

2023학년도 6월 대비 MC THE MATH 모의고사

# 수학 영역

성명

수험번호     -

- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
  - 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.
- 하나 내 마음 만큼은 살찌**
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
  - 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
  - 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고 하시오. 배점은 2점, 3점, 또는 4점입니다.
  - 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 공통 과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.

- **공통과목** ..... 1~8 쪽
- **선택과목**
  - 학물과 통계 ..... 9~12 쪽
  - 미적분 ..... 13~16 쪽
  - 기하 ..... 17~20 쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

## 출제자

### 정다움

- 현) 메가스터디 러셀 (강남)
- 현) 이강학원
- 현) 땡수학 연구실
- 개념원리 인강 (imath.tv)

### 양민석

- 고려대학교 사범대학
- iBex Forge 저자 (<https://ibexforge.kr>) (저서 '파블로프 모의고사', 'EBEX 수학')
- 네이버 카페 '파블로프의 수학 공방' 운영
- 현) 땡수학 연구실

### 김서천

- 고려대학교 수학교육과
- 현) 땡수학 연구실

## 출제 범위 - 2023학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 범위

공통과목 : 수학 I, 수학 II 전 범위

선택과목 : 확률과 통계 - II. 확률 / 미적분 - II. 미분법

위 시험지는 수험생들이 '2023학년도 고3 평가원 6월 모의평가 수학 영역'을 준비하는데 있어 도움을 주고자 제작되었습니다.  
모든 문항의 저작권은 '땡수학 연구실'에 있으며 연구실의 허락 없이 문항을 상업적으로 이용하는 행위,  
문항을 수정하거나 편집하여 2차 창작물로 만드는 행위 등을 금합니다.

문항의 이용을 원하시거나 모의고사 출제 관련 문의사항이 있으신 경우  
[math\\_dding@hanmail.net](mailto:math_dding@hanmail.net) 로 연락주시기 바랍니다.

제 2 교시

수학 영역

ΣΣ! 수학 연구실

5지선다형

1.  $2^{-\frac{3}{4}} \times \sqrt{2}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{2}$     ②  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     ③ 1    ④  $\sqrt{2}$     ⑤ 2

2. 함수  $f(x)=2x^3+x+4$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 1    ② 3    ③ 5    ④ 7    ⑤ 9

3. 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_4 > 0, \frac{a_5}{a_3} = 2, a_2 a_6 = 1$$

일 때,  $a_8$ 의 값은? [3점]

- ① 1    ② 2    ③ 4    ④ 8    ⑤ 16

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + a & (x \leq 2) \\ 2x - a & (x > 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때,  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) + f(3)$ 의 값은?

(단,  $a$ 는 상수이다.) [3점]

- ① 0    ② 1    ③ 2    ④ 3    ⑤ 4

5.  $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인  $\theta$ 에 대하여  $\frac{1 + \sin\theta}{\cos\theta} \times \tan\theta = \frac{1}{2}$  일 때,

$\tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ①  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$     ②  $-\frac{\sqrt{2}}{4}$     ③ 0    ④  $\frac{\sqrt{2}}{4}$     ⑤  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

6. 다항함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$xf(x) = \int_1^x f(t) dt + x^3 - 1$$

을 만족시킨다.  $f(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 10    ②  $\frac{21}{2}$     ③ 11    ④  $\frac{23}{2}$     ⑤ 12

7. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1}a_n = 3n + 1$$

을 만족시킬 때,  $\frac{a_5}{a_3} + \frac{a_{10}}{a_8}$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{121}{50}$     ②  $\frac{123}{50}$     ③  $\frac{5}{2}$     ④  $\frac{127}{50}$     ⑤  $\frac{129}{50}$

8. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간  $t (t \geq 0)$ 에서의 속도  $v(t)$ 가

$$v(t) = 3t^2 - 6t$$

이다, 시간  $t=0$ 에서  $t=k (k > 0)$ 까지 점 P가 움직인 거리가 8일 때, 시간  $t=2k$ 에서의 점 P의 가속도는? (단,  $k$ 는 상수이다.) [3점]

- ① 12      ② 18      ③ 24      ④ 30      ⑤ 36

9. 최고차항의 계수가 1인 이차함수  $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $g(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$f(x) = (x-1)g(x)$$

를 만족시킨다.  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-g(x)}{x-a}$ 의 값이 존재하도록 하는 실수  $a$ 의 개수가 1일 때,  $f(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

10. 두 양수  $a, b$ 와  $x \geq 0$ 에서 정의된 함수  $f(x) = \cos ax + b$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $ab$ 의 최솟값은? [4점]

- (가)  $f(0) = f(\pi) + 1$   
 (나) 방정식  $f(x) = 0$ 의 실근을 작은 것부터 크기순으로 나열한 것을  $x_1, x_2, \dots$  이라 할 때,  
 $x_3 - x_2 = 2(x_2 - x_1)$ 이다.

- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{3}{4}$       ④ 1      ⑤  $\frac{5}{4}$

11. 함수  $f(x) = 2^{ax+b}$ 과 함수  $f(x)$ 의 역함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

두 곡선  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ 는 서로 다른 두 점 A, B에서 만나고, 중심이 A이고 반지름의 길이가  $\overline{AB}$ 인 원은 원점을 지난다.

$g(3) = 0$ 일 때,  $2^{ab}$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [4점]

- ①  $3^{\frac{1}{6}}$     ②  $3^{\frac{1}{5}}$     ③  $3^{\frac{1}{4}}$     ④  $3^{\frac{1}{3}}$     ⑤  $3^{\frac{1}{2}}$

12. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여  $x$ 에 대한 방정식

$$f(x) = x + t$$

의 서로 다른 실근의 개수를  $g(t)$ 라 하자. 어떤 양수  $a$ 가

$$\{a, -a\} = \{t \mid g(t) = 2\} \subset \{x \mid f(x) = 0\}$$

를 만족시킬 때,  $f'(2a)$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{9}{2}$     ② 5    ③  $\frac{11}{2}$     ④ 6    ⑤  $\frac{13}{2}$

13.  $\angle A = \frac{\pi}{2}$ ,  $\overline{AC} = 3$ 인 직각삼각형 ABC에 대하여 두 선분 AB, BC의 2:1 내분점을 각각 M, N이라 하자. 두 양수  $a, b$ 에 대하여  $\overline{BM} = a$ ,  $\overline{CN} = b$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ.  $(b-a)(b+a) = 1$   
 ㄴ.  $\tan(\angle BMN) = -\frac{2}{a}$   
 ㄷ.  $\cos(\angle BNM) = \frac{3\sqrt{10}}{10}$  일 때, 가능한 모든  $a$ 의 값의 합은 3이다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 삼차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식  $f(x) = 1$ 은 서로 다른 두 실근을 가진다.  
 (나) 함수  $|f(x)f(x-a)|$ 가  $x=0$ 에서만 미분가능하지 않도록 하는 양수  $a$ 가 존재한다.

$f'(1) = 0$ 일 때,  $f(2)$ 의 최댓값은? [4점]

- ①  $\frac{9}{2}$                       ②  $\frac{27}{5}$                       ③  $\frac{27}{4}$                       ④ 9                      ⑤  $\frac{27}{2}$

15. 모든 항이 자연수인 수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $a_1 = 8, a_{10} = 1$

(나) 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$(a_{n+1} - a_n - 1)(a_{n+1} - |a_n - 3|) \leq 0$$

이다.

$|a_{m+1} - a_m| \neq 1$ 을 만족시키는 자연수  $m$ 의 최솟값이 7일 때,

$\sum_{k=1}^{12} a_k$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 82      ② 84      ③ 86      ④ 88      ⑤ 90

단답형

16.  $\log_3 36 - \frac{2}{\log_2 3}$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수  $f(x)$ 에 대하여  $f'(x) = 6x^2 + 4x - 2$ 이고, 함수  $f(x)$ 의 극댓값이 1일 때,  $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} (a_k)^2 = 3, \quad \sum_{k=1}^{10} (a_k - 2)^2 = 4$$

일 때,  $\sum_{k=1}^{10} \left(2a_k + \frac{1}{4}\right)$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 함수  $f(x) = x(x-a)(x-2a)$  ( $a > 0$ )가

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a-h) - f(a+h)}{h} = a \times f'(2)$$

를 만족시킬 때,  $f(3)$ 의 최댓값을 구하시오. [3점]

20. 일차함수  $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1인 사차함수  $g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow n} \frac{g(x)}{(x-n)f(x)} = n^2 - n - 2 \quad (n = 0, 1, 2)$$

를 만족시킨다.  $f(2) + g(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

21.  $0 < a < 1$ 인 실수  $a$ 에 대하여 두 곡선

$$y = a^x - 2, \quad y = \log_a 2x$$

가 점 A에서 만난다. 두 점 B(2, 0), C(0, -2)에 대하여 두 삼각형 OAB, OAC의 외접원의 넓이가 서로 같을 때,  $100a^2$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고  $\overline{AB} \neq \overline{AC}$ 이다.) [4점]

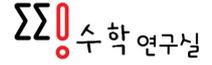
22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $g(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$|x-a|f(x) = (x^2-ax) \int_a^x g(t)dt$$

를 만족시킨다. 방정식  $f(x) = g(x)$ 가 서로 다른 세 실근을 가질 때,  $f(1) + g(1)$ 의 값을 구하시오. (단,  $a$ 는 상수이다.) [4점]

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)



5지선다형

23.  $\left(\frac{x}{2} + \frac{1}{x}\right)^6$ 의 전개식에서  $x^2$ 의 계수는? [2점]

- ①  $\frac{3}{4}$     ②  $\frac{7}{8}$     ③  $\frac{15}{16}$     ④  $\frac{31}{32}$     ⑤  $\frac{63}{64}$

24. 주사위 1개와 동전 2개를 동시에 던질 때, 나오는 주사위의 눈의 수가 앞면이 나오는 동전의 개수보다 클 확률은? [3점]

- ①  $\frac{7}{12}$     ②  $\frac{2}{3}$     ③  $\frac{3}{4}$     ④  $\frac{5}{6}$     ⑤  $\frac{11}{12}$

## 2

## 수학 영역(확률과 통계)

25. 서로 독립인 두 사건  $A, B$ 에 대하여

$$P(A^c \cup B) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{3}$$

일 때,  $P(B-A)$ 의 값은? (단,  $A^c$ 은  $A$ 의 여사건이다.) [3점]

- ①  $\frac{1}{24}$     ②  $\frac{1}{12}$     ③  $\frac{1}{8}$     ④  $\frac{1}{6}$     ⑤  $\frac{5}{24}$

26. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 함수  $f: X \rightarrow X$ 의 개수는? [3점]

(가)  $f(1)+f(2), f(3)+f(4)$ 는 5의 배수이다.

(나)  $f(1) \leq f(3) \leq f(5)$

- ① 35    ② 40    ③ 45    ④ 50    ⑤ 55

27. 숫자 1이 적힌 카드가 4장, 숫자 2, 3이 적힌 카드가 각각 2장 있다. 4장의 카드를 선택하여 큰 수부터 차례로 일렬로 나열하여 만든 네 자리 수를  $A$ , 선택하지 않은 4장의 카드를 큰 수부터 차례로 나열하여 만든 네 자리 수를  $B$ 라고 할 때,  $A < B$ 일 확률은? [3점]

- ①  $\frac{3}{14}$       ②  $\frac{17}{70}$       ③  $\frac{19}{70}$       ④  $\frac{3}{10}$       ⑤  $\frac{23}{70}$

28. 남학생 4명과 A, B를 포함한 여학생 3명이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때, 두 여학생 A, B의 양옆에는 각각 남학생과 여학생이 한 명씩 이웃할 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

- ① 180      ② 186      ③ 192      ④ 198      ⑤ 204

## 단답형

29. 주머니 A에는 숫자 1과 2가 적힌 공이 각각 2개, 3이 적힌 공이 1개가 들어 있고, 주머니 B에는 숫자 3, 4, 5, 6이 적힌 공이 각각 1개가 들어 있다. 두 주머니 A, B에서 각각 임의로 2개의 공을 꺼내었을 때, 공에 적힌 네 수를  $a, b, c, d$  ( $a \leq b \leq c \leq d$ )라 하자.  $bc$ 가 6의 배수일 때,  $a+d$ 가 3의 배수일 확률이  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, 같은 숫자가 적힌 공은 서로 구별하지 않는다.) [4점]

30. 빨간색 카드 6장, 파란색 카드 4장, 노란색 카드 2장이 있다. 이 12장의 카드를 세 명의 학생에게 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. [4점]

- (가) 각 학생이 받는 카드의 색의 종류는 두 가지이다.  
 (나) 각 학생이 받는 카드의 수는 5 이하이다.  
 (다) 노란색 카드를 받는 학생은 받는 다른 색의 카드보다 노란색 카드를 더 적게 받는다.

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

## 5지선다형

23.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \times 4^n + 3^n}{4^{n-1} + 3}$  의 값은? [2점]

- ① 4      ② 6      ③ 8      ④ 10      ⑤ 12

24. 매개변수  $t$ 로 나타내어진 곡선

$$x = \ln(e^t + 1), y = \frac{e^t}{e^t + 1}$$

에서  $t = \ln 3$ 일 때,  $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{3}{4}$       ④ 1      ⑤  $\frac{5}{4}$

# 2

## 수학 영역(미적분)

25. 두 직선  $y = ax + 1$ ,  $y = (a+2)x - 2$ 가 이루는 예각의 크기를

$\theta$ 라 할 때,  $\sin \theta = \frac{\sqrt{5}}{5}$ 이다. 가능한 모든 실수  $a$ 의 값의 곱은?

[3점]

- ① -9      ② -7      ③ -5      ④ -3      ⑤ -1

26. 두 함수

$$f(x) = (x+1)e^{-x}, \quad g(x) = e^{-x} + k$$

에 대하여 방정식  $f(x) = g(x)$ 의 서로 다른 실근의 개수가 1일 때,  $k$ 의 값은? [3점]

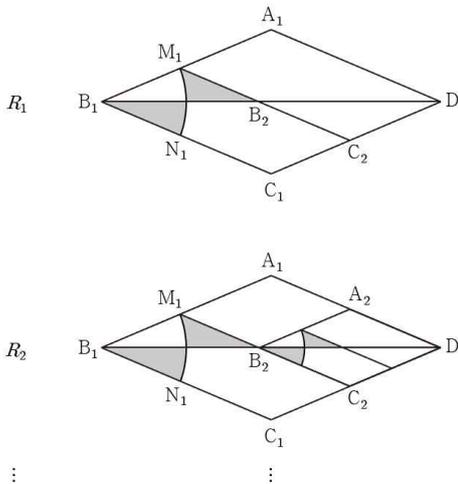
- ①  $\frac{1}{e^2}$       ②  $\frac{1}{e}$       ③ 1      ④  $e$       ⑤  $e^2$

27. 그림과 같이  $\overline{A_1B_1}=5$ ,  $\overline{A_1C_1}=4$ 인 마름모  $A_1B_1C_1D$ 가 있다.

선분  $A_1B_1$ 을 3 : 2로 내분하는 점을  $M_1$ 이라 하고, 점  $B_1$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가  $\overline{B_1M_1}$ 인 원이 선분  $B_1C_1$ 과 만나는 점을  $N_1$ 이라 하자. 점  $M_1$ 을 지나고 선분  $A_1D$ 에 평행한 직선이 두 선분  $B_1D$ ,  $C_1D$ 와 만나는 점을 각각  $B_2$ ,  $C_2$ 라 할 때, 두 선분  $B_1N_1$ ,  $M_1B_2$ 와 호  $M_1N_1$ 으로 둘러싸인  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에 점  $B_2$ 를 지나고 선분  $A_1B_1$ 과 평행한 직선이 선분  $A_1D$ 와 만나는 점을  $A_2$ 라 하자. 마름모  $A_2B_2C_2D$ 에 그림  $R_1$ 을 얻은 것과 같은 방법으로  모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ①  $\frac{19\sqrt{21}}{50}$    ②  $\frac{11\sqrt{21}}{25}$    ③  $\frac{\sqrt{21}}{2}$    ④  $\frac{14\sqrt{21}}{25}$    ⑤  $\frac{31\sqrt{21}}{50}$

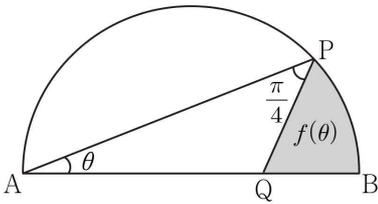
28. 삼차함수  $f(x) = \pi x(x^2 - n)$ 에 대하여 함수

$g(x) = \cos\{f(x) - \pi x\}$ 의 서로 다른 극값의 개수가 3이 되도록 하는 30 이하의 모든 자연수  $n$ 의 값의 개수는? [4점]

- ① 19   ② 21   ③ 23   ④ 25   ⑤ 27

단답형

29. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 위에  $\angle PAB = \theta$ 인 점 P가 있다. 선분 AB 위의 점 Q를  $\angle APQ = \frac{\pi}{4}$ 가 되도록 잡는다. 두 선분 BQ, PQ와 호 BP로 둘러싸인 부분의 넓이를  $f(\theta)$ 라 하자.  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)}{\theta^2}$ 의 값을 구하시오. (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ 이다.) [4점]



30. 양의 실수  $t$ 에 대하여 두 곡선  $y = \ln(x^3 - tx^2 + 2t)$ ,  $y = t + \ln x$ 가 만나는 두 점 중  $x$ 좌표가 큰 점의 좌표를  $(f(t), t + \ln f(t))$ ,  $x$ 좌표가 작은 점의 좌표를  $(g(t), t + \ln g(t))$ 라 하자.  $\frac{1}{f'(\ln 2)} + g(\ln 2) = k$ 일 때,  $k^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

\* 확인 사항  
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.