제 2 교시

수학 영역

5 지 선 다 형

1. 두 다항식

$$A = 3x^2 - 2xy + y^2,\ B = x^2 + xy - y^2$$

에 대하여 $A - B$를 간단히 하면? [2점]

① $2x^2 - 3xy$ ② $2x^2 - 3xy + y^2$ ③ $2x^2 - 3xy + 2y^2$
④ $2x^2 - xy + y^2$ ⑤ $2x^2 - xy + 2y^2$

$2x^2 - 3xy + 2y^2$

2. 실수 x에 대한 조건

'x는 1보다 크다.'

의 부정은? [2점]

① $x < 1$ ② $x \le 1$ ③ $x = 1$ ④ $x \ge 1$ ⑤ $x > 1$

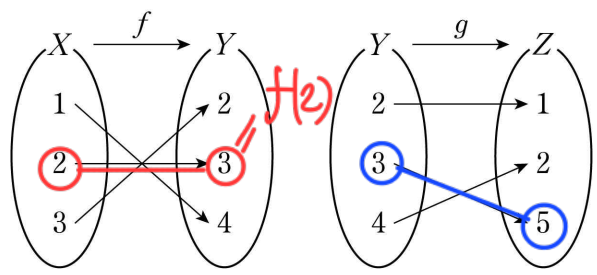
전체 $\begin{cases} x > 1 & \text{주어진 조건} \\ x = 1 \\ x < 1 \end{cases}$ 부정

3. ${}_5C_3 \times 3!$ 의 값은? [2점]

① 15 ② 30 ③ 45 ④ 60 ⑤ 75

$$\frac{5!}{2! \times \cancel{3!}} \cancel{\times 3!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \cancel{2}}{\cancel{2}}$$

4. 그림은 두 함수 $f : X \to Y$, $g : Y \to Z$를 나타낸 것이다.



$(g \circ f)(2)$ 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$=3$

$$g(f(2)) = g(3) = 5$$

5. 점 (2, 3)을 지나고 직선 $3x+2y-5=0$과 평행한 직선의 y절편은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$3x+2y+\square=0 \leftarrow (2,3)$

$\square=-12$

$3x+2y-12=0.$

$x=0,\ y=6.$

6. 복소수 $\frac{a+3i}{2-i}$의 실수부분과 허수부분의 합이 3일 때, 실수 a의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$) [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$\frac{(a+3i)(2+i)}{4+1}=\frac{2a-3+(a+6)i}{5}$$

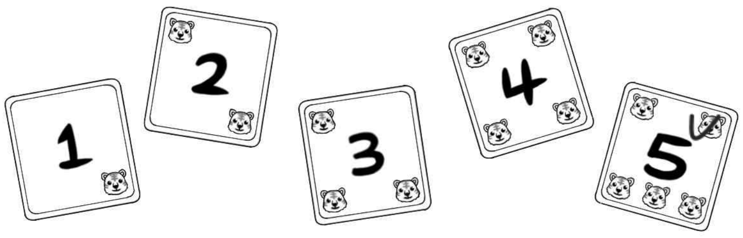
$$\frac{2a-3}{5}+\frac{a+6}{5}=\frac{3}{5}a+\frac{3}{5}=3$$

$a=4$

짝수

7. 숫자 1, 2, 3, 4, 5가 하나씩 적혀 있는 5장의 카드가 있다. 이 5장의 카드를 모두 일렬로 나열할 때, 짝수가 적혀 있는 카드끼리 서로 이웃하지 않도록 나열하는 경우의 수는? [3점]

① 24 ② 36 ③ 48 ④ 60 ⑤ 72



(전체) − (짝수끼리 이웃)

$\boxed{1}\ \square\ \square\ \boxed{2\ 4}$

4 2

$5!-2\times4!=120-48=72$

8. 두 점 A$(a,\ 0)$, B$(2,\ -4)$에 대하여 선분 AB를 $3:1$로 내분하는 점이 y축 위에 있을 때, 선분 AB의 길이는? [3점]

① $2\sqrt{5}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $4\sqrt{5}$ ④ $5\sqrt{5}$ ⑤ $6\sqrt{5}$

$x=0$

$\overline{AB}$ 3:1 내분 $\dfrac{3\cdot B+1\cdot A}{4}$

$$\left(\frac{3\times2+1\times a}{4},\ \frac{3\times(-4)+1\times0}{4}\right)$$

$$=\left(\frac{a+6}{4},\ -3\right)$$

$=0.\ a=-6$

$A(-6,0),\ B(2,-4)$

$$\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}$$

9. $x+y=\sqrt{2}$, $xy=-2$일 때, $\dfrac{x^2}{y}+\dfrac{y^2}{x}$의 값은? [3점]

① $-5\sqrt{2}$ ② $-4\sqrt{2}$ ③ $-3\sqrt{2}$ ④ $-2\sqrt{2}$ ⑤ $-\sqrt{2}$

$$\frac{x^3+y^3}{xy}=\frac{(x+y)^3-3xy(x+y)}{-2}$$

$$=\frac{(x+y)\left((x+y)^2-3xy\right)}{-2}$$

$$=\frac{\sqrt{2}\times(2+6)}{-2}$$

$$=-4\sqrt{2}$$

10. 점 $(-1,\ 0)$을 지나고 기울기가 m인 직선이 곡선 $y=x^2+x+4$에 접할 때, 양수 m의 값은? [3점]

① $\dfrac{3}{2}$ ② 2 ③ $\dfrac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\dfrac{7}{2}$

$l:\ y=m(x+1)+0=mx+m$

$x^2+x+4=mx+m$

$x^2+(1-m)x+4-m=0$

$(m-1)^2-4\cdot(4-m)=0.$

$m^2-2m+1-16+4m=0$

$m^2+2m-15$

$(m+5)(m-3)=0.$

$m=3,\ -5$

계수 실수인 다항방정식

 허근 가지면 켤레근 가짐

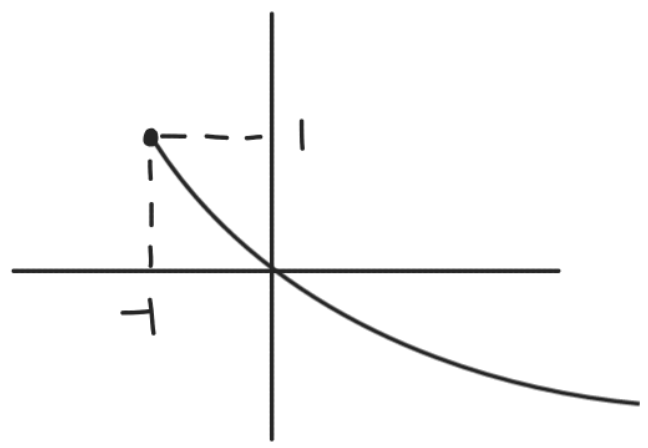
11. 함수 $y=-\sqrt{x-a}+a+2$의 그래프가 점 $(a,\ -a)$를 지날 때, 이 함수의 치역은? (단, a는 상수이다.) [3점]

① $\{y \mid y \leq 1\}$ ② $\{y \mid y \geq 1\}$ ③ $\{y \mid y \leq 0\}$
④ $\{y \mid y \leq -1\}$ ⑤ $\{y \mid y \geq -1\}$

$(a, -a)$ 대입

$-a = -\sqrt{a-a} + a + 2, \quad a = -1$

$y = -\sqrt{x+1} + 1$



12. 두 실수 $a,\ b$에 대하여 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $\frac{b}{2}+i$일 때, ab의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$) [3점]

① -16 ② -8 ③ -4 ④ -2 ⑤ -1

계수 실수인 다항방정식 허근이면 켤레근.

두 근 $\frac{b}{2}+i,\ \frac{b}{2}-i$

합 $b=-a$, $\quad a=-b=-2$

곱 $\frac{b^2}{4}+1=b,\quad b^2-4b+4=0,\ b=2$

$ab=-4$

역함수 존재 ⇔ 일대일 대응

13. 전체집합 $U=\{x \mid x$는 50 이하의 자연수$\}$의 두 부분집합

$$A=\{x \mid x\text{는 6의 배수}\},\ B=\{x \mid x\text{는 4의 배수}\}$$

가 있다. $A \cup X = A$이고 $B \cap X = \varnothing$인 집합 X의 개수는? [3점]

① 8 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 128

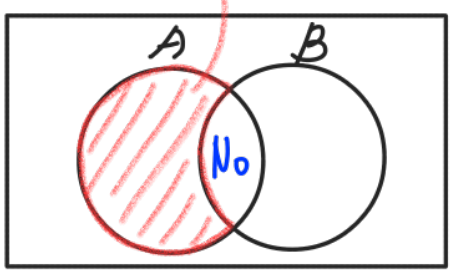
$A \cup X = A \Leftrightarrow X \subset A$

$B \cap X = \varnothing$ 이므로 $X \subset A-B$

A : 6, $\cancel{12}$, 18, $\cancel{24}$, 30, $\cancel{36}$, 42, $\cancel{48}$

B : 4, 8, 12, 16 ···

$A-B=\{6, 18, 30, 42\}$ 의 부분 집합 $2^4=16$



14. 집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5\}$에 대하여 X에서 X로의 함수 f의 역함수가 존재하고 일대일 대응

$$f(1)+2f(3)=12,\ f^{-1}(1)-f^{-1}(3)=2$$

일 때, $f(4)+f^{-1}(4)$의 값은? [4점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

$f(1)=12-2f(3) \rightarrow f(1)$은 짝수.

$f(1) = \boxed{2}$, $\boxed{4}$ 일대일 X

$f(3) = \boxed{5}$, $\boxed{4}$

○ ×

$\therefore f(1)=2,\ f(3)=5$

$f^{-1}(1)-f^{-1}(3)=2$

3	1
4	2
5	3

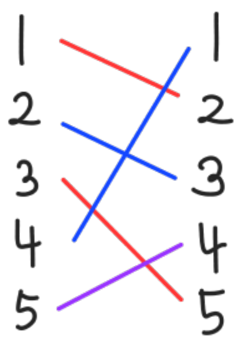
$f(3)=5$

$\cancel{f(3)=1}$, $f(1)=3$ X

$f(4)=1$, $f(2)=3$ ○

$f(5)=1$, $\cancel{f(3)=3}$ X

$f(3)=5$.



남은 것

$f(4)=1$

$f^{-1}(4)=5$

$1+5=6$

① 삼차방정식 근과 계수의 관계
② $z^2 < 0$ 이면 z는 순허수

15. 연립부등식

$$\begin{cases} |x-k| \le 5 \\ x^2 - x - 12 > 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 모든 정수 x의 값의 합이 7이 되도록 하는 정수 k의 값은? [4점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

$|x-k| \le 5$, $-5 \le x-k \le 5$.

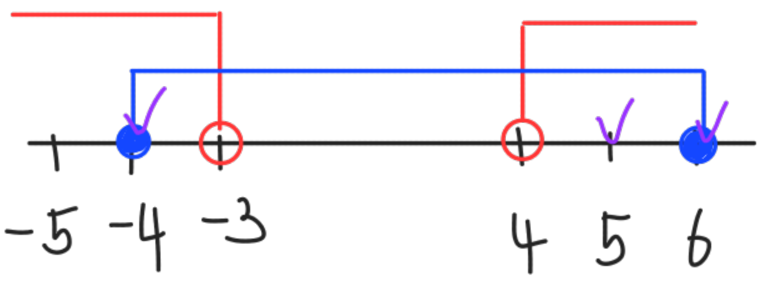
$k-5 \le x \le k+5$

$+10$

$x^2 - x - 12 = (x-4)(x+3) > 0$

$x > 4$ 또는 $x < -3$

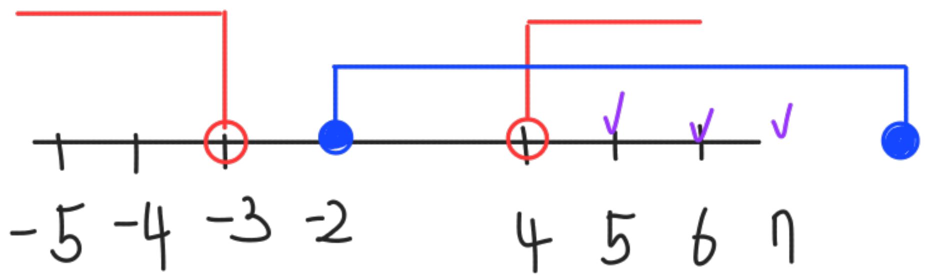
① 양쪽 걸치는 경우



$= k-5$, $k=1$

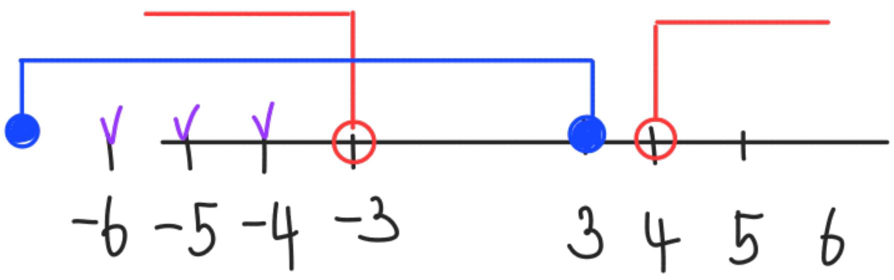
$-4+5+6=7$

② 오른쪽만 나오는 경우



최소 $5+6+7>7$

③ 왼쪽만 나오는 경우



최대 $-6-5-4<7$

16. 삼차방정식 $x^3 - x^2 - kx + k = 0$의 세 근을 α, β, γ라 하자. α, β 중 실수는 하나뿐이고 $\alpha^2 = -2\beta$일 때, $\beta^2 + \gamma^2$의 값은? (단, k는 0이 아닌 실수이다.) [4점]

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

$\alpha+\beta+\gamma=1$

실근	허근		$실수^2$ 허수	
α	β	$\rightarrow$	$\alpha^2 = -2\beta$	모순
β	α	$\rightarrow$	$\alpha^2 = -2\beta$	

$허수^2 = 실수 \overset{*}{\Rightarrow} \alpha = ni$ 꼴

$\gamma = -ni$ 켤레근

$*$ 허수 $\alpha = m + ni$ $(n \ne 0)$

$\alpha^2 = (m^2 - n^2) + 2mni$ 가 실수

$\Rightarrow m=0$, $\alpha = ni$ $\quad mn = 0$

$\alpha^2 = -2\beta$, $-n^2 = -2\beta$, $\beta = \dfrac{n^2}{2}$

$\alpha+\beta+\gamma = 1 = ni + \dfrac{n^2}{2} - ni = \dfrac{n^2}{2} = 1$

$n = \pm\sqrt{2}$

$\beta^2 + \gamma^2 = \dfrac{n^2}{2} - n^2 = -1$

17. 실수 x에 대한 두 조건

$p : x^2+2ax+1 \geq 0$,

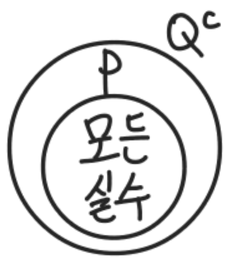
$q : x^2+2bx+9 \leq 0$

이 있다. 다음 두 문장이 모두 참인 명제가 되도록 하는 정수 a, b의 순서쌍 (a, b)의 개수는? [4점]

· 모든 실수 x에 대하여 p이다. · p는 $\sim q$이기 위한 충분조건이다.

모든 실수 x에 대해 $\sim q$이다

① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27



모든 실수 x에 대하여 $x^2+2ax+1 \geq 0$

$D_1/4 = a^2-1 \leq 0$

$(a-1)(a+1) \leq 0$, $-1 \leq a \leq 1$

$a = -1, 0, 1 \rightarrow 3$개

모든 실수 x에 대하여 $x^2+2bx+9 > 0$

$D_2/4 = b^2-9 < 0$

$(b-3)(b+3) < 0$, $-3 < b < 3$.

$b = -2, -1, 0, 1, 2 \rightarrow 5$개

18. 함수 $f(x) = \dfrac{a}{x} + b\,(a \neq 0)$이 다음 조건을 만족시킨다.

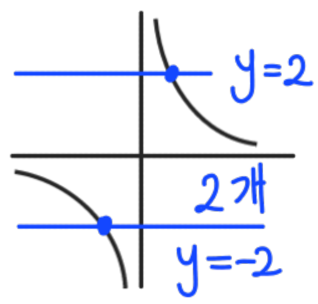
(가) 곡선 $y = \lvert f(x) \rvert$는 직선 $y=2$와 한 점에서만 만난다. (나) $f^{-1}(2) = f(2)-1$

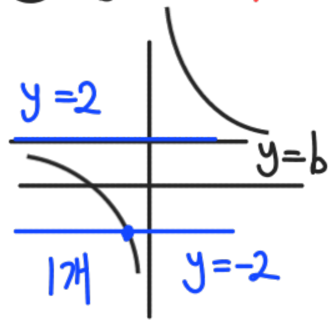
$f(8)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

① $-\dfrac{1}{2}$ ② $-\dfrac{1}{4}$ ③ 0 ④ $\dfrac{1}{4}$ ⑤ $\dfrac{1}{2}$

$f(x) = \pm 2$

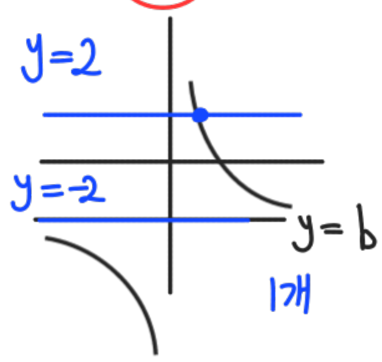
① $b=0$ X ② $b>0$ X ③ $b<0$





$f^{-1}(2)$ 존재 X

($f(x)=2$인 x 존재X)



$\hookrightarrow b=-2$

$f(2) = \dfrac{a}{2}-2$

$f(x) = \dfrac{a}{x}-2=2$

$x = \dfrac{a}{4}$

$f^{-1}(2) = \dfrac{a}{4}$

$\dfrac{a}{4} = \dfrac{a}{2}-2-1$

$a=12$,

$f(8) = \dfrac{3}{2}-2 = -\dfrac{1}{2}$

① 직각 & 지름의 원주각 함께 떠올리기
② 밑변 공통 ⇒ 넓이비 = 높이비
③ A, Q가 중심에 대칭.

19. 두 자연수 k, $m\,(k \geq m)$에 대하여 전체집합

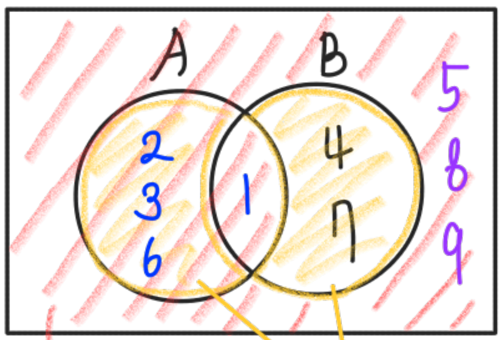
$$U=\{x \mid x\text{는 } k \text{ 이하의 자연수}\}$$

의 두 부분집합 $A=\{x \mid x\text{는 } m\text{의 약수}\}$, B가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $B-A=\{4,\ 7\}$, $n(A \cup B^C)=7$
> (나) 집합 A의 모든 원소의 합과 집합 B의 모든 원소의 합은 서로 같다.

집합 $A^C \cap B^C$의 모든 원소의 합은? [4점]

① 18　② 19　③ 20　④ 21　⑤ 22



$n(U)=9.$

U: 1부터 k=9까지

$n(A \cup B^c)=7$

합이 11로 같다.(나)

m	m 약수 A	합이 11 $A-B$
1	1	
2	1 2	
3	1 3	
4	1 2 4	
5	1 5	
6	1 2 3 6	2 3 6
7	1 7	
8	1 2 4 8	
9	1 3 9	

2 3 6 → $(A \cup B)^c = \{5, 8, 9\}$

20. 두 직선 $l_1 : 2x+y+2=0$, $l_2 : x-2y-4=0$의 교점을 A, 두 직선 l_1, l_2가 x축과 만나는 점을 각각 B, C라 하자. 제1사분면에 있는 점 P와 삼각형 ABC의 외접원 위의 점 Q가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 점 Q는 삼각형 PBC의 무게중심이다.
> (나) 삼각형 PBC의 넓이는 삼각형 ABC의 넓이의 3배이다.

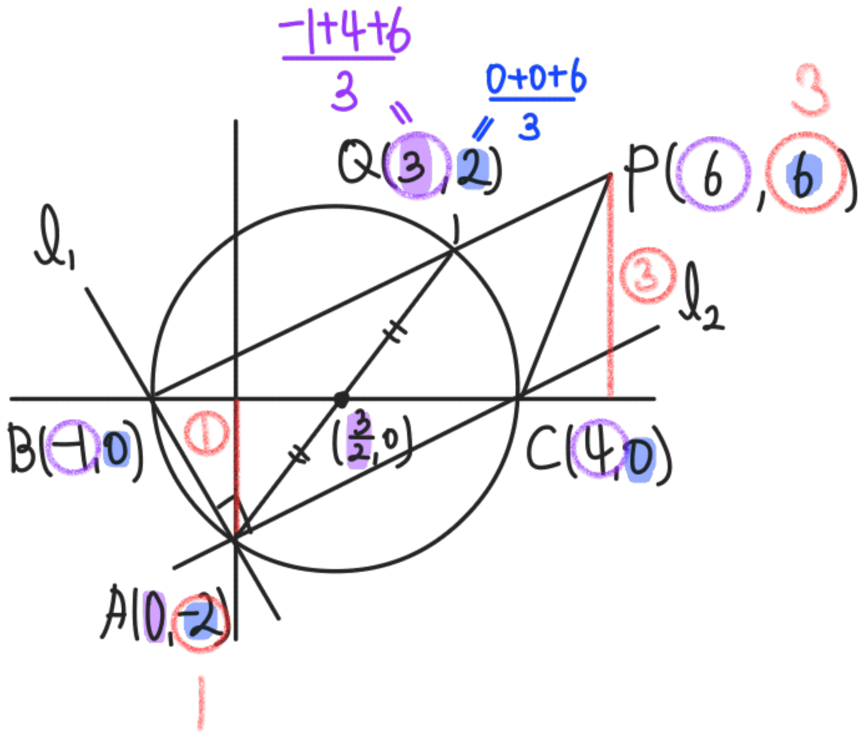
<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. 두 직선 l_1, l_2는 서로 수직이다.
ㄴ. 점 Q의 y좌표는 2이다.
ㄷ. 점 P의 x좌표와 y좌표의 합은 ~~10~~이다. 6+6=12

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

$l_1 : y=-2x-2$
$l_2 : y=\frac{1}{2}x-2$) 수직



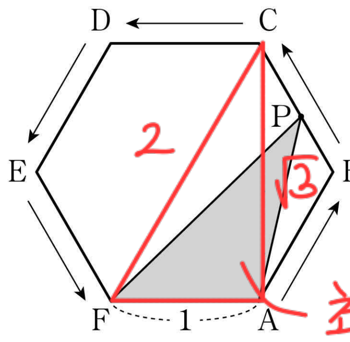
Step 1. l_1, l_2 수직 ⇒ $\overline{BC}$가 지름

Step 2. 넓이비 1:3, 밑변은 $\overline{BC}$ 공통
⇒ 높이 비 1:3, ∴ P의 y좌표 6

Step 3. Q는 무게중심이니 y좌표 2 = $\frac{0+0+6}{3}$
⇒ $\overline{AQ}$가 지름 ⇒ Q의 x좌표 3

Step 4. Q는 무게중심이니 P의 x좌표 6

21. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정육각형 ABCDEF가 있다. 점 P는 점 A에서 출발하여 점 F까지 화살표 방향으로 정육각형 ABCDEF의 변을 따라 움직인다. 점 P가 점 A로부터 움직인 거리가 $x\,(0<x<5)$일 때, 삼각형 PFA의 넓이를 $f(x)$라 하자. 다음은 함수 $f(x)$에 대하여 $(f\circ f)(a)=\frac{9}{32}$인 모든 실수 a의 값의 곱을 구하는 과정이다.



최대넓이 $\frac{\sqrt{3}}{2}=p$

$(f\circ f)(a)=f(f(a))=\frac{9}{32}$에서 $f(a)=b$라 하면

$f(b)=\frac{9}{32}$ $\triangle ACF=\frac{\sqrt{3}}{2}=p$

이고, 함수 $f(x)$의 최댓값은 $\boxed{\text{(가)}}$이므로

$0<b\le\boxed{\text{(가)}}$ $\le\frac{\sqrt{3}}{2}<1$

이다. 점 P가 점 A로부터 움직인 거리가 b인 점을 Q라 하면 삼각형 QFA의 넓이는 $\frac{9}{32}$이다.

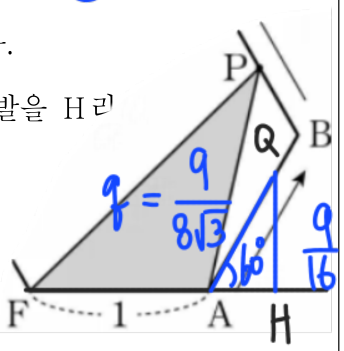
점 Q에서 직선 FA에 내린 수선의 발을 H라

$\overline{QH}=\frac{9}{16}$

이므로

$b=\boxed{\text{(나)}}$ $\frac{9}{8\sqrt{3}}=q$

이다.



같은 방법으로 $f(a)=\boxed{\text{(나)}}$를 만족시키는 $a\,(0<a<5)$의 값을 구하면

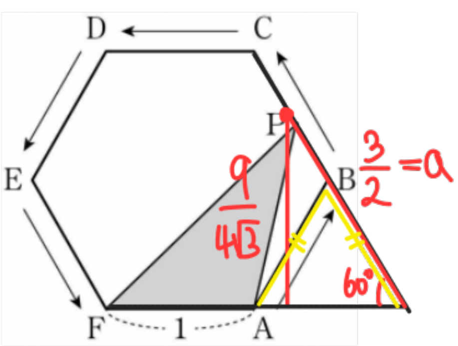
$a=\boxed{\frac{3}{2}}$ 또는 $a=\boxed{\frac{7}{2}}$

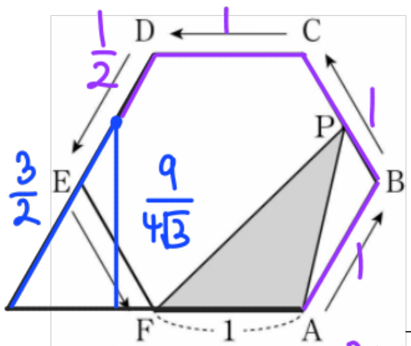
이다. 따라서 $(f\circ f)(a)=\frac{9}{32}$를 만족시키는 모든 실수 a의 값의 곱은 $\boxed{\text{(다)}}$이다. $\frac{21}{4}=r$.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r라 할 때, $\frac{r}{p\times q}$의 값은? [4점]

① $\frac{26}{3}$ ② $\frac{28}{3}$ ③ 10 ④ $\frac{32}{3}$ ⑤ $\frac{34}{3}$

(다) $f(a)=\frac{9}{8\sqrt{3}}=\frac{1}{2}\times1\times(\text{높이}),\ (\text{높이})=\frac{9}{4\sqrt{3}}$





$a=1+1+1+\frac{1}{2}=\frac{7}{2}$

$r=\frac{3}{2}\times\frac{7}{2}=\frac{21}{4}$

$\frac{r}{p\times q}=\frac{21}{4}\times$

단답형

22. 두 집합

$A=\{6,\ 8\},\ B=\{a,\ a+2\}$

에 대하여 $A\cup B=\{6,\ 8,\ 10\}$일 때, 실수 a의 값을 구하시오. [3점]

$10\in B=\{a,\ a+2\}$

$a=10$ 이면 $A\cup B=\{6,8,10,12\}$

$a+2=10$ 이면 $A\cup B=\{6,8,10\}$ $\therefore a=8$

$\boxed{8}$

23. 점 (5, 4)를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 후, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 점의 좌표는 $(a,\ b)$이다. ab의 값을 구하시오. [3점]

(4,5)

(4,6)

$\boxed{24}$

24. 등식

$$(2x+3)(x-2)+8=ax(x-2)+b(x-2)+cx$$

가 x에 대한 항등식일 때, $a+b+c$의 값을 구하시오.
(단, a, b, c는 상수이다.) [3점]

$\boxed{\text{풀이1}}$ 대입

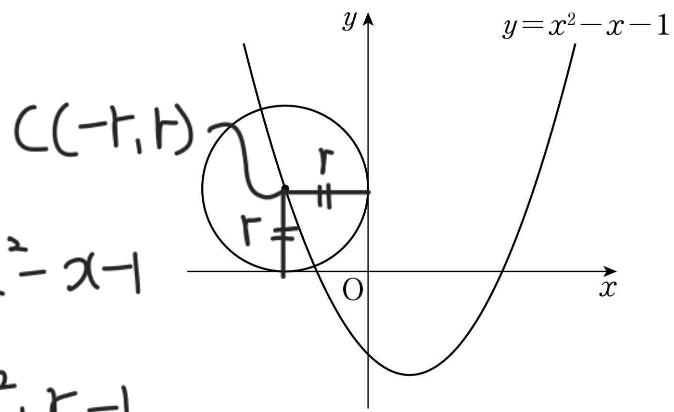
$x=2.$ $8=2c$ $c=4$
$x=0.$ $2=-2b$ $b=-1$
$x=1.$ $3=-a+1+4$, $a=2$ $\boxed{5}$

$\boxed{\text{풀이2}}$ 계수 비교

$2x^2-x+2=ax^2+(\boxed{-2a+b+c})x-2b$

$a=2$, $b=-1$, $c=4$

25. 곡선 $y=x^2-x-1$ 위의 점 중 제2사분면에 있는 점을 중심으로 하고, x축과 y축에 동시에 접하는 원의 방정식은 $x^2+y^2+ax+by+c=0$이다. $a+b+c$의 값을 구하시오.
(단, a, b, c는 상수이다.) [3점]



$y=x^2-x-1$

$r=r^2+r-1$

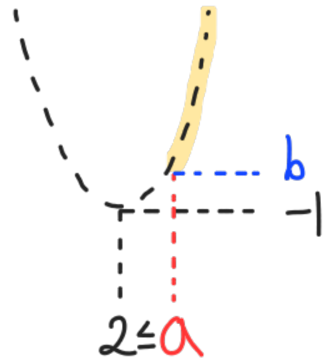
$r^2=1$, $r=1$, $C(-1, 1)$

$(x+1)^2+(y-1)^2=1$

$x^2+y^2+2x-2y+1=0$ $\boxed{1}$

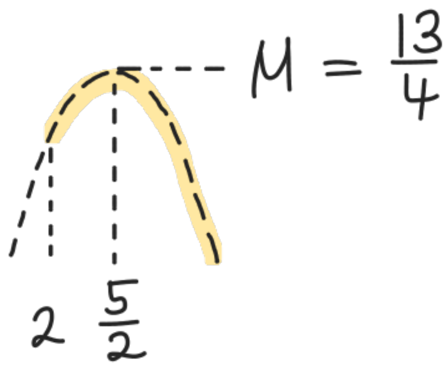
26. 집합 $X=\{x\,|\,x\geq a\}$에서 집합 $Y=\{y\,|\,y\geq b\}$로의 함수 $f(x)=x^2-4x+3$이 일대일대응이 되도록 하는 두 실수 a, b에 대하여 $a-b$의 최댓값은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

x^2-4x+3
$=(x-2)^2-1$



$b=a^2-4a+3$

$a-b=-a^2+5a-3$ $(a\geq 2)$
$=-(a-\frac{5}{2})^2+\frac{13}{4}$



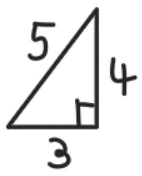
$\boxed{17}$

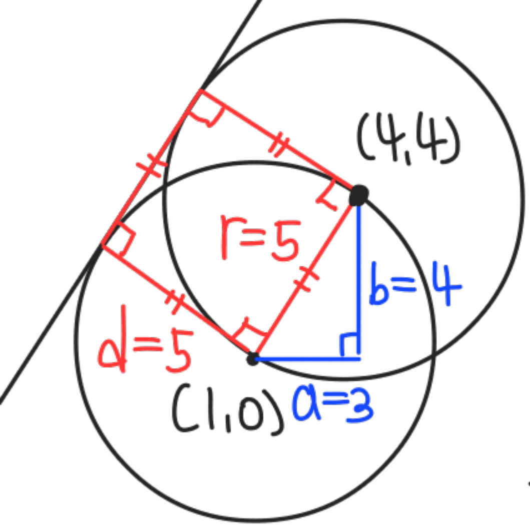
27. 두 양수 a, b에 대하여 원 $C:(x-1)^2+y^2=r^2$을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 원을 C'이라 할 때, 두 원 C, C'이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 원 C'은 원 C의 중심을 지난다.
> (나) 직선 $4x-3y+21=0$은 두 원 C, C'에 모두 접한다.

$a+b+r$의 값을 구하시오. (단, r는 양수이다.) [4점]

$4x-3y+21=0,\ m=\frac{4}{3} \Rightarrow$





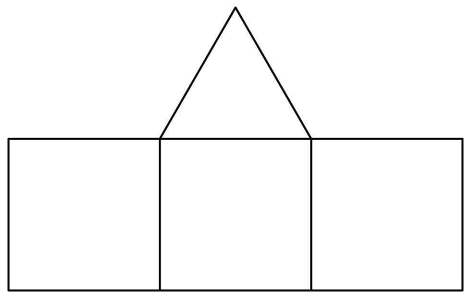
$d=\frac{|4\cdot 1-3\cdot 0+21|}{\sqrt{4^2+3^2}}=5$

$a+b+r$

$=3+4+5=12$

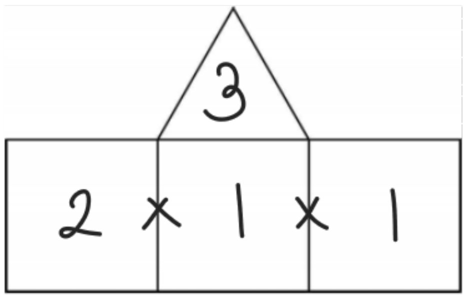
$\boxed{12}$

28. 그림과 같이 한 개의 정삼각형과 세 개의 정사각형으로 이루어진 도형이 있다.

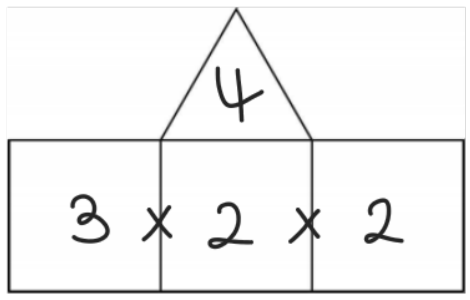


숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 중복을 허락하여 네 개를 택해 네 개의 정다각형 내부에 하나씩 적을 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하시오. [4점]

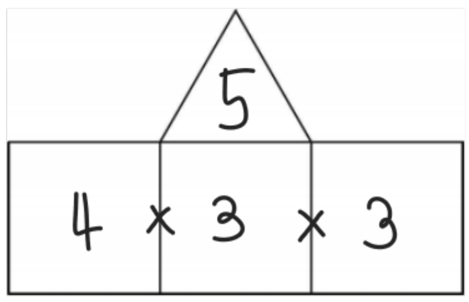
> (가) 세 개의 정사각형에 적혀 있는 수는 모두 정삼각형에 적혀 있는 수보다 작다.
> (나) 변을 공유하는 두 정사각형에 적혀 있는 수는 서로 다르다.



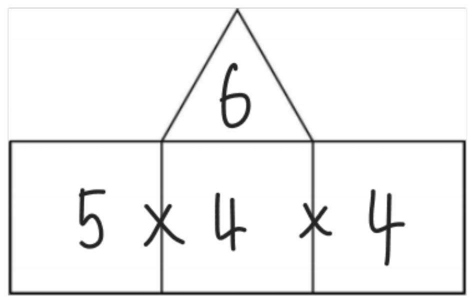
$1\sim2$ $=2$



$1\sim3$ $=12$



$1\sim4$ $=36$



$1\sim5$ $=80$

$2+12+36+80=180$ $\boxed{180}$

A=BQ+R 식 세우기 + B, R 차수 비교

이차함수는 대칭성이 중요

29. 최고차항의 계수가 양수인 두 다항식 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(x)$를 $x^2+g(x)$로 나눈 몫은 $x+2$이고 나머지는 $\{g(x)\}^2-x^2$이다.
> (나) $f(x)$는 $g(x)$로 나누어떨어진다.

$f(0)\neq 0$일 때, $f(2)$의 값을 구하시오. [4점]

몫 나머지

$A = BQ + R$ (B차수) > (R 차수)

(가) $f(x) = (x^2+g(x))(x+2) + g(x)^2 - x^2$

"$x^2+g(x)$" 차수 > "$g(x)^2-x^2$" 차수 … ⊛

(나) $f(x) = g(x)h(x)$. $g(0)\neq 0$.

$f(x) = g(x)(g(x)+x+2) + x^3+x^2$

$\underline{g(x)h(x) - g(x)(g(x)+x+2)} = \underline{x^2(x+1)}$

↳ $g(x)$로 나누어 진다. ↳ $g(x)$로 나누어진다.

따라서 $g(x)$는 $x^2(x+1)$의 인수

$g(0)\neq 0$ 이므로 $g(x) = a(x+1)$

↳ * $g(x)$가 상수이면 (차수조건 ⊛을 만족 X)

⊛에 대입

"x^2+ax+a" 차수 > "$(a^2-1)x^2+2a^2x+a^2$" 차수

2차 $\quad (a^2-1) = 0$ 1차

$a=1$

$g(x) = x+1$, $g(2) = 3$

$f(x) = (x^2+g(x))(x+2) + g(x)^2 - x^2$

$f(2) = (4+3)\times 4 + 9 - 4 = 33$

$\boxed{33}$

30. 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$가 있다. 방정식 $\{f(x)-1\}\{g(x)-1\}=0$의 모든 실근의 집합을 A라 하고, 방정식 $f(x)=g(x)$의 모든 실근의 집합을 B라 하면 두 실수 α, $\beta\ (\alpha<\beta)$에 대하여

$$A=\{\alpha,\ \beta\},\quad B=\{\alpha,\ \beta+3\}$$

이다. 상수 k에 대하여 방정식

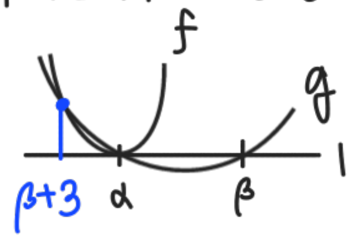
$$\{f(x)-k\}\{g(x)-k\}=0$$

의 서로 다른 실근의 개수가 3이고 이 세 실근의 합이 12일 때, $\alpha+\beta+k$의 값을 구하시오. [4점]

$f(\alpha) = g(\alpha) = 1$

① $f(\beta) = g(\beta) = 1 \Rightarrow \beta\in B$, 모순

② $f(\beta)\neq 1$, $g(\beta) = 1 \Rightarrow f(x)=1$의 근 $\in A=\{\alpha,\beta\}$ 이므로 $f(x)=1$는 중근 α.



$\beta+3<\beta$ 모순.

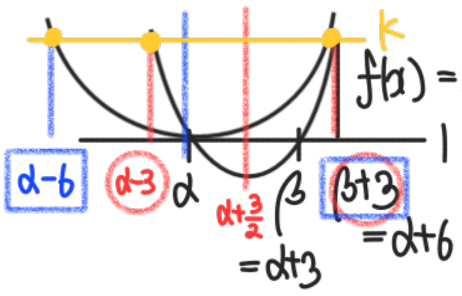
③ $f(\beta)=1$, $g(\beta)\neq 1$

$\Rightarrow g(x)=1$의 근 $\in A=\{\alpha,\beta\}$ 이므로 $g(x)=1$는 중근 α.

이차함수는 대칭성

$g(x) = 1\cdot(x-\alpha)^2+1$

$f(x) = 2\cdot(x-\alpha)(x-\beta)+1$



$g(\beta+3) = f(\beta+3) \Rightarrow (\beta-\alpha+3)^2 = 2\cdot 3\cdot(\beta-\alpha+3)$

$\beta-\alpha+3 = 6$, $\beta = \alpha+3$

$(\alpha-6)+(\alpha-3)+(\beta+3) = 3\alpha-3 = 12$, $\alpha=5$, $\beta=8$.

$k = g(11) = 6^2+1 = 37$

$\alpha+\beta+k = 5+8+37 = 50$

$\boxed{50}$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기) 했는지 확인하시오.