

제 2 교시

2023학년도 대학수학능력시험 우주설 모의고사 문제지

수 학 영 역

6월 모의평가 대비 1회

성명

수험 번호

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
 - 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.
- 이듬해 질 녘 꽃 피는 봄**
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.
 - 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
 - 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
 - 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

- ※ 공통 과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.
- **공통과목** 1~8 쪽
- **선택과목**
 - 확률과 통계 9~12 쪽
 - 미적분 13~16 쪽
 - 기하 17~20 쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

우주설 모의고사

제 2 교시

수학 영역
6월 모의평가 대비 1회

5지선다형

1. $\log_2 5 \times \log_5 4$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

2. 함수 $f(x) = x^4 - 2x$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

3. $\sin\theta + \cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 일 때, $\sin\theta \cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a-x^2}}{x-1} = b$ 일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{2}$ ② 4 ③ $\frac{9}{2}$ ④ 5 ⑤ $\frac{11}{2}$

5. 곡선 $y = x^2 - 2x$ 와 직선 $y = x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{9}{2}$ ③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ $\frac{21}{2}$

6. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 t ($t \geq 0$)에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 3t^2 - at - 6 \quad (a \text{는 상수})$$

이다. $t=3$ 일 때 점 P의 위치가 원점이 되도록 하는 a 의 값은?
[3점]

- ① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

7. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$a_1 = 3, \quad \sum_{k=1}^4 S_k = 45$$

를 만족시킬 때, S_4 의 값은? [3점]

- ① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

8. 부등식

$$|x| \leq \log_2(x+4)$$

를 만족시키는 모든 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

9. 삼차함수 $f(x) = x^3 + 6x^2 + ax + b$ 에 대하여 함수

$$g(x) = |f(x) - f'(x)|$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① 23 ② 25 ③ 27 ④ 29 ⑤ 31

10. $0 < \alpha < \beta < \frac{3}{2}\pi$ 인 α, β 에 대하여

$$\sin\alpha : \cos\alpha : \tan\beta = 4 : 3 : 5$$

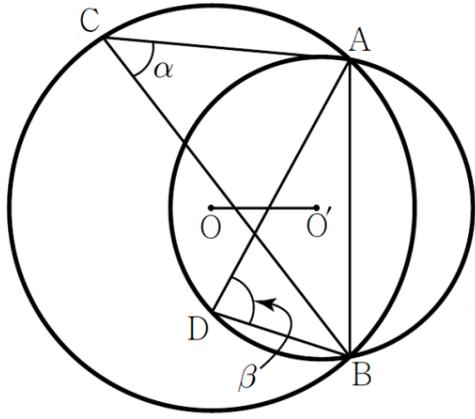
를 만족시킬 때, $\cos\beta$ 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

11. 그림과 같이 한 평면 위에 있는 두 삼각형 ABC, ABD의
외심을 각각 O, O'이라 하고 $\angle ACB = \alpha$, $\angle ADB = \beta$ 라 할 때,

$$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{4}{3}, \quad \cos(\beta - \alpha) = \frac{5}{6}, \quad \overline{OO'} = 1$$

이 성립한다. 선분 AO의 길이는? [4점]



- ① $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ③ $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ ④ $\frac{7\sqrt{5}}{10}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

12. x 에 대한 방정식

$$|x^3 - 6x^2| = |k^3 - 6k^2|$$

의 서로 다른 실근의 개수가 4가 되도록 하는 모든 정수 k 의
값의 개수는? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

13. 부등식

$$2^{2x-2} + 2^x \times \sin y + 1 \leq 0$$

를 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $|x-y|$ 의 최솟값은? [4점]

- ① $\frac{\pi}{2}+1$ ② $\frac{\pi}{2}+2$ ③ $\frac{3}{2}\pi-1$
 ④ $\frac{3}{2}\pi$ ⑤ $\frac{3}{2}\pi+1$

14. 실수 전체집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$ 와 모든 실수 x 에 대하여

$$|x| \times f(x) = xg(x)$$

를 만족시킨다. 방정식 $f(x)=t$ 의 서로 다른 실근의 개수 $h(t)$ 와 함수 $f(x)$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $f(x)$ 는 $x = \alpha, \beta$ ($\alpha < \beta$)에서 극값을 갖는다.
 (나) $h(6) - \lim_{t \rightarrow 6^+} h(t) = 2$

$g(\beta) = -2$ 일 때, $f(0) + f(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

15. 좌표평면에서 두 곡선 $y = \log_2 x$, $y = \frac{x}{x-1}$ 가 만나는 두 점을

$P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ 라 하고, 두 곡선 $y = 2^x$, $y = \frac{x}{x-1}$ 가

만나는 제 1사분면 위의 점을 R이라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $x_1 < x_2$) [4점]

— <보 기> —

ㄱ. $x_2 + y_1 < 2$

ㄴ. $\angle PQR > \frac{\pi}{2}$

ㄷ. 직선 PR의 기울기는 4보다 크다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

16. 미분가능한 함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 3}{x - 2} = 5$$

를 만족시킬 때, 함수 $y = x^2 f(x)$ 의 $x = 2$ 에서의 미분계수를 구하시오. [3점]

17. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$S_k = -14$, $S_{k+2} = -11$ 을 만족시키는 자연수 k 에 대하여

$S_{2k+2} = 39$ 일 때, 자연수 k 의 값을 구하시오. [3점]

18. 양의 상수 a 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+b & (x \leq a) \\ \frac{x^2+ax-4a}{x-a} & (x > a) \end{cases}$$

가 $x=a$ 에서 연속일 때, $a+b$ 의 값을 구하십시오. [3점]

19. 두 양수 a, b 와 두 실수 p, q 에 대하여

$$p = \log_2 a, \quad b = 3^q, \quad b^{\log_3 a} = 8$$

일 때, pq 의 값을 구하십시오. [3점]

20. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (|x| \leq 1) \\ -x & (|x| > 1) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$ 의 최댓값을 구하십시오. [4점]

(가) 함수 $g(x)$ 의 역함수가 존재한다.

(나) $g(0) = 0$

21. 수열 $\{a_n\}$ 이 50 이하의 모든 자연수 n 과, 모든 양의 홀수 m 에 대하여

$$a_n + a_{100-n} = \frac{n^2}{101}, \quad a_m + a_{m+1} = \frac{9(m+1)}{50}$$

를 만족시킨다. $a_{100} - a_{50}$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x f(t)dt \times \int_1^x f(t)dt$$

으로 정의하자. 방정식 $g(x)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3개이고 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $y=f(x)$ 의 그래프는 x 축과 두 점에서 만난다.
 (나) $y=|g(x)|$ 는 한 점에서만 미분가능하지 않다.
 (다) $f(x)$ 가 $x=\alpha$ 에서 극대일 때, $\int_0^\alpha f(t)dt < 0$ 이다.

함수 $y = \int_0^x f(t)dt$ 의 최솟값이 $-\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

6월 모의평가 대비 1회

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2 + 3n} - \sqrt{n^2 - 3}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

24. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{4^n} - 2\right)$ 이 수렴할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n - 4 \cdot 2^n}{a_n + 2 \cdot 4^n}$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

2

수학 영역(미적분)

25. $x > 0$ 에서 방정식

$$e^x = a \sin x$$

의 실근이 한 개일 때, 양의 상수 a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{4}e^{\frac{\pi}{4}}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}e^{\frac{\pi}{4}}$ ③ $\frac{3\sqrt{2}}{4}e^{\frac{\pi}{4}}$
④ $\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{2}}{4}e^{\frac{\pi}{4}}$

26. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여,

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{(x-1)^3} = e$$

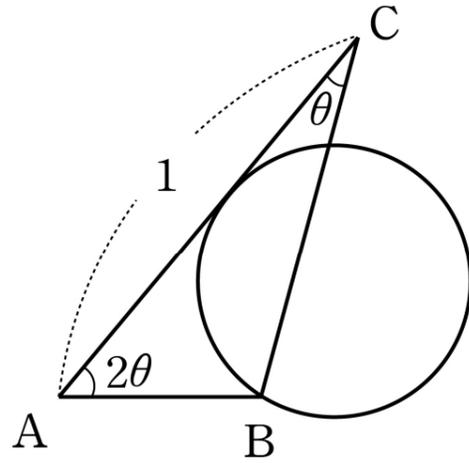
일 때, $f(4)$ 의 값은? [3점]

- ① 30 ② 36 ③ 42 ④ 48 ⑤ 54

27. 열린구간 $(0, \frac{\pi}{2})$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \tan^2 x$ 에 대하여 함수 $e^{f(x)}$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. $g'(e)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4e}$ ② $\frac{3}{8e}$ ③ $\frac{1}{2e}$ ④ $\frac{5}{8e}$ ⑤ $\frac{3}{4e}$

28. 그림과 같이 $\overline{AC} = 1$, $\angle A = 2\theta$, $\angle C = \theta$ 를 만족시키는 삼각형 ABC에 대하여 점 B를 지나고 선분 AC에 접하는 원들의 집합을 S라 하자.

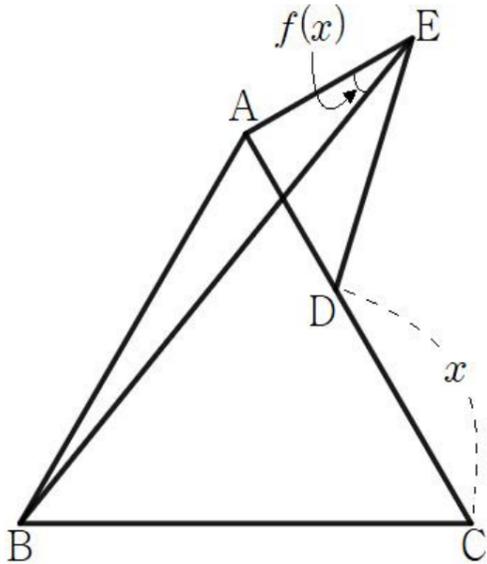


집합 S에 포함된 원들의 반지름 중 최댓값을 $R(\theta)$, 최솟값을 $r(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} r(\theta)R(\theta)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{2}{9}$ ⑤ $\frac{5}{18}$

단답형

29. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정삼각형 ABC가 있다. 변 AC 위의 점 D와 삼각형 ABC외부의 점 E를 선분 AB와 선분 DE가 서로 만나지 않고 삼각형 ADE가 $\angle DAE = \frac{\pi}{2}$ 인 직각이등변삼각형이 되도록 잡는다. $\overline{CD} = x (0 < x < 1)$ 일 때, $\angle AEB = f(x)$ 라 하자. $f'(\frac{\sqrt{3}}{2}) = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 정수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} \ln x & (0 < x < e) \\ -a + \ln(2x^2) & (x \geq e) \end{cases}$$

이라 하자. 양의 실수 m 에 대하여 직선 $y = m(x-e)+b$ 와 곡선 $y = f(x)$ 가 만나는 서로 다른 점의 개수를 $g(m)$ 이라 할 때, 함수 $g(m)$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

$a+b > 2 + \ln 2$ 이고,
함수 $g(m)$ 은 양의실수 전체의 집합에서 연속이다.

$b = p + \frac{q}{e^2} - \ln r$ 일 때, $p+q+r$ 의 값을 구하시오.

(단, p, q, r 은 자연수고, $2 < e < 2\sqrt{2}$ 이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.