

제 2 교시

수학 영역

Blank oval for name

성명

수험 번호

5지선다형

1.  $2^{\sqrt{3}} \times 2^{2-\sqrt{3}}$  의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{2}$
- ② 1
- ③ 2
- ④ 4
- ⑤ 8

2. 반지름의 길이가 6이고, 호의 길이가  $2\pi$ 인 부채꼴의 중심 각의 크기는? [2점]

- ①  $\frac{\pi}{6}$
- ②  $\frac{\pi}{3}$
- ③  $\frac{\pi}{2}$
- ④  $\frac{2\pi}{3}$
- ⑤  $\frac{5\pi}{6}$

3. 함수  $y = 2\sin x - 3$ 의 최댓값은? [2점]

- ① -5
- ② -3
- ③ -1
- ④ 1
- ⑤ 3

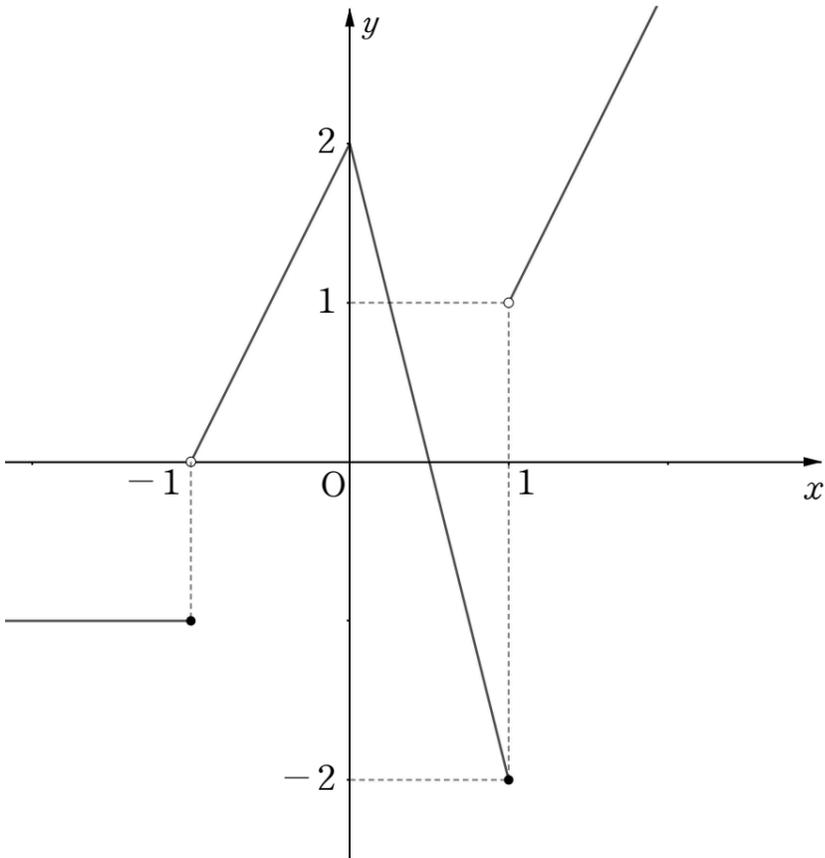
4. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 + a_7 = 20, \quad a_2 = 4$$

일 때,  $a_7$ 의 값은? [3점]

- ① 12
- ② 14
- ③ 16
- ④ 18
- ⑤ 20

5. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -1      ② 0      ③ 1      ④ 2      ⑤ 3

6. 1이 아닌 두 양수  $a, b$ 에 대하여

$$\log_4 \sqrt{a} = \log_2 b$$

가 성립할 때,  $\log_b a$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③ 1      ④ 2      ⑤ 4

7.  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 인  $\theta$ 에 대하여  $\sin \theta = \frac{3}{5}$ 일 때,  $\tan \theta$ 의 값은?

[3점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{2}{3}$       ③  $\frac{3}{4}$       ④  $\frac{4}{5}$       ⑤  $\frac{5}{6}$

8. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = -2a_n + n$$

을 만족시킨다.  $a_5 = 10$ 일 때,  $a_1$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{3}{4}$       ② 1      ③  $\frac{5}{4}$       ④  $\frac{3}{2}$       ⑤  $\frac{7}{4}$

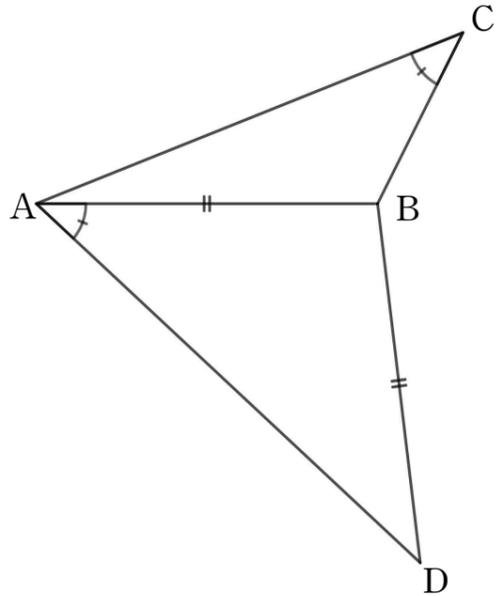
9. 함수  $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x+4)f(x) = 12$$

를 만족시킬 때,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\{f(x)\}^2 - 1}{f(x)+1}$ 의 값은? [3점]

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

10. 그림과 같이  $\overline{AC} = 5$ ,  $\overline{BC} = 2$ 이고,  $\cos(\angle ACB) = \frac{3}{4}$ 인 삼각형 ABC가 있다.  $\overline{AB} = \overline{BD}$ ,  $\angle ACB = \angle BAD$ 가 되도록 점 D를 잡을 때, 선분  $\overline{AD}$ 의 길이는? [3점]



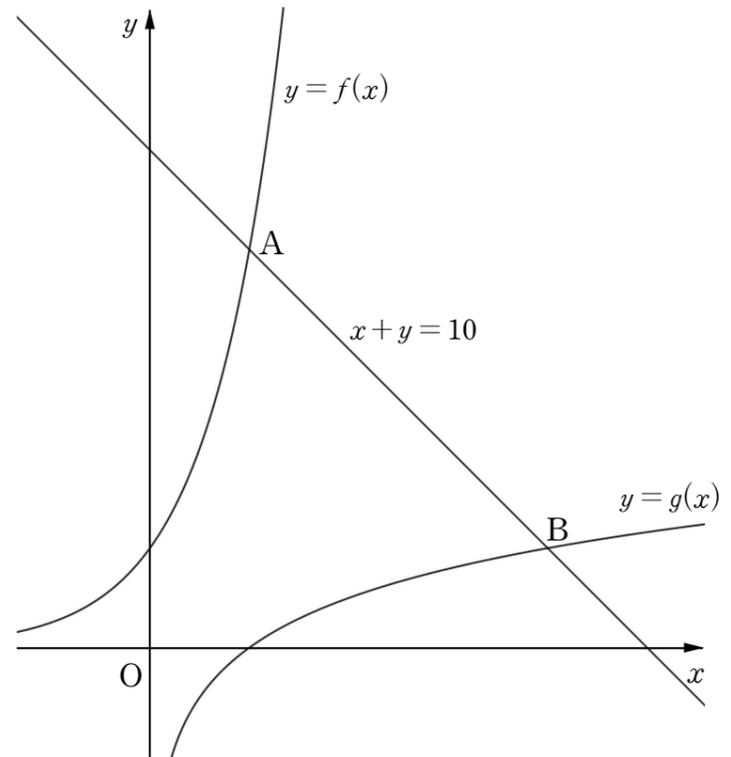
- ①  $\frac{3\sqrt{14}}{4}$       ②  $\sqrt{14}$       ③  $\frac{5\sqrt{14}}{4}$       ④  $\frac{3\sqrt{14}}{2}$       ⑤  $\frac{7\sqrt{14}}{4}$

11. 등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.  $S_1 = 3$ 이고 수열  $\{a_n\}$ 이  $S_{n+1} - S_{n-1} = 4n + 4$  ( $n \geq 2$ )을 만족시킬 때,  $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 112      ② 114      ③ 116      ④ 118      ⑤ 120

12. 6보다 작은 자연수  $a$ 와 정수  $b$ 에 대하여 그림과 같이 두 함수  $f(x) = a^{x-b}$ ,  $g(x) = \log_a x + b$ 이 직선  $x + y = 10$ 과 만나는 지점을 각각 A, B라 하자.  $\overline{AB} = 6\sqrt{2}$ 일 때,  $a - 2b$ 는? [3점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7



13.  $\sin\theta\cos\theta = -\frac{1}{3}$  일 때,  $\sin^8\theta - \cos^8\theta$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{7\sqrt{5}}{27}$     ②  $\frac{8\sqrt{5}}{27}$     ③  $\frac{\sqrt{5}}{3}$     ④  $\frac{10\sqrt{5}}{27}$     ⑤  $\frac{11\sqrt{5}}{27}$

14. 2이상의 자연수  $n$ 에 대하여

두 함수  $y = \sin 2n\pi x$ 와  $y = \log_3(x+2) - 1$ 의 교점의 개수를

$f(n)$ 이라 하자.  $\sum_{n=2}^7 f(n)$ 의 값은? [4점]

- ① 418    ② 422    ③ 426    ④ 430    ⑤ 434

15.  $-3 \leq x \leq 4$ 에서 정의된 함수  $y = 2^{2x} - 2^{x+1} - 8$ 에 대하여  $\sqrt[n]{2^{2x} - 2^{x+1} - 8}$ 이 실수가 되도록 하는 정수  $x$ 의 개수를  $f(n)$ 이라 하자.  $f(3) + f(4) + f(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 18      ② 19      ③ 20      ④ 21      ⑤ 22

16. 이차함수  $f(x) = ax^2 - a(a+1)x + a^2$ 가 1보다 작은 실수  $a$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

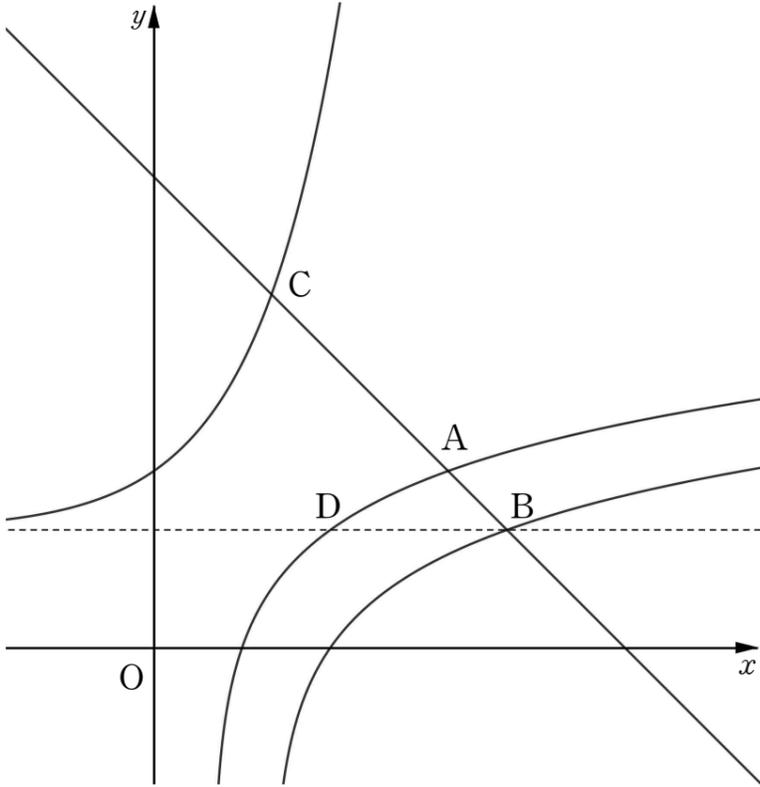
$$(가) \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{|f(x)|}{x-a} = \alpha, \quad \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{|f(x)|}{x-a} = \beta$$

$$(나) 3\alpha + 2\beta = 2$$

$f(\alpha - \beta)$ 의 값은? (단,  $\alpha, \beta$ 는 0이 아닌 상수이다.) [4점]

- ① -24      ② -21      ③ -18      ④ -15      ⑤ -12

17. 그림과 같이 직선  $l: y = -x + 8$ 이 곡선  $f(x) = \log_a(x-1) + 1$ 와  $A(x_1, y_1)$ 에서 만나고 곡선  $g(x) = \log_a(x-2)$ 와  $B(x_2, y_2)$ 에서 만난다.  $g(x)$ 의 역함수가 직선  $l$ 과 만나는 점을  $C(x_3, y_3)$ , 점  $B$ 에서  $x$ 축과 평행하게 그은 직선이 함수  $f(x)$ 와 만나는 점을 점  $D(x_4, y_4)$ 라 하자.  $\overline{AB} = \sqrt{2}$ 이고  $x_2 - x_3 = 4$ 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는대로 고른 것은? (단,  $a$ 는 1보다 큰 양수이고  $x_3 < x_1 < x_2$ 이다.) [4점]



————— <보기> —————

ㄱ.  $a = 2$   
 ㄴ.  $2x_4y_3 = 9x_3y_4$   
 ㄷ. 삼각형 BDC의 넓이는 6이다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

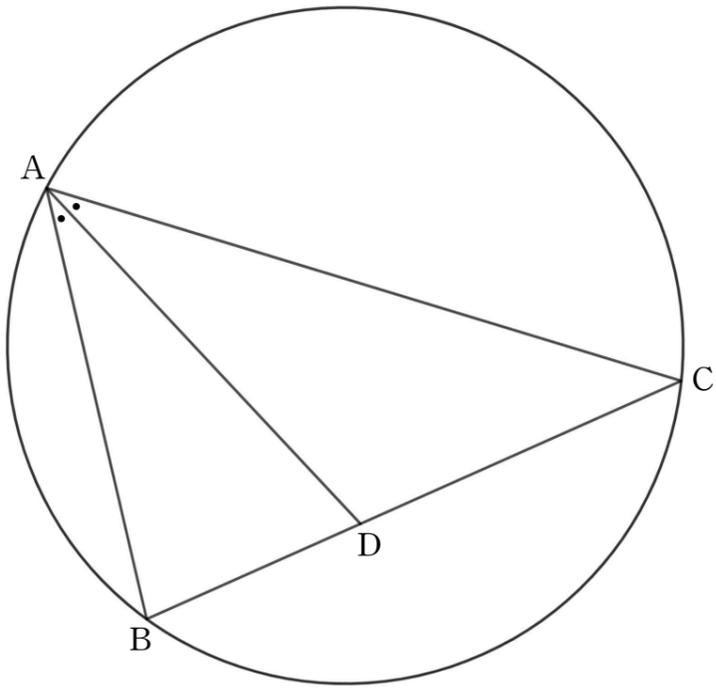
18. 두 수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $a_{2n-1} = 2n - 5$   
 (나)  $a_{2n} = 2 \cos \frac{(a_{2n-1} + a_{2n+1})}{3} \pi, b_{2n-1} = a_{2n} - a_{2n-1}$

$\sum_{k=1}^{22} (b_{2k-1} + a_{66-k})$ 의 값은? [4점]

- ① 165                      ② 167                      ③ 169                      ④ 171                      ⑤ 173

19. 그림과 같이 원에 내접하고 있는  $\overline{AB} = 4$ ,  $\overline{AC} = 6$ 인 삼각형 ABC에 대하여  $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라 하자.  $\overline{BD} = \frac{4\sqrt{7}}{5}$ 일 때, 원 위의 움직이는 점 P에 대하여 삼각형 BPC의 넓이의 최댓값은? [4점]



- ①  $6\sqrt{3}$     ②  $\frac{13\sqrt{3}}{2}$     ③  $7\sqrt{3}$     ④  $\frac{15\sqrt{3}}{2}$     ⑤  $8\sqrt{3}$

20.  $0 < x \leq 5$ 에서 정의된 두 함수  $f(x) = |\log_2 x|$ ,  $g(x) = |2\sin\pi x - 1|$ 가 있다. 방정식

$$\{f(x)\}^{g(x)} = \{f(x)\}^{\frac{1}{n}}$$

- 의 모든 실근의 합을  $h(n)$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^4 h(n)$ 의 값은? [4점]

- ① 111    ② 114    ③ 117    ④ 120    ⑤ 123

21.  $x \geq 0$ 에서 정의된 함수  $f(x)$ 가 자연수  $n, p$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) a_n = \begin{cases} (-1)^{2n} \times 2^{13-n} & (n \neq 3p) \\ (-1)^{2n-1} \times 2^{13-n} & (n = 3p) \end{cases}$$

$$(나) f(x) = a_n \sin 2\pi x \quad (n-1 \leq x < n)$$

함수  $y = f(x)$ 와  $y = \frac{1}{k}$ 이 만나는 모든 점의  $x$ 좌표의 합을  $g(k)$ 라고 하자.  $300 \leq g(k) \leq 330$ 을 만족시키는 자연수  $k$ 의 최댓값과 최솟값의 합은? [4점]

- ① 94      ② 95      ③ 96      ④ 97      ⑤ 98

단답형

22.  $\log_2 3 \times \log_3 4$ 의 값을 구하시오. [3점]

23.  $-5 \leq x \leq 1$ 에서 정의된 함수  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 1$ 의 최댓값을 구하시오. [3점]

24.  $0 \leq x \leq 2$ 에서 정의된 함수  $y = \sin \pi x$ 가 부등식

$$\sin \pi x \geq \frac{1}{2}$$

을 만족시키는 해의 범위를  $\alpha \leq x \leq \beta$ 라고 할 때,  $6(\beta - \alpha)$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합인  $S_n$ 에 대하여

$$S_{10} = 10, S_{20} = 60$$

일 때,  $S_{30}$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 최고차항의 계수가 2인 이차함수  $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{xf(x) - 12}{(x-1)(x+10)} = 2$$

를 만족시킬 때,  $f(2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

27.  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 인  $\theta$ 에 대하여 각  $\theta$ 를 나타내는 동경과 각  $8\theta$ 를 나타내는 동경이 한 직선 위에 있고 방향이 반대일 때,

$$\cos(\theta + \alpha) = \frac{1}{2}$$

을 만족시키는 모든  $\alpha$  ( $0 < \alpha \leq 4\pi$ )의 합은  $\frac{q}{p}\pi$ 다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 20보다 작은 자연수  $m$ 과 공차가 각각  $d_1, d_2$  ( $d_1 < d_2$ )이고 모든 항이 정수인 두 등차수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $d_1 d_2 = -6$

(나)  $\sum_{k=1}^{10} |a_k| = 89, \sum_{k=1}^m a_k = 65$

$a_1 + b_1 = 1$ 일 때,  $|a_{12}| + |b_{12}|$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 두 자연수  $a, b$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$1 \leq a \leq 5 \quad , \quad 2 \leq b \leq 5$$

세 직선  $x=a$ ,  $x=a+50$ ,  $y=\log_b a$ 와 곡선  $y=\log_b x$ 으로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에 포함되고  $x$ 좌표와  $y$ 좌표가 모두 정수인 점의 개수가 120이하인 모든 순서쌍  $(a, b)$ 의 개수를 구하시오. [4점]

30. 함수  $f(x)=a(x+5)(x-b)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x)=\begin{cases} -\frac{1}{2}f(x) & (x \leq -5) \\ f(x) & (-5 < x \leq 0) \\ -\frac{1}{2}f(-x) & (x > 0) \end{cases}$$

라 하자. 함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $g(x) \geq -9$ 이다.

(나)  $|g(x)|=c$ 를 만족시키는 실근의 개수를  $A(c)$ 라 할 때,

$$\lim_{c \rightarrow 10^-} A(c) \neq \lim_{c \rightarrow 10^+} A(c) \text{이다.}$$

실수  $t$ 에 대하여 함수  $y=|g(x)|$ 의 그래프와 직선  $y=x+t$ 가 만나는 서로 다른 모든 점의 개수를  $h(t)$ 라 하자.

$$\lim_{t \rightarrow a^-} h(t) \neq \lim_{t \rightarrow a^+} h(t)$$

인 모든 실수  $a$ 을 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을

$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$  ( $m$ 은 자연수)이라 할 때,  $8(\alpha_2 + \alpha_5)$ 를 구하시오.

(단,  $a, b$ 는 0이 아닌 정수이다.) [4점]