파급의 기출효과

cafe.naver.com/spreadeffect
파급의 기출효과 NAVER 카페

기출의 파급효과 시리즈는 기출 분석서입니다. 기출의 파급효과 시리즈는 국어, 수학, 영어, 물리학 1, 화학 1, 생명과학 1, 사회·문화가 예정되어 있습니다.

준킬러 이상 기출에서 얻어갈 수 있는 '꼭 필요한 도구와 태도'를 정리합니다.
'꼭 필요한 도구와 태도' 체화를 위해 관련도가 높은 준킬러 이상 기출을 바로바로 보여주며 체화 속도를 높입니다. 단시간 내에 점수를 극대화할 수 있도록 교재가 설계되었습니다.

학습하시다 질문이 생기신다면 '파급의 기출효과' 카페에서 질문을 할 수 있습니다.
교재 인증을 하시면 질문 게시판을 이용하실 수 있습니다.

기출의 파급효과 팀 소속 오르비 저자분들이 올리시는 학습자료를 받아보실 수 있습니다.
위 저자 분들의 컨텐츠 질문 답변도 교재 인증 시 가능합니다.

더 궁금하시다면 https://cafe.naver.com/spreadeffect/15에서 확인하시면 됩니다.

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\left(3\sqrt{3}\right)^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{3}{2}}$ 의 값은? [2점]

$3^{\frac{3}{2}}$

① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 9

$3^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{3}{2}} = 9$

⑤

2. 함수 $f(x)=x^3+2x^2+3x+4$ 에 대하여 $f'(-1)$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$f'(x) = 3x^2 + 4x + 3$

$3 - 4 + 3 = 2$

②

3. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_4 = 6, \quad 2a_7 = a_{19}$$

일 때, a_1 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$a + 3d = 6$

$2a + 12d = a + 18d$

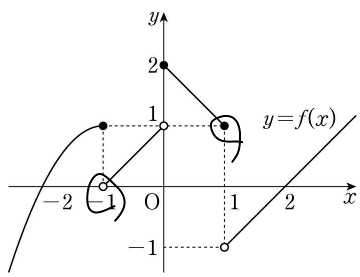
$a = 6d$

$d = \frac{2}{3}$

$6 \times \frac{2}{3} = 4$

④

4. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \to -1+} f(x) + \lim_{x \to 1-} f(x)$ 의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

④

5. $\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$ 인 θ 에 대하여 $\cos\theta\tan\theta=\frac{1}{2}$ 일 때, $\cos\theta+\tan\theta$ 의 값은? [3점]

$\sin\theta=\frac{1}{2}$

① $-\frac{5\sqrt{3}}{6}$ ② $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ③ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
④ $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $-\frac{\sqrt{3}}{6}$

1

$-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{3}=-\frac{5}{6}\sqrt{3}$

6. 함수 $f(x)=2x^2-3x+5$ 에서 x 의 값이 a 에서 $a+1$ 까지 변할 때의 평균변화율이 7이다. $2\times\lim_{h\to 0}\frac{f(a+2h)-f(a)}{2h}$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

$2f'(a)$ 4

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

$7=\frac{f(a+1)-f(a)}{(a+1)-(a)}$

$7=2(a+1)^2-3(a+1)-2a^2+3a$

$7=4a-1$ $a=2$

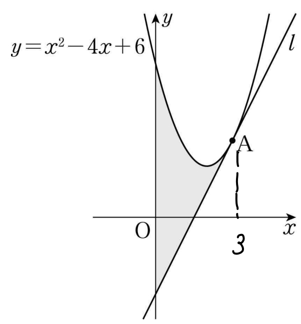
$f'(x)=4x-3$ 3

$f'(2)=5$

7. 그림과 같이 곡선 $y=x^2-4x+6$ 위의 점 $\mathrm{A}(3,\ 3)$ 에서의 접선을 l 이라 할 때, 곡선 $y=x^2-4x+6$ 과 직선 l 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

$y=2x-3$

$y'=2x-4$



① $\frac{26}{3}$ ② 9 ③ $\frac{28}{3}$ ④ $\frac{29}{3}$ ⑤ 10

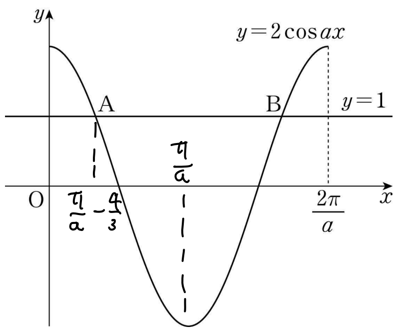
2

$\int_0^3 x^2-6x+9\ dx$

$=\left[\frac{1}{3}x^3-3x^2+9x\right]_0^3$

$=9$

8. 그림과 같이 양의 상수 a에 대하여 곡선 $y=2\cos ax\left(0\le x\le \frac{2\pi}{a}\right)$와 직선 $y=1$이 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=\frac{8}{3}$일 때, a의 값은? [3점]



① $\frac{\pi}{3}$ ② $\frac{5\pi}{12}$ ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ $\frac{7\pi}{12}$ ⑤ $\frac{2\pi}{3}$

3

$$1 = 2\cos a\left(\frac{\pi}{a}-\frac{4}{3}\right)$$

$$\frac{1}{2} = \cos\left(\pi - \frac{4}{3}a\right)$$

$$\pi - \frac{4}{3}a = \frac{\pi}{3} \qquad a = \frac{\pi}{2}$$

9. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t\ge 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=3t^2+at \quad = 3t^2-12t$$

이다. 시각 $t=0$에서의 점 P의 위치와 시각 $t=6$에서의 점 P의 위치가 서로 같을 때, 점 P가 시각 $t=0$에서 $t=6$까지 움직인 거리는? (단, a는 상수이다.) [4점]

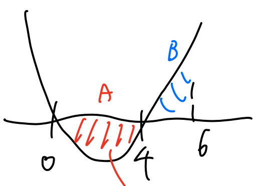
① 64 ② 66 ③ 68 ④ 70 ⑤ 72

1

$$\int_0^6 3t^2+at\ dt = 0$$

$$\left[t^3+\frac{a}{2}t^2\right]_0^6 = 0$$

$$216 + 18a = 0 \qquad a = -12$$



A=B

$$2\times\frac{3\cdot 4^3}{6} = 64$$

10. 두 함수

$$f(x)=x^2+2x+k,\quad g(x)=2x^3-9x^2+12x-2$$

에 대하여 함수 $(g\circ f)(x)$의 최솟값이 2가 되도록 하는 실수 k의 최솟값은? [4점]

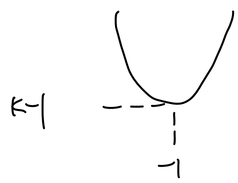
① 1 ② $\frac{9}{8}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{11}{8}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

$$g'(x) = 6x^2-18x+12$$

5

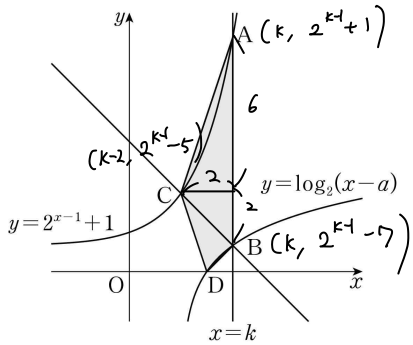
$y=g(x)$

$y=f(x)$



$$k-1 \ge \frac{1}{2} \qquad k\ge\frac{3}{2}$$

11. 그림과 같이 두 상수 a, k에 대하여 직선 $x=k$가 두 곡선 $y=2^{x-1}+1$, $y=\log_2(x-a)$와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 점 B를 지나고 기울기가 -1인 직선이 곡선 $y=2^{x-1}+1$과 만나는 점을 C라 하자.
$\overline{AB}=8$, $\overline{BC}=2\sqrt{2}$일 때, 곡선 $y=\log_2(x-a)$가 x축과 만나는 점 D에 대하여 사각형 ACDB의 넓이는? (단, $0<a<k$) [4점]



① 14 ② 13 ③ 12 ④ 11 ⑤ 10

$2^{k-1}-5 = 2^{k-3}+1$

5

$\frac{3}{4}\cdot 2^{k-1} = 6$

$2^{k-1}=8$ $k=4$

B(4, 1) $1 = \log_2(4-a)$

D(3, 0) $a=2$

$6+\frac{3}{2}\cdot 3-\frac{1}{2}=10$

12. $a>2$인 상수 a에 대하여 함수 $f(x)$를

$(x-1)(x-3)$

$$f(x)=\begin{cases} x^2-4x+3 & (x\le 2)\\ -x^2+ax & (x>2)\end{cases}$$

$-x(x-a)$

라 하자. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $h(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $h(1)+h(3)$의 값은? [4점]

(가) $x\neq 1$, $x\neq a$일 때, $h(x)=\dfrac{g(x)}{f(x)}$이다.
(나) $h(1)=h(a)$

① $-\frac{15}{6}$ ② $-\frac{7}{3}$ ③ $-\frac{13}{6}$ ④ -2 ⑤ $-\frac{11}{6}$

3

$f(x)$가 $x=2$에서 연속이라면

$f(2)=-1=-2(2-a) \Rightarrow a=\frac{3}{2}$ 이므로 모순!

따라서 $h(x)$가 $x=2$에서 연속이려면 $g(2)=0$

$$\lim_{x\to1}\frac{g(x)}{(x-1)(x-3)}=\lim_{x\to a}\frac{g(x)}{-x(x-a)}$$

$g(x)=(x-1)(x-a)(x-2)$

$$\frac{-\cancel{(1-a)}}{-2}=\frac{\cancel{(a-1)}(a-2)}{-a}$$

$\frac{1\cdot -3}{-2}$

$2a-4=a$

$a=4$ $g(x)=(x-1)(x-2)(x-4)$

$h(1)=-\frac{3}{2}$

$h(3)=\frac{g(3)}{f(3)}=\frac{-2}{3}$

$-\frac{3}{2}-\frac{2}{3}=-\frac{9+4}{6}=-\frac{13}{6}$

13. 첫째항이 양수인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$|S_3| = |S_6| = |S_{11}| - 3$$

을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$의 첫째항의 합은? [4점]

① $\frac{31}{5}$ ② $\frac{33}{5}$ ③ 7 ④ $\frac{37}{5}$ ⑤ $\frac{39}{5}$

①

(1) $S_3 + S_6 = 0$ $(S_3 > 0,\ S_6 < 0)$

$9a + 18d = 0$

$d = -\frac{a}{2}$

$S_3 = \frac{3}{2}a$ $|S_{11}| = \frac{33}{2}a$

$S_3 = |S_{11}| - 3 \Rightarrow \frac{3}{2}a = \frac{33}{2}a - 3 \Rightarrow \boxed{a = \frac{1}{5}}$

(2) $S_3 = S_6$

$a_5 = 0$ $a + 4d = 0$ $d = -\frac{a}{4}$

$S_3 = 3 \times a_2 = \frac{9}{4}a$

$S_{11} = 11 \times a_6 = -\frac{11}{4}a$

$S_3 = |S_{11}| - 3 \Rightarrow \frac{9}{4}a = \frac{11}{4}a - 3 \Rightarrow \boxed{a = 6}$

$\frac{1}{5} + 6 = \frac{31}{5}$

14. 두 함수

$$f(x) = x^3 - kx + 6, \quad g(x) = 2x^2 - 2$$

에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $k=0$일 때, 방정식 $f(x)+g(x)=0$은 오직 하나의 실근을 갖는다.

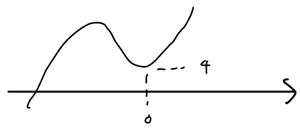
ㄴ. 방정식 $f(x)-g(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 실수 k의 값은 4뿐이다.

ㄷ. 방정식 $|f(x)|=g(x)$의 서로 다른 실근의 개수가 ~~5~~가 되도록 하는 실수 k가 존재한다.

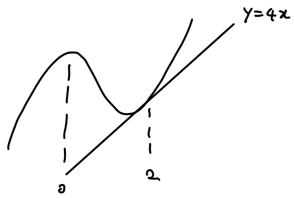
① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

②

ㄱ. $x^3 + 2x^2 + 4 = 0$



ㄴ. $x^3 - 2x^2 + 8 = kx$



ㄷ. $|f(x)|$, $g(x)$의 교점은 $|x| \geq 1$에서만 존재.
$|x| < 1$에서 $|f(x)| \geq 0 > g(x)$이기 때문,

$x^3 + 2x^2 + 4 = kx$ ($k=7$일 때 $x=1$에서 접함) $k>7$ 3, $k=7$ 2, $k<7$ 1

$x^3 - 2x^2 + 8 = kx$ ($k=4$일 때 $x=2$에서 접함) $k>4$ 3, $k=4$ 2, $k<4$ 1

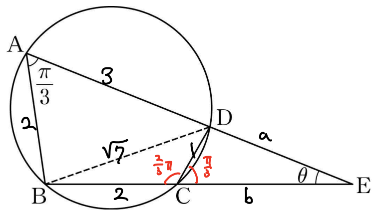
$y = x^3 + 2x^2 + 4$, $y = x^3 - 2x^2 + 8$의 교점 $x = \pm 1$

따라서 $k=7$이더라도 교점은 5개가 될 수 없다.

15. 그림과 같이 원에 내접하는 사각형 ABCD에 대하여

$$\overline{AB}=\overline{BC}=2,\quad \overline{AD}=3,\quad \angle BAD=\frac{\pi}{3}$$

이다. 두 직선 AD, BC의 교점을 E라 하자.



다음은 $\angle AEB=\theta$일 때, $\sin\theta$의 값을 구하는 과정이다.

> 삼각형 ABD와 삼각형 BCD에서 코사인법칙을 이용하면
> $\overline{CD}=$ (가) 1
> 이다. 삼각형 EAB와 삼각형 ECD에서
> $\angle AEB$는 공통, $\angle EAB=\angle ECD$
> 이므로 삼각형 EAB와 삼각형 ECD는 닮음이다.
> 이를 이용하면 $a+3=2b$, $2a=b+2$, $a=\frac{7}{3}$, $b=\frac{8}{3}$
> $\overline{ED}=$ (나) $\frac{7}{3}$
> 이다. 삼각형 ECD에서 사인법칙을 이용하면
> $\sin\theta=$ (다) $\frac{3\sqrt{3}}{14}$ $\quad \frac{1}{\sin\theta}=\frac{\frac{7}{3}}{\sin\frac{\pi}{3}}$ $\quad \sin\theta=\frac{3\sqrt{3}}{14}$
> 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r라 할 때, $(p+q)\times r$의 값은? [4점]

① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{4\sqrt{3}}{7}$ ③ $\frac{9\sqrt{3}}{14}$ ④ $\frac{5\sqrt{3}}{7}$ ⑤ $\frac{11\sqrt{3}}{14}$

4

$$\frac{10}{3}\cdot\frac{3\sqrt{3}}{14}=\frac{5\sqrt{3}}{7}$$

단 답 형

16. $\dfrac{\log_5 72}{\log_5 2}-4\log_2\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

$\log_2 72-\log_2 36+4=5$

5

17. $\displaystyle\int_{-3}^{2}(2x^3+6|x|)\,dx-\int_{-3}^{-2}(2x^3-6x)\,dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

24

$$\int_0^2 2x^3+6x\,dx$$

$$\underbrace{+\int_{-3}^{0} 2x^3-6x\,dx+\int_{-2}^{-3} 2x^3-6x\,dx}$$

$\Downarrow$

$$\int_{-2}^{0} 2x^3-6x\,dx$$

$$2\int_0^2 6x\,dx=12\left[\tfrac{1}{2}x^2\right]_0^2=24$$

$\frac{1(3^5-1)}{3-1}$

18. 부등식 $\sum_{k=1}^{5} 2^{k-1} < \sum_{k=1}^{n} (2k-1) < \sum_{k=1}^{5} (2\times 3^{k-1})$을 만족시키는 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오. [3점]

$31 < n^2 < 242$

$n = 6 \sim 15$

$\frac{15\times 16}{2} - \frac{5\times 6}{2} = 105$

105

19. 모든 실수 x에 대하여 부등식

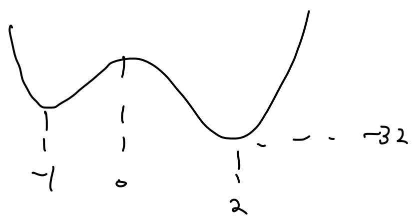
$$3x^4-4x^3-12x^2+k \ge 0$$

이 항상 성립하도록 하는 실수 k의 최솟값을 구하시오. [3점]

$3x^4-4x^3-12x^2 \ge -k$

$y = 3x^4-4x^3-12x^2$

$y' = 12x(x-2)(x+1)$



$-32 \ge -k$

32

20. 수열 $\{a_n\}$은 $1<a_1<2$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} -2a_n & (a_n < 0) \\ a_n - 2 & (a_n \ge 0) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_7 = -1$일 때, $40\times a_1$의 값을 구하시오. [4점]

역으로 추적하다보면 오히려 복잡하다는 것을 풀다보면 알 것이다.

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
a	$a-2$	$-2a+4$	$-2a+2$	$4a-4$	$4a-6$

$4a-6=1$ $\quad a=\frac{7}{4}$

70

21. 상수 k에 대하여 다음 조건을 만족시키는 좌표평면의 점 A$(a,\ b)$가 오직 하나 존재한다.

> (가) 점 A는 곡선 $y=\log_2(x+2)+k$ 위의 점이다.
> (나) 점 A를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점은 곡선 $y=4^{x+k}+2$ 위에 있다.

$a\times b$의 값을 구하시오. (단, $a\neq b$) [4점]

$\log_2(a+2)+k=b \rightarrow 2^{b-k}-2=a$

$4^{b+k}+2=a$

$4^{b+k}-2^{b-k}+4=0$ (b가 유일함, k는 상수)

$2^b=t>0$, $2^k=B>0$ 로 치환

$B^2t^2-\frac{t}{B}+4=0$

$\frac{1}{B^2}=16B^2 \rightarrow B=\frac{1}{2}$ (판별식 $D=0$)

$k=-1$, $t=4$, $b=2$, $a=6$

12

22. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 1이고 상수항이 0인 삼차함수 $g(x)$가 있다. 양의 상수 a에 대하여 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

추가설명) $F(x)=\int_a^x f(x)\,dx$ 에서 $f(x)$가 연속이면 $F(x)$는 미분가능하다.

이분가능 연속

> (가) 모든 실수 x에 대하여 $x|g(x)|=\int_{2a}^{x}(a-t)f(t)\,dt$ 이다.
> (나) 방정식 $g(f(x))=0$의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

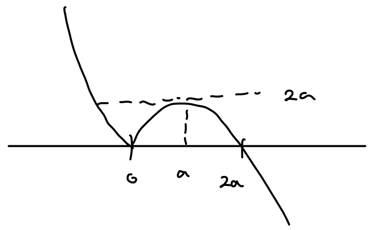
$\int_{-2a}^{2a}f(x)\,dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

$x|g(x)|$가 미분가능하려면 $g(2a)=0$ 이므로 $g(x)=x(x-2a)^2$

$$f(x)=\begin{cases}-4x(x-2a) & (x>0)\\ 4x(x-2a) & (x<0)\end{cases}$$

$f(k)=0$ or $f(k)=2a$ 를 만족하는 k의 개수가 4이다.

이러기 위해서는 $f(a)=2a$



$f(a)=2a=4a^2$

$a=\frac{1}{2}$

$\int_{-1}^{1}f(x)\,dx=\frac{4\cdot1^3}{6}+4\cdot\left[\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}\right]_{-1}^{0}$

$=\frac{4}{6}+\frac{20}{6}=4$

4

> * 확인 사항
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
> ○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23. ${}_{3}\Pi_{4}$의 값은? [2점]

① 63 ② 69 ③ 75 ④ 81 ⑤ 87

$3^4 = 81$

4

24. 6개의 숫자 1, 1, 2, 2, 2, 3을 일렬로 나열하여 만들 수 있는 여섯 자리의 자연수 중 홀수의 개수는? [3점]

① 20 ② 30 ③ 40 ④ 50 ⑤ 60

2

_ _ _ _ _ 1 $\frac{5!}{3!} = 20$

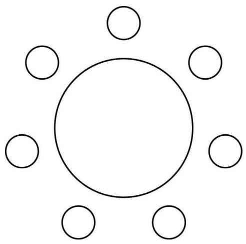
_ _ _ _ _ 3 $\frac{5!}{3!2!} = 10$

$20+10=30$

25. A 학교 학생 5명, B 학교 학생 2명이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때, B 학교 학생끼리는 이웃하지 않도록 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

① 320 ② 360 ③ 400 ④ 440 ⑤ 480

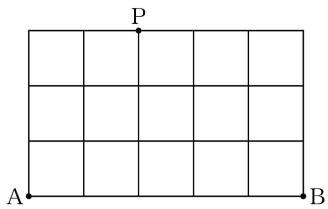
5



이웃해도 되는 A학교 학생들을 배치한다,
그 후 B학교 학생들을 A학교 학생들 사이에 끼워 넣는다.

$4! \times 5 \times 4 = 480$

26. 그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A 지점에서 출발하여 P 지점을 지나 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는? (단, 한 번 지난 도로를 다시 지날 수 있다.) [3점]

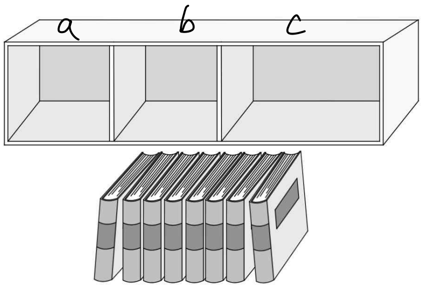


① 200 ② 210 ③ 220 ④ 230 ⑤ 240

1

$\frac{5!}{3!2!} \times \frac{6!}{3!3!} = 10 \times 20 = 200$

27. 그림과 같이 같은 종류의 책 8권과 이 책을 각 칸에 최대 5권, 5권, 8권을 꽂을 수 있는 3개의 칸으로 이루어진 책장이 있다. 이 책 8권을 책장에 남김없이 나누어 꽂는 경우의 수는? (단, 비어 있는 칸이 있을 수 있다.) [3점]



① 31 ② 32 ③ 33 ④ 34 ⑤ 35

$a+b+c=8$
$\geq 0 \quad \geq 0 \quad \geq 0$

${}_3H_8 = 45$

3

불가능한 개수배치

$(6\ 2\ 0)$ $2\times2=4$
$(6\ 1\ 1)$ $2\times1=2$
$(7\ 1\ 0)$ $2\times2=4$
$(8\ 0\ 0)$ $2\times1=2$

$45-12=33$

28. 세 명의 학생 A, B, C에게 서로 다른 종류의 사탕 5개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? (단, 사탕을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [4점]

(가) 학생 A는 적어도 하나의 사탕을 받는다.
(나) 학생 B가 받는 사탕의 개수는 2 이하이다.

① 167 ② 170 ③ 173 ④ 176 ⑤ 179

B가 받는 사탕의 개수를 기준으로 생각.

4

A	B	C	
1	0	4	${}_5C_1=5$
2	0	3	${}_5C_2=10$
3	0	2	${}_5C_3=10$
4	0	1	${}_5C_4=5$
5	0	0	${}_5C_5=1$

$\boxed{31}$

A	B	C	
1	1	3	${}_5C_1\times{}_4C_1=20$
2	1	2	${}_5C_2\times{}_3C_1=30$
3	1	1	${}_5C_3\times{}_2C_1=20$
4	1	0	${}_5C_4=5$

$\boxed{75}$

A	B	C	
1	2	2	${}_5C_1\times{}_4C_2=30$
2	2	1	${}_5C_2\times{}_3C_2=30$
3	2	0	${}_5C_3=10$

$\boxed{70}$

$31+75+70=176$

단답형

개수 a b c d e

29. 두 집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y=\{-1, 0, 1, 2, 3\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \to Y$의 개수를 구하시오. [4점]

> (가) $f(1) \le f(2) \le f(3) \le f(4) \le f(5)$
> (나) $f(a)+f(b)=0$을 만족시키는 집합 X의 서로 다른 두 원소 a, b가 존재한다.

(1) 치역에 -1, 1 포함

$a+b+c+d+e=5$ $\quad {}_5H_3 = 35$

≥1 ≥0 ≥1 ≥0 ≥0

$35+35-5=65$

(2) 치역에 0 2개 이상 포함

$a+b+c+d+e=5$ $\quad {}_5H_3 = 35$

≥0 ≥2 ≥0 ≥0 ≥0

65

(3) (1), (2) 공통

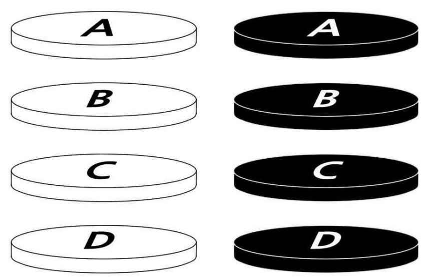
${}_5H_1 = 5$

$a+b+c+d+e=5$

≥1 ≥2 ≥1 ≥0 ≥0

30. 흰색 원판 4개와 검은색 원판 4개에 각각 A, B, C, D의 문자가 하나씩 적혀 있다. 이 8개의 원판 중에서 4개를 택하여 다음 규칙에 따라 원기둥 모양으로 쌓는 경우의 수를 구하시오. (단, 원판의 크기는 모두 같고, 원판의 두 밑면은 서로 구별하지 않는다.) [4점]

> (가) 선택된 4개의 원판 중 같은 문자가 적힌 원판이 있으면 같은 문자가 적힌 원판끼리는 검은색 원판이 흰색 원판보다 아래쪽에 놓이도록 쌓는다.
> (나) 선택된 4개의 원판 중 같은 문자가 적힌 원판이 없으면 D가 적힌 원판이 맨 아래에 놓이도록 쌓는다.



(1) 같은 문자 X

$\underbrace{2^4}_{흑/백} \times \underbrace{3!}_{\text{ABC 나열}} = 96$

$96+576+36$

$= 708$

708

(2) 같은 문자 O

(i) 같은 문자 1개 (ex. AABC)

$\underbrace{4}_{같은\ 문자\ 1개} \times \underbrace{{}_3C_2}_{나머지\ 문자} \times \underbrace{2^2}_{나머지\ 문자\ 흑백} \times \underbrace{\frac{4!}{2!}}_{나열} = 576$

(ii) 같은 문자 2개

$\underbrace{{}_4C_2}_{같은문자\ 2개} \times \underbrace{\frac{4!}{2!2!}}_{나열} = 36$

> * 확인 사항
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
> ○ 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5 지 선 다 형

23. $\lim_{n\to\infty}\frac{2^{n+1}+3^{n-1}}{(-2)^n+3^n}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

2

24. 수열 $\{a_n\}$ 이 $\lim_{n\to\infty}(3a_n-5n)=2$ 를 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{(2n+1)a_n}{4n^2}$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

$\lim_{n\to\infty}\frac{3a_n-5n}{n}=0$

5

$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{n}=\frac{5}{3}$

$\lim_{n\to\infty}\frac{(2n+1)a_n}{4n^2}=\frac{2\cdot\frac{5}{3}}{4}=\frac{5}{6}$

25. $\lim\limits_{n \to \infty}\left(\sqrt{an^2+n}-\sqrt{an^2-an}\right)=\frac{5}{4}$ 를 만족시키는 모든 양수 a의 값의 합은? [3점]

① $\frac{7}{2}$ ② $\frac{15}{4}$ ③ 4 ④ $\frac{17}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

$$\lim_{n \to \infty} \frac{(a+1)n}{\sqrt{an^2+n}+\sqrt{an^2-an}}$$

④

$$= \frac{a+1}{2\sqrt{a}} = \frac{5}{4}$$

$$4a^2-17a+4=0$$

26. 첫째항이 1인 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}-a_n=3,\ \sum_{k=1}^{n}\frac{1}{b_k}=n^2$$

을 만족시킬 때, $\lim\limits_{n \to \infty} a_n b_n$의 값은? [3점]

① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

$$\frac{1}{b_n}=2n-1$$

③

$$a_n=3n-2$$

$$b_n=\frac{1}{2n-1}$$

27. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_n{}^2 < 4na_n + n - 4n^2$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n+3n}{2n+4}$의 값은? [3점]

① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

$(a_n - 2n)^2 < n$ ①

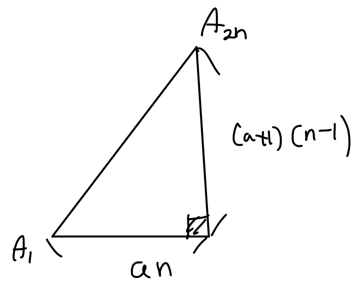
$2n - \sqrt{n} < a_n < 2n + \sqrt{n}$

28. 자연수 n에 대하여 좌표평면 위의 점 A_n을 다음 규칙에 따라 정한다.

> (가) A_1은 원점이다.
> (나) n이 홀수이면 A_{n+1}은 점 A_n을 x축의 방향으로 a만큼 평행이동한 점이다.
> (다) n이 짝수이면 A_{n+1}은 점 A_n을 y축의 방향으로 $a+1$만큼 평행이동한 점이다.

$\lim_{n\to\infty}\frac{\overline{A_1A_{2n}}}{n} = \frac{\sqrt{34}}{2}$일 때, 양수 a의 값은? [4점]

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ 2 ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$



①

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{a^2n^2+(a+1)^2(n-1)^2}}{n} = \sqrt{(a+1)^2+a^2} = \frac{\sqrt{34}}{2}$$

$4a^2+4a-15=0$

$(2a+5)(2a-3)=0$

$a=\frac{3}{2}$

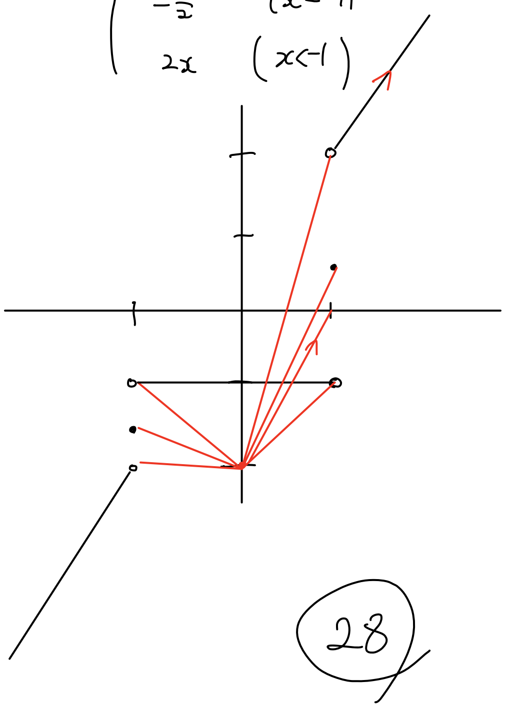
단 답 형

29. 실수 t에 대하여 직선 $y=tx-2$가 함수

$$f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{2x^{2n+1}-1}{x^{2n}+1}$$

의 그래프와 만나는 점의 개수를 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 $t=a$에서 불연속인 모든 a의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 a_1, a_2, $\cdots$, a_m (m은 자연수)라 할 때, $m\times a_m$의 값을 구하시오. [4점]

$$f(x)=\begin{cases} 2x & (x>1) \\ \frac{1}{2} & (x=1) \\ -1 & (-1<x<1) \\ -\frac{3}{2} & (x=-1) \\ 2x & (x<-1) \end{cases}$$



$m=7$

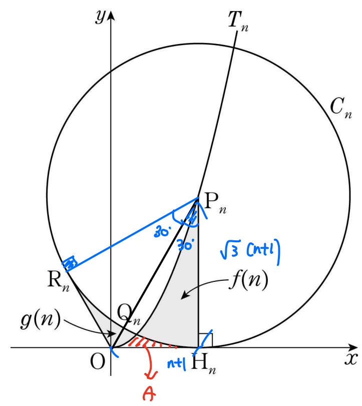
$a_n=4$

28

30. 그림과 같이 자연수 n에 대하여 곡선

$$T_n : y=\frac{\sqrt{3}}{n+1}x^2\ (x\geq 0)$$

위에 있고 원점 O와의 거리가 $2n+2$인 점을 P_n이라 하고, 점 P_n에서 x축에 내린 수선의 발을 H_n이라 하자.
중심이 P_n이고 점 H_n을 지나는 원을 C_n이라 할 때, 곡선 T_n과 원 C_n의 교점 중 원점에 가까운 점을 Q_n, 원점에서 원 C_n에 그은 두 접선의 접점 중 H_n이 아닌 점을 R_n이라 하자.
점 R_n을 포함하지 않는 호 $\mathrm{Q}_n\mathrm{H}_n$과 선분 $\mathrm{P}_n\mathrm{H}_n$, 곡선 T_n으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(n)$, 점 H_n을 포함하지 않는 호 $\mathrm{R}_n\mathrm{Q}_n$과 선분 OR_n, 곡선 T_n으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(n)$이라 할 때, $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{f(n)-g(n)}{n^2}=\frac{\pi}{2}+k$이다. $60k^2$의 값을 구하시오. (단, k는 상수이다.) [4점]



$$f(n)+A=\int_0^{n+1}\frac{\sqrt{3}}{n+1}x^2\,dx=\frac{\sqrt{3}}{3}(n+1)^2$$

$$g(n)+A=\square \mathrm{P}_n\mathrm{H}_n\mathrm{O}\mathrm{R}_n-\triangle \mathrm{P}_n\mathrm{R}_n\mathrm{H}_n$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 4(n+1)^2-\frac{1}{2}\cdot 3(n+1)^2\cdot\frac{\pi}{3}$$

$$=\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{2}\right)(n+1)^2$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{f(n)-g(n)}{n^2}=\lim_{n\to\infty}\frac{\left(\frac{\pi}{2}-\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)(n+1)^2}{n^2}=\frac{\pi}{2}-\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$k^2=\frac{4}{3}$ $\quad 60\times\frac{4}{3}=80$

80

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

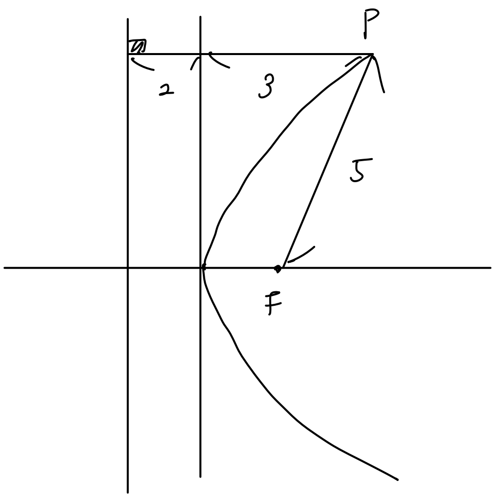
○ 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시 수학 영역(기하)

5지선다형

23. 초점이 F인 포물선 $y^2=8x$ 위의 점 P와 y축 사이의 거리가 3일 때, 선분 PF의 길이는? [2점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

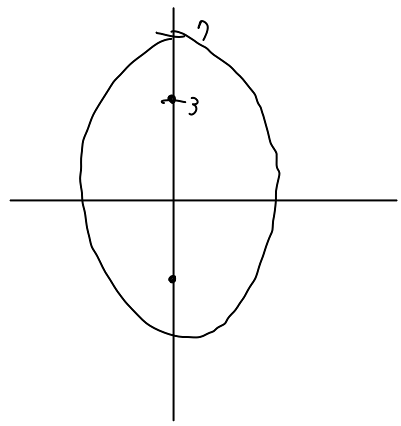


2

24. 두 초점의 좌표가 (0, 3), (0, −3)인 타원이 y축과 점 (0, 7)에서 만날 때, 이 타원의 단축의 길이는? [3점]

① $4\sqrt{6}$ ② $4\sqrt{7}$ ③ $8\sqrt{2}$ ④ 12 ⑤ $4\sqrt{10}$

5



$\frac{x^2}{40}+\frac{y^2}{49}=1$

$2\times 2\sqrt{10}$

$=4\sqrt{10}$

25. 쌍곡선 $4x^2-8x-y^2-6y-9=0$의 점근선 중 기울기가 양수인 직선과 x축, y축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{19}{4}$ ② $\frac{21}{4}$ ③ $\frac{23}{4}$ ④ $\frac{25}{4}$ ⑤ $\frac{27}{4}$

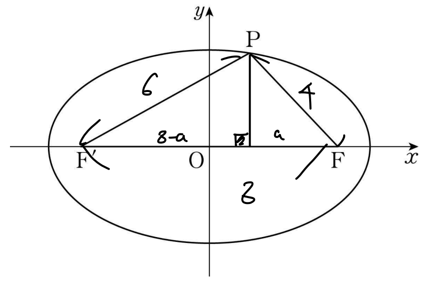
$(x-1)^2 - \frac{(y+3)^2}{4} = 1$

$y = 2x-5$

④

$\frac{1}{2} \times 5 \times \frac{5}{2} = \frac{25}{4}$

26. 그림과 같이 두 초점이 F, F′인 타원 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P에 대하여 세 선분 PF, PF′, FF′의 길이가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 점 P의 x좌표는? (단, 점 F의 x좌표는 양수이다.) [3점]



③

① 1 ② $\frac{9}{8}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{11}{8}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

$16-a^2 = 36-(8-a)^2$

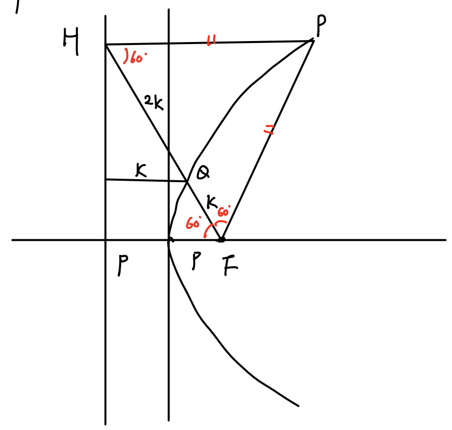
$a = \frac{11}{4}$

$4-\frac{11}{4} = \frac{5}{4}$

27. 초점이 F인 포물선 $y^2=4px\ (p>0)$ 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P에서 준선에 내린 수선의 발 H에 대하여 선분 FH가 포물선과 만나는 점을 Q라 하자. 점 Q가 다음 조건을 만족시킬 때, 상수 p의 값은? [3점]

(가) 점 Q는 선분 FH를 $1:2$로 내분한다.
(나) 삼각형 PQF의 넓이는 $\frac{8\sqrt{3}}{3}$이다.

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$



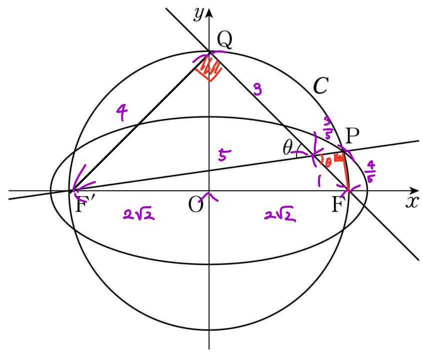
①

$k=\frac{4}{3}p$

$\triangle PHF = 8\sqrt{3}$ $\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot 16p^2 = 8\sqrt{3}$

$p=\sqrt{2}$

28. 그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$의 두 초점 F, F′에 대하여 선분 FF′을 지름으로 하는 원을 C라 하자. 원 C가 타원과 제1사분면에서 만나는 점을 P라 하고, 원 C가 y축과 만나는 점 중 y좌표가 양수인 점을 Q라 하자. 두 직선 F′P, QF가 이루는 예각의 크기를 θ라 하자. $\cos\theta=\frac{3}{5}$일 때, $\frac{b^2}{a^2}$의 값은? (단, a, b는 $a>b>0$인 상수이고, 점 F의 x좌표는 양수이다.) [4점]



$2a=\frac{32}{5}$, $a=\frac{16}{5}$

$c=2\sqrt{2}$

$b=\frac{2\sqrt{14}}{5}$

$\frac{b^2}{a^2}=\frac{14}{64}=\frac{7}{32}$

① $\frac{11}{64}$ ② $\frac{3}{16}$ ③ $\frac{13}{64}$ ④ $\frac{7}{32}$ ⑤ $\frac{15}{64}$

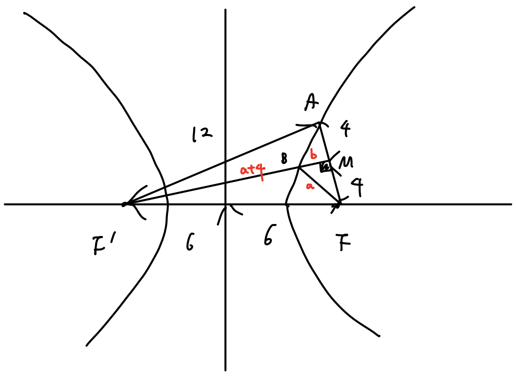
④

단 답 형

29. 두 점 F, F′ 을 초점으로 하는 쌍곡선 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{32}=1$ 위의 점 A 가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\overline{\mathrm{AF}}<\overline{\mathrm{AF'}}$
> (나) 선분 AF 의 수직이등분선은 점 F′ 을 지난다.

선분 AF 의 중점 M 에 대하여 직선 MF′ 과 쌍곡선의 교점 중 점 A 에 가까운 점을 B 라 할 때, 삼각형 BFM 의 둘레의 길이는 k 이다. k^2 의 값을 구하시오. [4점]



$a+b+4 = 8\sqrt{2}$

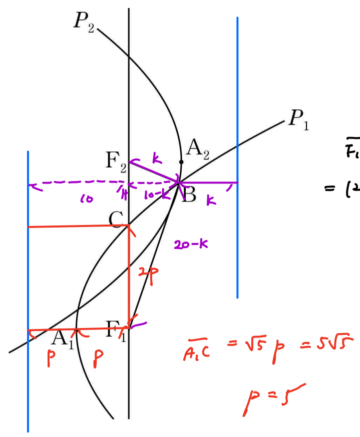
128

$(8\sqrt{2})^2 = 128$

30. 그림과 같이 꼭짓점이 $\mathrm{A_1}$ 이고 초점이 $\mathrm{F_1}$ 인 포물선 P_1 과 꼭짓점이 $\mathrm{A_2}$ 이고 초점이 $\mathrm{F_2}$ 인 포물선 P_2 가 있다. 두 포물선의 준선은 모두 직선 $\mathrm{F_1F_2}$ 와 평행하고, 두 선분 $\mathrm{A_1A_2}$, $\mathrm{F_1F_2}$ 의 중점은 서로 일치한다. ⇒ 초점거리 일치
두 포물선 P_1, P_2 가 서로 다른 두 점에서 만날 때 두 점 중에서 점 $\mathrm{A_2}$ 에 가까운 점을 B 라 하자. 포물선 P_1 이 선분 $\mathrm{F_1F_2}$ 와 만나는 점을 C 라 할 때, 두 점 B, C 가 다음 조건을 만족시킨다.

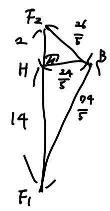
> (가) $\overline{\mathrm{A_1C}}=5\sqrt{5}$
> (나) $\overline{\mathrm{F_1B}}-\overline{\mathrm{F_2B}}=\frac{48}{5}$

삼각형 $\mathrm{BF_2F_1}$ 의 넓이가 S 일 때, $10S$ 의 값을 구하시오.
(단, $\angle \mathrm{F_1F_2B}<90°$) [4점]



$\overline{F_1B} - \overline{F_2B}$
$= (20-k) - k = 20-2k = \frac{48}{5}$

$k = \frac{26}{5}$



$10S = \frac{1}{2}\cdot 16\cdot \frac{24}{5}\cdot 10 = 384$

384

* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.