

수학 영역

6월 모의평가 대비 2회

정답

공통과목									
1	⑤	2	①	3	④	4	③	5	①
6	③	7	②	8	③	9	⑤	10	④
11	①	12	⑤	13	②	14	④	15	②
16	6	17	2	18	7	19	108	20	24
21	30	22	24						
미적분									
23	④	24	④	25	①	26	③	27	⑤
28	②	29	8	30	111				

1. 정답 : ⑤

생략

2. 정답 : ①

생략

3. 정답 : ④

생략

4. 정답 : ③

5. 정답 : ①

생략

6. 정답 : ③

생략

7. 정답 : ②

곡선 $y=2^x$ 과 직선 $y=-x+n$ 을 그린뒤 직선 $x=1$ 과 $x=3$ 을 그려 관찰하여 알 수 있다.

8. 정답 : ③

$t = \frac{a}{2}$ 에서 $v(t)$ 의 부호가 변한다. $\left| \int_0^{\frac{a}{2}} v(t) dt \right| = \frac{8}{3}$ 이므로

$$\left| \left[\frac{2}{3}t^3 - \frac{a}{2}t^2 \right]_0^{\frac{a}{2}} \right| = \left| -\frac{a^3}{24} \right|$$

$$= \frac{8}{3}$$

을 만족시키는 양수 a 는 4이다.

9. 정답 : ⑤

$\sum_{k=1}^n \frac{4k-3}{a_k} = 2n^2 + 7n - 7$ 에서 $n=1$ 을 대입하여, $a_1 = \frac{1}{2}$ 이고,

n 대신 $(n-1)$ 을 대입하여 빼, $\frac{4n-3}{a_n} = 4n+5$ ($n \geq 2$) 을 얻는다.

$n=3$ 을 대입하여 $a_3 = \frac{9}{17}$ 을 얻는다.

10. 정답 : ④

$\int_0^1 g(t) dt = k$, $\int_0^1 tf(t) dt = s$ 라 하면,

$f(x) = 2x^2 + kx$, $g(x) = 4x^3 + s$ 이고,

$$\int_0^1 g(t) dt = \int_0^1 4t^3 + s dt$$

$$= 1 + s = k$$

$$\int_0^1 tf(t) dt = \int_0^1 2x^3 + kx^2 dx$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{k}{3} = s$$

두 관계식을 연립하여, $k = \frac{9}{4}$, $s = \frac{5}{4}$ 를 얻는다.

$$f(1) + g(1) = 6 + k + s$$

$$= \frac{19}{2}$$

11. 정답 : ①

직선 l, m 은 점 $P\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ 를 지나고

곡선 $y = \tan(\pi x)$ 또한 점 $P\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ 에 대하여 대칭이므로

점 A, D 는 점 $P\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ 에 대하여 대칭관계이다.

두 점 A, D 의 x 좌표의 차가 $\frac{3}{2}$ 이므로

점 A, D 의 x 좌표를 각각 $-\frac{1}{4}, \frac{5}{4}$ 이다.

$y = \tan(\pi x)$ 에 대입하면 y 좌표가 각각 $-1, 1$ 이므로

사각형 ABDC가 선분 AC가 x 축에 평행인 평행사변형을 이룰 때,

점 A, B, C, D 의 좌표는

$A\left(-\frac{1}{4}, -1\right)$, $B\left(\frac{1}{4}, 1\right)$, $C\left(\frac{3}{4}, -1\right)$, $D\left(\frac{5}{4}, 1\right)$ 이고, 직선 l, m 의

기울기는 $\frac{4}{3}$ 와 -4 이다.

12. 정답 : ⑤

함수 $g(x)$ 가 $x=1$ 에서 미분가능하려면 $f(1)=0$ 이어야 한다.
 $f(x)=(x-1)Q(x)$ 라 하자. $g'(4)=0$ 에 대하여
 $x > 1$ 에서 $g(x)=(x-1)^2Q(x)$ 라 할 수 있는데
 $g(x)=0$ 의 실근이 2개 이려면
 $Q(x)=0$ 의 실근이 1이 아닌 증근을 갖거나
 $x=1$ 을 증근이 아닌 근으로 갖게 되면 된다.

개형을 그려보며 추론하면 가능한 $g(x)$ 의 함수식으로
 $g(x)=(x-1)^2(x-7)^2$, $g(x)=(x-1)^2(x-4)^2$
 $g(x)=(x-1)^3(x-5)$ 를 얻는다.

13. 정답 : ②

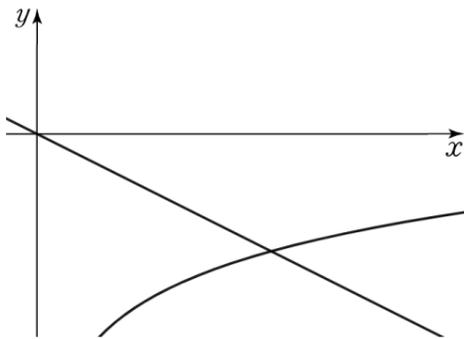
[Algorithm. 지수로그 부등식의 핵심]

$\log_a x_1 \leq \log_a x_2$, $a^{x_1} \leq a^{x_2}$ 와 같은 지수/로그 함수의
 치역간의 비교를 $x_1 \leq x_2$ 와 같은 정의역의 비교로 등치시켜서
 해석할 수 있다. (단, $a > 1$ 인 상수)

(1)의 부등식을 살펴보고 알고리즘을 적용하자.

$$\begin{aligned} f\left(\frac{f^{-1}(x)-x}{3}\right) \geq x &\Rightarrow f\left(\frac{f^{-1}(x)-x}{3}\right) \geq f(f^{-1}(x)) \\ \Rightarrow \frac{f^{-1}(x)-x}{3} &\geq f^{-1}(x) \quad (\text{밑수가 1보다 크기 때문}) \\ \Rightarrow -\frac{x}{2} &\geq f^{-1}(x) \\ \Rightarrow -\frac{x}{2} &\geq \log_2 x - k \end{aligned}$$

여기서부터 그래프를 통해 접근할 수 있다.



(2)의 조건을 만족시키기 위해서는 $x=16$ 일 때
 부등식이 성립해야 한다. k 값을 증가시키면서 $x=16$ 이
 어느 시점에 $-\frac{x}{2} \geq \log_2 x - k$ 를 만족하기 시작하는지를
 관찰하자. $-\frac{x}{2} = \log_2 x - k$ 를 만족하는 순간이다.
 k 의 최솟값은 12이다.

한편 $-\frac{x}{2} \geq f^{-1}(x)$ 에서 $x=f(t)$ 를 대입하여
 $-\frac{x}{2} \geq f^{-1}(x) \Rightarrow f(t) \leq -2t$ 로 관찰하는 것도 방법이다.

14. 정답 : ④

$\int_n^x f(t)dt = F(x)$ 라 하면,
 $F(x)=(x-n)^kQ(x)$ (단, k 는 4이하의 자연수이고 $Q(n) \neq 0$)

$$\lim_{x \rightarrow n} \frac{(x+n) \int_n^x f(t)dt}{(x-n)^2 f'(x)} = \frac{1}{2} \text{에서}$$

분자 : $(x+n)(x-n)^kQ(x)$ 이므로, 분모에 존재하는 $(x-n)^k$ 가
 곱해진 항에 대하여 알아보자.

분모 : $(x-n)^2 f'(x)$ 이므로

$f'(x)$ 에 존재하는 $(x-n)^{k-2}$ 항에 대하여 알아보자

$$\begin{aligned} F'(x) &= f(x) \\ &= k(x-n)^{k-1}Q(x) + (x-n)^kQ'(x) \text{ 이므로} \end{aligned}$$

$f'(x) = k(k-1)(x-n)^{k-2}Q(x)$ 를 인수로 갖는다.

$$\begin{aligned} \text{그러므로 } \lim_{x \rightarrow n} \frac{(x+n) \int_n^x f(t)dt}{(x-n)^2 f'(x)} &= \lim_{x \rightarrow n} \frac{(x+n)(x-n)^kQ(x)}{k(k-1)(x-n)^kQ(x)} \\ &= \frac{2n}{k(k-1)} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$4n = (k-1)k$ 에서 k 가 4이하의 자연수 임을 이용하여

$n=3, k=4$ 를 얻는다. 따라서

$$\begin{aligned} F(x) &= (x-3)^4 \text{이고, } \int_0^n f(x)dx = -F(0) \\ &= -81 \end{aligned}$$

15. 정답 : ②

a 값이 증가함에 따라 곡선 $y = \sin(a\pi x)$ 는 주기가 짧아지고 그래프의 폭이 줄어든다.

ㄱ. $a = \frac{1}{4}$ 일 때, 곡선 $y = \sin(a\pi x)$ 는 점 B를 지나며 선분 AB와 만나기 시작하며 $a = \frac{1}{2}$ 일 때, 곡선 $y = \sin(a\pi x)$ 는 점 A를 지나며 선분 AB와 만나지만 여기서 아주조금만 a 의 값이 증가하면 선분 AB와 만나지 않게 된다. (참)

ㄴ. 곡선 $y = \sin(a\pi x)$ 는 점 B를 지나며 선분 AB와 만나면 $\lim_{a \rightarrow k^-} f(a) < f(k)$ 를 만족시킨다. $y = \sin(a\pi x)$ 에 $x=2, y=1$ 을

대입하면, $\sin(2a\pi) = 1$ 이다. $2a\pi = 2n\pi + \frac{\pi}{2}$ 이므로

$a = n + \frac{1}{4}$ 이다. (단, n 은 정수) 조건을 만족시키는 8이하의 양수

k 는 $\frac{1}{4}, \frac{5}{4}, \dots, \frac{29}{4}$ 이다. (참)

ㄷ. 곡선 $y = \sin(a\pi x)$ 가

점 A를 지나면, $\lim_{a \rightarrow k^-} f(a) = f(k) > \lim_{a \rightarrow k^+} f(a)$ 이고

점 B를 지나면, $\lim_{a \rightarrow k^-} f(a) < f(k) = \lim_{a \rightarrow k^+} f(a)$ 이므로

$\lim_{a \rightarrow k} f(a) \neq f(k)$ 를 만족시키려면, 곡선 $y = \sin(a\pi x)$ 가 점 A, B를

동시에 지나는 순간이 있어야 한다.

점 A를 지날 경우 $x=1, y=1$ 을 대입하면

$\sin(a\pi) = 1$ 이므로, $a = 2n\pi + \frac{\pi}{2}$ (단, n 은 정수)인데

$y = \sin(a\pi x)$ $x=2$ 를 대입하면, $\sin(2a\pi) = \sin(4n+1)\pi$ 이므로

$y=0$ 을 얻는다. 따라서 곡선 $y = \sin(a\pi x)$ 가

점 A를 지나면 무조건 (2, 0)을 지나므로 점 B를 동시에 지날 수 없다. (거짓)

16. 정답 : 6

생략

17. 정답 : 2

생략

18. 정답 : 7

생략

19. 정답 : 108

생략

20. 정답 : 24

해당 상황은 열린구간 $(1, \infty)$ 에서 $g(x)$ 가 최솟값을 갖기 위한 조건을 물어보고 있다. 최대최소의 정리에 의해 $x \geq 1$ 에서 연속함수 $g(x)$ 는 극솟값 또는 구간의 끝값 $g(1)$ 을 최소로 갖는다.

이를 적용하면 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$ 는 $g(1) \geq 'g(x)$ 의 극솟값'을 만족시키면 열린구간 $(1, \infty)$ 에서 $g(x)$ 가 최솟값을 갖는다고 볼 수 있다.

a 값이 증가함에 따라 극점의 x 좌표는 점점 3에 가까워 지는데 a 가 최대인 순간은 $g(1) = 'g(x)$ 의 극솟값'을 만족시키는 순간임을 예상해 볼 수 있다. 이때는 삼차함수의 비율관계에 의해 $g(x)$ 가 $x=4$ 에서 극소를 갖는 순간이므로, $a=24$ 임을 알 수 있다.

21. 정답 : 30

[Algorithm. $f(x) \times g(x) \geq 0$ 유형]

$\Rightarrow f(x)$ 의 값이 양(+) \rightarrow 음(-) 으로 바뀌는 순간

$g(x)$ 의 값이 양(+) \rightarrow 음(-) 으로 바뀌어야 한다.

$\Rightarrow f(x)$ 가 $x = \alpha, \beta$ 에서 부호가 변한다면 $g(x)$ 도

$x = \alpha, \beta$ 에서 변해야 한다.

이 문제의 경우 (가)에서

i) $(x^n - 256)f(x) \geq 0$ 에서 n 이 홀수일 경우

256의 n 제곱근의 개수가 1개이기 때문에

$(x^n - 256)$ 는 부호가 1곳에서 변한다.

그렇다면 이차함수 $f(x)$ 도 부호가 1곳에서 변해야 하는데

그러한 이차함수는 존재하지 않으므로 모순

ii) $(x^n - 256)f(x) \geq 0$ 에서 n 이 짝수일 경우

$(x^n - 256)$ 는 부호가 $x = 2^{\frac{n}{2}}, -2^{\frac{n}{2}}$ 에서 변한다.

그렇다면 이차함수 $f(x)$ 도 부호가 $x = 2^{\frac{n}{2}}, -2^{\frac{n}{2}}$ 에서

변해야 하므로 $f(x) = (x - 2^{\frac{n}{2}})(x + 2^{\frac{n}{2}})$ 이다.

최솟값은 $f(0) = -2^{\frac{16}{n}}$ 이다.

(나) 조건을 만족시키는 $n = 2, 4, 8, 16$ 이다.

22. 정답 : 24

$f(x) = \sqrt{f(x)g(x)}$ 에서 얻을 수 있는 정보를 정리하자.

(1). $f(x) \geq 0$

(2). $f(x)^2 = f(x)g(x)$ 이므로 $g(x) < 0$ 이면, $f(x) = 0$ 이고, $g(x) \geq 0$ 이면 $f(x) = 0$ 또는 $f(x) = g(x)$ 이다.

$g(x)$ 의 최고차항의 계수가 양수일 경우 (2)에 의해 $x \rightarrow -\infty$ 일 때, $g(x) \rightarrow -\infty$ 이므로 (다) 조건을 만족시킬 수 없다. 그러므로 $g(x)$ 는 최고차항의 계수가 -1 이고, $g(1) = g(-4) = 0$ 이고, $g(x) = 0$ 의 가장 작은 실근은 -4 이다.

(2)에 의해 $f(2) = 0$ 또는 $g(2)$ 이다.

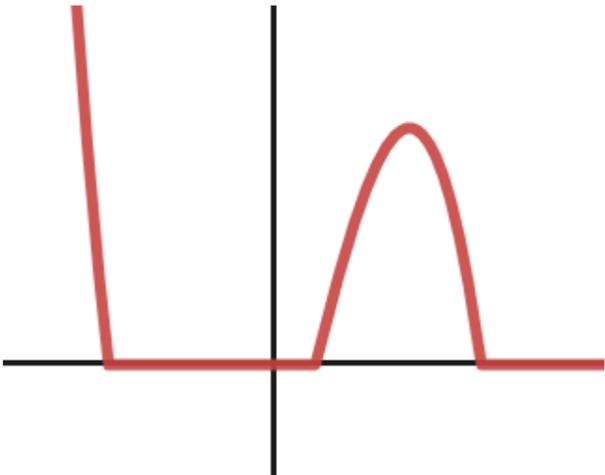
$f(2)$ 의 최댓값은 $g(2) > 0$ 일 경우의 $g(2)$ 이다.

최고차항의 계수가 -1 인 삼차함수 $g(x)$ 에서

$g(2) > 0$ 이려면 $g(x) = 0$ 을 만족시키는 실근 중 2보다 큰 값이 있어야한다. 그 값을 α 라 하자.

$g(x) = -(x+4)(x-1)(x-\alpha)$ 에 대하여

$f(2)$ 의 값이 최대를 갖기 위한 함수 $f(x)$ 의 개형을 그리면 아래와 같다.



직선 $y = g'(-4)(x-t)$ 에 대하여

$h(t)$ 는 $t = -4$ 에서 불연속이 확정적이다. 그 이외의 불연속점이 나오지 않기 위해서는 $1 < t < \alpha$ 에서 직선 $y = g'(-4)(x-t)$ 가 곡선 $y = f(x)$ 와 접하게 되면 안된다.

\Rightarrow 방정식 $g'(-4) = g'(x)$ 의 실근이 $1 < x < \alpha$ 에서 존재하면 안 된다.

$\Rightarrow g(x) = x^3 - (\alpha-3)x^2 - (3\alpha+4)x + 4\alpha$ 이므로

$g'(x) = 3x^2 - 2(\alpha-3)x - (3\alpha+4)$, $g'(-4) = 5\alpha + 20$ 이다.

\Rightarrow 방정식 $3x^2 - 2(\alpha-3)x - 8\alpha - 24 = 0$ 의 실근이 $1 < x < \alpha$ 에서 존재하면 안 된다.

\Rightarrow 방정식 $(x+4)(3x-2\alpha-6) = 0$ 의 실근이 $1 < x < \alpha$ 에서 존재하면 안 된다.

$\Rightarrow \alpha \leq \frac{2\alpha+6}{3}$ 이므로 $\alpha \leq 6$ 을 얻는다.

$g(2) = 6\alpha - 12$ 에 대하여 $\alpha = 6$ 에서 최댓값 24를 갖는다.

별해 로서 $g(x) = -(x+4)(x-1)(x-\alpha)$ 에 대하여 곡선 $y = g(x)$ 가 점 $(1, 0)$ 을 변곡점으로 하는 대칭관계일 때, $\alpha = 6$ 이므로 이것과 그래프의 관찰을 통해 $\alpha \leq 6$ 를 얻을 수도 있다.

미적분

23. 정답 : ④

생략

24. 정답 : ④

생략

25. 정답 : ①

실수 전체의 집합에서 증가하는 미분가능한 함수는 역함수와 교점이 $y=x$ 위에서 형성되는 특징이 있다.

$f(2x)$ 와 $g\left(\frac{x}{2}\right)$ 에 대하여 $x=2$ 에서 $f(4)=g(1)$ 이므로

두 함수의 그래프는 점 $(2, 2)$ 에서 만난다.

$f(4)=g(1)=2$ 를 얻는다.

그러므로 $a=4$ 이다. 한편, $f\left(2g\left(\frac{x}{2}\right)\right)=x$ 의 양변을 미분하면,

$$f'\left(2g\left(\frac{x}{2}\right)\right) \times g'\left(\frac{x}{2}\right) = 1 \text{ 을 얻는다.}$$

$$f'(4)=2 \text{ 이므로 } g'(1)=\frac{1}{2} \text{ 이다.}$$

$$\text{그러므로 } b=\frac{17}{2} \text{ 을 얻는다.}$$

따라서 $ab=34$

26. 정답 : ③

$n=1$ 일 경우

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^x - 1}{x} - \frac{1 - e^{-x}}{x} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^x - 1}{x} - \frac{e^x - 1}{x} \times \frac{1}{e^x} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} \times \frac{1}{e^x} \\ &= 1 - 1 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$n=2$ 일 경우

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{x^2} &= \lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{(e^x - 1)^2}{x^2} \times \frac{1}{e^x} \right\} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{e^x - 1}{x} \right\}^2 \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{e^x} \\ &= 1 \end{aligned}$$

$n \geq 3$ 일 경우 발산한다.

따라서 $m+n$ 의 값은 1 또는 3이다.

27. 정답 : ⑤

부채꼴의 중심을 O 라 하면 $\angle AOD = \frac{2}{3}\pi$ 이고, $\angle BAD = \frac{\pi}{6}$ 이다.

$$\overline{AD} = 2 \cos \frac{\pi}{6}$$

$$= \sqrt{3}$$

이므로 삼각형 ACD 에서 코사인 법칙을 사용하면,

$$(\sqrt{3})^2 = (2\cos\theta)^2 + \{f(\theta)\}^2 - 2 \times 2\cos\theta \times f(\theta) \times \cos \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \{f(\theta)\}^2 - 2\cos\theta \times f(\theta) + (2\cos\theta)^2 - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \{\cos\theta - f(\theta)\}^2 = 3 - 3\cos^2\theta$$

$$\Rightarrow \cos\theta - f(\theta) = \sqrt{3} \sin\theta$$

따라서, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\cos\theta - f(\theta)}{\theta} = \sqrt{3}$ 을 얻는다.

28. 정답 : ②

$$a_n a_{n+1} = \left(\frac{1}{2}\right)^n, \quad a_{n+1} a_{n+2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} \text{ 를 각각 나눠주면}$$

$$a_{n+2} = a_n \times \frac{1}{2} \text{ 을 얻는다.}$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} a_n &= \sum_{n=1}^{\infty} a_{2n-1} + \sum_{n=1}^{\infty} a_{2n} = \frac{a_1}{1 - \frac{1}{2}} + \frac{a_2}{1 - \frac{1}{2}} \\ &= 2(a_1 + a_2) = 5 = a_1 + a_2 = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

$$a_n a_{n+1} = \left(\frac{1}{2}\right)^n \text{ 에 } n=1 \text{ 을 대입하면, } a_1 a_2 = \frac{1}{2}$$

$$(a_1 + a_2)^2 - 2(a_1 a_2) = \frac{21}{4}$$

29. 정답 : 8

$f''(x)=12(ke^{2x}+x^2-2x-5)$ 에 대하여
 $ke^{2x}+x^2-2x-5=0$ 의 실근을

$y=ke^{2x}$ 의 그래프와 $y=-x^2+2x+5=0$ 의
 그래프의 교점으로 해석한다.

변곡점을 갖지 않기 위해서는 교점이 없거나,

있어도 두 그래프가 서로 접하여 부호변화가 없어야 한다.

접하는 상황이라 생각하기는 쉽고,

위에서 설명 하였던 접점의 x 좌표를 t 라 잡으면

$ke^{2t}=-t^2+2t+5$, $2ke^{2t}=-2t+2$ 를 얻고

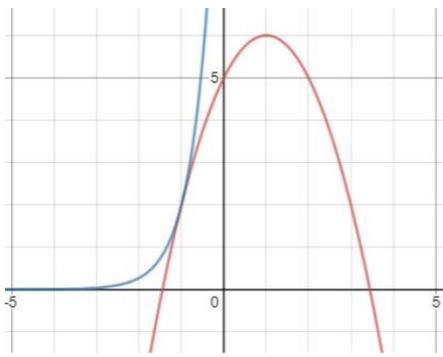
이를 연립하여

$t^2-3t-4=0$, $t=-1, 4$ 를 얻고 이에 따라

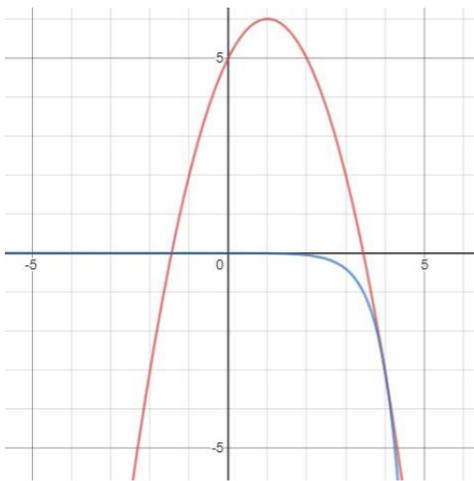
얻어지는 $k=2e^2, -3e^{-8}$ 이다.

각각 그래프를 그려줄 테니 분석은 스스로 하자.

1) $t=-1, k=2e^2$ 인 경우



2) $t=4, k=-3e^{-8}$ 인 경우



따라서 매력적인 오답은 73이지만,

정답은 8이 된다.

30. 정답 : 111

곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=t$ 가 만나는 점의 개수가

변할 수 있는 의심지점은 크게 3종류가 있다.

1. 직선 $y=t$ 가 곡선 $y=f(x)$ 에 접할 때(극값을 지날 때)

2. 직선 $y=t$ 가 곡선 $y=f(x)$ 의 불연속점을 지날 때

3. 직선 $y=t$ 가 곡선 $y=f(x)$ 의 점근선 일 때

상수함수와 만나는 실근의 개수 문항은 극값에 유의하여 그래프를 그려주는 게 중요하다.

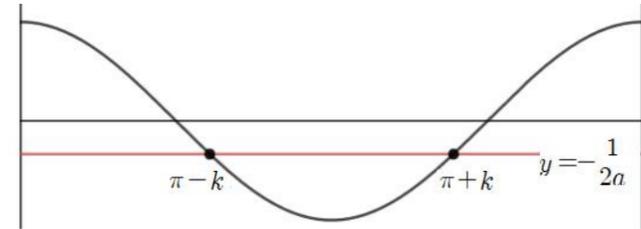
$f(x)=a\sin^2x-\cos x+b$ 를 미분하면

$$f'(x)=2a\sin x\cos x+\sin x$$

$$=\sin x(2a\cos x+1) \text{ 이므로}$$

$x=\pi, 2\pi$ 와 $\cos x=-\frac{1}{2a}$ 를 만족시키는 x 값에 유의해야 한다.

$|a|>\frac{1}{2}$ 이므로 $\cos x=-\frac{1}{2a}$ 의 실근은 2개 존재 한다.



이 x 값들을 $x=\pi-k, \pi+k$ 라고 하자.

$$f(\pi)=b+1,$$

$$f(\pi-k)=f(\pi+k)=a\left\{1-\left(-\frac{1}{2a}\right)^2\right\}+\frac{1}{2a}+b$$

$$=a+\frac{1}{4a}+b$$

그런데 이것으로만 $f(x)$ 를 그리기엔 a, b 에 대한 정보가 부족하다.

(나)조건식에 $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x)$ 를 하면 $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) \times \lim_{x \rightarrow 0-} f(x) = 1$

그런데 (다)조건식에 있는 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 를 통해 $x=0$ 에서

$f(x)$ 의 극한값이 존재하고 $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0-} f(x)$ 임을 알 수 있다.

$$\left(\lim_{x \rightarrow 0+} f(x)\right)^2 = 1, \lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = -1 \text{ 또는 } 1$$

그런데 $\lim_{x \rightarrow 0+} a\sin^2x - \cos x + b = -1$ 이라면

$b=0$ 이 되는데 그렇게 되면 $f(\pi)=1$ 가 되고 열린구간 $(0, \pi)$ 에서 $f(c)=0$ 을 만족시키는 c 가 존재하게 돼서 (나)조건에 위배된다.

그러므로 $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = 1$ 이고

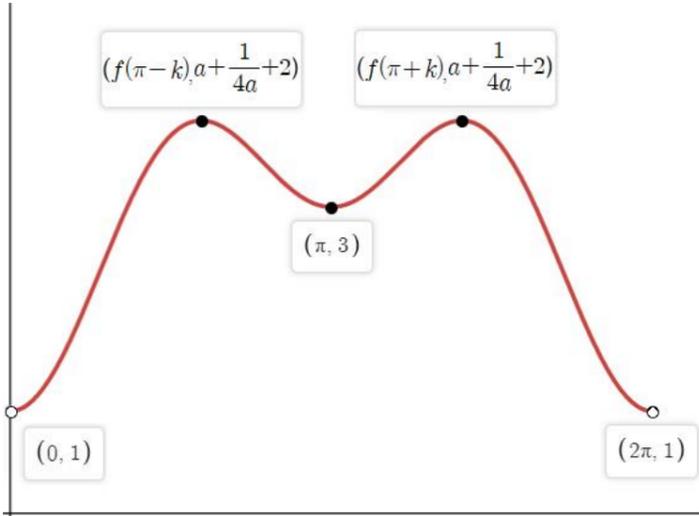
$\lim_{x \rightarrow 0+} a\sin^2x - \cos x + b = 1$ 에 대하여 $b=2$ 를 얻는다.

$$\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = 1, f(\pi) = 3, \lim_{x \rightarrow 2\pi-} f(x) = 1$$

$$f(\pi-k)=f(\pi+k)=a\left\{1-\left(-\frac{1}{2a}\right)^2\right\}+\frac{1}{2a}+b$$

$$=a+\frac{1}{4a}+2$$

에 유의하여 $x > 0$ 에서 $f(x)$ 의 대략적인 그래프를 그리자.



$x = \pi - k, \pi + k$ 에서 극대를 갖는지 극소를 갖는지는 알 수 없으나 어쨌든 극값을 갖는다.

이렇게 $x > 0$ 에서 3개의 극값과 실근의 개수에 영향을 줄 수 있는 구간의 끝 값 2개를 갖는데

$$f(-x) = \frac{1}{f(x)} \text{이므로 } x < 0 \text{에서는 } x > 0 \text{에서}$$

그려진 그래프의 역수형태가 그려지는데
 함숫값이 양수인 함수를 역수취할 때,
 증가하다가 감소하는 극댓값이 역수를 취하면
 감소하다가 증가하는 극솟값이 된다.
 감소하다가 증가하는 극솟값이 역수를 취하면
 증가하다가 감소하는 극댓값이 된다.

이를 통해서 $x < 0$ 에서의 그래프 개형역시
 개의 극값과 실근의 개수에 영향을 줄 수 있는 구간의 끝 값 $x = -2\pi$ 를
 갖는다.

극값이 6개가 되는데 $g(t)$ 의 불연속점이
 2개이기 위해서는 극값들이 겹쳐야 한다.

$$a + \frac{1}{4a} + 2 = \frac{1}{3}$$

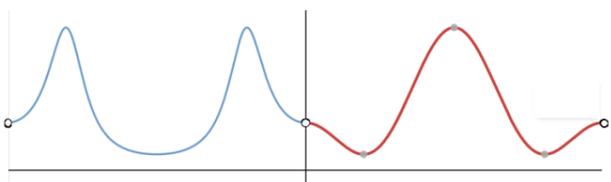
($x > 0$ 에서 가지는 극값 3의 역수 $\frac{1}{3}$ 도 $x < 0$ 에서 존재하는

극값이므로)

양변에 $12a$ 를 곱하면

$$12a^2 + 20a + 3 = 0, (2a + 3)(6a + 1) = 0$$

$$|a| > \frac{1}{2} \text{이므로 } a = -\frac{3}{2}$$



$g(t) = \frac{1}{3}, 3$ 에서만 불연속이라 조건을 만족시킨다. 그러나 이것은 $f(0)$ 을

아직 그래프에 표시하기 전이다. $f(0)$ 이 표시되면 불연속점이 1개 더 생길
 수 있다.

불연속점이 2개로 유지되기 위해서는

$f(0)$ 의 값이 $\frac{1}{3}$ 또는 3이어야 한다.

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) < f(0) \text{이므로 } f(0) = 3$$

$$\text{따라서 } 12\left(\frac{9}{4} + 4 + 3\right) = 111$$

6월 모의평가 기준 예상 등급컷

등급컷	원점수
1등급	80점
2등급	71점

우주설 수학

Naver ID, 우주설 (포만한)

ORBI ID, 우주설 (오르비)