

2023학년도 수능대비 삼각함수 도형 극한 기출 모음

수학 영역 (미적분)

성명		수험 번호																		
----	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형('가' 형/'나' 형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

미래를 내세워 오늘 할 일을 흐리지 말 것

- 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 쓰고, 또 수험번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

= 2023학년도 수능대비 삼도극 기출 모음 구성 =

- 2006학년도(2005년)부터 2013학년도(2012년)까지는 평가원 기출 문항들만
 - 2014학년도(2013년)부터는 평가원, 교육청, 사관학교 기출 문항들도 첨부되어있습니다.

 - 평가원과 사관학교 기출은 당해년도 수능을 기준으로 출처가 작성되었으며 교육청 기출은 시행년도를 기준으로 출처가 작성되었습니다.
-

제 2 교시

수학 영역(미적분)

1. 오른쪽 그림과 같이 한 변의

길이가 2인 정사각형 ABCD에서 변 AB의 중점을 E, 변 CD의 중점을 F라 하자.

선분 AD 위의 양 끝점이 아닌 임의의 점 P에 대하여 선분 BP와 선분 EF의 교점을 G, 선분 CP와 선분 EF의 교점을 H라 하자. $\angle BGE = \alpha$, $\angle CHF = \beta$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점][2006학년도 6월 가29]

<보 기>

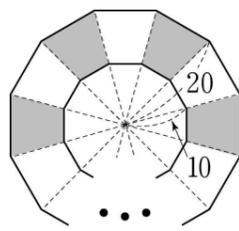
ㄱ. \overline{GH} 는 점 P의 위치에 관계없이 일정하다.
 ㄴ. $\alpha + \beta$ 는 점 P의 위치에 관계없이 일정하다.
 ㄷ. $\lim_{\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\overline{AP}}{\frac{\pi}{2} - \alpha} = 2$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

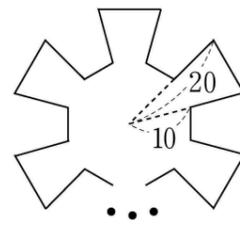
2. [그림1]은 중심이 같은 두 개의 정 $2n$ 각형에서 큰 정 $2n$ 각형의 꼭지점, 작은 정 $2n$ 각형의 꼭지점과 중심이 한 직선 위에 있도록 연결한 것이다. 중심에서 두 개의 정 $2n$ 각형의 꼭지점까지의 거리는 각각 10, 20이다. [그림1]의 어두운 부분을 잘라내어 만든 [그림2]와 같은 도형의 넓이를 S_n 이라

하자. $\frac{1}{\pi} \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값을 구하시오.

[4점][2006학년도 6월 가30]



[그림1]

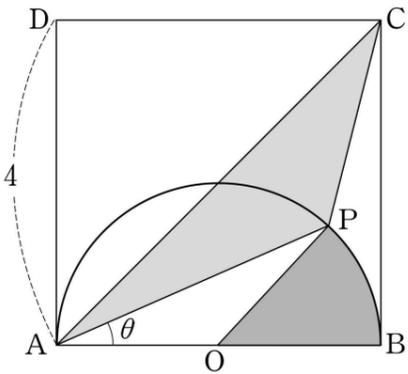


[그림2]

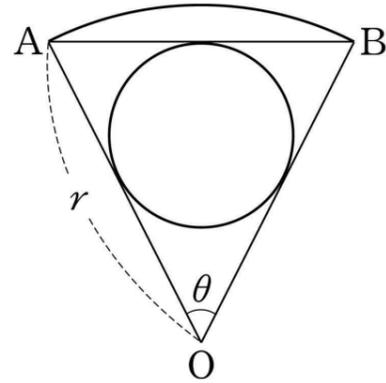
3. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD에서 변 AB의 중점 O를 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 반원 위에 점 P가 있다. $\angle BAP = \theta$ 일 때 삼각형 APC의 넓이를 $f(\theta)$, 부채꼴 OBP의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{8-f(\theta)}{g(\theta)} = \alpha$ 라 할 때, 10α 의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이다.) [4점][2006학년도 9월 가30]

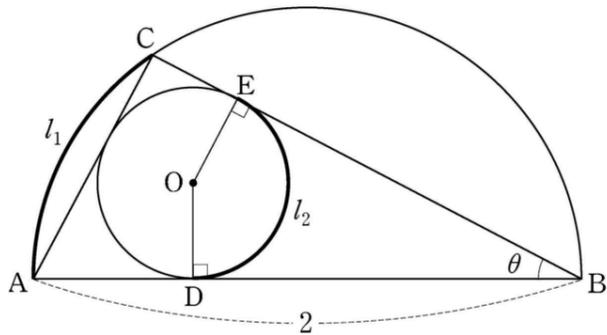


4. 그림과 같이 중심각의 크기가 θ 이고 반지름의 길이가 r 인 부채꼴 OAB가 있다. 부채꼴의 호 AB의 길이를 l_1 , 삼각형 OAB에 내접하는 원의 둘레의 길이를 l_2 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{l_2}{l_1}$ 의 값은? [4점][2007학년도 9월 가29]



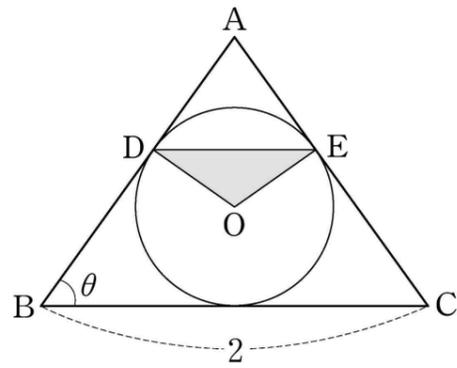
- ① $\frac{\pi}{4}$
- ② $\frac{\pi}{2}$
- ③ π
- ④ $\frac{3}{2}\pi$
- ⑤ 2π

5. 그림과 같이 지름의 길이가 2이고, 두 점 A, B를 지름의 양 끝점으로 하는 반원 위에 점 C가 있다. 삼각형 ABC의 내접원의 중심을 O, 중심 O에서 선분 AB와 선분 BC에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 하자. $\angle ABC = \theta$ 이고, 호 AC의 길이를 l_1 , 호 DE의 길이를 l_2 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{l_1}{l_2}$ 의 값은?
(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이다.) [3점][2008학년도 6월 가27]



- ① 1 ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{3}$ ④ $\frac{2}{\pi}$ ⑤ $\frac{3}{\pi}$

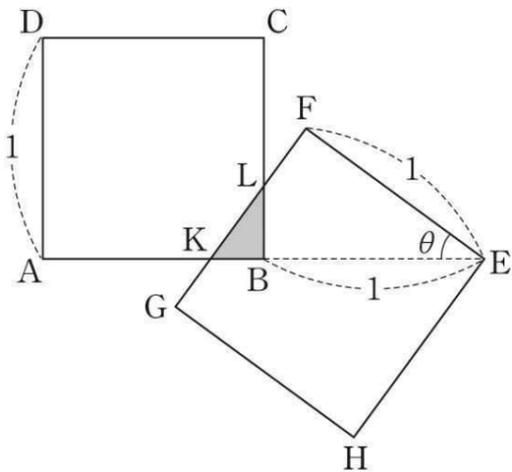
6. 그림과 같이 양수 θ 에 대하여 $\angle ABC = \angle ACB = \theta$ 이고 $\overline{BC} = 2$ 인 이등변삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 내접원의 중심을 O, 선분 AB와 내접원이 만나는 점을 D, 선분 AC와 내접원이 만나는 점을 E라 하자. 삼각형 OED의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은? [3점][2008학년도 수능 가28]



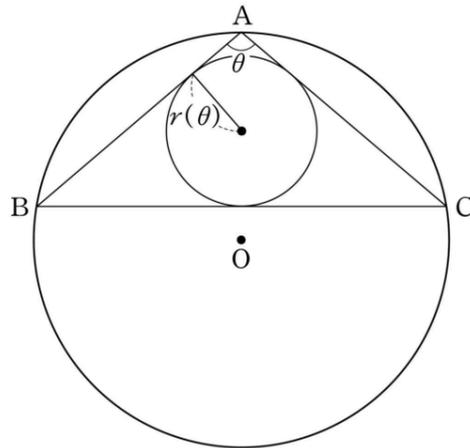
- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

7. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD에서 변 AB를 연장한 직선 위에 $\overline{BE}=1$ 인 점 E가 있다. 점 E를 꼭짓점으로 하고 한 변의 길이가 1인 정사각형 EFGH에 대하여 $\angle BEF = \theta$ 일 때, 변 FG와 변 AB의 교점을 K, 변 FG와 변 BC의 교점을 L이라 하자. 삼각형 KBL의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{S(\theta)}{\theta^3} = \frac{q}{p}$ 이다. $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오.
 (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ 이고, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

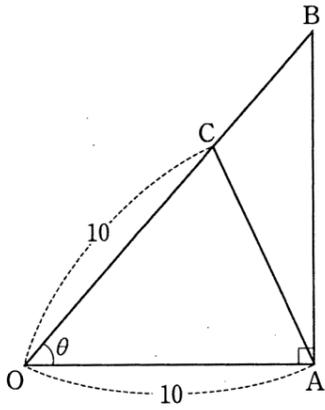
[4점][2009학년도 6월 가30]



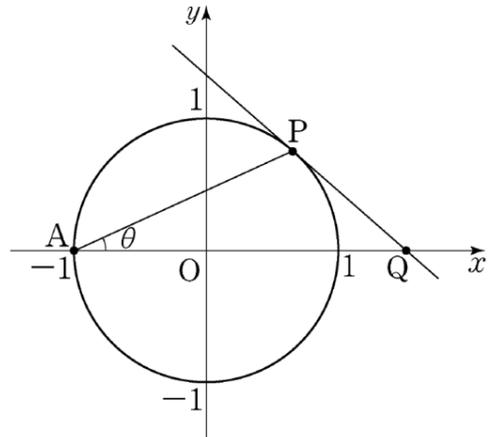
8. 반지름의 길이가 1인 원 O 위에 점 A가 있다. 그림과 같이 양수 θ 에 대하여 원 O 위의 두 점 B, C를 $\angle BAC = \theta$ 이고 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 가 되도록 잡는다. 삼각형 ABC의 내접원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow \pi^-} \frac{r(\theta)}{(\pi - \theta)^2} = \frac{q}{p}$ 이다. $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)
 [4점][2009학년도 수능 가30]



9. 그림과 같이 양수 θ 에 대하여 $\angle AOB = \theta$, $\angle OAB = \frac{\pi}{2}$, $\overline{OA} = 10$ 인 직각삼각형 OAB 가 있다. 변 OB 위에 있는 $\overline{OC} = 10$ 인 점 C 에 대하여 삼각형 ABC 의 둘레의 길이를 $f(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)}{\theta}$ 의 값을 구하시오. [4점][2010학년도 6월 가30]



10. 그림과 같이 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위의 점 P 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q 라 하자. 점 $A(-1, 0)$ 과 원점 O 에 대하여 $\angle PAO = \theta$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \frac{\overline{PQ} - \overline{OQ}}{\theta - \frac{\pi}{4}}$ 의 값은?
(단, 점 P 는 제 1사분면 위의 점이다.)
[3점][2010학년도 수능 가28]



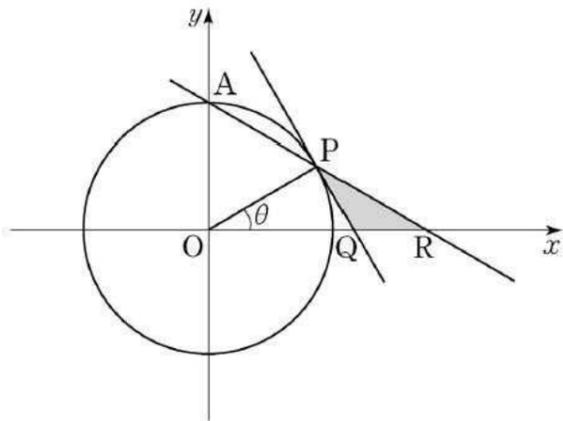
- ① 2 ② $\sqrt{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

11. 좌표평면에서 중심이 원점 O 이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 점 P 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q , 점 $A(0,1)$ 과 점 P 를 지나는 직선이 x 축과 만나는 점을 R 라 하자.
 $\angle QOP = \theta$ 라 하고 삼각형 PQR 의 넓이를 $S(\theta)$ 라고 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^2} = \alpha$ 일 때, 100α 의 값을 구하시오.

(단, 점 P 는 제1사분면 위의 점이다.)

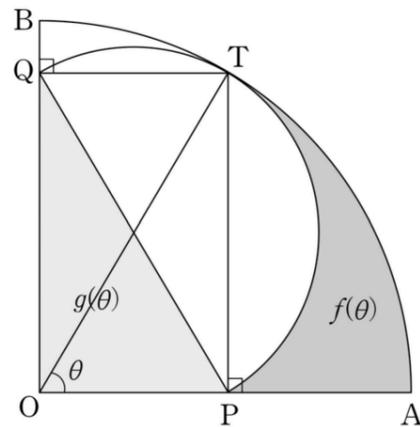
[4점][2011학년도 6월 가30]



12. 그림과 같이 반지름의 길이가 2이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인

부채꼴 OAB 가 있다. 호 AB 위의 점 T 에서 선분 OA 와 선분 OB 에 내린 수선의 발을 각각 P , Q 라 하고 $\angle T = \theta$ 라 하자. 점 P 와 점 Q 를 지름의 양끝으로 하고 점 T 를 지나는 반원을 C 라 할 때, 반원 C 의 호 TP , 선분 PA , 부채꼴 OAT 의 호 AT 로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 OPQ 의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\theta + f(\theta)}{g(\theta)} = a$ 일 때, $100a$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점][2010년 9월 가30]

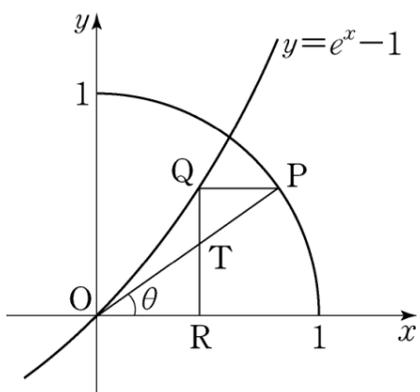


13. 좌표평면에서 그림과 같이 원 $x^2+y^2=1$ 위의 점 P에 대하여 선분 OP가 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 $\theta(0 < \theta < \frac{\pi}{4})$ 라 하자.

점 P를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y=e^x-1$ 과 만나는 점을 Q라 하고, 점 Q에서 x 축에 내린 수선의 발을 R라 하자. 선분 OP와 선분 QR의 교점을 T라 할 때, 삼각형 OTR의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^3} = a$ 일 때, $60a$ 의 값을 구하시오.

[4점][2011학년도 수능 가30]

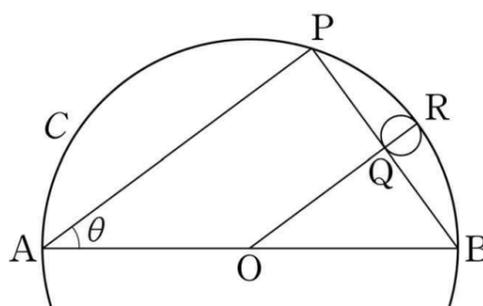


14. 중심이 O이고, 두 점 A, B를 지름의 양 끝으로 하며 반지름의 길이가 1인 원 C가 있다. 그림과 같이 원 C 위의 점 P에 대하여 점 O를 지나고 직선 AP와 평행한 직선이 선분 PB와 만나는 점을 Q, 호 PB와 만나는 점을 R라 하자.

$\angle PAB = \theta (0 < \theta < \frac{\pi}{2})$ 라 하고, 점 Q와 점 R를 지름의 양

끝으로 하는 원의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^4} = \frac{q}{p}\pi$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, $\overline{QR} < 1$ 이고, p 와 q 는 서로소인 정수이다.) [4점][2012학년도 6월 가27]



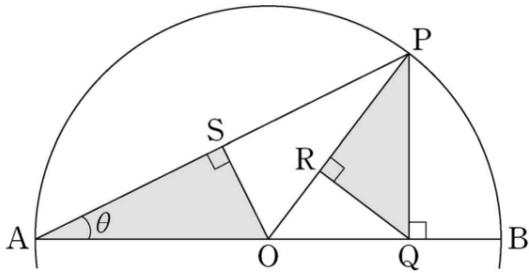
15. 그림과 같이 중심이 O이고 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 원 위의 점 P에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 Q, 점 Q에서 선분 OP에 내린 수선의 발을 R, 점 O에서 선분 AP에 내린 수선의 발을 S라 하자.

$\angle PAQ = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)일 때, 삼각형 AOS의 넓이를 $f(\theta)$,

삼각형 PRQ의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\theta^2 f(\theta)}{g(\theta)} = \frac{q}{p}$ 일 때,

$p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

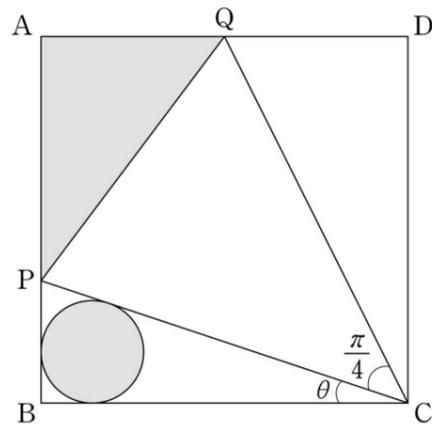
[4점][2012학년도 수능 가27]



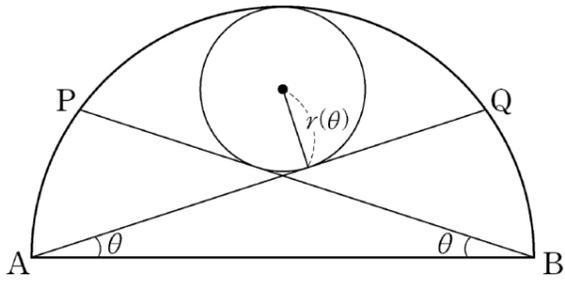
16. 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD의 변 AB 위의 점 P에 대하여 $\angle BCP = \theta$ 라 하고, 변 AD 위의 점 Q를 $\angle PCQ = \frac{\pi}{4}$ 가 되도록 잡는다. 삼각형 APQ의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 BCP의 내접원의 넓이를 $g(\theta)$ 라 할 때,

$$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{g(\theta)}{\theta \times f(\theta)} = \frac{q}{p}\pi$$

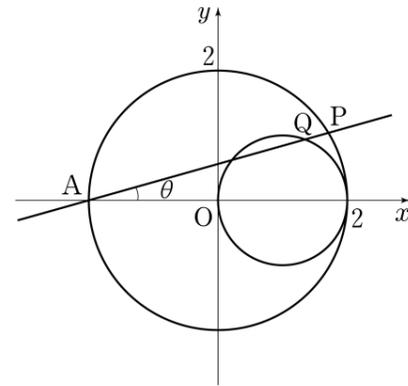
이다. $10p + q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점][2014학년도 예비시행 가29]



17. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 두 점 P, Q를 $\angle ABP = \angle BAQ = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)가 되도록 잡는다. 두 선분 AQ, BP와 호 PQ에 내접하는 원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \frac{r(\theta)}{\frac{\pi}{4} - \theta} = p\sqrt{2} + q$ 이다. $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 유리수이다.)
 [4점][2013학년도 6월 가29]



18. 그림과 같이 점 $A(-2, 0)$ 과 원 $x^2 + y^2 = 4$ 위의 점 P에 대하여 직선 AP가 원 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ 과 두 점에서 만날 때 두 점 중에서 점 P에 가까운 점을 Q라 하자. $\angle OAP = \theta$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\overline{PQ}}{\theta^2}$ 의 값은? [4점][2013학년도 9월 가20]

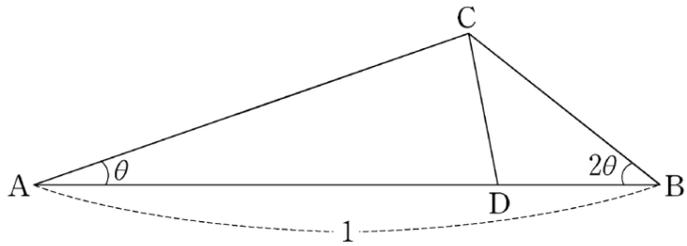


- ① $\frac{5}{2}$
- ② 3
- ③ $\frac{7}{2}$
- ④ 4
- ⑤ $\frac{9}{2}$

19. 삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=1$ 이고 $\angle A=\theta$, $\angle B=2\theta$ 이다. 변 AB 위의 점 D를 $\angle ACD=2\angle BCD$ 가 되도록 잡는다.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\overline{CD}}{\theta} = a$ 일 때, $27a^2$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점][2013학년도 수능 가29]

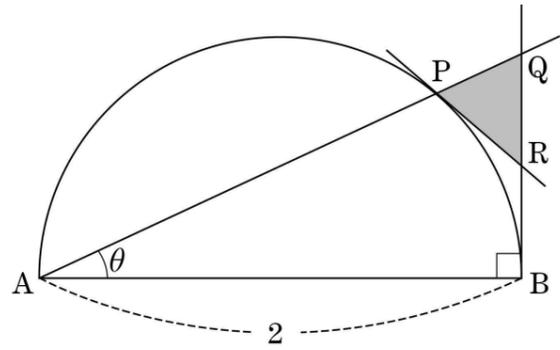


20. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 점 P가 있다. 점 B를 지나고 선분 AB에 수직인 직선이 직선 AP와 만나는 점을 Q라 하고, 점 P에서 이 반원에 접하는 직선과 선분 BQ가 만나는 점을 R라 하자.

$\angle PAB = \theta$ 라 하고 삼각형 PRQ의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때,

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ 이다.)

[4점][2013년 3월 가21]

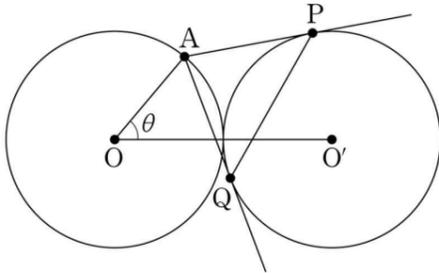


- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\frac{3}{4}$
- ③ 1
- ④ $\frac{5}{4}$
- ⑤ 2

21. 그림과 같이 반지름의 길이가 각각 1인 두 원 O, O' 이 외접하고 있다. 원 O 위의 점 A 에서 원 O' 에 그은 두 접선의 접점을 각각 P, Q 라 하자. $\angle AOO' = \theta$ 라 할 때,

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\overline{PQ}}{\theta}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)

[4점][2014학년도 6월 가21]

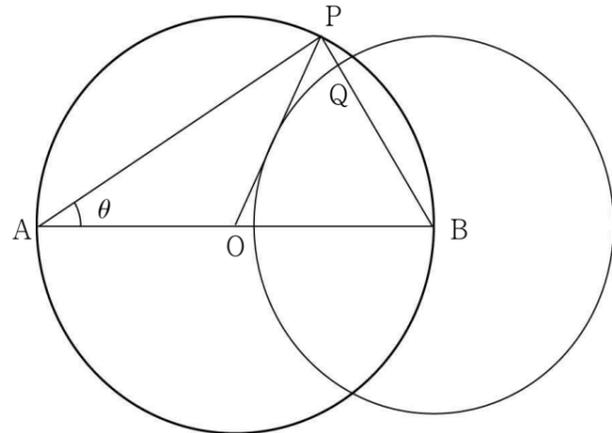


- ① 2
- ② $\sqrt{6}$
- ③ $2\sqrt{2}$
- ④ $\sqrt{10}$
- ⑤ $2\sqrt{3}$

22. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB 를 지름으로 하고 중심이 점 O 인 원 C_1 이 있다. 원 C_1 위의 점 P 에 대하여 $\angle PAB = \theta$ 라 하고, 선분 OP 에 접하고 중심이 점 B 인 원 C_2 를 그린다. 원 C_2 와 선분 BP 의 교점을 점 Q 라 할 때,

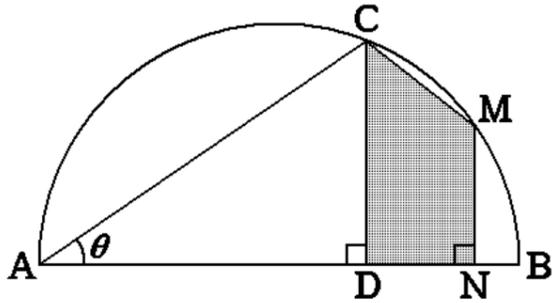
$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\overline{PQ}}{\theta^3}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)

[4점][2013년 7월 가21]

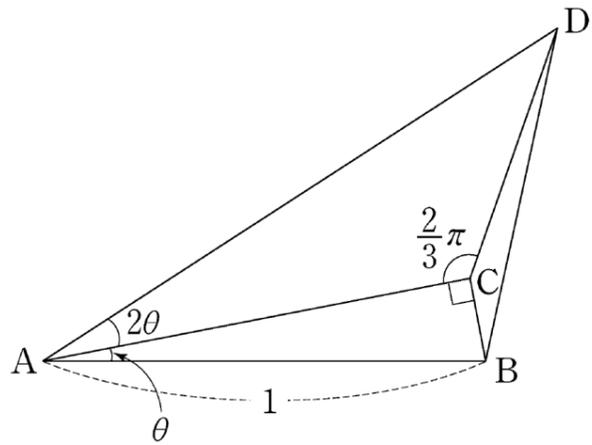


- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\frac{3}{4}$
- ③ 1
- ④ $\frac{5}{4}$
- ⑤ $\frac{3}{2}$

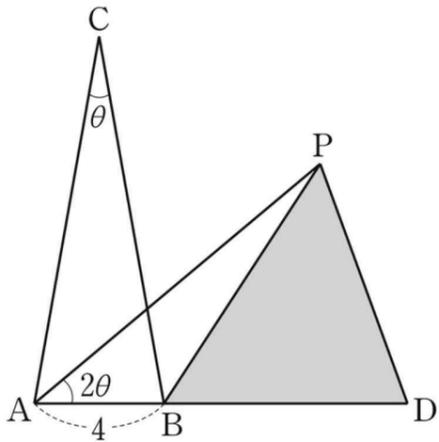
23. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위를 움직이는 점 C가 있다. 호 BC의 길이를 이등분하는 점을 M이라 하고, 두 점 C, M에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 각각 D, N이라 하자. $\angle CAB = \theta$ 라 할 때, 사각형 CDNМ의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^3} = a$ 일 때, $16a$ 의 값을 구하여라. (단, 점 C는 선분 AB의 양 끝점이 아니다.)
 [4점][2014학년도 사관학교 가27]



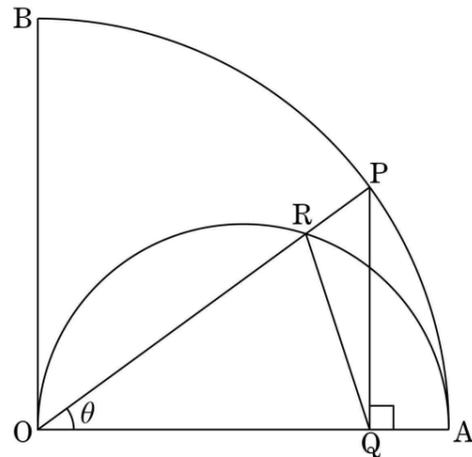
24. 그림과 같이 길이가 1인 선분 AB를 빗변으로 하고 $\angle BAC = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{6}$)인 직각삼각형 ABC에 대하여 점 D를 $\angle ACD = \frac{2}{3}\pi$, $\angle CAD = 2\theta$ 가 되도록 잡는다. 삼각형 BCD의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^2} = p$ 이다. $300p^2$ 의 값을 구하시오. (단, 네 점 A, B, C, D는 한 평면 위에 있다.) [4점][2014학년도 9월 가29]



25. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 한 변으로 하고, $\overline{AC} = \overline{BC}$, $\angle ACB = \theta$ 인 이등변삼각형 ABC가 있다. 선분 AB의 연장선 위에 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 인 점 D를 잡고, $\overline{AC} = \overline{AP}$ 이고 $\angle PAB = 2\theta$ 인 점 P를 잡는다. 삼각형 BDP의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} (\theta \times S(\theta))$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$)
 [4점][2014학년도 수능 가28]

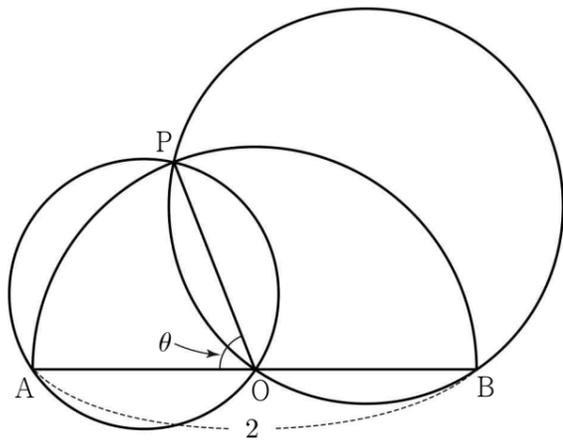


26. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB와 선분 OA를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위의 점 P에 대하여 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 Q, 선분 OP와 반원의 교점 중 O가 아닌 점을 R라 하고, $\angle POA = \theta$ 라 하자. 삼각형 PRQ의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은? [4점][2014년 3월 가19]



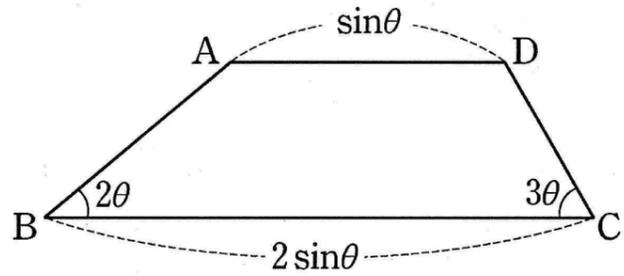
- ① $\frac{1}{8}$
- ② $\frac{1}{4}$
- ③ $\frac{3}{8}$
- ④ $\frac{1}{2}$
- ⑤ $\frac{5}{8}$

27. 그림과 같이 중심이 O이고 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\angle AOP = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)일 때, 세 점 A, O, P를 지나는 원의 넓이를 $f(\theta)$, 세 점 B, O, P를 지나는 원의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{g(\theta) - f(\theta)}{\frac{\pi}{2} - \theta}$ 의 값은? [4점][2014년 4월 가19]

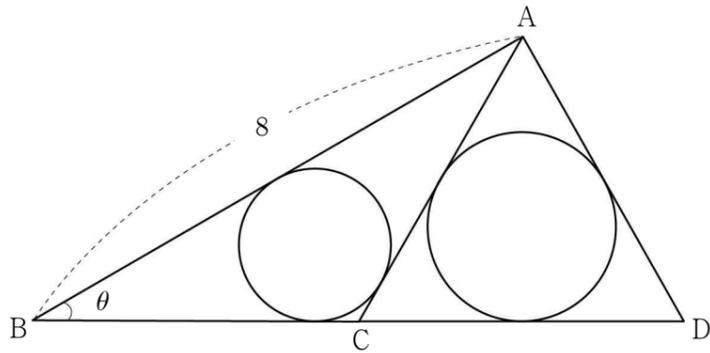


- ① π
- ② $\frac{2\pi}{3}$
- ③ $\frac{\pi}{2}$
- ④ $\frac{\pi}{3}$
- ⑤ $\frac{\pi}{4}$

28. 그림과 같이 사다리꼴 ABCD에서 변 AD와 변 BC가 평행하고 $\angle B = 2\theta$, $\angle C = 3\theta$, $\overline{BC} = 2\sin\theta$, $\overline{AD} = \sin\theta$ 이다. 사다리꼴 ABCD의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^3} = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점][2015학년도 6월 가29]



29. $\overline{AB}=8$, $\overline{AC}=\overline{BC}$, $\angle ABC=\theta$ 인 이등변삼각형 ABC가 있다. 그림과 같이 선분 BC의 연장선 위에 $\overline{AC}=\overline{AD}$ 인 점 D를 잡는다. 삼각형 ABC에 내접하는 원의 반지름의 길이를 r_1 , 삼각형 ACD에 내접하는 원의 반지름의 길이를 r_2 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{r_1 r_2}{\theta^2}$ 의 값은? [4점][2014년 7월 가21]



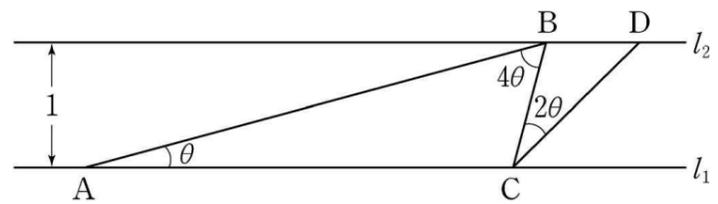
- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

30. 그림과 같이 서로 평행한 두 직선 l_1 과 l_2 사이의 거리가 1이다. 직선 l_1 위의 점 A에 대하여 직선 l_2 위에 점 B를 선분 AB와 직선 l_1 이 이루는 각의 크기가 θ 가 되도록 잡고, 직선 l_1 위에 점 C를 $\angle ABC=4\theta$ 가 되도록 잡는다. 직선 l_2 위에 점 D를 $\angle BCD=2\theta$ 이고 선분 CD가 선분 AB와 만나지 않도록 잡는다.

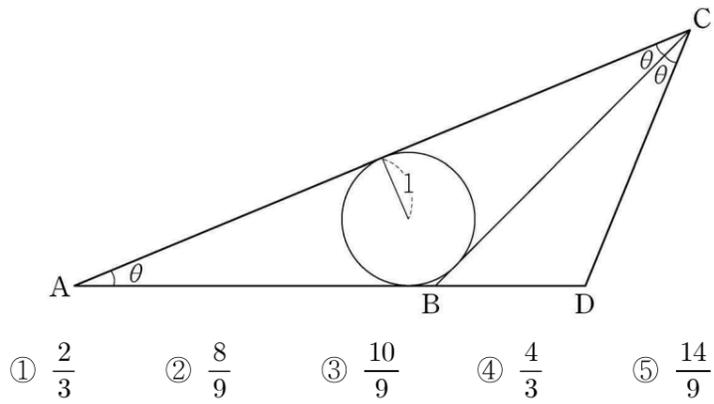
삼각형 ABC의 넓이를 T_1 , 삼각형 BCD의 넓이를 T_2 라 할

- 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{T_1}{T_2}$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{10}$)

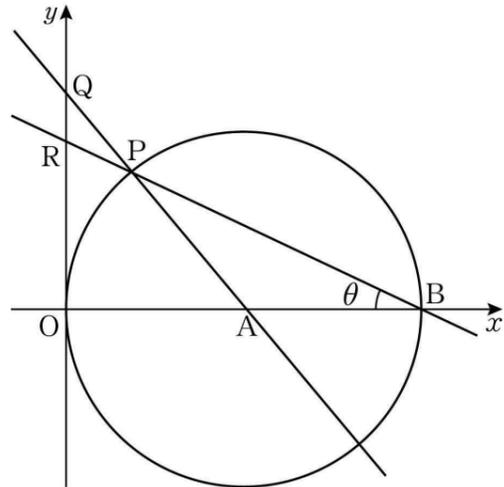
[4점][2015학년도 9월 가28]



31. 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원에 외접하고 $\angle CAB = \angle BCA = \theta$ 인 이등변삼각형 ABC가 있다. 선분 AB의 연장선 위에 점 A가 아닌 점 D를 $\angle DCB = \theta$ 가 되도록 잡는다. 삼각형 BCD의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \{\theta \times S(\theta)\}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)
 [4점][2015학년도 수능 가20]



32. 그림과 같이 중심이 A(3, 0)이고 점 B(6, 0)을 지나는 원이 있다. 이 원 위의 점 P를 지나는 두 직선 AP, BP가 y축과 만나는 점을 각각 Q, R라 하자. $\angle PBA = \theta$ 라 하고, 삼각형 PQR의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^5}$ 의 값을 구하시오.
 (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점][2015년 3월 가29]

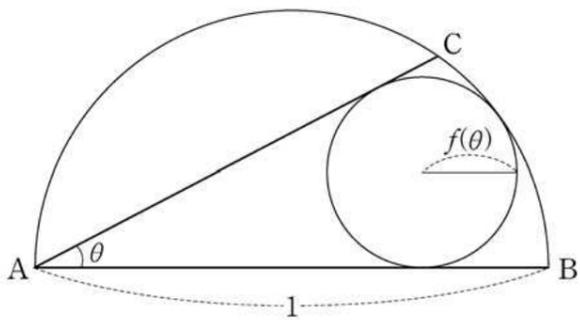


33. 그림과 같이 길이가 1인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 점 C를 잡고 $\angle BAC = \theta$ 라 하자. 호 BC와 두 선분 AB, AC에 동시에 접하는 원의 반지름의 길이를 $f(\theta)$ 라 할 때,

$$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\tan \frac{\theta}{2} - f(\theta)}{\theta^2} = \alpha$$

이다. 100α 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)

[4점][2016학년도 6월 가29]

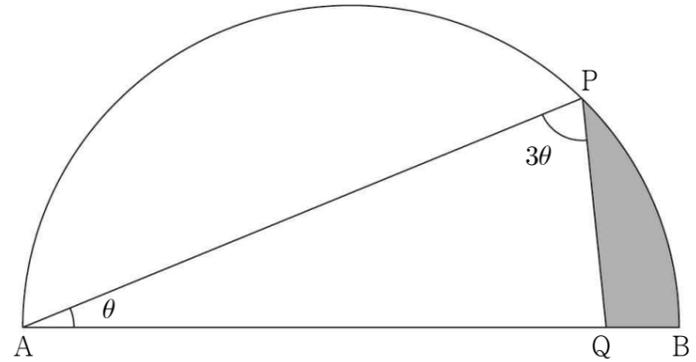


34. 그림과 같이 길이가 12인 선분 AB를 지름으로 하는

반원의호 AB 위에 $\angle PAB = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{6}$)인 점 P가 있다.

$\angle APQ = 3\theta$ 가 되도록 선분 AB 위의 점 Q를 잡을 때, 두 선분 PQ, QB와 호 BP로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자.

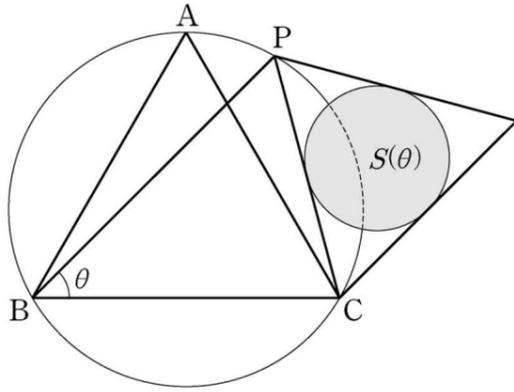
$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값을 구하시오. [4점][2015년 7월 가29]



35. 그림과 같이 원에 내접하고 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$ 인 정삼각형 ABC 가 있다. 점 B 를 포함하지 않는 호 AC 위의 점 P 에 대하여 $\angle PBC = \theta$ 라 하고, 선분 PC 를 한 변으로 하는 정삼각형에 내접하는 원의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^2} = a\pi$ 일 때, $60a$ 의 값을 구하시오.

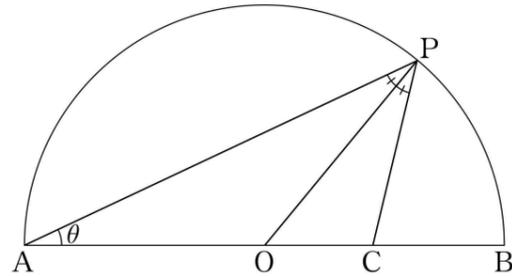
[4점][2016학년도 9월 가28]



36. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위의 점 P에 대하여 $\angle PAB = \theta$ 라 하자. 선분 OB 위의 점 C가 $\angle APO = \angle OPC$ 를 만족시킬 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \overline{OC}$ 의 값은?

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ 이고, 점 O는 선분 AB의 중점이다.)

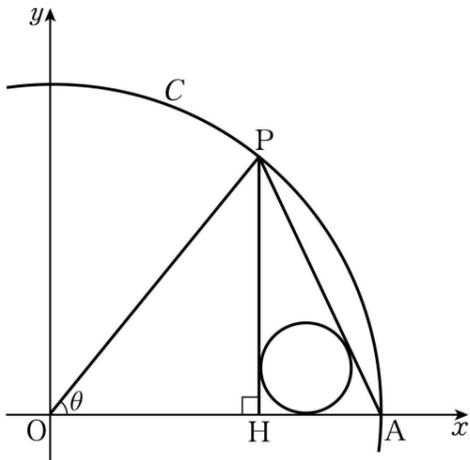
[3점][2015년 10월 가12]



- ① $\frac{1}{12}$
- ② $\frac{1}{6}$
- ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{3}$
- ⑤ $\frac{5}{12}$

37. 그림과 같이 중심이 원점 O 이고 반지름의 길이가 1인 원 C 가 있다. 원 C 가 x 축의 양의 방향과 만나는 점을 A , 원 C 위에 있고 제1사분면에 있는 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H , $\angle POA = \theta$ 라 하자. 삼각형 APH 에 내접하는 원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{r(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은?

[4점][2016년 3월 가21]

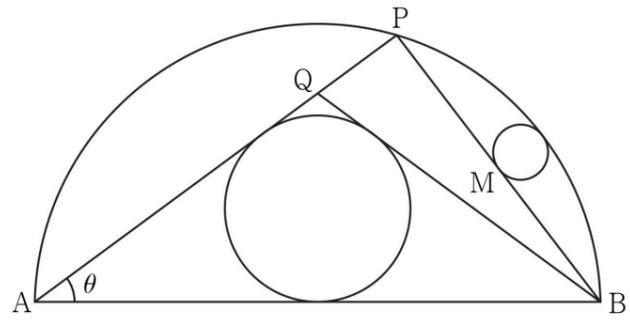


- ① $\frac{1}{10}$
- ② $\frac{1}{8}$
- ③ $\frac{1}{6}$
- ④ $\frac{1}{4}$
- ⑤ $\frac{1}{2}$

38. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB 를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위의 한 점 P 에 대하여 $\angle PAB = \theta$ 라 하자. 선분 PB 의 중점 M 에서 선분 PB 에 접하고 호 PB 에 접하는 원의 넓이를 $S(\theta)$, 선분 AP 위에 $\overline{AQ} = \overline{BQ}$ 가 되도록 점 Q 를 잡고 삼각형 ABQ 에 내접하는 원의 넓이를 $T(\theta)$ 라 하자.

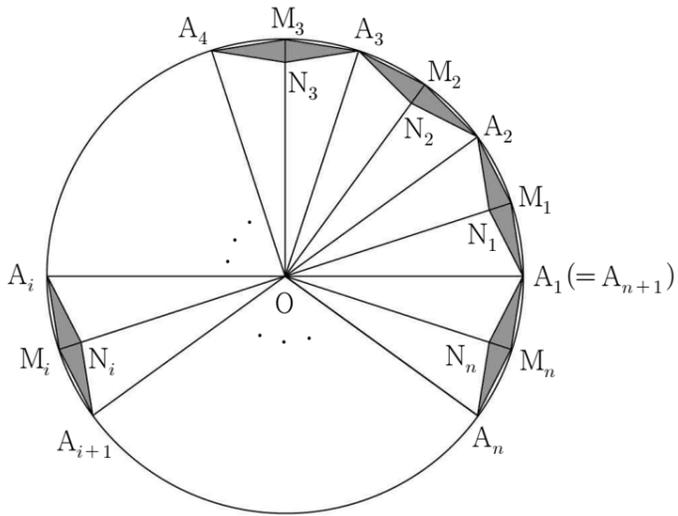
$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\theta^2 \times T(\theta)}{S(\theta)}$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)

[4점][2016년 4월 가29]



39. 그림과 같이 중심이 O 이고 반지름의 길이가 1인 원의 둘레를 $n(n \geq 4)$ 등분한 점을 A_1, A_2, \dots, A_n 이라 하자. 호 $A_i A_{i+1}$ ($i=1, 2, \dots, n$)을 이등분한 점을 M_i 라 하고 사각형 $A_i M_i A_{i+1} N_i$ 가 마름모가 되도록 하는 선분 OM_i 위의 점을 N_i 라 하자. n 개의 사각형 $A_1 M_1 A_2 N_1, A_2 M_2 A_3 N_2, A_3 M_3 A_4 N_3, \dots, A_n M_n A_{n+1} N_n$ 의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 \times S_n)$ 의 값은? (단, $A_{n+1} = A_1$)

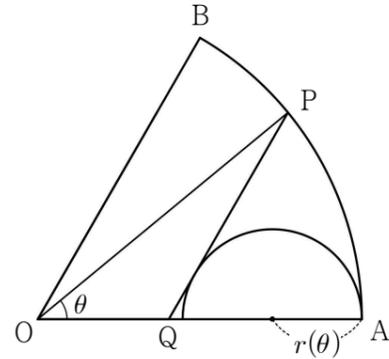
[4점][2016년 7월 가21]



- ① π^3
- ② $2\pi^3$
- ③ $3\pi^3$
- ④ $4\pi^3$
- ⑤ $5\pi^3$

40. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$ 인 부채꼴 OAB 가 있다. 호 AB 위의 점 P 를 지나고 선분 OB 와 평행한 직선이 선분 OA 와 만나는 점을 Q 라 하고 $\angle AOP = \theta$ 라 하자. 점 A 를 지름의 한 끝점으로 하고 지름이 선분 AQ 위에 있으며 선분 PQ 에 접하는 반원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{r(\theta)}{\theta} = a + b\sqrt{3}$ 이다. $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$ 이고, a, b 는 유리수이다.)

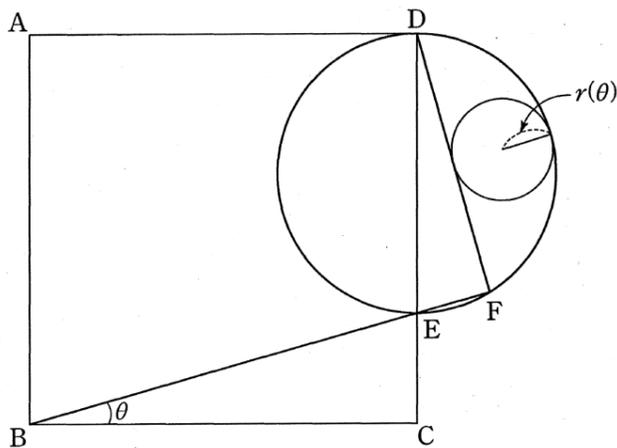
[4점][2017학년도 사관학교 가29]



41. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD가 있다.
 변 CD 위의 점 E에 대하여 선분 DE를 지름으로 하는 원과
 직선 BE가 만나는 점 중 E가 아닌 점을 F라 하자.
 $\angle EBC = \theta$ 라 할 때, 점 E를 포함하지 않는 호 DF를
 이등분하는 점과 선분 DF의 중점을 지름의 양 끝점으로 하는
 원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{4}-} \frac{r(\theta)}{\frac{\pi}{4} - \theta}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)

[4점][2017학년도 9월 가20]



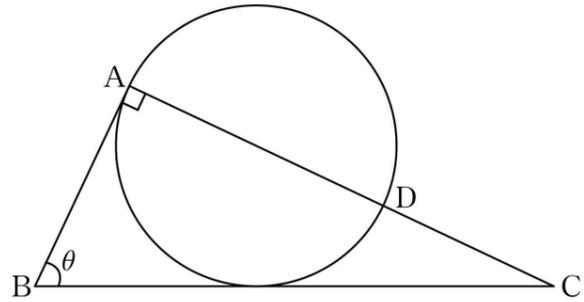
- ① $\frac{1}{7}(2 - \sqrt{2})$ ② $\frac{1}{6}(2 - \sqrt{2})$ ③ $\frac{1}{5}(2 - \sqrt{2})$
- ④ $\frac{1}{4}(2 - \sqrt{2})$ ⑤ $\frac{1}{3}(2 - \sqrt{2})$

42. 그림과 같이 $\overline{BC} = 1$, $\angle A = \frac{\pi}{2}$, $\angle B = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)인

삼각형 ABC가 있다. 선분 AC 위의 점 D에 대하여 선분
 AD를 지름으로 하는 원이 선분 BC와 접할 때,

$\lim_{\theta \rightarrow 0+} \frac{\overline{CD}}{\theta^3} = k$ 라 하자. $100k$ 의 값을 구하시오.

[4점][2016년 10월 가28]



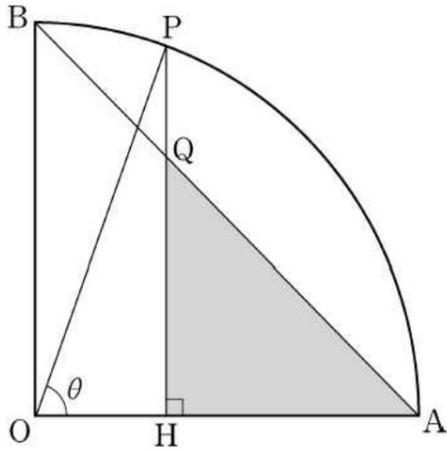
43. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인

부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H, 선분 PH와 선분 AB의 교점을 Q라 하자.

$\angle POH = \theta$ 일 때, 삼각형 AQH의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^4}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)

[4점][2017학년도 수능 가14]



- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

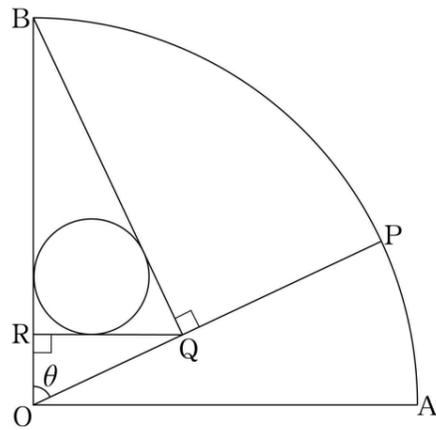
44. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인

부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에 대하여 점 B에서 선분 OP에 내린 수선의 발을 Q, 점 Q에서 선분 OB에 내린 수선의 발을 R라 하자.

$\angle BOP = \theta$ 일 때, 삼각형 RQB에

내접하는 원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{r(\theta)}{\theta^2}$ 의

값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점][2017년 3월 가17]

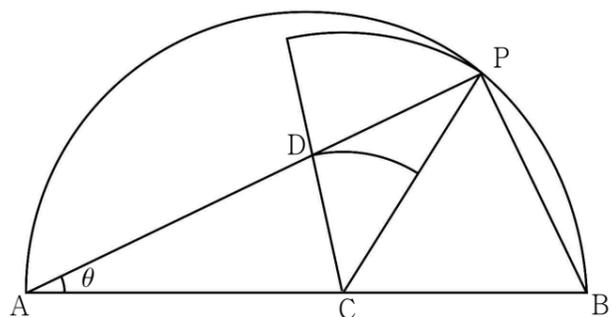


- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

45. 그림과 같이 길이가 1인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위의 점 P에 대하여 $\overline{BP} = \overline{BC}$ 가 되도록 선분 AB 위의 점 C를 잡고, $\overline{AC} = \overline{AD}$ 가 되도록 선분 AP 위의 점 D를 잡는다. $\angle PAB = \theta$ 에 대하여 선분 CD를 반지름으로 하고 중심각의 크기가 $\angle PCD$ 인 부채꼴의 넓이를 $S(\theta)$, 선분 CP를 반지름으로 하고 중심각의 크기가 $\angle PCD$ 인 부채꼴의 넓이를 $T(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{T(\theta) - S(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은?

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이고 $\angle PCD$ 는 예각이다.)

[4점][2017년 4월 가21]

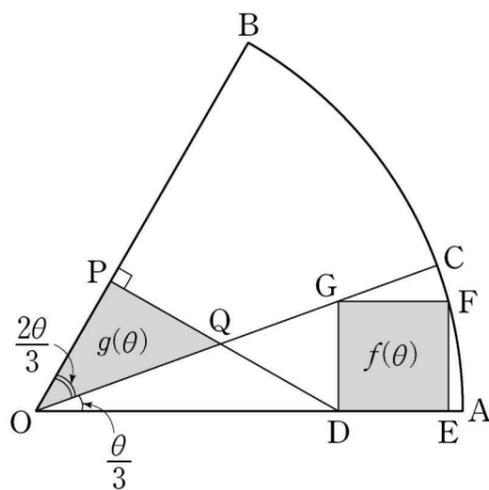


- ① $\frac{\pi}{16}$
- ② $\frac{\pi}{8}$
- ③ $\frac{3}{16}\pi$
- ④ $\frac{\pi}{4}$
- ⑤ $\frac{5}{16}\pi$

46. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 θ 인 부채꼴 OAB에서 호 AB의 삼등분점 중 점 A에 가까운 점을 C라 하자. 변 DE가 선분 OA 위에 있고, 꼭짓점 G, F가 각각 선분 OC, 호 AC 위에 있는 정사각형 DEFG의 넓이를 $f(\theta)$ 라 하자. 점 D에서 선분 OB에 내린 수선의 발을 P, 선분 DP와 선분 OC가 만나는 점을 Q라 할 때, 삼각형 OQP의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)}{\theta \times g(\theta)} = k$ 일 때, $60k$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이고, $\overline{OD} < \overline{OE}$ 이다.)

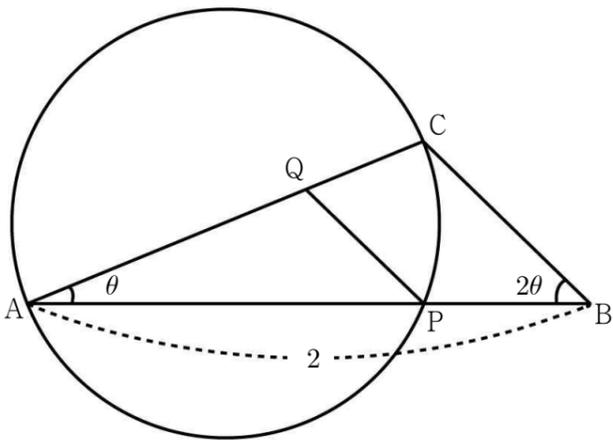
[4점][2018학년도 6월 가28]



47. 그림과 같이 $\overline{AB}=2$ 이고 $\angle ABC=2\angle BAC$ 를 만족하는 삼각형 ABC 가 있다. 선분 AC 를 지름으로 하는 원과 직선 AB 가 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 P , 점 P 를 지나고 선분 BC 에 평행한 직선이 선분 AC 와 만나는 점을 Q 라 하자. $\angle BAC=\theta$ 라 할 때, 삼각형 APQ 의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)

[4점][2017년 7월 가21]



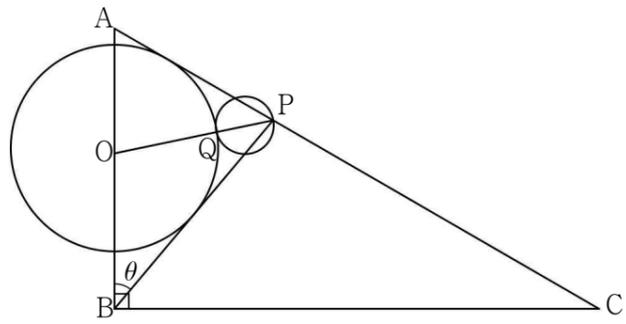
- ① $\frac{16}{27}$
- ② $\frac{17}{27}$
- ③ $\frac{2}{3}$
- ④ $\frac{19}{27}$
- ⑤ $\frac{20}{27}$

48. 그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=2\sqrt{3}$, $\angle ABC=\frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형

ABC 가 있다. 선분 CA 위의 점 P 에 대하여 $\angle ABP=\theta$ 라 할 때, 선분 AB 위의 점 O 를 중심으로 하고 두 선분 AP , BP 에 동시에 접하는 원의 넓이를 $f(\theta)$ 라 하자. 이 원과 선분 PO 가 만나는 점을 Q 라 할 때, 선분 PQ 를 지름으로 하는 원의

넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)+g(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은?

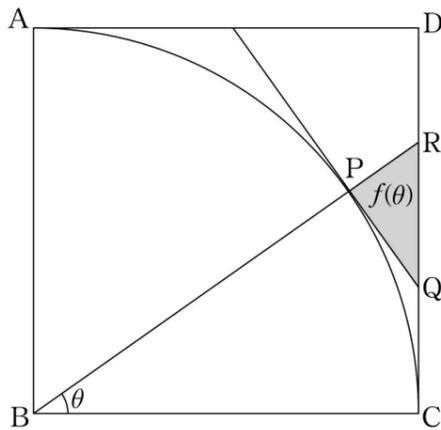
[4점][2018학년도 사관학교 가20]



- ① $\frac{17-5\sqrt{3}}{3}\pi$
- ② $\frac{18-5\sqrt{3}}{3}\pi$
- ③ $\frac{19-5\sqrt{3}}{3}\pi$
- ④ $\frac{18-4\sqrt{3}}{3}\pi$
- ⑤ $\frac{19-4\sqrt{3}}{3}\pi$

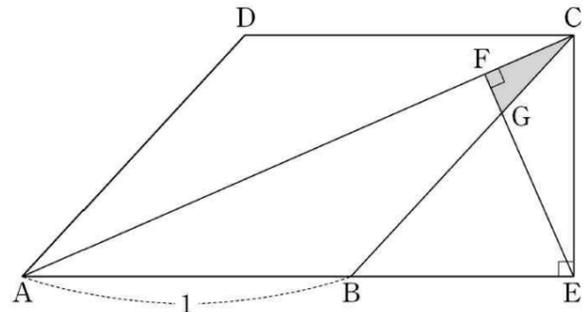
49. 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정사각형 ABCD 안에 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 이고 반지름의 길이가 3인 부채꼴 BCA가 있다. 호 AC 위의 점 P에서의 접선이 선분 CD와 만나는 점을 Q, 선분 BP의 연장선이 선분 CD와 만나는 점을 R라 하자. $\angle PBC = \theta$ 일 때, 삼각형 PQR의 넓이를 $f(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{8f(\theta)}{\theta^3}$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)

[4점][2017년 10월 가27]



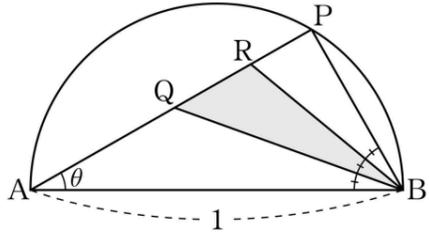
50. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 마름모 ABCD가 있다. 점 C에서 선분 AB의 연장선에 내린 수선의 발을 E, 점 E에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 F, 선분 EF와 선분 BC의 교점을 G라 하자. $\angle DAB = \theta$ 일 때, 삼각형 CFG의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^5}$ 의 값을? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)

[4점][2018학년도 수능 가17]



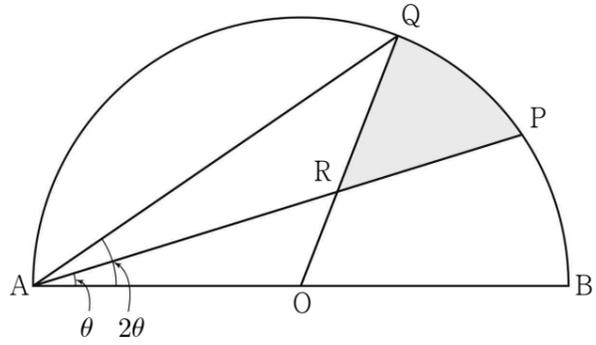
- ① $\frac{1}{24}$ ② $\frac{1}{20}$ ③ $\frac{1}{16}$ ④ $\frac{1}{12}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

51. 그림과 같이 길이가 1인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위의 점 P에 대하여 $\angle ABP$ 를 삼등분하는 두 직선이 선분 AP와 만나는 점을 각각 Q, R라 하자. $\angle PAB = \theta$ 일 때, 삼각형 BRQ의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은?
 (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점][2018년 3월 가19]



- ① $\frac{1}{3}$
- ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- ③ 1
- ④ $\sqrt{3}$
- ⑤ 3

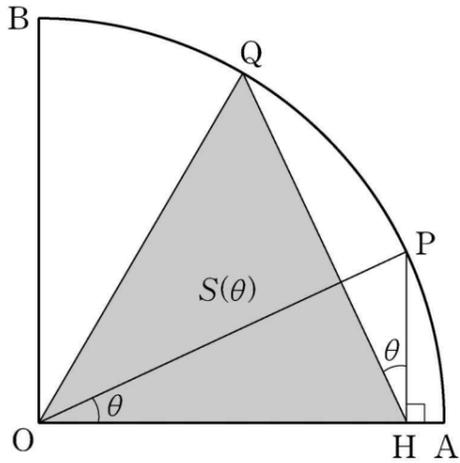
52. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 두 점 P, Q를 $\angle PAB = \theta$, $\angle QAB = 2\theta$ 가 되도록 잡는다. 선분 AB의 중점 O에 대하여 선분 OQ와 선분 AP가 만나는 점을 R라 하자. 호 PQ와 두 선분 QR, RP로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)
 [4점][2018년 4월 가20]



- ① $\frac{4}{3}$
- ② $\frac{5}{3}$
- ③ 2
- ④ $\frac{7}{3}$
- ⑤ $\frac{8}{3}$

53. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H라 하고, 호 BP 위에 점 Q를 $\angle POH = \angle PHQ$ 가 되도록 잡는다. $\angle POH = \theta$ 일 때, 삼각형 OHQ의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$)

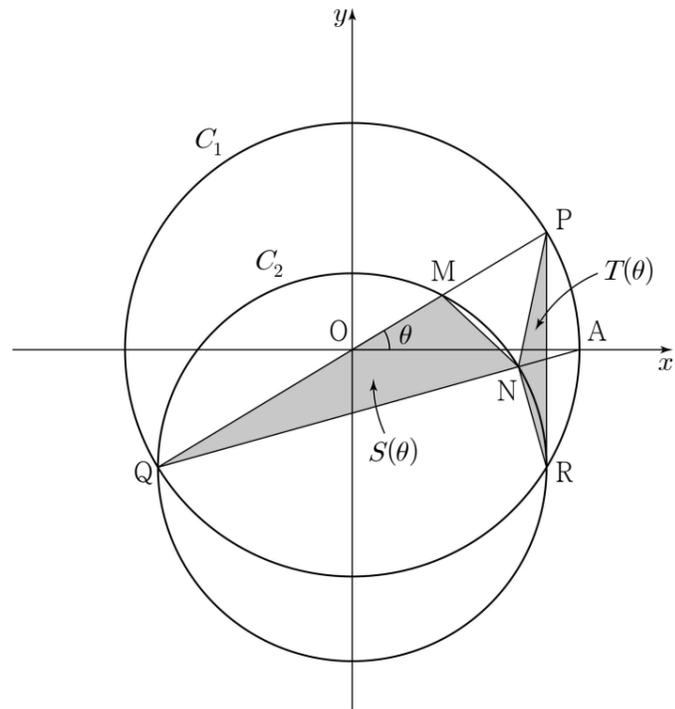
[4점][2019학년도 6월 가16]



- ① $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$
- ② $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$
- ③ $\frac{3+\sqrt{2}}{2}$
- ④ $\frac{4+\sqrt{2}}{2}$
- ⑤ $\frac{5+\sqrt{2}}{2}$

54. 그림과 같이 좌표평면 위에 중심이 $O(0, 0)$ 이고 점 $A(1, 0)$ 을 지나는 원 C_1 위의 제1사분면 위의 점을 P라 하자. 점 P를 원점에 대하여 대칭이동시킨 점을 Q, x 축에 대하여 대칭이동시킨 점을 R라 하자. 선분 QR를 지름으로 하는 원 C_2 와 두 선분 PQ, AQ와의 교점을 각각 M, N이라 하자. $\angle POA = \theta$ 라 할 때, 두 삼각형 MQN, PNR의 넓이를 각각 $S(\theta)$, $T(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\theta^2 \times S(\theta)}{T(\theta)}$ 의 값은?

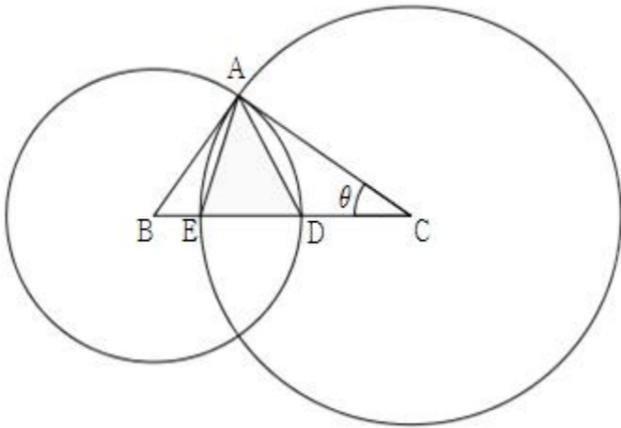
[4점][2018년 7월 가21]



- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

55. 그림과 같이 선분 BC를 빗변으로 하고, $\overline{BC}=8$ 인 직각삼각형 ABC가 있다. 점 B를 중심으로 하고 반지름의 길이가 \overline{AB} 인 원이 선분 BC와 만나는 점을 D, 점 C를 중심으로 하고 반지름의 길이가 \overline{AC} 인 원이 선분 BC와 만나는 점을 E라 하자. $\angle ACB = \theta$ 라 할 때, 삼각형 AED의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은?

[4점][2019학년도 사관학교 가19]

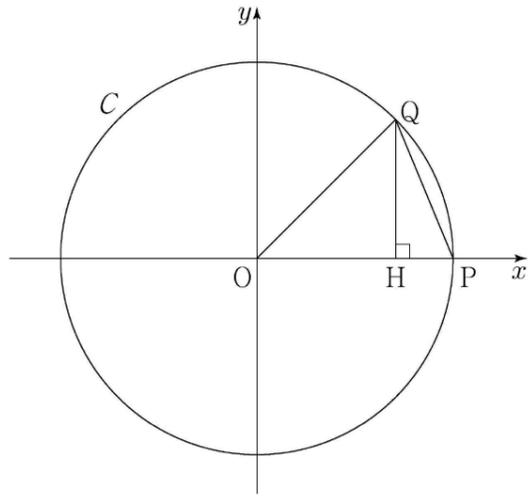


- ① 16
- ② 20
- ③ 24
- ④ 28
- ⑤ 32

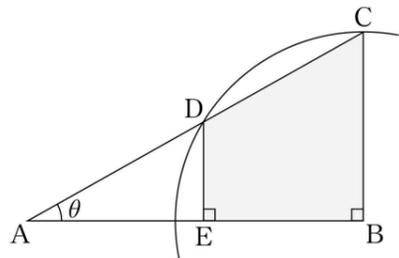
56. 자연수 n 에 대하여 중심이 원점 O 이고 점 $P(2^n, 0)$ 을 지나는 원 C 가 있다. 원 C 위에 점 Q 를 호 PQ 의 길이가 π 가 되도록 잡는다. 점 Q 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (\overline{OQ} \times \overline{HP})$ 의 값은?

[4점][2019학년도 9월 가19]

- ① $\frac{\pi^2}{2}$
- ② $\frac{\pi^2}{3}$
- ③ π^2
- ④ $\frac{5}{4}\pi^2$
- ⑤ $\frac{3}{2}\pi^2$

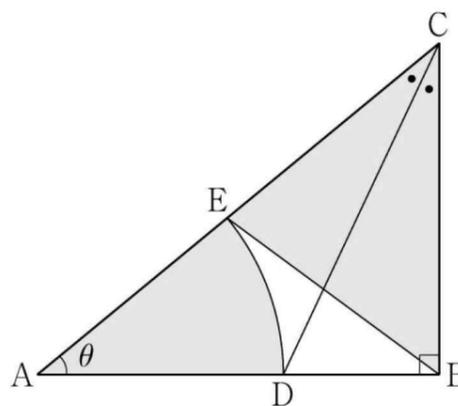


57. 그림과 같이 빗변 AC의 길이가 1이고 $\angle BAC = \theta$ 인 직각삼각형 ABC가 있다. 점 B를 중심으로 하고 점 C를 지나는 원이 선분 AC와 만나는 점 중 점 C가 아닌 점을 D라 하고, 점 D에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 E라 하자. 사각형 BCDE의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은?
 (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점][2018년 10월 가17]



- ① $\frac{1}{4}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ 1
- ④ 2
- ⑤ 4

58. 그림과 같이 $\overline{AB} = 1$, $\angle B = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\angle C$ 를 이등분하는 직선과 선분 AB의 교점을 D, 중심이 A이고 반지름의 길이가 \overline{AD} 인 원과 선분 AC의 교점을 E라 하자. $\angle A = \theta$ 일 때, 부채꼴 ADE의 넓이를 $S(\theta)$, 삼각형 BCE의 넓이를 $T(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\{S(\theta)\}^2}{T(\theta)}$ 의 값은?
 [4점][2019학년도 수능 가18]

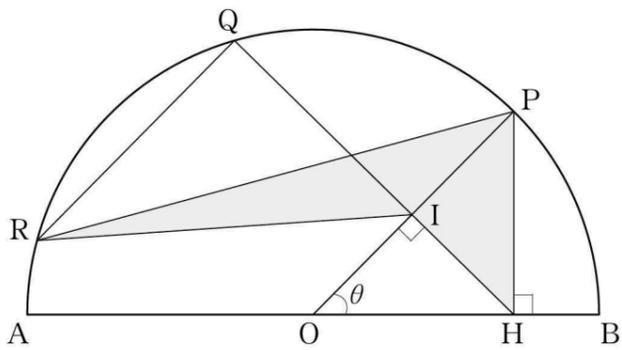


- ① $\frac{1}{4}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{3}{4}$
- ④ 1
- ⑤ $\frac{5}{4}$

59. 그림과 같이 중심이 O이고 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 H라 하고, 점 H를 지나고 선분 OP에 수직인 직선이 선분 OP, 호 AB와 만나는 점을 각각 I, Q라 하자. 점 Q를 지나고 직선 OP에 평행한 직선이 호 AB와 만나는 점 중 Q가 아닌 점을 R라 하자. $\angle POB = \theta$ 일 때, 두 삼각형 RIP, IHP의 넓이를 각각 $S(\theta)$, $T(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta) - T(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)

[4점][2019년 3월 가19]

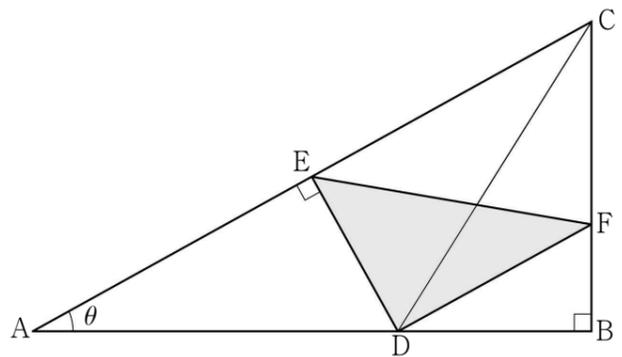


- ① $\frac{\sqrt{2}-1}{4}$ ② $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ ③ $\sqrt{2}-1$
- ④ $\frac{2\sqrt{2}-1}{4}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{2}-1}{2}$

60. 그림과 같이 $\overline{AB}=1$, $\angle B = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형 ABC에서 선분

AB 위에 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 가 되도록 점 D를 잡는다. 점 D에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 E, 점 D를 지나고 직선 AC에 평행한 직선이 선분 BC와 만나는 점을 F라 하자. $\angle BAC = \theta$ 일 때, 삼각형 DEF의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값은?

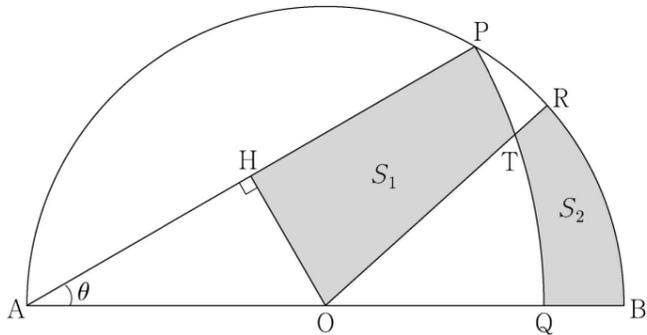
(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점][2019년 4월 가19]



- ① $\frac{1}{32}$ ② $\frac{1}{16}$ ③ $\frac{3}{32}$ ④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{5}{32}$

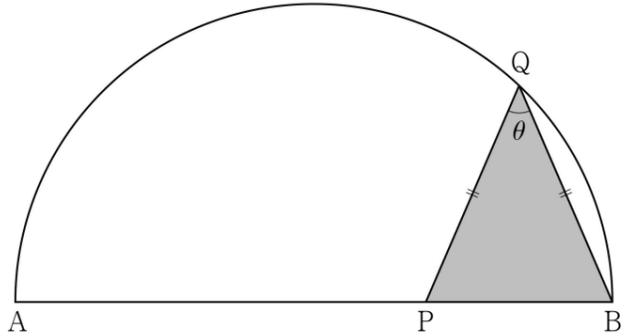
61. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 P가 있다. 중심이 A이고 반지름의 길이가 \overline{AP} 인 원과 선분 AB의 교점을 Q라 하자. 호 PB 위에 점 R를 호 PR과 호 RB의 길이의 비가 3:7이 되도록 잡는다. 선분 AB의 중점을 O라 할 때, 선분 OR와 호 PQ의 교점을 T, 점 O에서 선분 AP에 내린 수선의 발을 H라 하자. 세 선분 PH, HO, OT와 호 TP로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1 , 두 선분 RT, QB와 두 호 TQ, BR로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2 라 하자. $\angle PAB = \theta$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S_1 - S_2}{OH} = a$ 이다. $50a$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)

[4점][2020학년도 6월 가28]



62. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 선분 AB 위의 점 P에 대하여 $\overline{QB} = \overline{QP}$ 를 만족시키는 반원 위의 점을 Q라 할 때, $\angle BQP = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)라 하자. 삼각형 QPB의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은?

[4점][2019년 7월 가17]



- ① $\frac{1}{4}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ 1
- ④ 2
- ⑤ 4

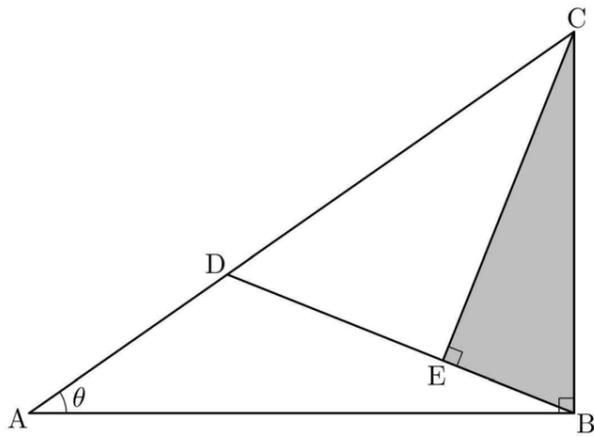
63. 그림과 같이 $\overline{AB}=1$ 이고 $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형

ABC에서 $\angle CAB = \theta$ 라 하자. 선분 AC를 4:7로 내분하는 점을 D라 하고 점 C에서 선분 BD에 내린 수선의 발을 E라 할 때,

삼각형 CEB의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^3} = \frac{q}{p}$ 일 때,

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ 이고, p 와 q 는 서로소인

자연수이다.) [4점][2020학년도 사관학교 가28]



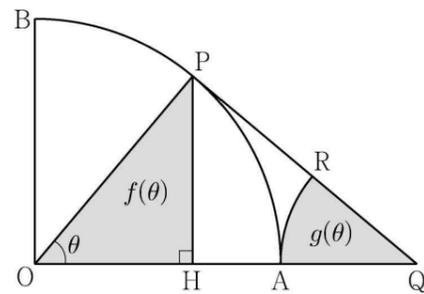
64. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인

부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H, 점 P에서 호 AB에 접하는 직선과 직선 OA의 교점을 Q라 하자. 점 Q를 중심으로 하고 반지름의 길이가 \overline{QA} 인 원과 선분 PQ의 교점을 R라 하자. $\angle POA = \theta$ 일 때, 삼각형 OHP의 넓이를 $f(\theta)$, 부채꼴 QRA의 넓이를 $g(\theta)$ 라

하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{g(\theta)}}{\theta \times f(\theta)}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)

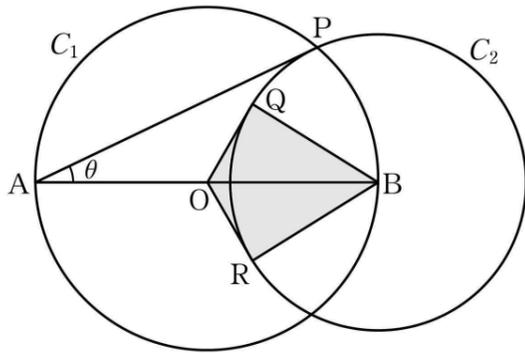
[4점][2020학년도 9월 가20]

- ① $\frac{\sqrt{\pi}}{5}$ ② $\frac{\sqrt{\pi}}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{\pi}}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ ⑤ $\sqrt{\pi}$



65. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 원 C_1 과 점 B를 중심으로 하고 원 C_1 위의 점 P를 지나는 원 C_2 가 있다. 원 C_1 의 중심 O에서 원 C_2 에 그은 두 접선의 접점을 각각 Q, R라 하자. $\angle PAB = \theta$ 일 때, 사각형 ORBQ의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$)

[4점][2019년 10월 가16]



- ① 2 ② $\sqrt{3}$ ③ 1 ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

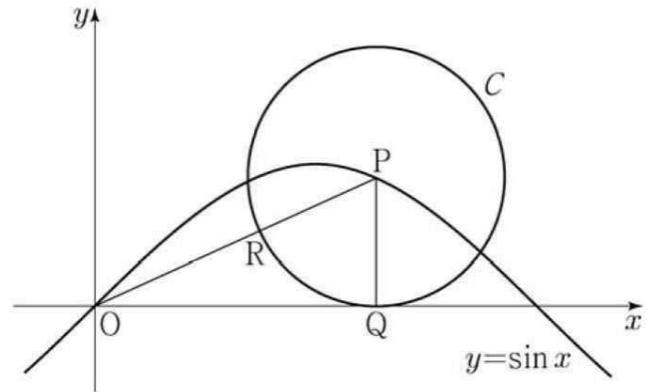
66. 좌표평면에서 곡선 $y = \sin x$ 위의 점 $P(t, \sin t)$

($0 < t < \pi$)를 중심으로 하고 x 축에 접하는 원을 C 라 하자. 원 C 가 x 축에 접하는 점을 Q, 선분 OP와 만나는 점을 R라 하자.

$\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\overline{OQ}}{\overline{OR}} = a + b\sqrt{2}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하시오.

(단, 0는 원점이고, a, b 는 정수이다.)

[3점][2020학년도 수능 가24]

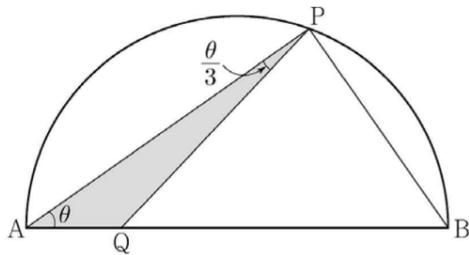


67. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 위에 점 P가 있고, 선분 AB 위에 점 Q가 있다.

$\angle PAB = \theta$ 이고 $\angle APQ = \frac{\theta}{3}$ 일 때, 삼각형 PAQ의 넓이를

$S(\theta)$, 선분 PB의 길이를 $l(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{l(\theta)}$ 의 값은?

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점][2022학년도 예시문항 미적분27]

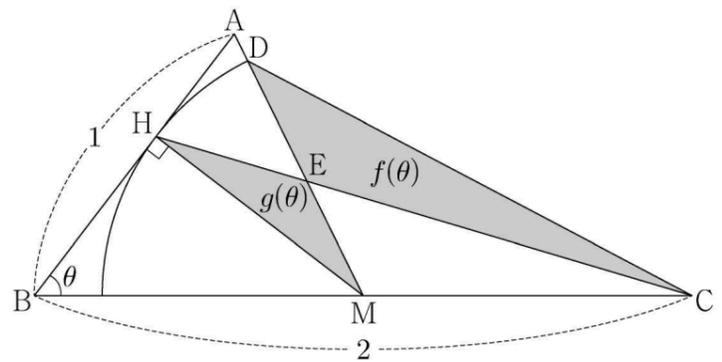


- ① $\frac{1}{12}$
- ② $\frac{1}{6}$
- ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{3}$
- ⑤ $\frac{5}{12}$

68. 그림과 같이 $\overline{AB}=1$, $\overline{BC}=2$ 인 두 선분 AB, BC에 대하여 선분 BC의 중점을 M, 점 M에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 H라 하자. 중심이 M이고 반지름의 길이가 \overline{MH} 인 원이 선분 AM과 만나는 점을 D, 선분 HC가 선분 DM과 만나는 점을 E라 하자. $\angle ABC = \theta$ 라 할 때, 삼각형 CDE의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 MEH의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta) - g(\theta)}{\theta^3} = a$ 일 때,

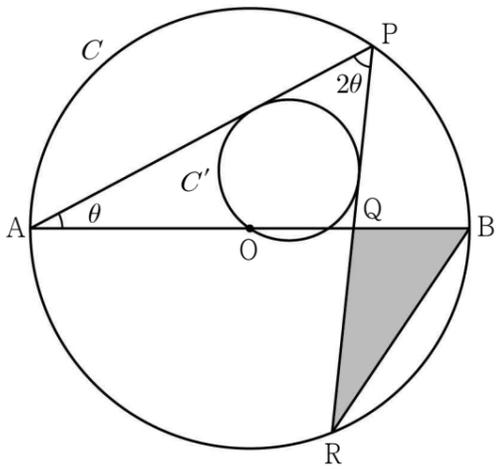
$80a$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)

[4점][2021학년도 6월 가28]



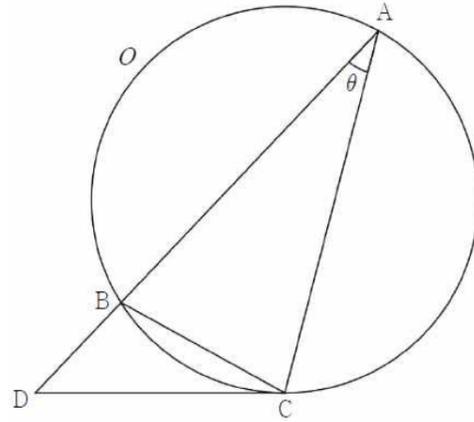
69. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 지름으로 하고 중심이 O인 원 C가 있다. 원 C 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\angle PAB = \theta$ 라 할 때, 선분 AB 위에 $\angle APQ = 2\theta$ 를 만족시키는 점을 Q라 하자. 직선 PQ가 원 C와 만나는 점 중 P가 아닌 점을 R라 할 때, 중심이 삼각형 AQP의 내부에 있고 두 선분 PA, PR에 동시에 접하는 원을 C'이라 하자. 원 C'이 점 O를 지날 때, 원 C'의 반지름의 길이를 $r(\theta)$, 삼각형 BQR의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{r(\theta)} = a$ 일 때, $45a$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점][2020년 7월 가29]



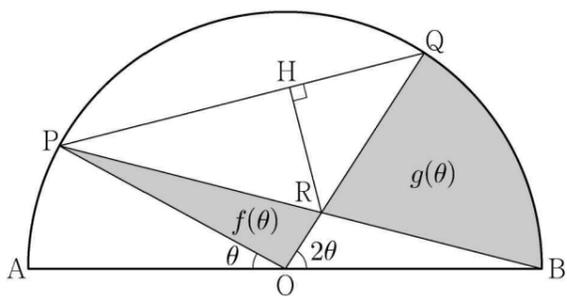
70. 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC} = 4$ 인 이등변삼각형 ABC에 외접하는 원 O가 있다. 점 C를 지나고 원 O에 접하는 직선과 직선 AB의 교점을 D라 하자. $\angle CAB = \theta$ 라 할 때, 삼각형 BDC의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$) [4점][2021학년도 사관학교 가28]

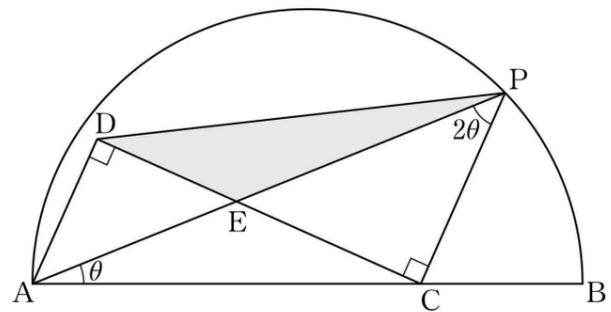


71. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 선분 AB의 중점을 O라 할 때, 호 AB 위에 두 점 P, Q를 $\angle POA = \theta$, $\angle QOB = 2\theta$ 가 되도록 잡는다. 두 선분 PB, OQ의 교점을 R라 하고, 점 R에서 선분 PQ에 내린 수선의 발을 H라 하자. 삼각형 POR의 넓이를 $f(\theta)$, 두 선분 RQ, RB와 호 QB로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(\theta)$ 라 할 때,
 $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta) + g(\theta)}{RH} = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
 (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점][2021학년도 9월 가28]

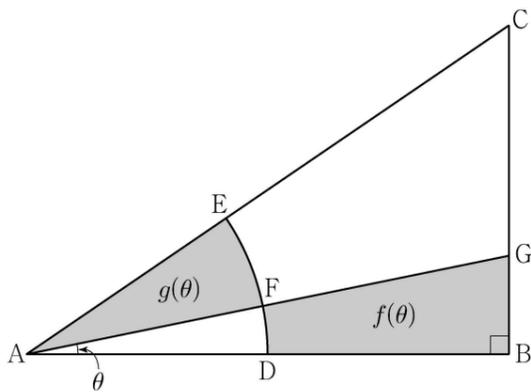


72. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위의 점 P와 선분 AB 위의 점 C에 대하여 $\angle PAC = \theta$ 일 때, $\angle APC = 2\theta$ 이다. $\angle ADC = \angle PCD = \frac{\pi}{2}$ 인 점 D에 대하여 두 선분 AP와 CD가 만나는 점을 E라 하자. 삼각형 DEP의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값은?
 (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$) [4점][2020년 10월 가21]

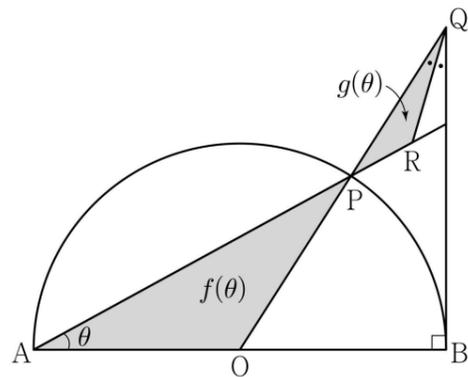


- ① $\frac{5}{9}$
- ② $\frac{2}{3}$
- ③ $\frac{7}{9}$
- ④ $\frac{8}{9}$
- ⑤ 1

73. 그림과 같이 $\overline{AB} = 2$, $\angle B = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형 ABC에서 중심이 A, 반지름의 길이가 1인 원이 두 선분 AB, AC와 만나는 점을 각각 D, E라 하자. 호 DE의 삼등분점 중 점 D에 가까운 점을 F라 하고, 직선 AF가 선분 BC와 만나는 점을 G라 하자. $\angle BAG = \theta$ 라 할 때, 삼각형 ABG의 내부와 부채꼴 ADF의 외부의 공통부분의 넓이를 $f(\theta)$, 부채꼴 AFE의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $40 \times \lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)}{g(\theta)}$ 의 값을 구하시오.
[3점][2021학년도 수능 가24]

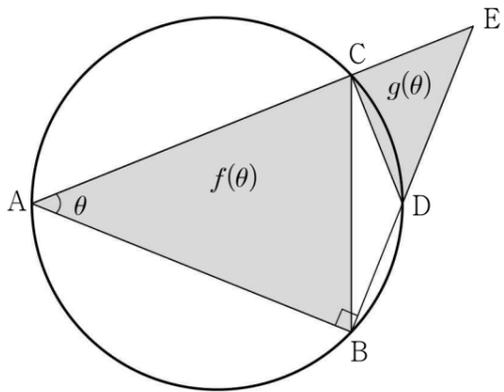


74. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 P가 있다. 선분 AB의 중점을 O라 할 때, 점 B를 지나고 선분 AB에 수직인 직선이 직선 OP와 만나는 점을 Q라 하고, $\angle OQB$ 의 이등분선이 직선 AP와 만나는 점을 R라 하자. $\angle OAP = \theta$ 일 때, 삼각형 OAP의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 PQR의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{g(\theta)}{\theta^4 \times f(\theta)}$ 의 값은?
(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점][2022학년도 6월 28번]



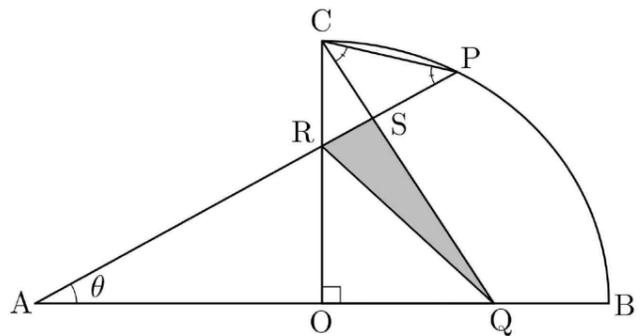
- ① 2
- ② $\frac{5}{2}$
- ③ 3
- ④ $\frac{7}{2}$
- ⑤ 4

75. 그림과 같이 반지름의 길이가 5인 원에 내접하고, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 삼각형 ABC가 있다. $\angle BAC = \theta$ 라 하고, 점 B를 지나고 직선 AB에 수직인 직선이 원과 만나는 점 중 B가 아닌 점을 D, 직선 BD와 직선 AC가 만나는 점을 E라 하자. 삼각형 ABC의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 CDE의 넓이를 $g(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{g(\theta)}{\theta^2 \times f(\theta)}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)
 [4점][2021학년도 7월 28번]



- ① $\frac{1}{8}$
- ② $\frac{1}{4}$
- ③ $\frac{3}{8}$
- ④ $\frac{1}{2}$
- ⑤ $\frac{5}{8}$

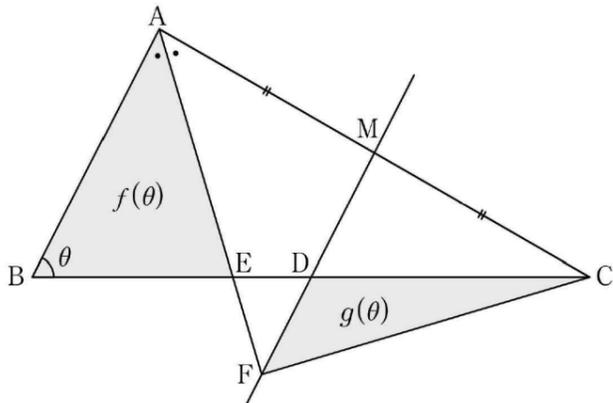
76. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB의 중점 O에 대하여 선분 OB를 반지름으로 하는 사분원 OBC가 있다. 호 BC 위를 움직이는 점 P에 대하여 선분 OB 위의 점 Q가 $\angle APC = \angle PCQ$ 를 만족시킨다. 선분 AP가 두 선분 CO, CQ와 만나는 점을 각각 R, S라 하자. $\angle PAB = \theta$ 일 때, 삼각형 RQS의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은?
 (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점][2022학년도 사관학교 28번]



- ① $\frac{1}{4}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ 1
- ④ 2
- ⑤ 4

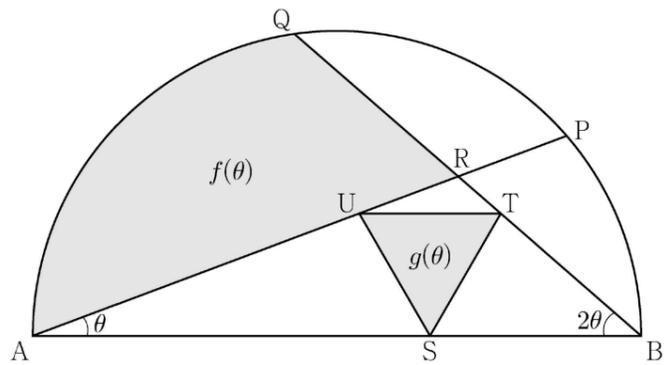
77. 그림과 같이 $\overline{AB}=1$, $\overline{BC}=2$ 인 삼각형 ABC에 대하여 선분 AC의 중점을 M이라 하고, 점 M을 지나고 선분 AB에 평행한 직선이 선분 BC와 만나는 점을 D라 하자. $\angle BAC$ 의 이등분선이 두 직선 BC, DM과 만나는 점을 각각 E, F라 하자. $\angle CBA=\theta$ 일 때, 삼각형 ABE의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 DFC의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{g(\theta)}{\theta^2 \times f(\theta)}$ 의 값은?
(단, $0 < \theta < \pi$) [4점][2021학년도 10월 28번]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2



78. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위에 두 점 P, Q를 $\angle PAB=\theta$, $\angle QBA=2\theta$ 가 되도록 잡고, 두 선분 AP, BQ의 교점을 R라 하자. 선분 AB 위의 점 S, 선분 BR 위의 점 T, 선분 AR 위의 점 U를 선분 UT가 선분 AB에 평행하고 삼각형 STU가 정삼각형이 되도록 잡는다. 두 선분 AR, QR와 호 AQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 STU의 넓이를 $g(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{g(\theta)}{\theta \times f(\theta)} = \frac{q}{p} \sqrt{3}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점][2022학년도 수능 29번]



2022 수능대비 삼각함수 도형 극한 기출 모음 답지

1	⑤	2	250	3	20	4	③	5	④
6	②	7	65	8	17	9	20	10	④
11	50	12	50	13	30	14	17	15	65
16	41	17	8	18	④	19	16	20	③
21	③	22	③	23	36	24	100	25	16
26	②	27	①	28	14	29	③	30	6
31	④	32	18	33	25	34	18	35	80
36	④	37	④	38	4	39	①	40	5
41	④	42	25	43	①	44	①	45	②
46	20	47	①	48	⑤	49	9	50	③
51	②	52	⑤	53	①	54	②	55	⑤
56	①	57	④	58	②	59	②	60	④
61	40	62	②	63	9	64	④	65	①
66	2	67	③	68	15	69	120	70	8
71	23	72	④	73	60	74	①	75	②
76	⑤	77	③	78	11				

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.