2015.6 분석 및 해제

3

[수능적 해법]

$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta = 1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9}$ … [1]

[정답] ②

4

[수능적 해법]

$f'(x) = 3e^{3x} + 10$에서 $f'(0) = 13$

[정답] ⑤

5

[수능적 해법]

$f(x) = \sqrt{5}\sin x + 2\cos x + a = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 2^2}\sin(x+\alpha) + a$

$= 3\sin(x+\alpha) + a$ (단, $\tan\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$)

이므로 최댓값은 $3 + a$임을 알 수 있다. 즉, $3 + a = 7$에서 $a = 4$

[스피드 해법]

$a\sin\theta + b\cos\theta$의 최댓값은 $\sqrt{a^2 + b^2}$임을 외우고 있다면 편하다. … [2]

즉, 최댓값은 $\sqrt{(\sqrt{5})^2 + 2^2} + a = 3 + a = 7$이므로 $a = 4$

[정답] ④

6

[수능적 해법]

$\int_e^{e^3} \frac{\ln x}{x} dx$에서 $\frac{1}{x}$은 $\ln x$의 도함수이므로 $\ln x = t$라 치환하여 치환적분을 하자.

$\int_1^3 t\,dt = \left[\frac{1}{2}t^2\right]_1^3 = \frac{9-1}{2} = 4$

[정답] ④

9

[수능적 해법]

두 곡선 $y = e^x$와 $y = ax$에 $x = 1$을 대입해보면 $e > a$임을 알 수 있으므로

그래프를 그려보면 오른쪽과 같다. … [3]

따라서 곡선 $y = e^x$와 x축, y축 및 직선 $x = 1$로 둘러싸인 넓이는

직선 $y = ax$와 x축 및 직선 $x = 1$로 둘러싸인 넓이의 2배임을 알 수 있다.

1) 코사인 배각 공식 3개

$\cos 2\theta$

$= \cos^2\theta - \sin^2\theta$

$= 2\cos^2\theta - 1$

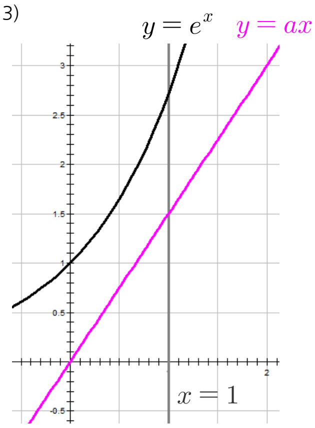
$= 1 - 2\sin^2\theta$

2) $a\sin\theta + b\cos\theta$에서

최댓값은 $\sqrt{a^2+b^2}$ 이고

최솟값은 $-\sqrt{a^2+b^2}$ 이다.

3)



$$\int_0^1 e^x dx = \left[e^x\right]_0^1 = e-1,\ \int_0^1 ax dx = \left[\frac{1}{2}ax^2\right]_0^1 = \frac{a}{2}$$

이므로 $2\times\left(\frac{a}{2}\right)=e-1$에서 $a=e-1$임을 알 수 있다.

[정답] ③

11

[수능적 해법]

변환 g^{-1}을 나타내는 행렬은 주어진 행렬 $\begin{pmatrix}2&0\\0&3\end{pmatrix}$의 역행렬 $\frac{1}{6}\begin{pmatrix}3&0\\0&2\end{pmatrix}$이다.

즉, 합성변환 $g^{-1}\circ f$를 나타내는 행렬은 $\frac{1}{6}\begin{pmatrix}3&0\\0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&a\\b&1\end{pmatrix}$이므로

$$\frac{1}{6}\begin{pmatrix}3&0\\0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&a\\b&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}=\frac{1}{6}\begin{pmatrix}6&3a\\2b&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}=\frac{1}{6}\begin{pmatrix}6+6a\\2b+4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1+a\\\frac{1}{3}b+\frac{2}{3}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\1\end{pmatrix}$$

에서 $a=4$, $\frac{b}{3}+\frac{2}{3}=1$에서 $b=1$이다. 즉, $a+b=4+1=5$

[정답] ⑤

12

[수능적 해법]

$\mathrm{A}(4,1)$에서의 접선은 위의 점을 알 때 접선공식[1]에 대입하면 $\frac{4x}{8}-y=1$,

$y=\frac{x}{2}-1$임을 알 수 있다. 따라서 x축과 만나는 점은 $\frac{x}{2}-1=0$에서 $x=2$

이므로 $\mathrm{B}(2,0)$이고, 두 초점 중 x좌표가 양수인 점을 F는 $\sqrt{8+1}=3$에서

$\mathrm{F}(3,0)$임을 알 수 있다.

즉, 삼각형 FAB의 밑변은 $3-2=1$이고 높이도 $(4,1)$에서 1임을 알 수 있다.

넓이는 $\frac{1}{2}(1)(1)=\frac{1}{2}$이다.

[정답] ②

14

[수능적 해법]

주어진 부등식의 우변을 이항하고 통분하면 $\frac{(x-3)-f(x)}{f(x)}\geq 0$이다.

동치변형하면 $f(x)\{f(x)-(x-3)\}\leq 0\ (f(x)\neq 0)$

$f(x)$는 $x=2,\ 6$에서 부호가 변하고 $f(x)-(x-3)$의 부호변화를 알기 위해

방정식 $f(x)=x-3$을 풀어보자. $x<4$에서 $f(x)=4-2x$이므로

1) 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$

① 위의 점 (x_1, y_1)에서의 접선의 방정식은 $\frac{x_1x}{a^2}-\frac{y_1y}{b^2}=1$

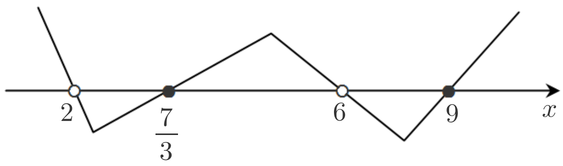
② 기울기가 m인 접선의 방정식은 $y=mx\pm\sqrt{a^2m^2-b^2}$

$4-2x=x-3$에서 $x=\frac{7}{3}$이고 $x \geq 4$에서 $f(x)=2x-12$이므로

$2x-12=x-3$에서 $x=9$이다.

즉, $f(x)-(x-3)$은 $x=\frac{7}{3}$, 9에서 부호가 바뀐다.

$f(x)\{f(x)-(x-3)\} \leq 0$의 부호 변화를 나타내는 그래프를 그려보면 다음과 같다.



따라서 $\frac{f(x)-(x-3)}{f(x)} \leq 0$을 만족하는 자연수는 7, 8, 9임을 알 수 있다.

즉, $7+8+9=24$

[스피드 해법]

동치변형을 하지 않더라도 부호변화는 같으므로 $\frac{f(x)-(x-3)}{f(x)} \leq 0$에서 바로

부호 변화를 나타내는 그래프를 그려서 문제를 풀어도 된다.

[정답] ③

17

[수능적 해법][1)]

타원의 장축의 길이는 $2 \times \sqrt{49}=14$이므로 타원의 정의에 의하여

$\overline{\mathrm{FP}}+\overline{\mathrm{F'P}}=14$에서 $\overline{\mathrm{FP}}=9$를 대입하면 $\overline{\mathrm{F'P}}=5$임을 알 수 있다.

삼각형 PHF에서 피타고라스의 정리를 활용하면 $9^2-(6\sqrt{2})^2=81-72=9$

이므로 $\overline{\mathrm{PH}}=\sqrt{9}=3$이다. 즉, $\overline{\mathrm{HF'}}=5-3=2$이므로 삼각형 HF′F에서

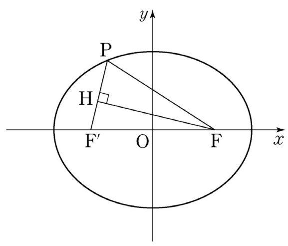
피타고라스의 정리를 활용하면 $\overline{\mathrm{FF'}}^{\,2}=(6\sqrt{2})^2+2^2=72+4=76$

이다. $\overline{\mathrm{FF'}}=\sqrt{76}=2\sqrt{19}$에서 $\overline{\mathrm{OF}}=\sqrt{19}$이므로 $49-a=(\sqrt{19})^2$,

$a=49-19=30$임을 알 수 있다.

[정답] ②

1) 문제 원본 그림



18

[수능적 해법]

ㄱ. 그래프에서 $\lim_{x \to 1-0} f(x)=0$, $\lim_{x \to 1+0} f(x)=1$임을 알 수 있다. (참)

ㄴ. $\lim_{t\to\infty} f\left(\frac{1}{t}\right)=\lim_{x\to+0} f(x)=1$ (참) $\cdots$ [1)]

ㄷ. $f(f(3))=f(2)=1$, $\lim_{x\to3+0} f(f(x))=\lim_{t\to2-0} f(t)=1$,

$\lim_{x\to3-0} f(f(x))=\lim_{t\to2+0} f(t)=3$이므로 불연속이다. (거짓)

[정답] ③

20

[수능적 해법]

(나) 조건에서 세 점이 한 직선 위에 있으려면 임의의 두 점을 지나는 기울기가 같아야 한다. 기울기가 같을 조건을 풀어보면

$$\frac{b-a}{2-1}=\frac{c-b}{3-2} \Leftrightarrow b-a=c-b \Leftrightarrow 2b=a+c$$

이므로 $a+b+c=6$이면서 동시에 $2b\neq a+c$인 음이 아닌 정수 a, b, c의 모든 순서쌍을 찾으면 된다.

$a+b+c=6$을 만족시키는 순서쌍의 개수는 ${}_3\mathrm{H}_6={}_8\mathrm{C}_6=\frac{8\times7}{2!}=28$

이다. 또한 $a+b+c=6$이면서 $2b=a+c$인 순서쌍의 개수를 찾아서 빼면 되므로 대입해보면 $3b=6$, $b=2$에서 $b=2$이면서 $a+c=4$인 순서쌍의 개수를 찾으면 되는 것을 알 수 있다.

$a+c=4$를 만족하는 개수는 ${}_2\mathrm{H}_4={}_5\mathrm{C}_4=5$ $\cdots$ [2)]

이므로 $28-5=23$이다.

[정답] ⑤

21

[수능적 해법]

그림에서 색칠된 부분의 넓이이므로 부채꼴의 넓이에서 삼각형의 넓이를 빼서 구하면 된다. 즉, $g(\theta)=\frac{1}{2}(1)^2(2\theta-\sin2\theta)=\theta-\frac{1}{2}\sin2\theta$이다.

(가)$=\frac{1}{2}\sin2\theta \rightarrow h_1\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{2}\sin\frac{\pi}{2}=\frac{1}{2}$

또한 $t=\tan\theta$일 때 $g(\theta)=f(t)=f(\tan\theta)$의 양변을 미분하면 합성함수 미분법에 의하여 $g'(\theta)=f'(\tan\theta)\times(\tan\theta)'=f'(\tan\theta)\sec^2\theta=1-\cos2\theta$이다.

(나)$=\sec^2\theta \rightarrow h_2\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{\cos^2\left(\frac{\pi}{4}\right)}=2$

1) $x=\frac{1}{t}$로 치환한 것이다.

t에 대한 함수 $\frac{1}{t}$을 좌표평면에 그려보면 $t\to\infty$일 때 함숫값은 $+0$으로 가는 것을 쉽게 알 수 있다.

2) $(a, 2, c)$ 꼴의 순서쌍의 개수가 5개인 것이다.

$\tan\theta = 2$, $\cos\theta = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$인 θ를 위의 식에 대입하면 $\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$

에서 $f'(2)\times 5 = 1-\left(2\times\dfrac{1}{5}-1\right)=1-\left(-\dfrac{3}{5}\right)=\dfrac{8}{5}$이다.

즉, $f'(2)=\dfrac{8}{25}$임을 알 수 있고, $a=\dfrac{8}{25}$

$a\times h_1\left(\dfrac{\pi}{4}\right)\times h_2\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{8}{25}\times\dfrac{1}{2}\times 2=\dfrac{8}{25}$

[정답] ①

22

[수능적 해법]

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+7x)}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+7x)}{7x}\times 7=1\times 7=7$$

[정답] 7

23

[수능적 해법]

$\left(ax+\dfrac{1}{x}\right)^4=\displaystyle\sum_{r=0}^{4}{}_4\mathrm{C}_r(ax)^r\left(\dfrac{1}{x}\right)^{4-r}=\sum_{r=0}^{4}{}_4\mathrm{C}_r\,a^r x^{2r-4}$이므로 $2r-4=0$에서

$r=2$일 때 상수항임을 알 수 있다. 따라서 ${}_4\mathrm{C}_2a^2=6a^2=54$, $a^2=9$

에서 $a=3$이다.

[정답] 3

24

[수능적 해법]

$f(3X_1+X_2)=f(3X_1)+f(X_2)=3f(X_1)+f(X_2)=3\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}12\\3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}11\\6\end{pmatrix}$이므로 $a+b=11+6=17$

[정답] 17

26

[수능적 해법]

$y=f(x)$ 위의 점 조건에서 $f(e)=-e$임을 알 수 있다.

마찬가지로 $g(e)=-4e$인데, 두 접선이 수직이므로 $f'(e)g'(e)=-1$이다.

주어진 식을 미분하면 $g'(x)=f'(x)\ln x^4+\dfrac{4f(x)}{x}$이므로 양변에 $x=e$를

대입하면 $g'(e)=4f'(e)+\dfrac{4f(e)}{e}$이다. 문제에서 묻는 것이 $f'(e)$이므로

$f'(e)$에 대하여 식을 정리하기 위해 $g'(e)=\dfrac{-1}{f'(e)}$, $f(e)=-e$를 대입하면

$\dfrac{-1}{f'(e)}=4f'(e)-4$, $4\{f'(e)\}^2-4f'(e)+1=0$, $\{2f'(e)-1\}^2=0$

이므로 $f'(e)=\dfrac{1}{2}$이다. 즉, $100f'(e)=50$

[정답] 50

27

[수능적 해법]

주어진 식의 양변을 제곱하면

$g(x)+g(x)-\{f(x)\}^2-2\sqrt{\{g(x)\}^2-g(x)\{f(x)\}^2}=\{f(x)\}^2$

$\Leftrightarrow\ g(x)-\{f(x)\}^2=\sqrt{\{g(x)\}^2-g(x)\{f(x)\}^2}$

$\Rightarrow$

$\{f(x)\}^4+\{g(x)\}^2-2g(x)\{f(x)\}^2=\{g(x)\}^2-g(x)\{f(x)\}^2$

$\Leftrightarrow\ \{f(x)\}^4=g(x)\{f(x)\}^2\ \Leftrightarrow\ \{f(x)\}^2\left\{\{f(x)\}^2-g(x)\right\}=0$

$\Leftrightarrow\ \{f(x)\}^2=0\ \text{or}\ \{f(x)\}^2=g(x)$

① $\{f(x)\}^2=0$에서 $f(x)=0$, $-x+2=0$, $x=2$이다.

주어진 식에 $x=2$를 대입해보면 좌변은 $\sqrt{g(x)}-\sqrt{g(x)-0}=0$이고

우변은 $f(2)=0$이므로 성립한다. 즉, $x=2$는 실근이 된다.

② $\{f(x)\}^2=g(x)$, $x^2-4x+4=\dfrac{1}{2}(x-1)$, $2x^2-9x+9=0$,

$(2x-3)(x-3)=0$, $x=\dfrac{3}{2}$ or $x=3$

$\{f(x)\}^2=g(x)$이면 좌변은 $\sqrt{g(x)}-\sqrt{g(x)-g(x)}=\sqrt{g(x)}$

이므로 주어진 식은 $\sqrt{g(x)}=f(x)$인 상태에서 생각할 수 있다.

그런데, $x=\dfrac{3}{2}$이면 $g\left(\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{1}{4}$, $f\left(\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{1}{2}$이므로 만족하고

$x=3$이면 $g(3)=1$, $f(3)=-1$이므로 만족하지 않는다.[1)]

따라서 만족하는 실근은 $x=2$와 $x=\dfrac{3}{2}$이다. 즉, $10\left(2+\dfrac{3}{2}\right)=35$

[정답] 35

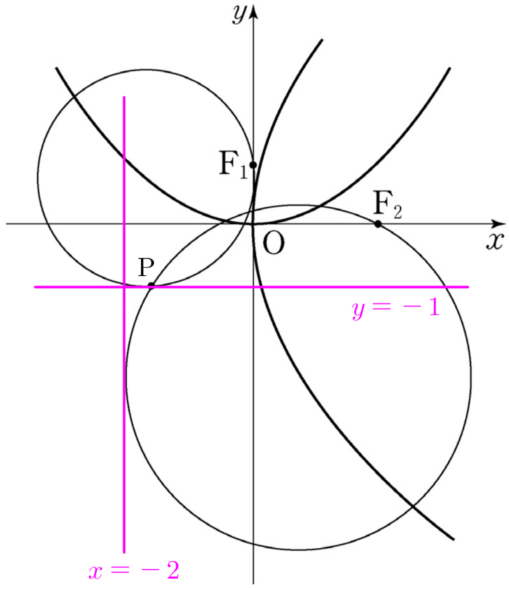
1) 이와 같이 무연근을 확인할 때에는 반드시 주어진 첫 식에 대입해야 실수할 확률을 최소화할 수 있다.

2015.6 분석 및 해제

28

[수능적 해법]

포물선의 정의를 활용하기 위해 그림에서 각 포물선에 대한 준선을 그려보면 다음과 같이 준선들이 원에 접하는 직선임을 알 수 있다.



점 P의 좌표를 $(a,\,b)$라 하면 그림 상에서 $-2 \le a \le 0$, $-1 \le b \le 0$ 이 참이 됨을 추론할 수 있는데, 여기서 $0 \le a^2+b^2=\overline{\mathrm{OP}}^{\,2} \le 5$ 를 만족한다. 그런데 $(a,\,b)=(-2,\,-1)$인 순간이 존재한다는 것을 증명해야 최댓값이 5가 될 수 있다. ⋯ [1)]

그림에서 두 원이 준선에 접하는 접점이 모두 $(-2,\,-1)$인 순간에 점 P가 $(-2,\,-1)$이 됨을 자명하게 알 수 있다. ⋯ [2)]

즉, 최댓값은 5이다.

[정답] 5

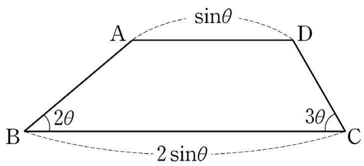
1) 여기서 논리적으로 하기 위해서는 최대인 순간이 존재하는지 반드시 확인해야 한다.

2) 원은 준선에 접하면서 움직인다고 생각해보면 그러한 순간은 반드시 존재하는 것을 쉽게 알 수 있다.

29

[수능적 해법]

사다리꼴의 넓이를 구하기 위해서는 높이만 구하면 된다. 즉, 사다리꼴의 높이를 h라 하자. 밑변과 윗변의 관계식에서



$$2\sin\theta=\sin\theta+\frac{h}{\tan 2\theta}+\frac{h}{\tan 3\theta} \;\Leftrightarrow\; \sin\theta=h\left(\frac{1}{\tan 2\theta}+\frac{1}{\tan 3\theta}\right)$$

$$\Leftrightarrow \ \sin\theta = h\left(\frac{\tan 2\theta + \tan 3\theta}{\tan 2\theta \tan 3\theta}\right) \ \Leftrightarrow \ \frac{\sin\theta \times \tan 2\theta \times \tan 3\theta}{\tan 2\theta + \tan 3\theta} = h$$

임을 알 수 있다.

따라서 사다리꼴의 넓이는

$$\frac{1}{2}(\sin\theta + 2\sin\theta)\left(\frac{\sin\theta \times \tan 2\theta \times \tan 3\theta}{\tan 2\theta + \tan 3\theta}\right) = \frac{3\sin^2\theta \times \tan 2\theta \times \tan 3\theta}{2(\tan 2\theta + \tan 3\theta)}$$

$$\lim_{\theta \to +0} \frac{S(\theta)}{\theta^3} = \lim_{\theta \to +0} \frac{1}{\theta^3} \times \frac{3\sin^2\theta \times \tan 2\theta \times \tan 3\theta}{2(\tan 2\theta + \tan 3\theta)}$$

$$= \lim_{\theta \to +0} \frac{3\left(\frac{\sin\theta}{\theta}\right)^2 \times \left(\frac{\tan 2\theta}{\theta}\right) \times \left(\frac{\tan 3\theta}{\theta}\right)}{2\left(\frac{\tan 2\theta}{\theta} + \frac{\tan 3\theta}{\theta}\right)} = \frac{3(1)^2(2)(3)}{2(2+3)} = \frac{9}{5}$$

이므로 $p+q=5+9=14$이다.

[스피드 해법]

$S(\theta) = \dfrac{3\sin^2\theta \times \tan 2\theta \times \tan 3\theta}{2(\tan 2\theta + \tan 3\theta)}$에서 $\theta \to 0$일 때, $\sin\theta = \tan\theta = \theta$

라는 간단한 근사를 활용하면 $S(\theta) = \dfrac{9\theta^4}{5\theta} = \dfrac{9}{5}\theta^3$임을 알 수 있다. 따라서

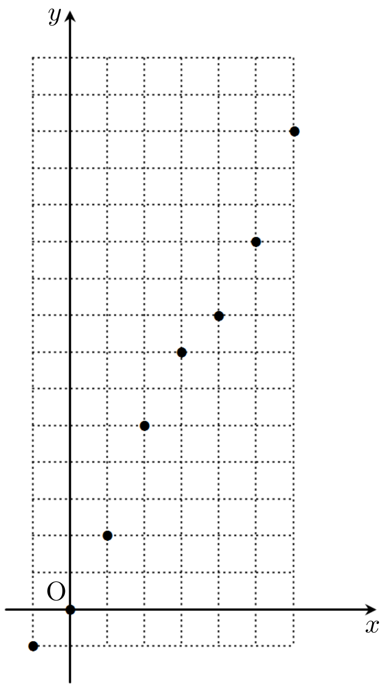
극한값은 $\dfrac{9}{5}$

[정답] 14

30

[수능적 해법]

먼저 (나)의 조건이 가장 접근하기 쉬우므로 (나)의 조건에 $\cdots$, $n=0$, $n=1$, $\cdots$을 대입하면서 그래프에 점을 찍으면 오른쪽 그림과 같다.



문제에서 구하는 적분구간이 3~6이므로 3~6에서의 그래프를 알아내야 하는 것을 알 수 있다.

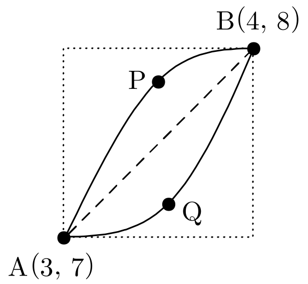
또한 (다)조건에서 $[0, 1]$, $[2, 3]$, $[4, 5]$ $\cdots$ 에서는 이차함수임을 알 수 있다.

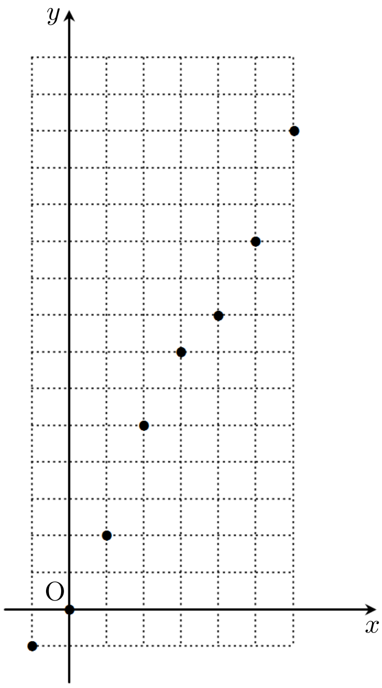
여기서 아직 활용하지 않은 조건은 (가)이고 전혀 그래프의 정체를 알 수 없는

구간은 $[3,\ 4]$와 $[5,\ 6]$이다.

그림에서 $(3,\ 7)$, $(4,\ 8)$의 구간을

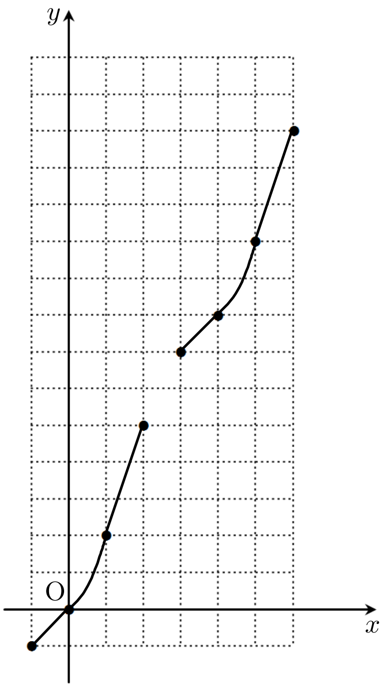
확대해보면 다음과 같다.





그림과 같이 그래프가 직선 AB 위에 그려지는 부분이 있으면 그 부분 위의 점 P에 대하여 직선 PB의 기울기가 1보다 작아서 평균값의 정리에 의하여 $f'(c)<1$인 c가 반드시 구간에서 존재하게 된다. 즉 (가)의 조건에 모순이다.

마찬가지로 그래프가 직선 AB 아래에 그려지는 부분이 있으면 그 부분 위의 점 Q에 대하여 직선 AQ의 기울기가 1보다 작아서 평균값의 정리에 의하여 $f'(c)<1$인 c가 반드시 구간에서 존재하게 된다. 즉, 구간 $[3,\ 4]$에서는 반드시 직선 AB의 그래프가 될 수밖에 없다. 구간 $[5,\ 6]$에서도 마찬가지로 평균값의 정리를 활용하면 직선의 그래프가 되는 것을 알 수 있다.



이처럼 이차함수의 그래프의 일부가 되는 구간 $[2k,\ 2k+1]$을 제외하고 나머지 구간은 모두 직선이 되는 것을 알 수 있다.

즉, 오른쪽 그림의 구간 $[3,\ 4]$에서 두 점 $(3,\ 7)$, $(4,\ 8)$을 지나고 점 $(3,\ 7)$에서 미분가능한(접선의 기울기가 1인) 이차함수의 그래프를 찾아서 적분하면 되는 것을 알 수 있다.[1)]

그런데 곧 그 그래프는 구간 $[0,\ 1]$에서의 이차함수 그래프와 모양이 같은 것을 알 수 있으므로 계산의 편의를 위해 $[0,\ 1]$에서 찾자. 즉, 두 점 $(0,\ 0)$, $(1,\ 2)$를 지나고 $(0,\ 0)$에서 접선의 기울기가 1인 이차함수를 찾으면 된다.

1) 이차함수는 일반적으로 $f(x)=ax^2+bx+c$ 이므로 세 개의 식을 알면 하나로 결정된다.
즉, 일직선 위에 있지 않은 세 점을 지나는 이차함수는 유일하게 결정되며 이 문제와 같이 두 점을 지나고, 접선의 기울기를 아는 이차함수도 유일하게 결정된다.

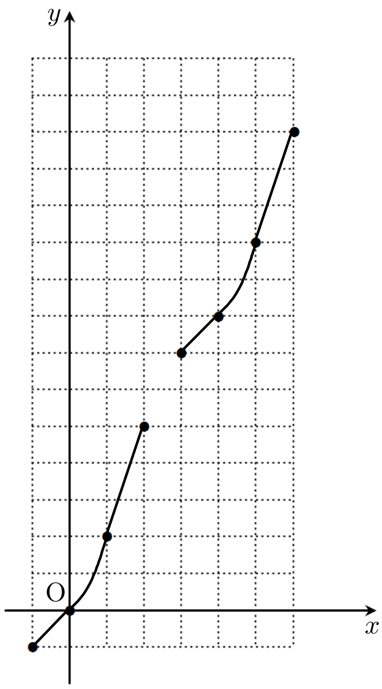
$(0, 0)$을 지나므로 이차함수를 $f(x) = ax^2 + bx \ (0 \leq x \leq 1)$라 할 수 있다.

이제 $x = 0$에서 접선의 기울기가 1이어야 하므로 $f'(x) = 2ax + b$에서

$f'(0) = b = 1$이므로 $f(x) = ax^2 + x$이다. 그런데 $(1, 2)$를 지나야 하므로

$a = 1$임을 알 수 있다.

즉, 이차함수는 $f(x) = x^2 + x \ (0 \leq x \leq 1)$임을 알 수 있다.



즉, $\int_3^6 f(x)dx$에서 $\int_4^5 f(x)dx$을 구할 때에는 앞서 구한 이차함수를 이용하자.[1)]

$$\int_3^4 f(x)dx = 1 \times 7 + \frac{1}{2} = \frac{15}{2}$$

$$\int_4^5 f(x)dx = 1 \times 8 + \int_0^1 (x^2 + x)dx = 8 + \frac{5}{6} = \frac{53}{6}$$

$$\int_5^6 f(x)dx = 1 \times 10 + \frac{3}{2} = \frac{23}{2}$$

에서 $\int_3^6 f(x)dx = \frac{15}{2} + \frac{53}{6} + \frac{23}{2} = \frac{167}{6}$이다. 즉, $6a = 167$

[정답] 167

1) 넓이를 구할 때, 사다리꼴의 넓이를 먼저 구한 후 이차함수의 그래프와 일차함수의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이 공식인 $\left|\frac{a}{6}(\beta - \alpha)^3\right|$을 활용하여 계산해서 빼는 것도 방법이다.

$\int_4^5 f(x)dx = 9 - \frac{1}{6}(1)^3 = \frac{53}{6}$