-5)$의 값을 구하시오.

평행이동과 주기

실전문제 12

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$와 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $g(-1)=-9$인 함수 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$|g(x)|=\int_{1}^{x} f(t)dt$$

를 만족시킬 때, 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 실수 a, b, c에 대하여
> $x \geq 1$에서 $f(x)=4x^3+ax^2+bx+c$이다.
> (나) 모든 실수 x에 대하여
> $\{g(x)-g(2-x)\}\{g(x)+g(2-x)\}=0$이다.
> (다) 함수 $g(x)$는 $x=1$에서 극솟값을 갖는다.

$|g(x)|-g(x)\neq 0$을 만족시키는 x중 가장 큰 정수를 p가 존재할 때, a^2+cp의 값을 구하시오.

식의 정리

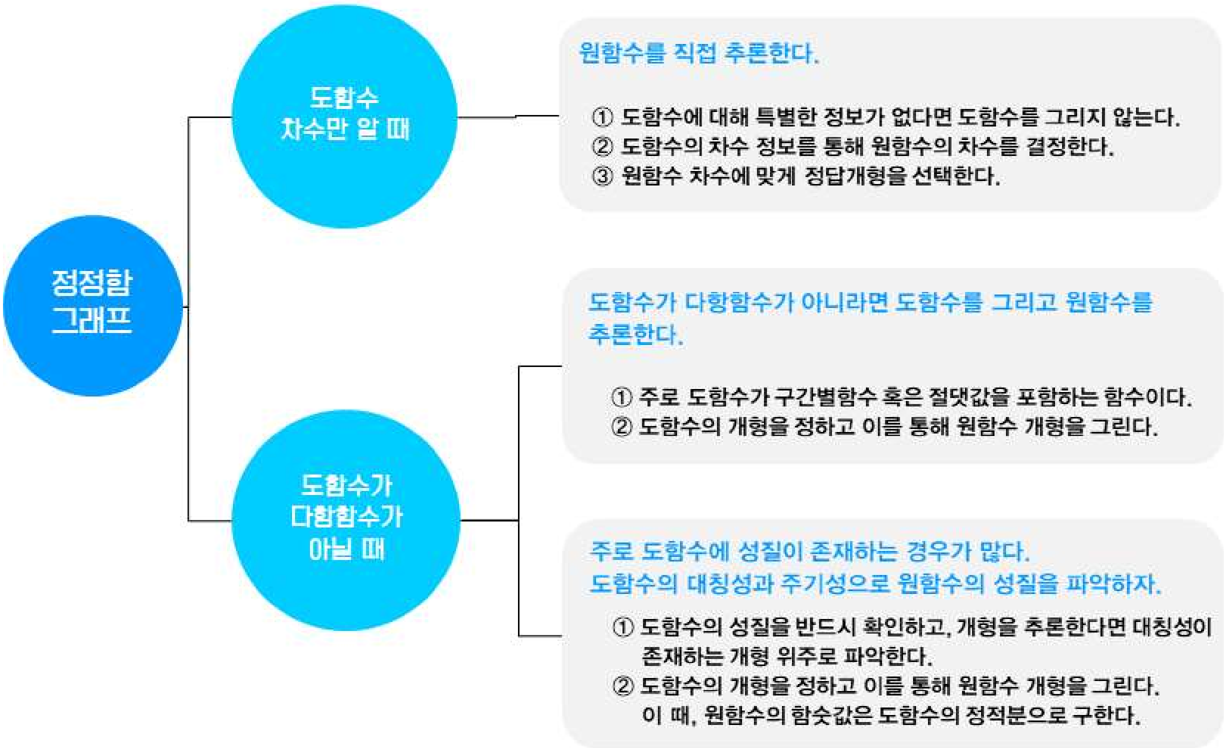
실전문제
13

실수 전체의 집합에서 미분 가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 닫힌구간 $[0,\ 1]$에서 $f(x)=x$이다.
(나) 어떤 상수 a, b에 대하여 구간 $[0,\ \infty)$에서
$f(x+1)-xf(x)=ax+b$이다.

$60\times\int_{1}^{2}f(x)dx$의 값을 구하시오.

4 정정함


정정함 그래프
도함수 차수만 알 때
원함수를 직접 추론한다.
① 도함수에 대해 특별한 정보가 없다면 도함수를 그리지 않는다.
② 도함수의 차수 정보를 통해 원함수의 차수를 결정한다.
③ 원함수 차수에 맞게 정답개형을 선택한다.
도함수가 다항함수가 아닐 때
도함수가 다항함수가 아니라면 도함수를 그리고 원함수를 추론한다.
① 주로 도함수가 구간별함수 혹은 절댓값을 포함하는 함수이다.
② 도함수의 개형을 정하고 이를 통해 원함수 개형을 그린다.
주로 도함수에 성질이 존재하는 경우가 많다.
도함수의 대칭성과 주기성으로 원함수의 성질을 파악하자.
① 도함수의 성질을 반드시 확인하고, 개형을 추론한다면 대칭성이 존재하는 개형 위주로 파악한다.
② 도함수의 개형을 정하고 이를 통해 원함수 개형을 그린다. 이 때, 원함수의 함숫값은 도함수의 정적분으로 구한다.

정정함과 대칭성 그리고 미분가능성

실전문제 **14**

최고차항의 계수가 음수인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\int_a^x (k-|f(t)|)\,dt \ (k>0,\ 0<a<2)$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 $x=0$에서 극솟값을 가지고 $x=2$에서 극댓값을 갖는다.
(나) 함수 $|g(x)-t|$의 미분이 불가능한 x의 개수를 $h(t)$라 할 때, $h(t)=2$를 만족하는 t는 2개이다. 또한 이 때의 t의 값을 t_1, t_2라 하면 $t_1+t_2=0$이다.
(다) $\displaystyle\sum_{n=0}^{4}\left|f\left(\frac{an}{2}\right)\right|=16a$

$g\left(\frac{3}{2}\right)-g\left(\frac{1}{2}\right)=p$라 할 때, $2p$의 값을 구하시오.

1 CHAPTER THE Knowhow

01	39	02	③	03	④	04	4
05	23	06	9	07	40	08	9
09	6	10	720	11	100	12	225
13	110	14	3				