

수학 영역 (미적분)

성명

수험번호

- 자신이 선택한 유형(확률과 통계/미적분/기하)의 문제지인지 확인하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

쉽 없이 피는 꿈 무모하대도 믿어 난

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

2022년 07월 16일 시행 Epsilon 모의고사 1회 (미적분)

출제위원 : 성균관대학교 수학교육과 수학문제연구학회 Epsilon

21학번 : 김민성, 김서원, 박창수, 서연수, 심현재

22학번 : 고명준, 김건우, 문희성, 박민수, 신요섭, 윤성준

편집위원 : 성균관대학교 수학교육과 수학문제연구학회 Epsilon 편집위원회

21학번 : 박주원, 이유경

22학번 : 박민수, 손효원, 임지훈

검토위원 :

김동연 (성균관대학교 수학교육과 20)

김예찬 (성균관대학교 수학교육과 21)

박석준 (성균관대학교 수학교육과 19)

이상현 (성균관대학교 수학교육과 20)

장지원 (성균관대학교 수학교육과 19)

정재훈 (성균관대학교 수학교육과 19)

황주영 (성균관대학교 수학교육과 19)

엡실론(Epsilon) 팀 혹은 엡실론(Epsilon) 모의고사에 관하여 문의 사항이 있으신 경우 epsilon_skku@naver.com으로 연락 주시기 바랍니다.

제 2 교시

Epsilon

수학 영역



성균관대학교 수학교육과 Epsilon 주관

5지선다형

1. $\frac{1}{\sqrt{3}} \times 9^{\frac{3}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\sqrt{3}$ ② 3 ③ $3\sqrt{3}$ ④ 9 ⑤ $9\sqrt{3}$

2. 함수 $f(x) = 2x^3 + 4x^2 + x + 5$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

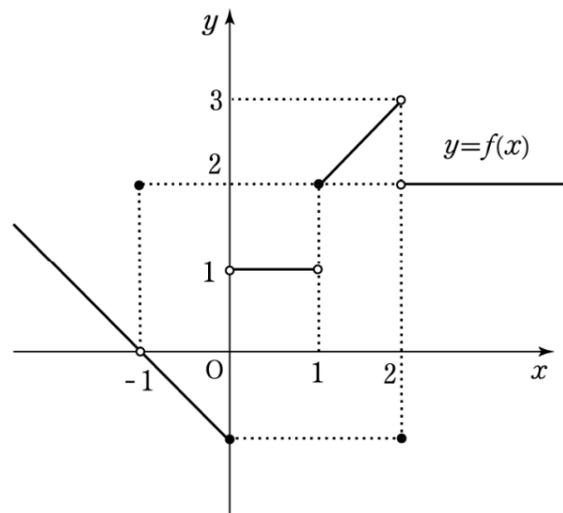
- ① 9 ② 11 ③ 13 ④ 15 ⑤ 17

3. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 = 6$, $a_1 a_4 = 72$ 일 때, $\frac{a_4}{a_2}$ 의

값은? [3점]

- ① 1 ② 4 ③ 9 ④ 16 ⑤ 25

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

5. $\sin\theta \cos\theta < 0$ 인 θ 에 대하여 $\frac{\cos\theta}{1-\sin\theta} + \frac{\cos\theta}{1+\sin\theta} = 3$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\sqrt{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{2}$ ③ -1 ④ $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ⑤ $\sqrt{5}$

6. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+a}-1}{x-2} & (x \neq 2) \\ b & (x = 2) \end{cases}$$

가 $x=2$ 에서 연속이 되도록 하는 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

7. 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_{2k-1} = an^2 + 3n, \quad \sum_{k=1}^n a_{2k} = \frac{1}{a} \times (-2)^n$$

을 만족시킨다. $a_7 = 31$ 일 때, $\sum_{k=1}^5 a_k$ 의 값은? (단, a 는 0이 아닌 상수이다.) [3점]

- ① 46 ② 48 ③ 50 ④ 52 ⑤ 54

8. 함수 $y = |(x-1)(x-3)|$ 의 그래프와 직선 $y=3$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{22}{3}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{23}{3}$ ④ $\frac{47}{6}$ ⑤ 8

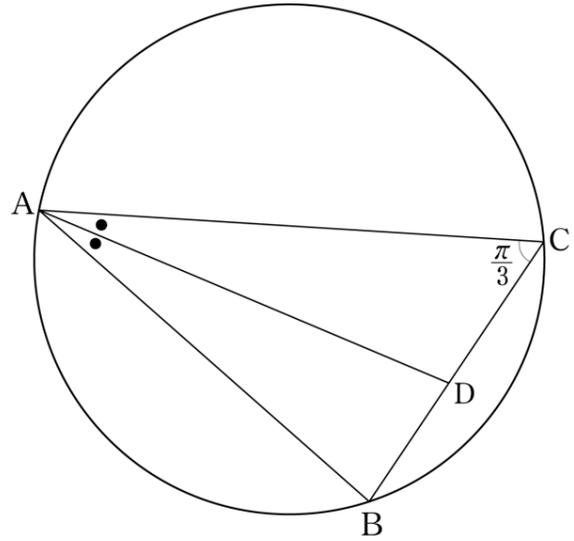
9. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f'(-x) = f'(x)$ 이다.
 (나) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) + f(-2)}{x^2 - 4} = 1$

$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\{f(x)\}^2 + f(2)}{x^2 - 4} = k$ 를 만족시키는 모든 상수 k 의 값의 합은? [4점]

- ① -6 ② -2 ③ 2 ④ 6 ⑤ 10

10. 그림과 같이 반지름의 길이가 $\sqrt{3}$ 인 원에 내접하고 $\angle C = \frac{\pi}{3}$ 인 삼각형 ABC 가 있다. $\angle BAC$ 의 이등분선이 선분 BC 와 만나는 점을 D 라 하자. $\overline{BD} = 1$ 일 때, 삼각형 ABC 의 둘레의 길이는? [4점]



- ① $\frac{60}{7}$ ② $\frac{61}{7}$ ③ $\frac{62}{7}$ ④ 9 ⑤ $\frac{64}{7}$

11. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$ 의 값은? [4점]

$$(가) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(3)}{|x|} = f(2)$$

(나) 방정식 $f(x) - 8 = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

- ① 16 ② 24 ③ 32 ④ 40 ⑤ 48

12. 모든 항이 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

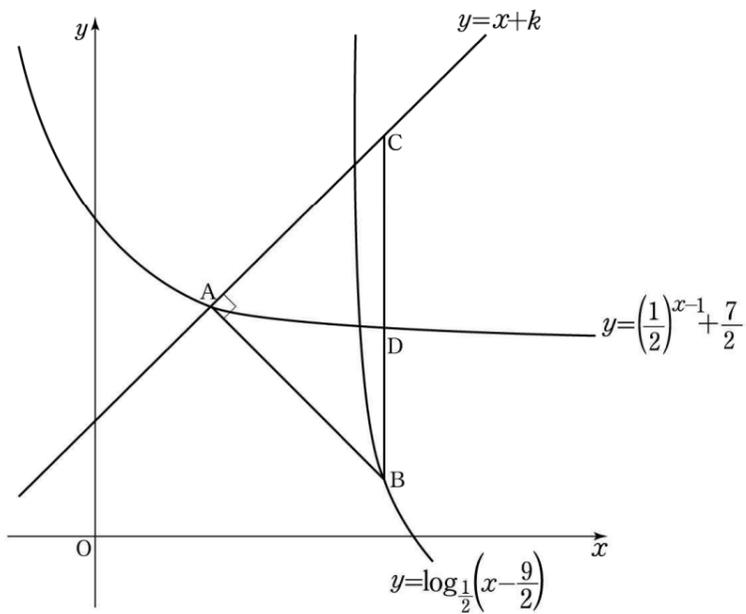
(가) $a_n \times a_{n+1} \times a_{n+2} \leq 0$ 을 만족시키는 자연수 n 의 개수는 3이다.

(나) $|a_m| = |a_{m+3}|$ 인 자연수 m 이 존재한다.

$\sum_{k=1}^9 a_k$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

13. 그림과 같이 상수 k 에 대하여 직선 $y=x+k$ 가 함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} + \frac{7}{2}$ 의 그래프와 만나는 점을 A라 하자. 함수 $y=\log_{\frac{1}{2}}\left(x-\frac{9}{2}\right)$ 의 그래프 위의 점 B와 직선 $y=x+k$ 위의 점 C에 대하여 삼각형 ABC는 $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$ 인 직각이등변삼각형이고 넓이가 9이다. 선분 BC와 곡선 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} + \frac{7}{2}$ 와 만나는 점을 D라 할 때, $\overline{BD} = \frac{41}{16}$ 이다. 점 A의 x 좌표를 a 라 할 때, a^2+k^2 의 값은? [4점]



- ① 2
- ② 5
- ③ 8
- ④ 11
- ⑤ 14

14. 상수 k 와 함수 $f(x) = -\frac{3}{2}x(x-k)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_1^x \{|f(t)| - f(t)\} dt$$

는 다음 조건을 만족시킨다.

실수 x 에 대하여 집합 $\{x \mid g(x) = 2k\}$ 의 원소는 무수히 많다.

$g(-3)$ 의 값은? [4점]

- ① -12
- ② -10
- ③ -8
- ④ -6
- ⑤ -4

15. $0 < t < \frac{1}{2}$ 인 실수 t 에 대하여 곡선 $y = \tan \pi x$ 위의 한 점 $P(t, \tan \pi t)$ 를 원점에 대하여 대칭이동한 점을 Q 라 하자. 점 Q 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 R 라 하고, 세 점 P, Q, R 를 지나는 원 C 가 직선 $y = x$ 와 만나는 점 중 x 좌표가 양수인 점을 S 라 하자. 원 C 가 곡선 $y = \tan \pi x$ 와 만나는 점의 개수를 $f(t)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $\tan \pi t > t$ 이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $\angle PRQ = \frac{\pi}{2}$

ㄴ. 삼각형 PQS 의 넓이가 $\tan \pi t - t$ 가 되도록 하는 실수 t 에 대하여 $f(t) = 6$ 이다.

ㄷ. 두 점 R, S 에서 직선 PQ 에 내린 수선의 발을 각각 R', S' 이라 할 때, $f(t) = 4$ 를 만족시키는 실수 t 에

대하여 $\frac{\overline{RR'}}{\overline{SS'}} > \tan \pi t + t$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

16. $\log_3 36 + \log_{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 6x^2 + 4x$ 이고 $f(-1) = 3$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 $n-6$ 의 n 제곱근 중 실수인 것의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $\sum_{k=2}^{10} f(k)$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 함수 $f(x) = \frac{1}{2}(x+3)^2 - \frac{9}{2}$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-2, f(-2))$ 에서의 접선이 곡선 $y=f(x-5) + \frac{9}{2}$ 와 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A, B라 하자. \overline{AB}^2 의 값을 구하시오. [3점]

20. 시각 $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = 6t + 2a, \quad v_2(t) = 2at + 3$$

이다. 두 점 P, Q가 서로 멀어지는 t 의 범위가 $0 < t < b$ 또는 $t > 3$ 일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $30(a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < b < 3$) [4점]

21. 모든 항이 1 이상인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 3^n a_n & (a_n \text{ 이 } 3 \text{의 배수가 아닌 경우}) \\ \frac{1}{3} a_n & (a_n \text{ 이 } 3 \text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_{46} = 3$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 곱은 3^k 이다. 상수 k 의 값을 구하시오. [4점]

22. 최고차항의 계수가 1이고 $f(2) = 0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 와 $0 < t < 6$ 인 실수 t 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} \left| \frac{1}{3} \{f(t+3) - f(t)\}(x-t) + f(t) \right| & (t \leq x < t+3) \\ f(x) & (x < t \text{ 또는 } x \geq t+3) \end{cases}$$

이라 할 때, 함수 $g(x)(x-t)(x-t-3)$ 이 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 실수 t 의 범위는 $3 \leq t \leq 4$ 이다.

함수 $g(x)(x-t-3)$ 이 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 실수 t 의 값을 a 라 할 때, $f(a+4)$ 의 값을 구하시오.

[4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

Epsilon

수학 영역(미적분)



성균관대학교 수학교육과 Epsilon 주관

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 2n + 1}{n^2 + 1}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = e^{2t} + 2e^{-t}, \quad y = 6t - e^t$$

에서 $t = \ln 2$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{3}{7}$ ④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

25. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{5}{\sqrt{4n^2 + 5nk}}$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

26. 그림과 같이 $\overline{AB_1} = 4$, $\overline{AC_1} = 2\sqrt{3}$, $\angle B_1C_1A = \frac{\pi}{2}$ 인

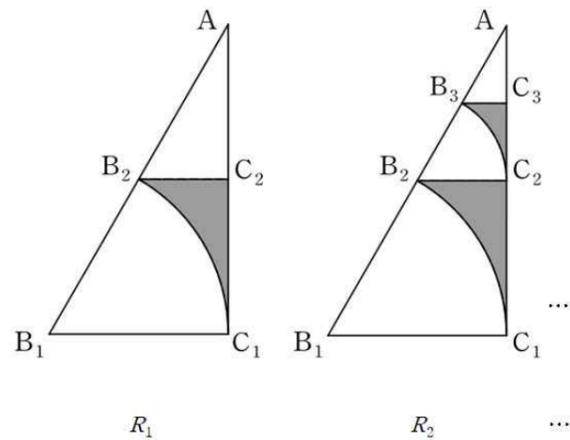
직각삼각형 AB_1C_1 이 있다. 점 B_1 을 중심으로 하고 점 C_1 을
지나는 원이 선분 AB_1 과 만나는 점을 B_2 라 하고, 점
 B_2 를 지나고 직선 B_1C_1 과 평행한 직선이 선분 AC_1 과 만나는
점을 C_2 라 하자.

이때, 선분 B_2C_2 , 선분 C_1C_2 , 호 C_1B_2 로 둘러싸인 ∇ 모양의
도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

직각삼각형 AB_2C_2 에 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로
 ∇ 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에
색칠되어있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?

[3점]



- ① $\frac{1}{9}(9\sqrt{3} - 4\pi)$ ② $\frac{2}{9}(9\sqrt{3} - 4\pi)$ ③ $\frac{4}{9}(9\sqrt{3} - 4\pi)$
 ④ $\frac{2}{9}(9\sqrt{3} - 2\pi)$ ⑤ $\frac{4}{9}(9\sqrt{3} - 2\pi)$

27. 함수 $f(x) = 2\sin x$ 와 $-2 < t < 0$ 인 실수 t 에 대하여 직선 $y = t$ 와 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 제4사분면에서 만나는 점의 x 좌표를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n 번째 수를 $g_n(t)$ 라 하자. $\sum_{n=1}^{51} g_n'(-\frac{1}{2})$ 의 값은? [3점]

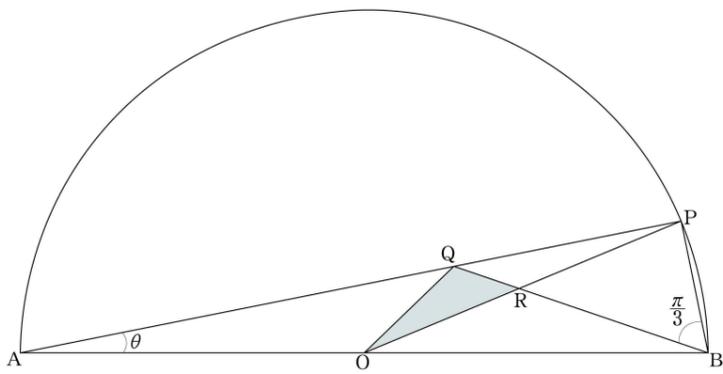
- ① $-\frac{\sqrt{15}}{3}$ ② $-\frac{4\sqrt{15}}{15}$ ③ $-\frac{\sqrt{15}}{5}$
 ④ $-\frac{2\sqrt{15}}{15}$ ⑤ $-\frac{\sqrt{15}}{15}$

28. $x > 0$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \int_{\sqrt{\ln 4}}^x \frac{e^{t^2}}{t} dt$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. $\int_0^{f(\sqrt{\ln 8})} \{g'(x)\}^2 dx$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{32}$ ② $\frac{1}{16}$ ③ $\frac{1}{8}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

단답형

29. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원에 대하여 호 AB 위에 점 P가 있다. 선분 AP 위의 점 Q에 대하여 $\angle PBQ = \frac{\pi}{3}$ 이다. 선분 AB의 중점을 O라고 할 때, 선분 QB와 선분 OP가 만나는 점을 R라 하자. $\angle PAB = \theta$ 일 때, 삼각형 QOR의 넓이를 $f(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\theta^2}{f(\theta)} = \frac{q}{p} \sqrt{3}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\{f(x)\}^2 - 2e^x f(x) + e^{2x} - e^{-2x} = 0$$

을 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 와 사차함수 $g(x)$ 에 대하여 합성함수 $h(x) = (g \circ f)(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $h(x)$ 가 극소가 되는 x 의 개수는 3이다.
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $h(x) \geq 1$ 이다.
 (다) $h(0) = h(\ln(2 + \sqrt{3})) = 1$

함수 $y = h(x)$ 의 그래프와 직선 $y = n$ 이 만나는 점의 개수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^4 a_n = 19$ 이다. $\int_2^4 |g'(x)| dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.