

2023학년도 대학수학능력시험 모의평가 1회 문제지

수학 영역 (확률과 통계)

성명	
----	--

수험번호																			
------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(확률과 통계/미적분/기하)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

쉽 없이 피는 꿈 무모하대도 믿어 난

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

2022년 07월 16일 시행

Epsilon 모의고사 1회 (확률과 통계)

출제위원 : 성균관대학교 수학교육과 수학문제연구학회 Epsilon

21학번 : 김민성, 김서원, 박창수, 서연수, 심현재

22학번 : 고명준, 김건우, 문희성, 박민수, 신요섭, 윤성준

편집위원 : 성균관대학교 수학교육과 수학문제연구학회 Epsilon 편집위원회

21학번 : 박주원, 이유경

22학번 : 박민수, 손효원, 임지훈

검토위원 :

김동연 (성균관대학교 수학교육과 20)

김예찬 (성균관대학교 수학교육과 21)

박석준 (성균관대학교 수학교육과 19)

이상현 (성균관대학교 수학교육과 20)

장지원 (성균관대학교 수학교육과 19)

정재훈 (성균관대학교 수학교육과 19)

황주영 (성균관대학교 수학교육과 19)

엡실론(Epsilon) 팀 혹은 엡실론(Epsilon) 모의고사에 관하여 문의 사항이 있으신 경우 epsilon_skku@naver.com으로 연락 주시기 바랍니다.

제 2 교시

Epsilon

수학 영역



성균관대학교 수학교육과 Epsilon 주관

5지선다형

1. $\frac{1}{\sqrt{3}} \times 9^{\frac{3}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\sqrt{3}$ ② 3 ③ $3\sqrt{3}$ ④ 9 ⑤ $9\sqrt{3}$

2. 함수 $f(x) = 2x^3 + 4x^2 + x + 5$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

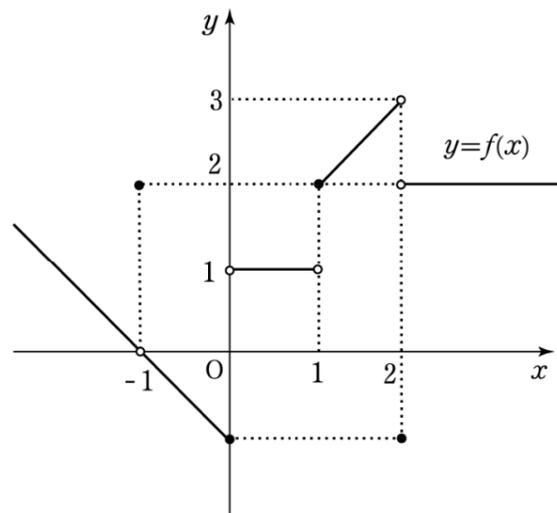
- ① 9 ② 11 ③ 13 ④ 15 ⑤ 17

3. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 = 6$, $a_1 a_4 = 72$ 일 때, $\frac{a_4}{a_2}$ 의

값은? [3점]

- ① 1 ② 4 ③ 9 ④ 16 ⑤ 25

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

5. $\sin\theta\cos\theta < 0$ 인 θ 에 대하여 $\frac{\cos\theta}{1-\sin\theta} + \frac{\cos\theta}{1+\sin\theta} = 3$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\sqrt{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{2}$ ③ -1 ④ $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ⑤ $\sqrt{5}$

6. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+a}-1}{x-2} & (x \neq 2) \\ b & (x = 2) \end{cases}$$

가 $x=2$ 에서 연속이 되도록 하는 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

7. 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_{2k-1} = an^2 + 3n, \quad \sum_{k=1}^n a_{2k} = \frac{1}{a} \times (-2)^n$$

을 만족시킨다. $a_7 = 31$ 일 때, $\sum_{k=1}^5 a_k$ 의 값은? (단, a 는 0이 아닌 상수이다.) [3점]

- ① 46 ② 48 ③ 50 ④ 52 ⑤ 54

8. 함수 $y = |(x-1)(x-3)|$ 의 그래프와 직선 $y=3$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{22}{3}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{23}{3}$ ④ $\frac{47}{6}$ ⑤ 8

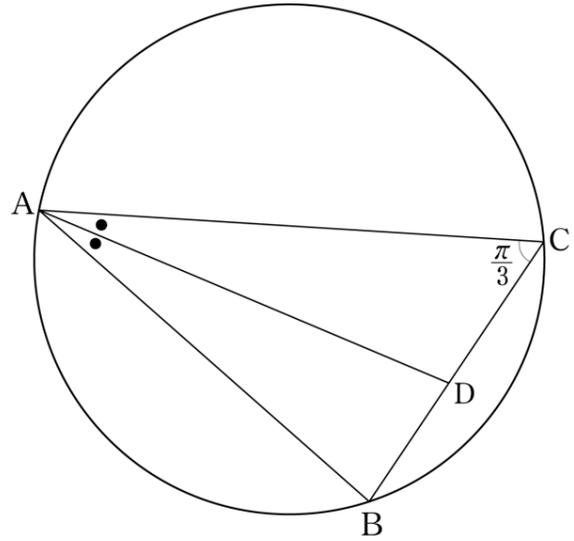
9. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f'(-x) = f'(x)$ 이다.
 (나) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) + f(-2)}{x^2 - 4} = 1$

$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\{f(x)\}^2 + f(2)}{x^2 - 4} = k$ 를 만족시키는 모든 상수 k 의 값의 합은? [4점]

- ① -6 ② -2 ③ 2 ④ 6 ⑤ 10

10. 그림과 같이 반지름의 길이가 $\sqrt{3}$ 인 원에 내접하고 $\angle C = \frac{\pi}{3}$ 인 삼각형 ABC 가 있다. $\angle BAC$ 의 이등분선이 선분 BC 와 만나는 점을 D 라 하자. $\overline{BD} = 1$ 일 때, 삼각형 ABC 의 둘레의 길이는? [4점]



- ① $\frac{60}{7}$ ② $\frac{61}{7}$ ③ $\frac{62}{7}$ ④ 9 ⑤ $\frac{64}{7}$

11. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$ 의 값은? [4점]

$$(가) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(3)}{|x|} = f(2)$$

(나) 방정식 $f(x) - 8 = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

- ① 16 ② 24 ③ 32 ④ 40 ⑤ 48

12. 모든 항이 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

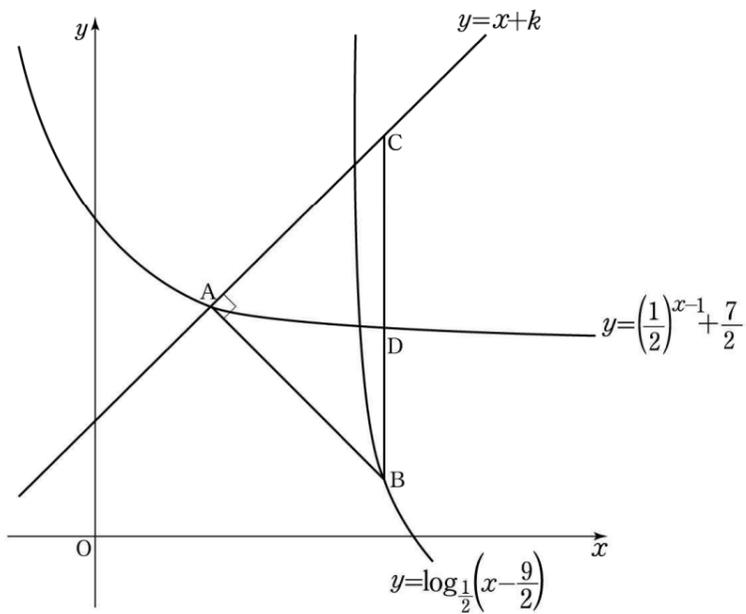
(가) $a_n \times a_{n+1} \times a_{n+2} \leq 0$ 을 만족시키는 자연수 n 의 개수는 3이다.

(나) $|a_m| = |a_{m+3}|$ 인 자연수 m 이 존재한다.

$\sum_{k=1}^9 a_k$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

13. 그림과 같이 상수 k 에 대하여 직선 $y=x+k$ 가 함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} + \frac{7}{2}$ 의 그래프와 만나는 점을 A라 하자. 함수 $y=\log_{\frac{1}{2}}\left(x-\frac{9}{2}\right)$ 의 그래프 위의 점 B와 직선 $y=x+k$ 위의 점 C에 대하여 삼각형 ABC는 $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$ 인 직각이등변삼각형이고 넓이가 9이다. 선분 BC와 곡선 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} + \frac{7}{2}$ 와 만나는 점을 D라 할 때, $\overline{BD} = \frac{41}{16}$ 이다. 점 A의 x 좌표를 a 라 할 때, a^2+k^2 의 값은? [4점]



- ① 2
- ② 5
- ③ 8
- ④ 11
- ⑤ 14

14. 상수 k 와 함수 $f(x) = -\frac{3}{2}x(x-k)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_1^x \{|f(t)| - f(t)\} dt$$

는 다음 조건을 만족시킨다.

실수 x 에 대하여 집합 $\{x \mid g(x) = 2k\}$ 의 원소는 무수히 많다.

$g(-3)$ 의 값은? [4점]

- ① -12
- ② -10
- ③ -8
- ④ -6
- ⑤ -4

15. $0 < t < \frac{1}{2}$ 인 실수 t 에 대하여 곡선 $y = \tan \pi x$ 위의 한 점 $P(t, \tan \pi t)$ 를 원점에 대하여 대칭이동한 점을 Q 라 하자. 점 Q 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 R 라 하고, 세 점 P, Q, R 를 지나는 원 C 가 직선 $y = x$ 와 만나는 점 중 x 좌표가 양수인 점을 S 라 하자. 원 C 가 곡선 $y = \tan \pi x$ 와 만나는 점의 개수를 $f(t)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $\tan \pi t > t$ 이다.) [4점]

<보 기>

- ㄱ. $\angle PRQ = \frac{\pi}{2}$
 ㄴ. 삼각형 PQS 의 넓이가 $\tan \pi t - t$ 가 되도록 하는 실수 t 에 대하여 $f(t) = 6$ 이다.
 ㄷ. 두 점 R, S 에서 직선 PQ 에 내린 수선의 발을 각각 R', S' 이라 할 때, $f(t) = 4$ 를 만족시키는 실수 t 에 대하여 $\frac{\overline{RR'}}{\overline{SS'}} > \tan \pi t + t$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

16. $\log_3 36 + \log_{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 6x^2 + 4x$ 이고 $f(-1) = 3$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 $n-6$ 의 n 제곱근 중 실수인 것의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $\sum_{k=2}^{10} f(k)$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 함수 $f(x) = \frac{1}{2}(x+3)^2 - \frac{9}{2}$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-2, f(-2))$ 에서의 접선이 곡선 $y=f(x-5) + \frac{9}{2}$ 와 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A, B라 하자. \overline{AB}^2 의 값을 구하시오. [3점]

20. 시각 $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = 6t + 2a, \quad v_2(t) = 2at + 3$$

이다. 두 점 P, Q가 서로 멀어지는 t 의 범위가 $0 < t < b$ 또는 $t > 3$ 일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $30(a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < b < 3$) [4점]

21. 모든 항이 1 이상인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 3^n a_n & (a_n \text{ 이 } 3 \text{의 배수가 아닌 경우}) \\ \frac{1}{3} a_n & (a_n \text{ 이 } 3 \text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_{46} = 3$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 곱은 3^k 이다. 상수 k 의 값을 구하시오. [4점]

22. 최고차항의 계수가 1이고 $f(2) = 0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 와 $0 < t < 6$ 인 실수 t 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} \left| \frac{1}{3} \{f(t+3) - f(t)\}(x-t) + f(t) \right| & (t \leq x < t+3) \\ f(x) & (x < t \text{ 또는 } x \geq t+3) \end{cases}$$

이라 할 때, 함수 $g(x)(x-t)(x-t-3)$ 이 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 실수 t 의 범위는 $3 \leq t \leq 4$ 이다.

함수 $g(x)(x-t-3)$ 이 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 실수 t 의 값을 a 라 할 때, $f(a+4)$ 의 값을 구하시오.

[4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

Epsilon

수학 영역(확률과 통계)



성균관대학교 수학교육과 Epsilon 주관

5지선다형

23. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(75, \frac{1}{5}\right)$ 을 따를 때, $V(X)$ 의 값은? [2점]

- ① 6
- ② 9
- ③ 12
- ④ 15
- ⑤ 18

24. $\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^5$ 의 전개식에서 x 의 계수는? [3점]

- ① -80
- ② -75
- ③ -70
- ④ -65
- ⑤ -60

25. 서로 다른 동전 2개를 동시에 던지는 시행을 5회 반복할 때, 2개의 동전 모두 앞면이 나오는 사건이 3번 이하로 일어날 확률은? [3점]

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{7}{8}$ ③ $\frac{15}{16}$ ④ $\frac{31}{32}$ ⑤ $\frac{63}{64}$

26. 사과, 감, 배, 귤 네 종류의 과일을 다음 규칙에 따라 서로 같은 세 개의 바구니에 담는 경우의 수는? (단, 같은 종류의 과일끼리는 서로 구별하지 않고 각 종류의 과일은 3개 이상씩 있다.) [3점]

- (가) 각각의 바구니에는 두 개의 과일을 넣는다.
(나) 어떤 바구니에도 같은 종류의 과일이 들어있지 않다.

- ① 56 ② 72 ③ 88 ④ 104 ⑤ 120

27. 확률변수 X 는 정규분포 $N(10, \sigma^2)$, 확률변수 Y 는 정규분포 $N(m, 4^2)$ 을 따르고, 두 확률변수 X 와 Y 의 확률밀도함수는 각각 $f(x)$ 와 $g(x)$ 이다. 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

방정식 $g(x) = f(10)$ 은 오직 하나의 실근을 갖는다.

$P(X \geq \sigma) + P(Y \geq 12) = 1$ 일 때, m 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

28. 어느 고등학교 학생들의 하루 운동 시간은 평균이 m 이고 표준편차가 σ 인 정규분포를 따른다고 한다.

이 고등학교 학생 49명을 임의추출하여 얻은 하루 운동 시간의 표본평균이 \bar{x}_1 일 때, 모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a \leq m \leq 2-a$ 이다.

이 고등학교 학생 36명을 임의추출하여 얻은 하루 운동 시간의 표본평균이 \bar{x}_2 일 때 모평균 m 에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간이 $a+1 \leq m \leq b$ 이다.

$b-a=2.72$ 일 때 $\frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2}{\sigma}$ 의 값은? (단, 운동 시간의 단위는 시간이고, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때 $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.475$, $P(0 \leq Z \leq 2.58) = 0.495$ 로 계산한다.) [4점]

- ① 1.64 ② 1.65 ③ 1.66 ④ 1.67 ⑤ 1.68

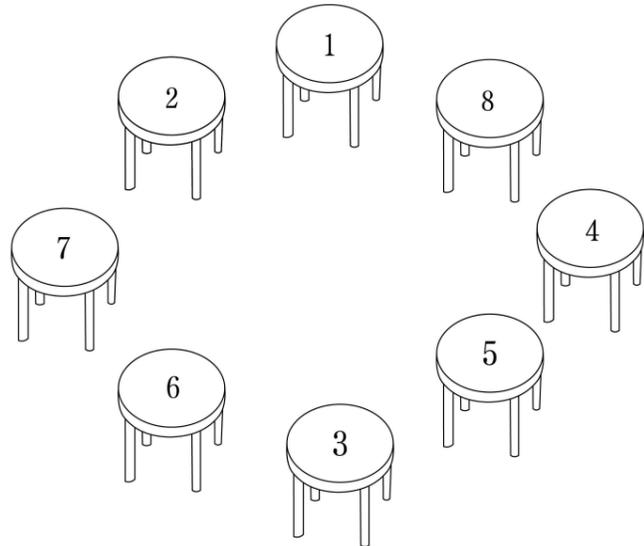
단답형

29. 숫자 1, 1, 2, 2, 3, 4가 각 면에 적혀있는 주사위가 하나 있다. 두 사람 A, B가 각각 주사위를 한 번 던진 후 다음 규칙에 따라 점수를 얻는다.

- (가) 두 사람은 주사위를 던져 나온 수만큼 점수를 얻는다.
 (나) A는 주사위에 적힌 수가 1, 4일 때만 점수를 1점 더 얻는다.
 (다) B는 주사위에 적힌 수가 2, 3일 때만 점수를 1점 더 얻는다.

이 시행을 n ($n=1, 2$)번 하여 A가 얻은 점수의 합을 a_n , B가 얻은 점수의 합을 b_n 이라 하자. $a_2 = b_2 < 7$ 일 때, $a_1 < b_1$ 일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀있는 8개의 의자가 있다. 이 8개의 의자를 일정한 간격을 두고 원형으로 배열할 때, 그림과 같이 서로 이웃한 4개의 의자에 적혀있는 수의 합이 18인 경우가 네 번 나타나도록 배열하는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]



* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.