18

2016학년도 수능(B형) 21번

$0<t<41$인 실수 t에 대하여 곡선 $y=x^3+2x^2-15x+5$와 직선 $y=t$가 만나는 세 점 중에서 x좌표가 가장 큰 점의 좌표를 $(f(t), t)$, x좌표가 가장 작은 점의 좌표를 $(g(t), t)$라 하자. $h(t)=t\times\{f(t)-g(t)\}$라 할 때, $h'(5)$의 값은? [4점]

① $\frac{79}{12}$ ② $\frac{85}{12}$ ③ $\frac{91}{12}$

④ $\frac{97}{12}$ ⑤ $\frac{103}{12}$

$h'(x)=\{f(t)-g(t)\}+t\{f'(t)-g'(t)\}$

$t=5$ 대입.

$x^3+2x^2-15x+5=5$

$x(x+5)(x-3)=0$

$\therefore f(5)=3,\ g(5)=-5$

$I(x)=x^3+2x^2-15x+5$

$I'(x)=3x^2+4x-15$

$f'(5)\cdot I'(3)=1 \longrightarrow f'(5)=\frac{1}{24}$

$g'(5)\cdot I'(-5)=1 \longrightarrow g'(5)=\frac{1}{40}$

$\therefore h'(5)=\frac{97}{12}$

18

2016학년도 수능(B형) 21번

*참고 : 역함수의 미분

$g(x) = f^{-1}(x)$

$y = f(x) \longrightarrow x = g(y)$

$\frac{dx}{dx} = \frac{dg(y)}{dy} \cdot \frac{dy}{dx}$

$\therefore 1 = \frac{dx}{dy} \cdot \frac{dy}{dx}$

$\therefore g(b) = a \longrightarrow 1 = g'(b) \cdot f'(a)$