

2023학년도 대학수학능력시험 모의평가 1회 문제지

수학 영역
(기하)

성명	
----	--

수험번호									
------	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(확률과 통계/미적분/기하)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

쉽 없이 피는 꿈 무모하대도 믿어 난

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’이 포함되면 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

2022년 07월 16일 시행 Epsilon 모의고사 1회 (기하)

출제위원 : 성균관대학교 수학교육과 수학문제연구학회 Epsilon

21학번 : 김민성, 김서원, 박창수, 서연수, 심현재

22학번 : 고명준, 김건우, 문희성, 신요섭, 윤성준, 이수훈

편집위원 : 성균관대학교 수학교육과 수학문제연구학회 Epsilon 편집위원회

21학번 : 박주원, 이유경

22학번 : 박민수, 손효원, 임지훈

검토위원 :

김동연 (성균관대학교 수학교육과 20)

김예찬 (성균관대학교 수학교육과 21)

박석준 (성균관대학교 수학교육과 19)

이상현 (성균관대학교 수학교육과 20)

장지원 (성균관대학교 수학교육과 19)

정재훈 (성균관대학교 수학교육과 19)

황주영 (성균관대학교 수학교육과 19)

엡실론(Epsilon) 팀 혹은 엡실론(Epsilon) 모의고사에 관하여 문의 사항이 있으신 경우 epsilon_skku@naver.com으로 연락 주시기 바랍니다.



5지선다형

1. $\frac{1}{\sqrt{3}} \times 9^{\frac{3}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\sqrt{3}$ ② 3 ③ $3\sqrt{3}$ ④ 9 ⑤ $9\sqrt{3}$

2. 함수 $f(x) = 2x^3 + 4x^2 + x + 5$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

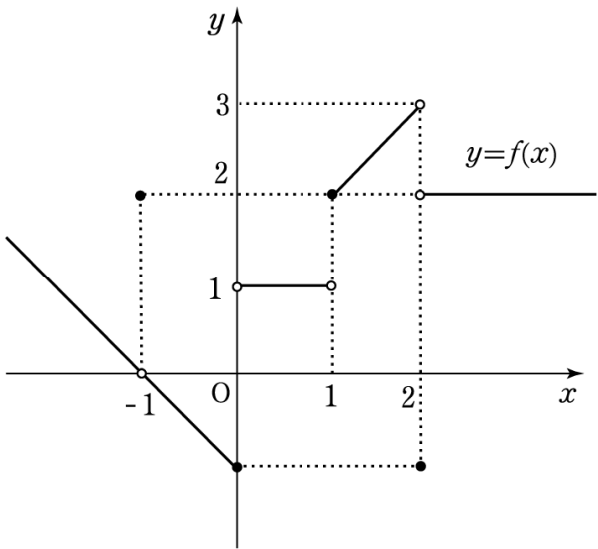
- ① 9 ② 11 ③ 13 ④ 15 ⑤ 17

3. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 = 6$, $a_1a_4 = 72$ 일 때, $\frac{a_4}{a_2}$ 의

값은? [3점]

- ① 1 ② 4 ③ 9 ④ 16 ⑤ 25

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

5. $\sin \theta \cos \theta < 0$ 인 θ 에 대하여 $\frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta} + \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} = 3$ 일 때, $\tan \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\sqrt{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{2}$ ③ -1 ④ $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ⑤ $\sqrt{5}$

6. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 + a} - 1}{x - 2} & (x \neq 2) \\ b & (x = 2) \end{cases}$$

가 $x = 2$ 에서 연속이 되도록 하는 두 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

7. 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_{2k-1} = an^2 + 3n, \quad \sum_{k=1}^n a_{2k} = \frac{1}{a} \times (-2)^n$$

을 만족시킨다. $a_7 = 31$ 일 때, $\sum_{k=1}^5 a_k$ 의 값은? (단, a 는 0 이 아닌 상수이다.) [3점]

- ① 46 ② 48 ③ 50 ④ 52 ⑤ 54

8. 함수 $y = |(x-1)(x-3)|$ 의 그래프와 직선 $y = 3$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{22}{3}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{23}{3}$ ④ $\frac{47}{6}$ ⑤ 8

9. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

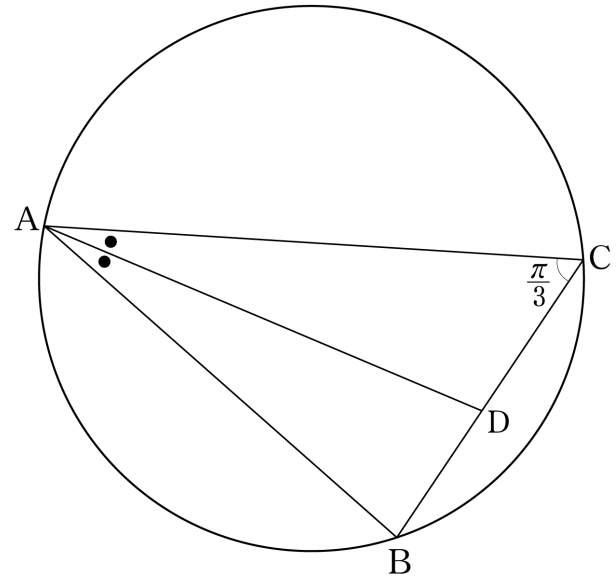
(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f'(-x) = f'(x)$ 이다.

(나) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) + f(-2)}{x^2 - 4} = 1$

$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\{f(x)\}^2 + f(2)}{x^2 - 4} = k$ 를 만족시키는 모든 상수 k 의 값의 합은? [4점]

① -6 ② -2 ③ 2 ④ 6 ⑤ 10

10. 그림과 같이 반지름의 길이가 $\sqrt{3}$ 인 원에 내접하고 $\angle C = \frac{\pi}{3}$ 인 삼각형 ABC 가 있다. $\angle BAC$ 의 이등분선이 선분 BC 와 만나는 점을 D 라 하자. $\overline{BD} = 1$ 일 때, 삼각형 ABC 의 둘레의 길이는? [4점]



① $\frac{60}{7}$ ② $\frac{61}{7}$ ③ $\frac{62}{7}$ ④ 9 ⑤ $\frac{64}{7}$

11. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$ 의 값은? [4점]

(가) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(3)}{|x|} = f(2)$

(나) 방정식 $f(x) - 8 = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

- ① 16 ② 24 ③ 32 ④ 40 ⑤ 48

12. 모든 항이 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_n \times a_{n+1} \times a_{n+2} \leq 0$ 을 만족시키는 자연수 n 의 개수는 3이다.

(나) $|a_m| = |a_{m+3}|$ 인 자연수 m 이 존재한다.

$\sum_{k=1}^9 a_k$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

13. 그림과 같이 상수 k 에 대하여 직선 $y = x + k$ 가 함수

$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} + \frac{7}{2}$ 의 그래프와 만나는 점을 A라 하자. 함수

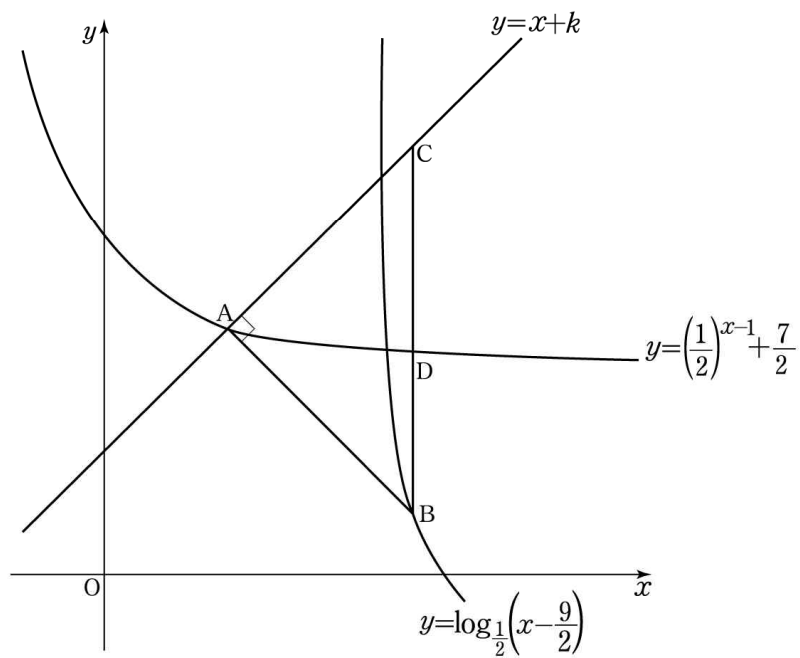
$y = \log_{\frac{1}{2}}\left(x - \frac{9}{2}\right)$ 의 그래프 위의 점 B와 직선 $y = x + k$ 위의

점 C에 대하여 삼각형 ABC는 $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$ 인

직각이등변삼각형이고 넓이가 9이다. 선분 BC와 곡선

$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} + \frac{7}{2}$ 와 만나는 점을 D라 할 때, $\overline{BD} = \frac{41}{16}$ 이다.

점 A의 x 좌표를 a 라 할 때, $a^2 + k^2$ 의 값은? [4점]



- ① 2 ② 5 ③ 8 ④ 11 ⑤ 14

14. 상수 k 와 함수 $f(x) = -\frac{3}{2}x(x-k)$ 에 대하여 함수

$g(x) = \int_1^x \{|f(t)| - f(t)\} dt$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

실수 x 에 대하여 집합 $\{x \mid g(x) = 2k\}$ 의 원소는 무수히 많다.

$g(-3)$ 의 값은? [4점]

- ① -12 ② -10 ③ -8 ④ -6 ⑤ -4

15. $0 < t < \frac{1}{2}$ 인 실수 t 에 대하여 곡선 $y = \tan \pi x$ 위의 한 점 $P(t, \tan \pi t)$ 를 원점에 대하여 대칭이동한 점을 Q 라 하자. 점 Q 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 R 라 하고, 세 점 P, Q, R 를 지나는 원 C 가 직선 $y = x$ 와 만나는 점 중 x 좌표가 양수인 점을 S 라 하자. 원 C 가 곡선 $y = \tan \pi x$ 와 만나는 점의 개수를 $f(t)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $\tan \pi t > t$ 이다.) [4점]

—<보 기>—

ㄱ. $\angle PRQ = \frac{\pi}{2}$

ㄴ. 삼각형 PQS 의 넓이가 $\tan \pi t - t$ 가 되도록 하는 실수 t 에 대하여 $f(t) = 6$ 이다.

ㄷ. 두 점 R, S 에서 직선 PQ 에 내린 수선의 발을 각각 R', S' 이라 할 때, $f(t) = 4$ 를 만족시키는 실수 t 에

대하여 $\frac{\overline{RR'}}{\overline{SS'}} > \tan \pi t + t$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

16. $\log_3 36 + \log_{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 6x^2 + 4x$ 이고 $f(-1) = 3$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 $n-6$ 의 n 제곱근 중 실수인 것의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $\sum_{k=2}^{10} f(k)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 시각 $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t ($t \geq 0$)에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = 6t + 2a, \quad v_2(t) = 2at + 3$$

- 이다. 두 점 P, Q가 서로 멀어지는 t 의 범위가 $0 < t < b$ 또는 $t > 3$ 일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $30(a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < b < 3$) [4점]

19. 함수 $f(x) = \frac{1}{2}(x+3)^2 - \frac{9}{2}$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-2, f(-2))$ 에서의 접선이 곡선 $y=f(x-5) + \frac{9}{2}$ 와 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{AB}^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

21. 모든 항이 1 이상인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 3^n a_n & (a_n \text{ 이 } 3 \text{의 배수가 아닌 경우}) \\ \frac{1}{3} a_n & (a_n \text{ 이 } 3 \text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_{46} = 3$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 곱은 3^k 이다. 상수 k 의 값을 구하시오. [4점]

22. 최고차항의 계수가 1이고 $f(2) = 0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 와 $0 < t < 6$ 인 실수 t 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} \left| \frac{1}{3} \{f(t+3) - f(t)\}(x-t) + f(t) \right| & (t \leq x < t+3) \\ f(x) & (x < t \text{ 또는 } x \geq t+3) \end{cases}$$

이라 할 때, 함수 $g(x)(x-t)(x-t-3)$ 이 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 실수 t 의 범위는 $3 \leq t \leq 4$ 이다.

함수 $g(x)(x-t-3)$ 이 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 실수 t 의 값을 a 라 할 때, $f(a+4)$ 의 값을 구하시오.

[4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.



수학 영역(기하)



성균관대학교 수학교육과 Epsilon 주관

5지선다형

23. 좌표공간의 점 $A(a, 1, 2)$ 를 z 축에 대하여 대칭이동한 점을 B 라 할 때, $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$ 이다. 양수 a 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 좌표평면에서 점 $A(-2, k)$ 를 지나고 직선 $12x + 5y + 6 = 0$ 과 수직인 직선을 l 이라 하자. 직선 l 이 점 $B(10, 6)$ 을 지날 때, 상수 k 의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

25. 포물선 $(y-8)^2 = 8x$ 위의 점 P에서의 접선의 방정식 중 기울기가 음수인 것을 $y = mx + n$ 이라 하자. 점 P의 x 좌표가 2일 때, $m+n$ 의 값은? (단, m 과 n 은 상수이다.) [3점]

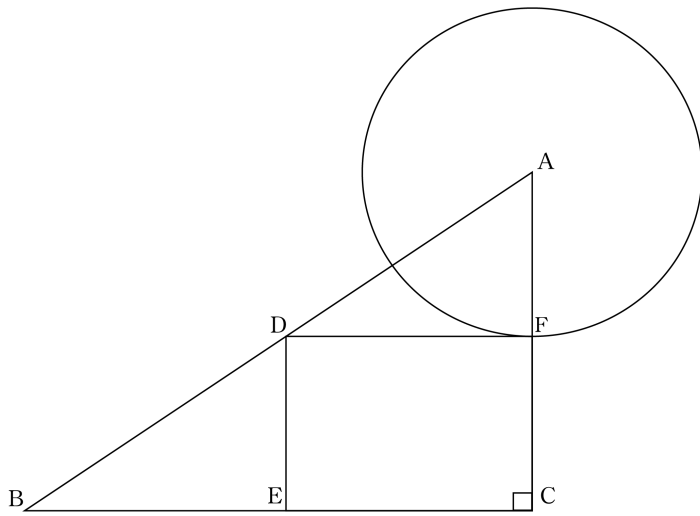
- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

26. 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인 쌍곡선

$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ 이 있다. 이 쌍곡선의 x 좌표가 양수인 꼭짓점을 A, 선분 AF' 을 2:1로 외분하는 점을 B라 하자. 쌍곡선 위의 점 P에 대하여 $\angle APB = \frac{\pi}{2}$ 일 때, 선분 PF의 길이는? [3점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

27. 그림과 같이 $\overline{AC} = 4$, $\overline{BC} = 6$ 이고 $\angle ACB = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형 ABC가 있다. 선분 AB의 중점 D에서 선분 BC와 선분 AC에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하자. 점 A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 원 위의 점 P에 대하여 $|\overrightarrow{EA} - \overrightarrow{AP}| = \sqrt{13}$ 일 때, $|\overrightarrow{BP}|^2$ 의 최솟값은? [3점]



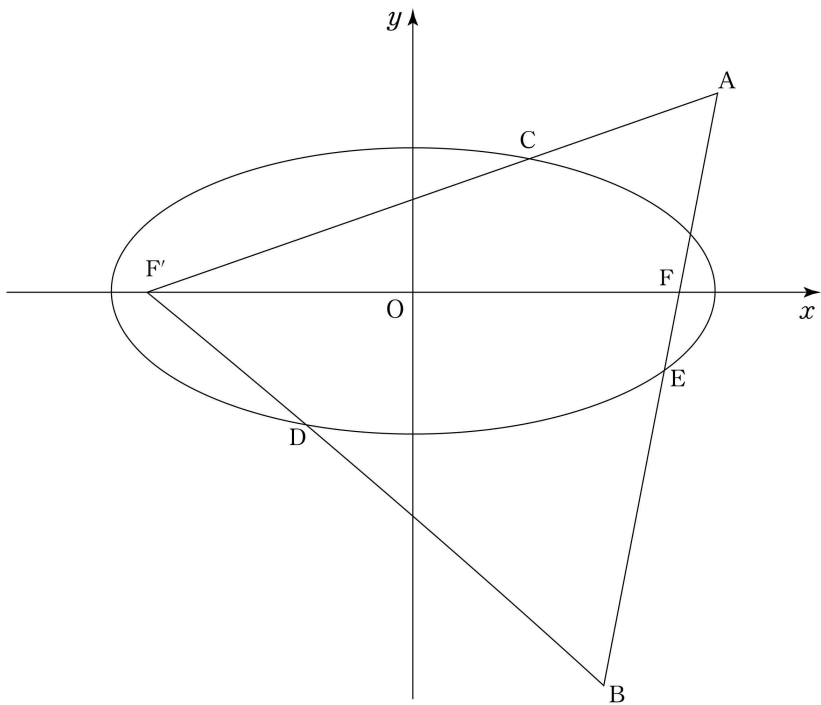
- ① 32 ② 52 ③ 72 ④ 92 ⑤ 112

28. 원점 O를 중심으로 하고 반지름의 길이가 r 인 원 C 가 있다. 점 $A(-12, 0)$ 과 원 C 위의 점 P에 대하여 $\overrightarrow{AQ} = \frac{\overrightarrow{AO} + 3\overrightarrow{OP}}{|2\overrightarrow{AO} + 6\overrightarrow{OP}|}$ 를 만족시키는 점 Q가 나타내는 도형의 길이는 $\frac{\pi}{6}$ 이다. $\sin(\angle QAO)$ 의 값이 최대가 되도록 하는 점 Q를 각각 Q_1, Q_2 라 하자. $\overrightarrow{AQ_1} \cdot \overrightarrow{OX} \geq \frac{1}{2}$ 과 $\overrightarrow{AQ_2} \cdot \overrightarrow{OX} \geq \frac{1}{2}$ 을 동시에 만족시키는 원 C 위의 점 X가 나타내는 도형의 길이는? [4점]

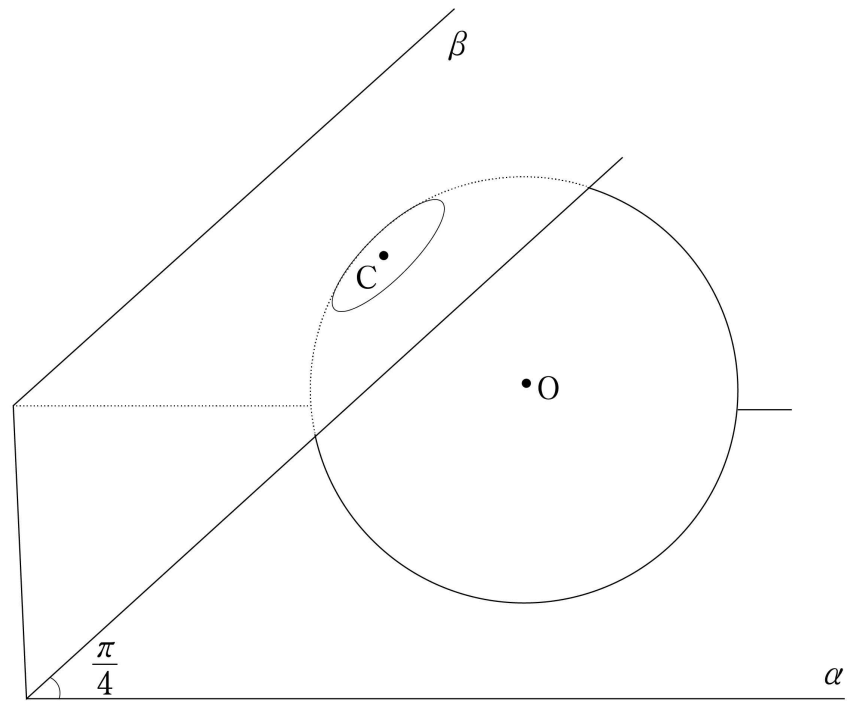
- ① $\frac{1}{3}\pi$ ② $\frac{1}{2}\pi$ ③ $\frac{2}{3}\pi$ ④ $\frac{5}{6}\pi$ ⑤ π

단답형

29. 그림과 같이 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)을 초점으로 하는 타원 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ 이 있다. 타원 외부의 점 중 제1사분면 위의 점 A와 제4사분면 위의 점 B에 대하여 점 F는 선분 AB 위에 있고, 삼각형 $AF'B$ 는 정삼각형이다. 세 선분 AF' , BF' , BF 가 타원과 만나는 점을 각각 C, D, E라 할 때, $\overline{AC} = \overline{CF}$ 이고 $\angle CDB = \frac{\pi}{2}$ 이다. 삼각형 $CF'E$ 의 넓이를 S 라 할 때, $5\sqrt{3}S$ 의 값을 구하시오.
(단, $0 < a < 3$ 이고, $\overline{AC} < \overline{CF'}$ 이다.) [4점]



30. 그림과 같이 중심이 O이고 반지름의 길이가 3인 구가 평면 α 위에 놓여있다. 평면 α 와 이루는 각이 $\frac{\pi}{4}$ 인 평면을 β 라 하고, 평면 β 와 구가 만나 생기는 원 C의 중심을 C라 할 때, $\overline{OC} = 2\sqrt{2}$ 이다. 원 C 위를 움직이는 점 P에 대하여 점 P에서 평면 α 에 내린 수선의 발을 P'이라 할 때, $\overline{CP'}$ 의 값이 최대가 되도록 하는 점 P'을 M이라 하자. 점 O에서 평면 α , 평면 β 의 교선에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 삼각형 CHP의 평면 CHM 위로의 정사영의 넓이의 최댓값은 $\frac{q}{p}\sqrt{3}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, 세 점 C, H, P는 한 직선 위에 있지 않으며, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.