

제 2 교시

2023학년도 대학수학능력시험 우주설 모의고사 문제지

수 학 영 역

6월 모의평가 대비 2회

성명

수험 번호

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
 - 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.
- 겨울이 지나고 나의 별에도 봄이 오면**
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
 - 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
 - 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
 - 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

- ※ 공통 과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.
- **공통과목** 1~8 쪽
 - **선택과목**
 - 학률과 통계 9~12 쪽
 - 미적분 13~16 쪽
 - 기하 17~20 쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

우주설 모의고사

제 2 교시

수학 영역
6월 모의평가 대비 2회

5지선다형

1. $(\sqrt{9^{\sqrt{2}}})^{\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

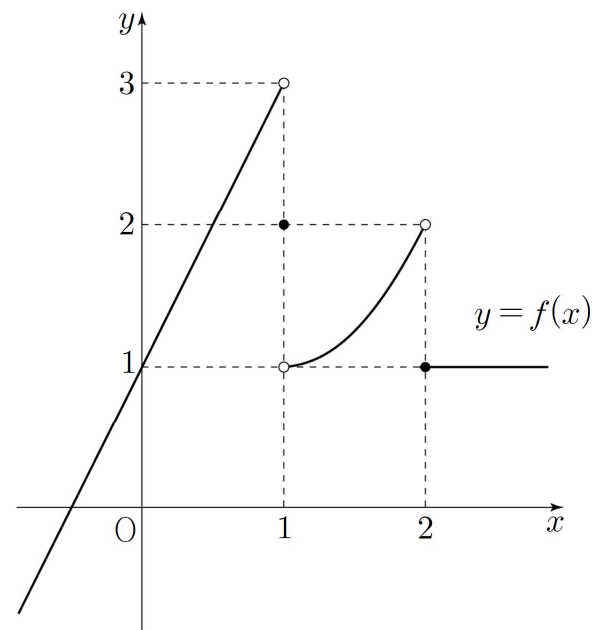
2. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x)=2x+2$ 이고 $f(-1)+f(1)=4$ 일 때, $f(2)$ 의 값은? [2점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

3. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_5 - a_2$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

4. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인 θ 에 대하여 $\tan\theta = \frac{5}{12}$ 일 때, $\sin\theta + \cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{17}{13}$ ② $-\frac{7}{13}$ ③ 0 ④ $\frac{7}{13}$ ⑤ $\frac{17}{13}$

6. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + a}{x - 1} & (x < 1) \\ -2x^2 + b & (x \geq 1) \end{cases}$$

가 $x=1$ 에서 연속일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 좌표평면에서 직선 $y = -x + n$ 이 곡선 $y = 2^x$ 과 만나는 점의 x 좌표를 k 라 할 때, 부등식 $1 < k < 3$ 를 만족시키는 모든 자연수 n 의 개수는? [3점]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

8. 원점에서 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 2t^2 - at \quad (a > 0)$$

이다. 점 P가 시각 $t=0$ 일 때부터 움직이는 방향이 바뀔 때까지 움직인 거리가 $\frac{8}{3}$ 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{4k-3}{a_k} = 2n^2 + 7n - 7$$

을 만족시킨다. $a_1 \times a_3$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{5}{34}$ ② $\frac{3}{17}$ ③ $\frac{7}{34}$ ④ $\frac{4}{17}$ ⑤ $\frac{9}{34}$

10. 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여

$$f(x) = 2x^2 + \int_0^1 xg(t)dt$$

$$g(x) = 4x^3 + \int_0^1 tf(t)dt$$

일 때, $f(1) + g(1)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{17}{2}$ ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ $\frac{21}{2}$

11. $-\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}$ 에서 곡선 $y = \tan(\pi x)$ 와 점 $P\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ 를 지나는 직선 l, m 이 만나는 네 점을 x 좌표가 작은 순서대로 차례로 A, B, C, D라 하자. 두 점 A, D의 x 좌표의 차가 $\frac{3}{2}$ 이고, 사각형 ABDC가 선분 AC가 x 축에 평행인 평행사변형을 이룰 때, 직선 l 과 m 의 기울기의 합은? [4점]

- ① $-\frac{8}{3}$ ② $-\frac{7}{3}$ ③ -2 ④ $-\frac{5}{3}$ ⑤ $-\frac{4}{3}$

12. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(x) = |x-1|f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 가능한 모든 $f(2)$ 값의 합은? [4점]

(가) 곡선 $y = g(x)$ 는 x 축과 두 점에서 만난다.
 (나) $g'(4) = 0$

- ① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

13. 양의 상수 k 에 대하여 함수 $f(x)$ 를 $f(x)=2^{x+k}$ 이라 하자.

함수 $f(x)$ 의 역함수 $f^{-1}(x)$ 에 대하여 부등식

$$f\left(\frac{f^{-1}(x)-x}{3}\right) \geq x$$

를 만족시키는 자연수 x 의 개수가 16개이기 위한 k 의 최솟값은? [4점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

14. 최고차항의 계수가 4인 삼차함수 $f(x)$ 가 어떤 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킬 때, $\int_0^n f(x)dx$ 의 값은? [4점]

$$\lim_{x \rightarrow n} \frac{(x+n) \int_n^x f(t)dt}{(x-n)^2 f'(x)} = \frac{1}{2}$$

- ① -54 ② -63 ③ -72 ④ -81 ⑤ -90

15. 좌표평면 위의 점 $A(1, 1)$, $B(2, 1)$ 에 대하여 선분 AB 가 곡선 $y = \sin(a\pi x)$ 와 만나는 점의 개수를 $f(a)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $a > 0$) [4점]

<보 기>

ㄱ. $\frac{1}{4} \leq a \leq \frac{1}{2}$ 일 때, $f(a)=1$ 이다.

ㄴ. $\lim_{a \rightarrow k^-} f(a) < f(k)$ 를 만족시키는 8이하의 양수 k 값의 합은 30이다.

ㄷ. $\lim_{a \rightarrow k} f(a) \neq f(k)$ 를 만족시키는 양수 k 값이 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

16. $x=1$ 에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(1)=4$ 일 때, 곡선 $y = xf(x)$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선의 기울기를 구하시오. [3점]

17. 둔각삼각형 ABC 에 대하여 $\overline{AB}=6$, $\overline{AC}=2\sqrt{7}$ 이고, $\angle ABC = \frac{\pi}{3}$ 일 때, 선분 BC 의 길이를 구하시오. [3점]

18. 함수 $f(x)=x^3-3x^2$ 와 일차함수 $g(x)$ 에 대하여 함수

$$y = |f(x)-g(x)|$$

실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $g(-2)$ 의 값을 구하시오.

[3점]

19. 수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{n=1}^{10} a_n(a_n+2)=48, \quad \sum_{n=1}^{10} (a_n+n)=25$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{10} (a_n)^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 함수 $f(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^{x-2}+1$, $g(x)=x^3-9x^2+ax-27$ 에 대하여

함수 $y=(g \circ f)(x)$ 의 최솟값이 존재할 때, a 의 최댓값을 구하시오. [4점]

21. 다음 조건을 만족시키는 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가 존재하도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오.

[4점]

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $(x^n - 256)f(x) \geq 0$ 이 성립한다.
 (나) 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 음의 정수이다.

22. 실수 전체의 집합에서 정의된 연속함수 $f(x)$ 가 삼차함수 $g(x)$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|g(x)|}{x^3} = 1, g(1) = 0$
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = \sqrt{f(x)g(x)}$ 이다.
 (다) 방정식 $f(x) = 0$ 의 가장 작은 실근은 $x = -4$ 이다.

직선 $y = g'(-4)(x - t)$ 가 곡선 $y = f(x)$ 와 만나는 점의 개수를 $h(t)$ 라 하자. 함수 $h(t)$ 가 한 점에서만 불연속일 때, $f(2)$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

6월 모의평가 대비 2회

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{\sqrt{n^2 + 2n} - n}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

24. $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변 삼각형 ABC에 대하여

$\tan(\angle BAC) = \frac{3}{4}$ 일 때, $\tan(\angle ABC)$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{1}{3}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

2

수학 영역(미적분)

25. 실수 전체의 집합에서 증가하는 미분가능한 함수 $f(2x)$ 의 역함수를 $g\left(\frac{x}{2}\right)$ 라 할 때, $f(4)=g(1)$ 이고, $f'(4)=2$ 이다.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(2x)g\left(\frac{x}{2}\right) - a}{x-2} = b$$

일 때, ab 의 값은? [3점]

- ① 34 ② 42 ③ 50 ④ 58 ⑤ 66

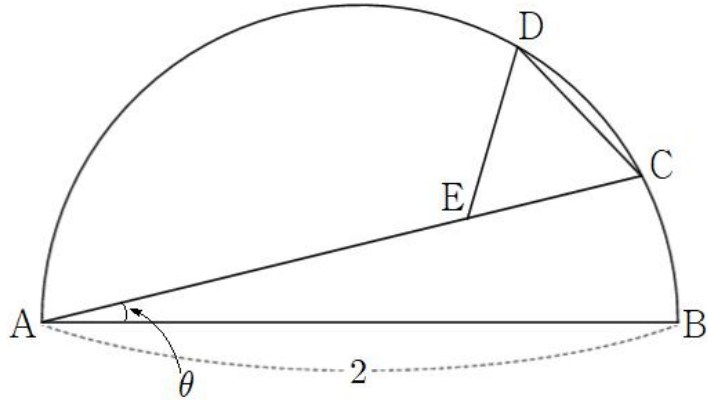
26. 자연수 n 과 실수 m 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{x^n} = m$$

일 때, $m+n$ 의 값은 α 또는 β 이다. $\alpha+\beta$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

27. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 점 C를 잡고 $\angle BAC = \theta$ 라 하자. 호 AC 위에 점 D와 현 AC 위에 점 E를 삼각형 CDE가 정삼각형이 되도록 잡는다. 선분 CD의 길이를 $f(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\cos\theta - f(\theta)}{\theta}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$) [3점]



- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

28. 수열 $\{a_n\}$ 에서 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n a_{n+1} = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

이다. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 5$ 일 때, $(a_1)^2 + (a_2)^2$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{19}{4}$ ② $\frac{21}{4}$ ③ $\frac{23}{4}$ ④ $\frac{25}{4}$ ⑤ $\frac{27}{4}$

단답형

29. 함수 $f(x) = 3ke^{2x} + x^4 - 4x^3 - 30x^2$ 의 그래프가 변곡점을 갖지 않도록 하는 k 의 최솟값은 ae^b 이다. $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.
(단, a 와 b 는 정수이다.) [4점]

30. 닫힌구간 $[-2\pi, 2\pi]$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 아래의 조건을 만족시킨다.

- (가) $x > 0$ 에서 $f(x) = a \sin^2 x - \cos x + b$ 이다. (단, $|a| > \frac{1}{2}$)
(나) $x > 0$ 에서 $f(x) \times f(-x) = 1$
(다) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) < f(0)$

- 방정식 $f(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수를 함수 $g(t)$ 라 할 때, $g(t)$ 는 두 점에서만 불연속이다. $12(a^2 + b^2 + f(0))$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.