

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $3^{2\sqrt{2}} \times 9^{1-\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

$$3^{2\sqrt{2}} \times 3^{2-2\sqrt{2}}$$

$$= 3^2 = 9$$

2. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 = \frac{1}{2}$, $a_3 = 1$ 일 때, a_5 의 값은?

[2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

$$r = 2$$

$$a_5 = 1 \times 2^2 = 4$$

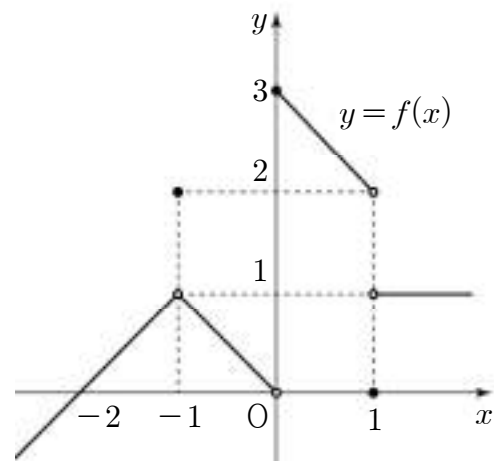
3. 함수 $f(x) = x^3 + 2x + 7$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

$$f'(x) = 3x^2 + 2$$

$$f'(1) = 5$$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & (x < 2) \\ x^2 - ax + 3 & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$\begin{aligned} 4 - 2a + 3 &= 1 \\ 2a &= 6 \\ a &= 3 \end{aligned}$$

6. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 인 θ 에 대하여 $\sin\theta = \frac{4}{5}$ 일 때,

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) - \cos(\pi + \theta)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{9}{10}$ ② 1 ③ $\frac{11}{10}$ ④ $\frac{6}{5}$ ⑤ $\frac{13}{10}$

$$\begin{aligned} \cos\theta - (-\cos\theta) \\ = 2\cos\theta = \frac{6}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{1 - \sin^2\theta} \\ = \sqrt{\frac{9}{25}} = \cos\theta \end{aligned}$$

7. 첫째항이 $\frac{1}{2}$ 인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1 & (a_n < 0) \\ -2a_n + 1 & (a_n \geq 0) \end{cases}$$

일 때, $a_{10} + a_{20}$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

$$\begin{aligned} a_2 &= 0 \\ a_3 &= 1 \\ a_4 &= -1 \\ a_5 &= 0 \\ &\vdots \\ a_{10} &= -1 \\ a_{20} &= 0 \end{aligned}$$

8. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 2, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 3$$

을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 11
- ② 12
- ③ 13
- ✓ ④ 14
- ⑤ 15

$$f(x) = 2(x-1)(x-\alpha)$$

$$f'(1) = 2(1-\alpha) = 3$$

$$\alpha = -\frac{1}{2}$$

$$f(3) = 2(3-1)(3+\frac{1}{2})$$

$$= 4 \times \frac{7}{2} = 14$$

9. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$\int_0^1 f'(x) dx = \int_0^2 f'(x) dx = 0$$

을 만족시킬 때, $f'(1)$ 의 값은? [4점]

- ① -4
- ② -3
- ③ -2
- ✓ ④ -1
- ⑤ 0

$$f(1) = f(0) = f(2)$$

$$f(x) = x(x-1)(x-2) + C$$

$$f'(1) = 1 \times (1-2) = -1$$

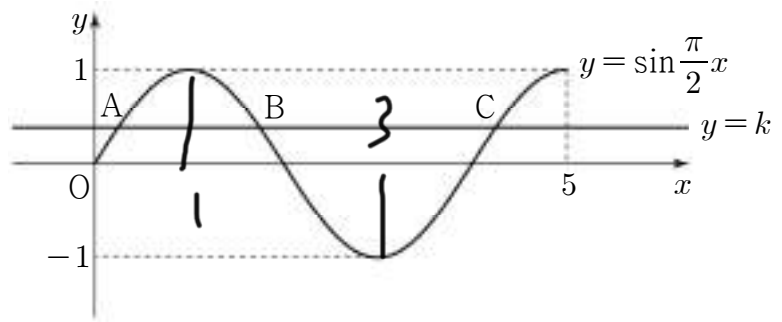
10. 곡선 $y = \sin \frac{\pi}{2} x$ ($0 \leq x \leq 5$) 가 직선 $y = k$ ($0 < k < 1$) 과

만나는 서로 다른 세 점을 y 축에서 가까운 순서대로

A, B, C 라 하자. 세 점 A, B, C 의 x 좌표의 합이 $\frac{25}{4}$ 일 때,

선분 AB 의 길이는? [4점]

- ① $\frac{5}{4}$
- ② $\frac{11}{8}$
- ✓ ③ $\frac{3}{2}$
- ④ $\frac{13}{8}$
- ⑤ $\frac{7}{4}$



$$A(a, k) \quad B(b, k) \quad (c, k)$$

$$(a+b) + (b+c) = 2+b = 8$$

$$a+b+c = 8 - b = \frac{25}{4}$$

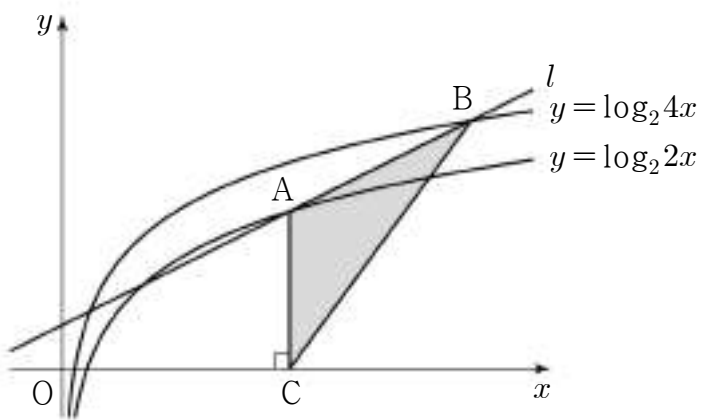
$$b = \frac{7}{4}$$

$$b - a = b - (2 - b) = 2b - 2$$

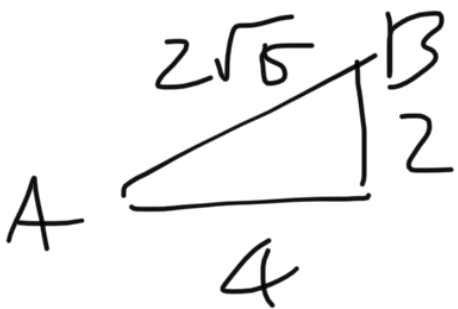
$$= \frac{3}{2}$$

11. 기울기가 $\frac{1}{2}$ 인 직선 l 이 곡선 $y = \log_2 2x$ 와 서로 다른 두 점에서 만날 때, 만나는 두 점 중 x 좌표가 큰 점을 A라 하고, 직선 l 이 곡선 $y = \log_2 4x$ 와 만나는 두 점 중 x 좌표가 큰 점을 B라 하자. $\overline{AB} = 2\sqrt{5}$ 일 때, 점 A에서 x 축에 내린 수선의 발 C에 대하여 삼각형 ACB의 넓이는? [4점]

- ① 5 ② $\frac{21}{4}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{23}{4}$ ⑤ 6



$A(a, \log_2 2a)$



$B(a+4, \log_2 2a+2)$

$\log_2 4(a+4) = \log_2 2a + 2$

$\log_2 \frac{2(a+4)}{a} = 2$

$\frac{2(a+4)}{a} = 4 \quad 2a = 8 \quad a = 4$

$\Delta ABC = \frac{1}{2} \times \log_2 2a \times 4 = 2 \times 3 = 6$

12. 첫째항이 2인 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{3S_k}{k+2} = S_n$$

이 성립할 때, a_{10} 의 값을 구하는 과정이다.

$n \geq 2$ 인 모든 자연수 n 에 대하여

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= \sum_{k=1}^n \frac{3S_k}{k+2} - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{3S_k}{k+2} = \frac{3S_n}{n+2} \end{aligned}$$

이므로 $3S_n = (n+2) \times a_n \quad (n \geq 2)$

이다.

$S_1 = a_1$ 에서 $3S_1 = 3a_1$ 이므로

$3S_n = (n+2) \times a_n \quad (n \geq 1)$

이다.

$$\begin{aligned} 3a_n &= 3(S_n - S_{n-1}) \quad n+1 \\ &= (n+2) \times a_n - ((가)) \times a_{n-1} \quad (n \geq 2) \end{aligned}$$

$$\frac{a_n}{a_{n-1}} = ((나)) \quad (n \geq 2)$$

따라서

$$\begin{aligned} a_{10} &= a_1 \times \frac{a_2}{a_1} \times \frac{a_3}{a_2} \times \frac{a_4}{a_3} \times \dots \times \frac{a_9}{a_8} \times \frac{a_{10}}{a_9} \\ &= ((다)) \end{aligned}$$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 하고, (다)에 알맞은 수를 p 라 할 때, $\frac{f(p)}{g(p)}$ 의 값은? [4점]

- ① 109 ② 112 ③ 115 ④ 118 ⑤ 121

$(n-1)a_n = (n+1)a_{n-1}$

$\frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{n+1}{n-1} = g(n)$

$2 \times \frac{3}{1} \times \frac{4}{2} \times \dots \times \frac{11}{9}$

$= 2 \times \frac{10 \times 11}{1 \times 2} = 110$

$111 \div \frac{111}{109} = 109$

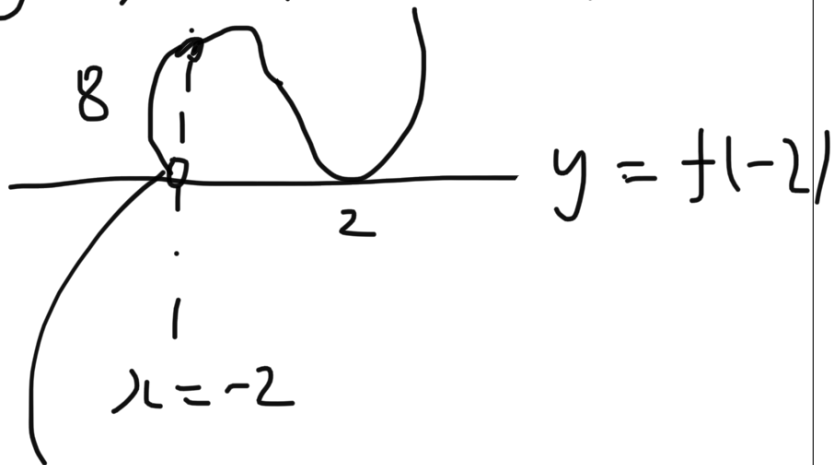
13. 최고차항의 계수가 1 이고 $f(0)=\frac{1}{2}$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < -2) \\ f(x)+8 & (x \geq -2) \end{cases}$$

라 하자. 방정식 $g(x)=f(-2)$ 의 실근이 2 뿐일 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값은? [4점]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

$$g(2) = f(2) + 8 = f(-2)$$



$$f(x)+8 = |x-2|^2(x-\alpha) + f(-2)$$

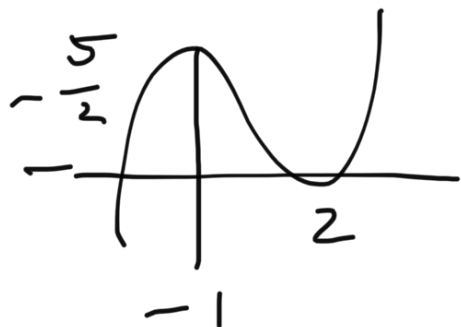
$$f(-2)+8 = 16(-2-\alpha) + f(-2)$$

$$-16(2+\alpha) = 8 \quad 2+\alpha = -\frac{1}{2}$$

$$\alpha = -\frac{5}{2}$$

$$f(0)+8 = 4 \times \frac{5}{2} + f(-2)$$

$$f(-2) = \frac{17}{2} - 10 = -\frac{3}{2}$$



$$f(-1)+8 = 9 \times \frac{3}{2} - \frac{3}{2} = 12$$

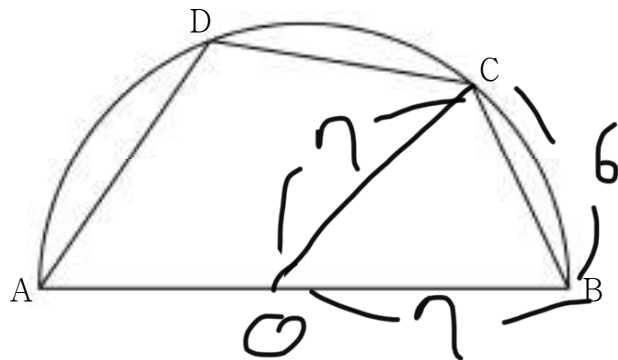
$$f(-1) = 4$$

14. 길이가 14인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 C를 $\overline{BC}=6$ 이 되도록 잡는다. 점 D가 호 AC 위의 점일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, 점 D는 점 A와 점 C가 아닌 점이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $\sin(\angle CBA) = \frac{2\sqrt{10}}{7}$
 ㄴ. $\overline{CD}=7$ 일 때, $\overline{AD} = -3 + 2\sqrt{30}$
 ㄷ. 사각형 ABCD의 넓이의 최댓값은 $20\sqrt{10}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



15. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

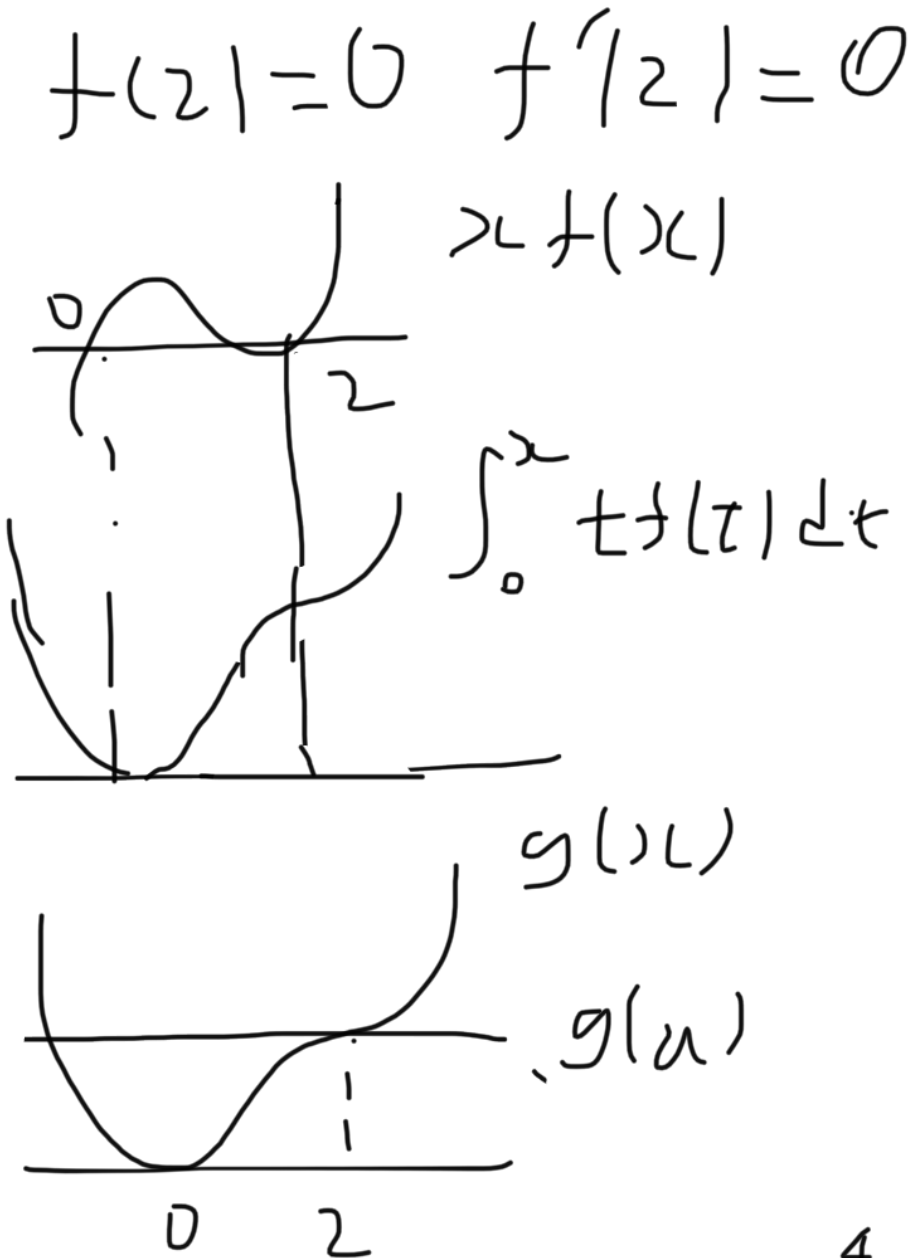
$$g(x) = \begin{cases} f(x+2) & (x < 0) \\ \int_0^x tf(t)dt & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능하다. 실수 a 에 대하여 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = |g(x) - g(a)|$$

라 할 때, 함수 $h(x)$ 가 $x=k$ 에서 미분가능하지 않은 실수 k 의 개수가 1이 되도록 하는 모든 a 의 값의 곱은? [4점]

- ① $-\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ② $-\frac{7\sqrt{3}}{6}$ ③ $-\sqrt{3}$
- ④ $-\frac{5\sqrt{3}}{6}$ ⑤ $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$



$$g(2) = \int_0^2 x(1-x)^2 dx = \frac{2^4}{12} = \frac{4}{3}$$

$$x^2 = \frac{4}{3} \quad x = -\sqrt{\frac{4}{3}} = -\frac{2}{\sqrt{3}} = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

단답형

16. $\log_3 7 \times \log_7 9$ 의 값을 구하시오. [3점]

2

$$\log_3 9 = 2$$

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 6x^2 - 2x - 1$ 이고 $f(1) = 3$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

13

$$\int_1^2 f'(x) dx = f(2) - 3$$

$$[2x^3 - x^2 - x]_1^2$$

$$= (16 - 4 - 2) - (2 - 1 - 1)$$

$$= 10 = f(2) - 3$$

$$\therefore f(2) = 13$$

18. 시각 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 3t^2 + 6t - a$$

이다. 시각 $t=3$ 에서의 점 P의 위치가 6일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점] 16

$$\int_0^3 (3t^2 + 6t - a) dt = 6$$

$$\left[t^3 + 3t^2 - at \right]_0^3 = 27 + 27 - 3a = 6$$

$$3a = 48 \quad a = 16$$

19. $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여 $2n^2 - 9n$ 의 n 제곱근 중에서 실수인 것의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $f(3) + f(4) + f(5) + f(6)$ 의 값을 구하시오. [3점] 4

$$n(2n - 9)$$

$$n = 3 : f(3) = 1$$

$$n = 4 : f(4) = 0$$

$$n = 5 : f(5) = 1$$

$$n = 6 : f(6) = 2$$

20. 최고차항의 계수가 3인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

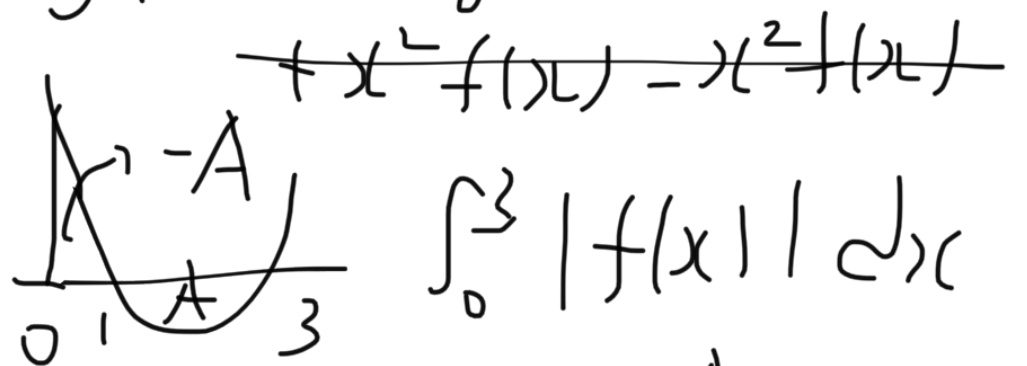
$$g(x) = x^2 \int_0^x f(t) dt - \int_0^x t^2 f(t) dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 극값을 갖지 않는다.
- (나) 방정식 $g'(x) = 0$ 의 모든 실근은 0, 3이다.

$\int_0^3 |f(x)| dx$ 의 값을 구하시오. [4점] 4

$$g'(x) = 2x \int_0^x f(t) dt$$



$$A < 0 \quad \int_0^3 |f(x)| dx = -2A$$

$$-A = \frac{3 \times 2^3}{6} = 4$$

$$-2A = 8$$

21. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} \text{(가)} \quad & \sum_{k=1}^{2n} a_k = 17n \\ \text{(나)} \quad & |a_{n+1} - a_n| = 2n - 1 \end{aligned}$$

$a_2 = 9$ 일 때, $\sum_{n=1}^{10} a_{2n}$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 &= 17 \quad a_1 = 8 \\ a_3 + a_4 &= 17 \\ |a_4 - a_3| &= 5 \\ (a_3, a_4) &= (11, 6), (6, 11) \\ |a_3 - a_2| &= 3 \quad a_3 = 6 \\ a_5 + a_6 &= 17 \\ |a_6 - a_5| &= 9 \\ (a_5, a_6) &= (13, 4), (4, 13) \\ |a_5 - a_4| &= 7 \quad a_5 = 4 \end{aligned}$$

22. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(0, 0)$ 에서의 접선의 방정식을 $y = g(x)$ 라 할 때, 함수 $h(x)$ 를

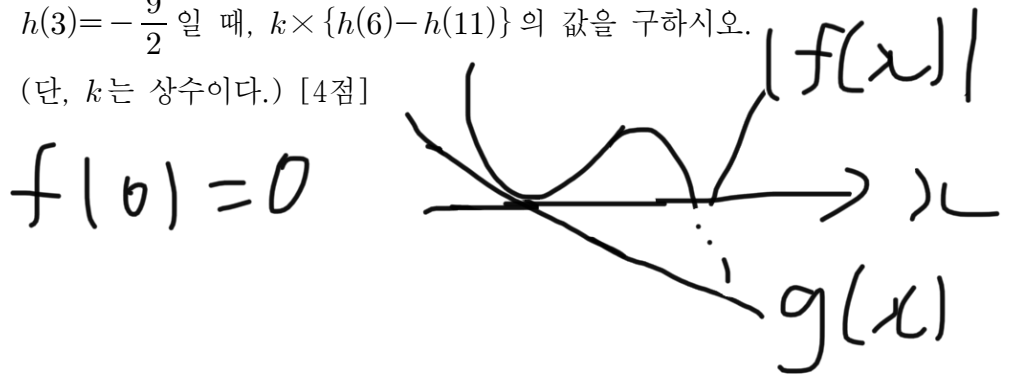
$$h(x) = |f(x)| + g(x)$$

라 하자. 함수 $h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} \text{(가)} \quad & \text{곡선 } y = h(x) \text{ 위의 점 } (k, 0) \text{ } (k \neq 0) \text{ 에서의} \\ & \text{접선의 방정식은 } y = 0 \text{ 이다.} \\ \text{(나)} \quad & \text{방정식 } h(x) = 0 \text{ 의 실근 중에서 가장 큰 값은 } 12 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

$h(3) = -\frac{9}{2}$ 일 때, $k \times \{h(6) - h(11)\}$ 의 값을 구하시오.

(단, k 는 상수이다.) [4점]



* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.