

제 2 교시

수학 영역

Blank oval for student information

성명

수험 번호

5지선다형

1. $2^{\sqrt{3}} \times 2^{2-\sqrt{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$
- ② 1
- ③ 2
- ④ 4
- ⑤ 8

2. 반지름의 길이가 6이고, 호의 길이가 2π 인 부채꼴의 중심 각의 크기는? [2점]

- ① $\frac{\pi}{6}$
- ② $\frac{\pi}{3}$
- ③ $\frac{\pi}{2}$
- ④ $\frac{2\pi}{3}$
- ⑤ $\frac{5\pi}{6}$

3. 함수 $y = 2\sin x - 3$ 의 최댓값은? [2점]

- ① -5
- ② -3
- ③ -1
- ④ 1
- ⑤ 3

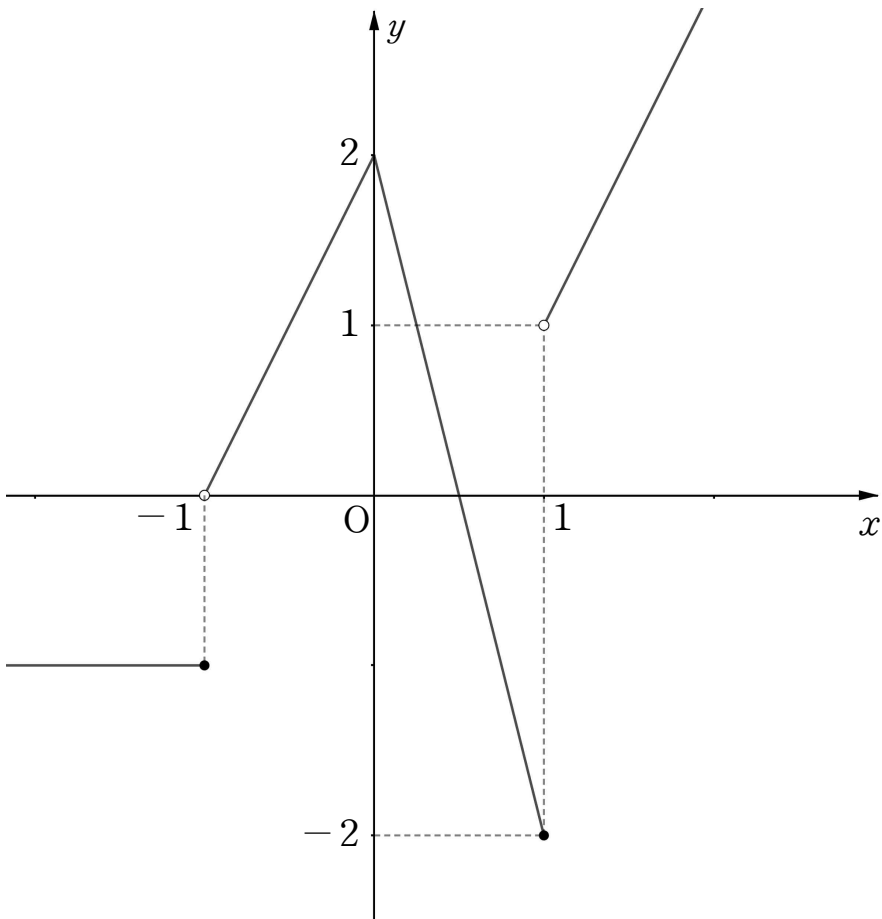
4. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 + a_7 = 20, \quad a_2 = 4$$

일 때, a_7 의 값은? [3점]

- ① 12
- ② 14
- ③ 16
- ④ 18
- ⑤ 20

5. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

6. 1이 아닌 두 양수 a, b 에 대하여

$$\log_4 \sqrt{a} = \log_2 b$$

가 성립할 때, $\log_b a$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

7. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 인 θ 에 대하여 $\sin \theta = \frac{3}{5}$ 일 때, $\tan \theta$ 의 값은?

[3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

8. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = -2a_n + n$$

을 만족시킨다. $a_5 = 10$ 일 때, a_1 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{4}$ ② 1 ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

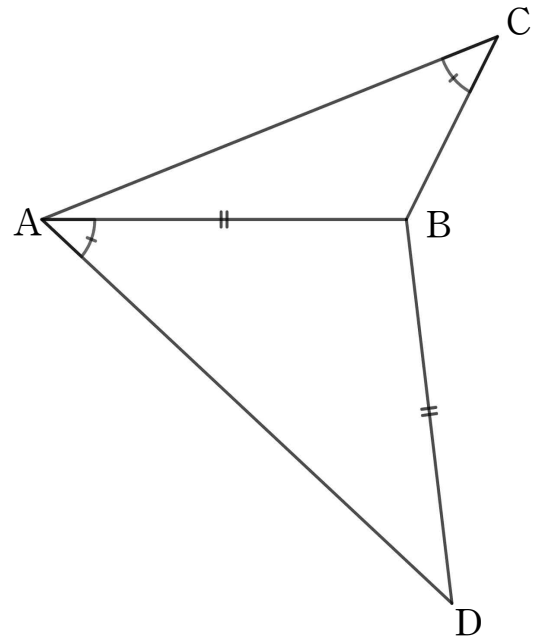
9. 함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x+4)f(x) = 12$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\{f(x)\}^2 - 1}{f(x)+1}$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

10. 그림과 같이 $\overline{AC} = 5$, $\overline{BC} = 2$ 이고, $\cos(\angle ACB) = \frac{3}{4}$ 인 삼각형 ABC가 있다. $\overline{AB} = \overline{BD}$, $\angle ACB = \angle BAD$ 가 되도록 점 D를 잡을 때, 선분 \overline{AD} 의 길이는? [3점]



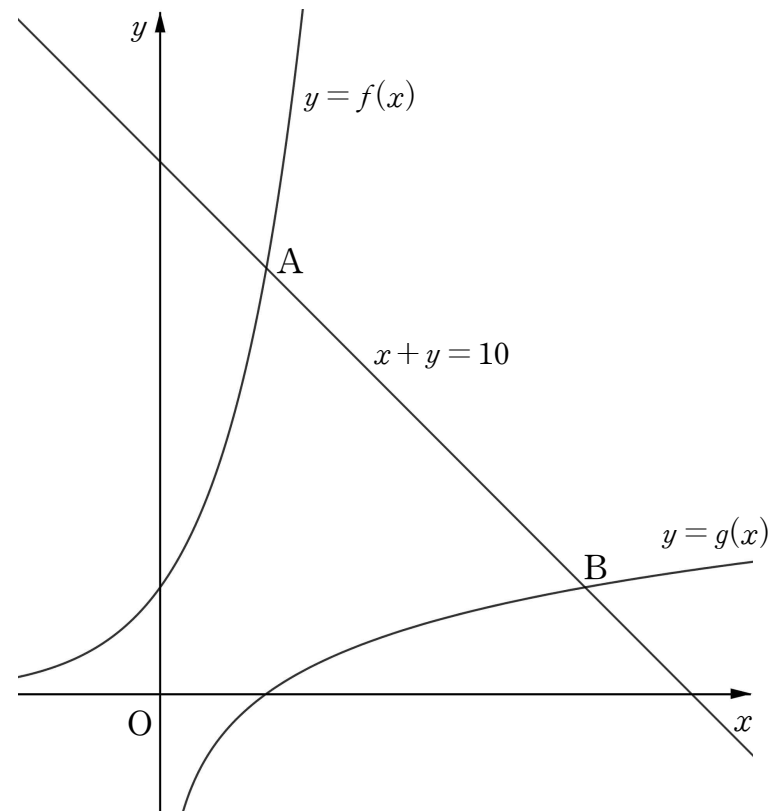
- ① $\frac{3\sqrt{14}}{4}$ ② $\sqrt{14}$ ③ $\frac{5\sqrt{14}}{4}$ ④ $\frac{3\sqrt{14}}{2}$ ⑤ $\frac{7\sqrt{14}}{4}$

11. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $S_1 = 3$ 이고 수열 $\{a_n\}$ 이 $S_{n+1} - S_{n-1} = 4n + 4$ ($n \geq 2$)을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 112 ② 114 ③ 116 ④ 118 ⑤ 120

12. 6보다 작은 자연수 a 와 정수 b 에 대하여 그림과 같이 두 함수 $f(x) = a^{x-b}$, $g(x) = \log_a x + b$ 이 직선 $x + y = 10$ 과 만나는 지점을 각각 A, B라 하자. $\overline{AB} = 6\sqrt{2}$ 일 때, $a - 2b$ 는? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7



13. $\sin\theta\cos\theta = -\frac{1}{3}$ 일 때, $\sin^8\theta - \cos^8\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7\sqrt{5}}{27}$ ② $\frac{8\sqrt{5}}{27}$ ③ $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ④ $\frac{10\sqrt{5}}{27}$ ⑤ $\frac{11\sqrt{5}}{27}$

14. 2이상의 자연수 n 에 대하여

두 함수 $y = \sin 2n\pi x$ 와 $y = \log_3(x+2) - 1$ 의 교점의 개수를

$f(n)$ 이라 하자. $\sum_{n=2}^7 f(n)$ 의 값은? [4점]

- ① 418 ② 422 ③ 426 ④ 430 ⑤ 434

15. $-3 \leq x \leq 4$ 에서 정의된 함수 $y = 2^{2x} - 2^{x+1} - 8$ 에 대하여 $\sqrt[n]{2^{2x} - 2^{x+1} - 8}$ 이 실수가 되도록 하는 정수 x 의 개수를 $f(n)$ 이라 하자. $f(3) + f(4) + f(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

16. 이차함수 $f(x) = ax^2 - a(a+1)x + a^2$ 가 1보다 작은 실수 a 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

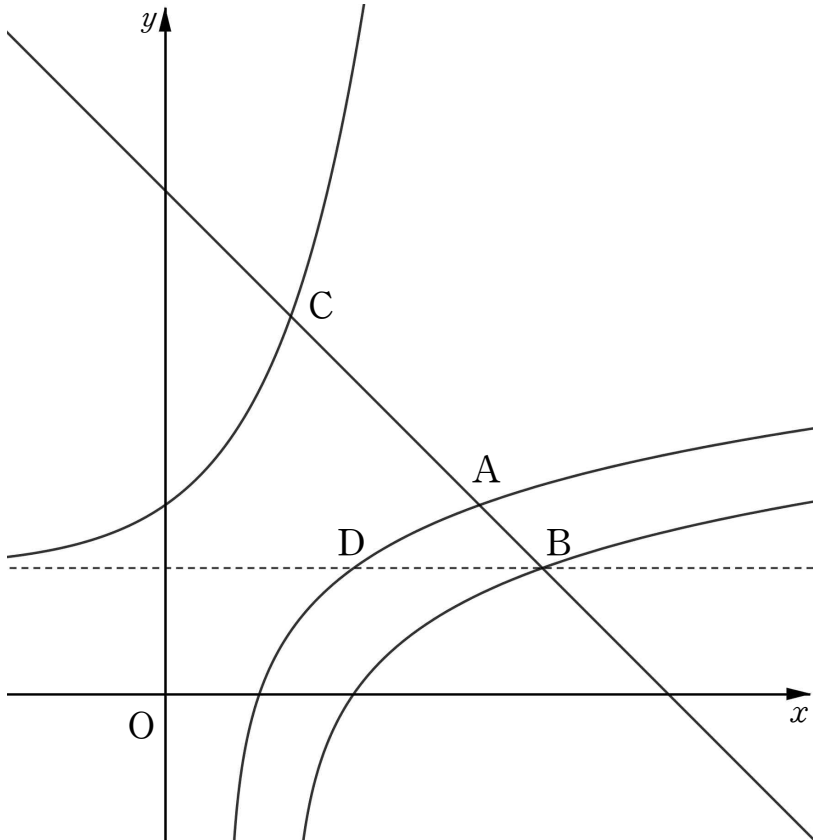
$$(가) \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{|f(x)|}{x-a} = \alpha, \quad \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{|f(x)|}{x-a} = \beta$$

$$(나) 3\alpha + 2\beta = 2$$

$f(\alpha - \beta)$ 의 값은? (단, α, β 는 0이 아닌 상수이다.) [4점]

- ① -24 ② -21 ③ -18 ④ -15 ⑤ -12

17. 그림과 같이 직선 $l: y = -x + 8$ 이 곡선 $f(x) = \log_a(x-1) + 1$ 와 $A(x_1, y_1)$ 에서 만나고 곡선 $g(x) = \log_a(x-2)$ 와 $B(x_2, y_2)$ 에서 만난다. $g(x)$ 의 역함수가 직선 l 과 만나는 점을 $C(x_3, y_3)$, 점 B 에서 x 축과 평행하게 그은 직선이 함수 $f(x)$ 와 만나는 점을 점 $D(x_4, y_4)$ 라 하자. $\overline{AB} = \sqrt{2}$ 이고 $x_2 - x_3 = 4$ 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는대로 고른 것은? (단, a 는 1보다 큰 양수이고 $x_3 < x_1 < x_2$ 이다.) [4점]



— <보기> —

- ㄱ. $a = 2$
- ㄴ. $2x_4y_3 = 9x_3y_4$
- ㄷ. 삼각형 BDC의 넓이는 6이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

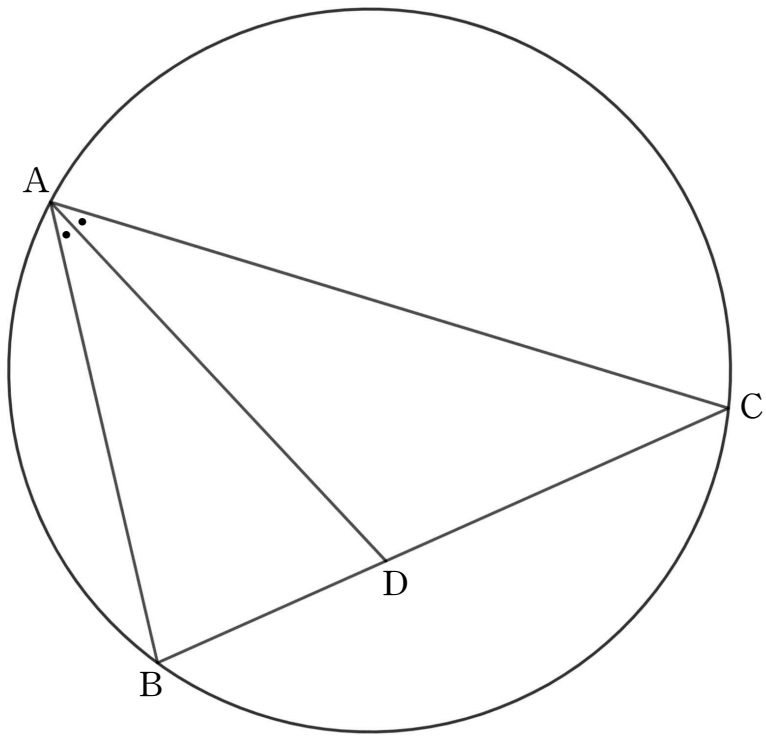
18. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{2n-1} = 2n - 5$
 (나) $a_{2n} = 2 \cos \frac{(a_{2n-1} + a_{2n+1})}{3} \pi, b_{2n-1} = a_{2n} - a_{2n-1}$

$\sum_{k=1}^{22} (b_{2k-1} + a_{66-k})$ 의 값은? [4점]

- ① 165 ② 167 ③ 169 ④ 171 ⑤ 173

19. 그림과 같이 원에 내접하고 있는 $\overline{AB} = 4$, $\overline{AC} = 6$ 인 삼각형 ABC에 대하여 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라 하자. $\overline{BD} = \frac{4\sqrt{7}}{5}$ 일 때, 원 위의 움직이는 점 P에 대하여 삼각형 BPC의 넓이의 최댓값은? [4점]



- ① $6\sqrt{3}$ ② $\frac{13\sqrt{3}}{2}$ ③ $7\sqrt{3}$ ④ $\frac{15\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

20. $0 < x \leq 5$ 에서 정의된 두 함수 $f(x) = |\log_2 x|$,
 $g(x) = |2\sin\pi x - 1|$ 가 있다. 방정식

$$\{f(x)\}^{g(x)} = \{f(x)\}^{\frac{1}{n}}$$

- 의 모든 실근의 합을 $h(n)$ 이라 할 때, $\sum_{n=1}^4 h(n)$ 의 값은? [4점]

- ① 111 ② 114 ③ 117 ④ 120 ⑤ 123

21. $x \geq 0$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 자연수 n, p 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) a_n = \begin{cases} (-1)^{2n} \times 2^{13-n} & (n \neq 3p) \\ (-1)^{2n-1} \times 2^{13-n} & (n = 3p) \end{cases}$$

$$(나) f(x) = a_n \sin 2\pi x \quad (n-1 \leq x < n)$$

함수 $y = f(x)$ 와 $y = \frac{1}{k}$ 이 만나는 모든 점의 x 좌표의 합을 $g(k)$ 라고 하자. $300 \leq g(k) \leq 330$ 을 만족시키는 자연수 k 의 최댓값과 최솟값의 합은? [4점]

- ① 94 ② 95 ③ 96 ④ 97 ⑤ 98

단답형

22. $\log_2 3 \times \log_3 4$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. $-5 \leq x \leq 1$ 에서 정의된 함수 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 1$ 의 최댓값을 구하시오. [3점]

24. $0 \leq x \leq 2$ 에서 정의된 함수 $y = \sin \pi x$ 가 부등식

$$\sin \pi x \geq \frac{1}{2}$$

을 만족시키는 해의 범위를 $\alpha \leq x \leq \beta$ 라고 할 때, $6(\beta - \alpha)$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합인 S_n 에 대하여

$$S_{10} = 10, S_{20} = 60$$

일 때, S_{30} 의 값을 구하시오. [3점]

26. 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{xf(x) - 12}{(x-1)(x+10)} = 2$$

를 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 인 θ 에 대하여 각 θ 를 나타내는 동경과 각 8θ 를 나타내는 동경이 한 직선 위에 있고 방향이 반대일 때,

$$\cos(\theta + \alpha) = \frac{1}{2}$$

을 만족시키는 모든 α ($0 < \alpha \leq 4\pi$)의 합은 $\frac{q}{p}\pi$ 다. $p+q$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 20보다 작은 자연수 m 과 공차가 각각 d_1, d_2 ($d_1 < d_2$)이고 모든 항이 정수인 두 등차수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $d_1 d_2 = -6$

(나) $\sum_{k=1}^{10} |a_k| = 89, \sum_{k=1}^m a_k = 65$

$a_1 + b_1 = 1$ 일 때, $|a_{12}| + |b_{12}|$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 두 자연수 a, b 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$1 \leq a \leq 5 \quad , \quad 2 \leq b \leq 5$$

세 직선 $x=a$, $x=a+50$, $y=\log_b a$ 와 곡선 $y=\log_b x$ 으로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에 포함되고 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점의 개수가 120이하인 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오. [4점]

30. 함수 $f(x)=a(x+5)(x-b)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x)=\begin{cases} -\frac{1}{2}f(x) & (x \leq -5) \\ f(x) & (-5 < x \leq 0) \\ -\frac{1}{2}f(-x) & (x > 0) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) \geq -9$ 이다.

(나) $|g(x)|=c$ 를 만족시키는 실근의 개수를 $A(c)$ 라 할 때,

$$\lim_{c \rightarrow 10^-} A(c) \neq \lim_{c \rightarrow 10^+} A(c) \text{이다.}$$

실수 t 에 대하여 함수 $y=|g(x)|$ 의 그래프와 직선 $y=x+t$ 가 만나는 서로 다른 모든 점의 개수를 $h(t)$ 라 하자.

$$\lim_{t \rightarrow a^-} h(t) \neq \lim_{t \rightarrow a^+} h(t)$$

인 모든 실수 a 를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을

$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ (m 은 자연수)이라 할 때, $8(\alpha_2 + \alpha_5)$ 를 구하시오.

(단, a, b 는 0이 아닌 정수이다.) [4점]