제 1 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\sqrt{27}\times 3^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

① 3 ② $3\sqrt{3}$ ③ 9 ④ $9\sqrt{3}$ ⑤ 27

2. 첫째항이 $\sqrt{2}$ 인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\dfrac{a_5}{a_2}=3$일 때, a_3의 값은? [2점]

① $2\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

3. $\lim_{x\to 3}\dfrac{x^3-5x^2+3x+9}{x^2-6x+9}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 함수 $f(x)=\cos(\sin x)\left(-\dfrac{\pi}{4}\le x\le\dfrac{\pi}{3}\right)$의 최댓값이 $\cos\dfrac{\sqrt{n}}{m}$ 일 때, 자연수 m, n에 대하여 $m+n$의 값은? (단, n은 제곱수가 아니다.) [2점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

5. 함수 $f(x)=x^3-3x-10$에 대하여 $f(2)+y'_{x=2}$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 함수 $f(x)=\begin{cases} \sin x & (x \geq 0) \\ g(x) & (x<0) \end{cases}$이 $x=0$에서 미분가능할 때,

$\lim_{h \to 0-} \dfrac{2g(h)-f(h)+3hf\left(\dfrac{\pi}{2}\right)}{h}$ 의 값은? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

7. 부등식 $3^x+27 \leq 12 \times \left(\sqrt[4]{9}\right)^x$를 만족하는 정수 x의 합은? [3점]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

8. 미분가능한 함수 $f(x)$에 대해 다음 <보기> 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보기>

ㄱ. 함수 $f(x)$는 모든 실수에서 연속이다.
ㄴ. $f'(1)=1, f(1)=2$이면 직선 $y=x+1$은 함수 $f(x)$의 그래프와 한 점에서 만난다.
ㄷ. 상수 a에 대하여 $f(x)=\begin{cases} a(x-1) & (x>1) \\ a^2(x^2-1) & (x \geq 1) \end{cases}$이면 $a=0$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 곡선 $y=x^3-6x^2-x+6$ 위의 점 P에서의 접선이 곡선과 만나는 점이 점 P뿐일 때, 점 P는 직선 $x+y+k=0$ 위의 점이다. 상수 k의 값은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

10. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{5} a_k = 6, \ \sum_{k=10}^{14} a_{k-4} = 2, \ \sum_{k=1}^{10} b_k = 5$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} (3a_k + 4b_k - 4)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\ (t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=4t-12$$

이다. 점 P가 시각 $t=3$에서 $t=k\ (k>3)$까지 움직인 거리가 50일 때, 상수 k의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

12. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$는 모든 실수에서 증가하며, 미분가능하다.
(나) $g(x)=f(x)-2x$
(다) $g(1)=g(2)=0$

$\int_1^2 \{(f \circ f)(x)f'(x)-4\}dx-\int_a^{a+2} g(x)dx=4a$일 때, 상수 a의 값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

13. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = \frac{1}{2}$ 이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} 2^k (2a_{k+1} - a_k) = n+1$$

을 만족시킨다. $\sum_{j=1}^{10} a_j = 1 - \frac{m}{2^n}$ 일 때, $m+n$의 값은?
(단, m은 홀수이고, n은 자연수이다.) [4점]

① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

14. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$와 상수 a, b, c, d가 다음을 만족한다.

(가) $f(a)=f(c)$, $f(b)=f(d)$
(나) $f'(c)=0$, $f''(d)=0$
(다) $a>c$, $b>d$

$\frac{a}{c+\sqrt{3}(b-d)}$ 의 값은? [4점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ 1 ④ $\sqrt{3}$ ⑤ 3

15. 함수 $f(x)=2x^2-7x+5$ 위의 한 점 $\mathrm{P}(a, f(a))$가 다음 조건을 만족한다.

점 P를 지나고 함수 $g(x)=x^3-6x^2+11x-6$의 그래프에 접하는 직선은 2개 존재한다.

상수 a로 가능한 값을 $a_1, a_2, \cdots, a_k$라고 할 때, $k(a_1+a_2+\cdots+a_k)$의 값을 구하여라. [4점]

① 40 ② 45 ③ 50 ④ 55 ⑤ 60

16. $0 \le x < 4\pi$일 때, 방정식

$$4\sin^2 x+4\cos\left(x+\frac{3}{2}\pi\right)=3$$

의 모든 해의 합은? [4점]

① 5π ② 6π ③ 7π ④ 8π ⑤ 9π

17. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=2,\ \lim_{x\to 0}\frac{g(x)+1}{x\{f(x)-g(x)\}}=3$$

을 만족시킨다. 함수 $h(x)=f(x)g(x)-\{g(x)\}^2$에 대하여 $h'(0)$의 값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

18. <보기> 중 옳은 설명의 개수는? [4점]
(단, <보기>의 함수의 정의역은 모두 $(-\infty,\ \infty)$이다.)

<보기>

ㄱ. 모든 실수에서 연속인 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 극값을 가지면 $f'(a)=0$이다.

ㄴ. 도함수가 존재하는 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능하면 함수 $f'(x)$는 $x=a$에서 연속이다.

ㄷ. 이계도함수가 존재하는 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 $f''(a)=0$이면 점 $\mathrm{P}(a, f(a))$는 함수 $f(x)$의 그래프의 변곡점이다.

ㄹ. 이계도함수가 존재하는 함수 $f(x)$가 $\mathrm{P}(a, f(a))$를 변곡점으로 가지면 충분히 작은 양수 h에 대하여 $f''(a+h)f''(a-h)\le 0$이다.

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

19. 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족할 때, $\dfrac{f(1)-f(0)}{f(2)-f(0)}$ 의 값은 $\dfrac{q}{p}$ 이다. $p+q$의 값은? [4점] (단, p, q는 서로소인 자연수)

> (가) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^4}$ 의 값은 0이 아닌 실수이다.
> (나) 함수 $f(x)$는 $x=2$에서 극값을 가진다.
> (다) 함수 $|f(x)-f(1)|$이 미분가능하지 않은 점은 $(a, f(a))$ $(a>2)$가 유일하다.

① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

20. 다음은 $e^{2\pi}<e^e\pi^\pi$임을 증명하는 과정이다.

> $f(x)=$ (가) 로 두면 (나) 에 의해 $\dfrac{\ln\pi-\ln e}{\pi-e}=f'(c)$인 c가 구간 (다) 에 적어도 하나 존재한다. $f(x)$는 구간 (다) 에서 증가함수이므로 $f'(\alpha)<\dfrac{\ln\pi-\ln e}{\pi-e}<f'(\beta)$이다.
> $f'(x)=\dfrac{1}{x}$이므로 정리하면 $\dfrac{1}{\alpha}<\dfrac{\ln\pi-\ln e}{\pi-e}<\dfrac{1}{\beta}$이 된다. 이를 정리하면 $e^{2\pi}<e^e\pi^\pi$이 되고, 따라서 명제가 증명되었다.

위 빈칸의 (가), (나), (다) 에 들어갈 것을 알맞게 짝지은 것의 번호를 m이라 하자.

	(가)	(나)	(다)
①	$\ln x$	롤의 정리	(e, π)
②	$\ln x$	평균값 정리	(e, π)
③	$\ln x$	롤의 정리	$[e, \pi]$
④	$\ln x$	평균값 정리	$[e, \pi]$
⑤	$\dfrac{1}{x}$	롤의 정리	(e, π)
⑥	$\dfrac{1}{x}$	평균값 정리	(e, π)
⑦	$\dfrac{1}{x}$	롤의 정리	$[e, \pi]$
⑧	$\dfrac{1}{x}$	평균값 정리	$[e, \pi]$

위 증명 과정에서 α에 해당하는 수를 t_1, β에 해당하는 수를 t_2라 하자. $m+[t_1+t_2]$의 값을 구하여라. [4점] (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

21. 정의역이 $\{(x,\ y)|x>0,\ y>0\}$인 함수 $f(x,\ y)=x^{y}$에 대해 다음 <보기> 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>

ㄱ. $\begin{cases} f(k,\ e)=f(e,\ k) \\ k\neq e \end{cases}$를 만족하는 실수 k는 존재하지 않는다.
ㄴ. $f(a,\ b)=f(b,\ a)$이고 $a\neq b$이면 $a<e<b$이다.
ㄷ. $e\geq u>v>0$를 만족하는 임의의 실수 $u,\ v$에 대하여 $f(u,\ v)<f(v,\ u)$가 성립한다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. $\left(2x^{2}+\dfrac{1}{x}\right)^{6}$의 전개식에서 상수항을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=3x^{2}-4x+1$이고 $f(0)=1$일 때, $f(2)$의 값을 구하시오. [3점]

24. $\log_3 54-\log_3 2$의 값을 구하시오. [3점]

25. 곡선 $y=x^4-x^2+3$과 직선 $y=k$가 만나는 점의 개수가 3이 되도록 하는 실수 k의 값을 구하시오. [3점]

26. 함수

$$f(x)=\begin{cases} -3x+a & (x \le 1) \\ \dfrac{x-b}{\sqrt{x+8}-3} & (x>1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.) [4점]

27. 곡선 $y=x^2-8x+12$ 와 직선 $y=-2x+12$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [4점]

28. $y=\sqrt{(\log x^2)^2}$ 의 그래프와 $y=ax+b\ (a>0)$ 의 그래프가 다음 조건을 만족할 때, 10^{3a+3b} 의 값을 구하시오. [4점]

(가) 두 함수의 그래프는 네 점 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4)$ 에서 만난다. $(x_1<x_2<x_3<x_4)$
(나) 두 함수의 그래프는 접하지 않는다.
(다) $x_4=4x_3$

29. 최고차항의 계수가 $\frac{1}{3}$인 사차함수 $f(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)$의 극값을 $A_1, A_2, \cdots, A_m$라 하고, $f'(\alpha)=0$을 만족시키는 α를 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n$이라 하면 $m<n$이다.
(나) $f'(0)=0$
(다) $f(0)=f(3)=a$

$f(p)$로 가능한 값을 $P_1, P_2, \cdots, P_k\ (P_1<P_2<\cdots<P_k)$라 할 때, $P_1, P_2, \cdots, P_k$이 공차가 16인 등차수열을 이루도록 하는 실수 p에 대하여 $p+k$의 값을 구하시오. (단, a, p, k는 상수이다.) [4점]

30. 실수 x가 다음 조건을 만족시킨다.

$(x+4)^k=100-x^2$이고 $\sqrt{2^k}=\sqrt{x}+\sqrt{10}$을 만족시키는 실수 k가 존재한다.

$(x+2)^k$의 값을 구하여라. [4점]

* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기) 했는지 확인하시오.