

수학 영역

홀수형

성명		수험 번호																		
----	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
 - 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.
- 남만 합격**
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
 - 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
 - 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
 - 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

- ※ 공통 과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.
- **공통과목** 1~8 쪽
 - **선택과목**
 - 확률과 통계 9~12 쪽
 - 미적분 13~16 쪽
 - 기하 17~20 쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

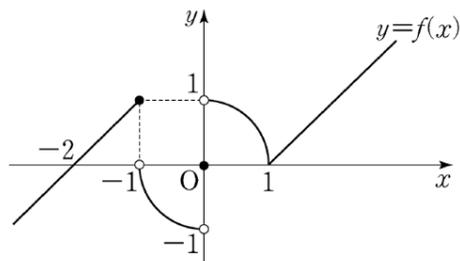
1. $\log_2 5 \times \log_5 4$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

2. 함수 $f(x) = x^4 - 2x$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

3. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

4. $\sin\theta + \cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 일 때, $\sin\theta \cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

5. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^3 + 2x^2}{x^2 + 4x} = 4, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{f(x)} = \frac{1}{3}$$

일 때, $f'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 15 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23

6. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t ($t \geq 0$)에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 3t^2 - at - 6 \quad (a \text{는 상수})$$

이다. $t=3$ 일 때 점 P의 위치가 원점이 되도록 하는 a 의 값은?
[3점]

- ① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

7. 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$a_1 = 3, \quad \frac{3S_6}{S_2} = S_3$$

일 때, $a_4 + a_5$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

8. $0 < \alpha < \beta < \frac{3}{2}\pi$ 인 α, β 에 대하여

$$\sin\alpha : \cos\alpha : \tan\beta = 4 : 3 : 5$$

를 만족시킬 때, $\cos\beta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

9. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) + (x-1)f'(x) = 3x^2 - 2x + 1$$

를 만족시킬 때, $f(1) + f'(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

10. 자연수 n 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 = 0, \quad a_n = 4 - 2^{n-1} \quad (n \geq 2)$$

를 만족시킬 때, 2이상의 자연수 n 에 대하여

$$3^{n-1}a_1 + 3^{n-2}a_2 + \dots + 3a_{n-1} + a_n = 2^n - 2 \quad \dots\dots (*)$$

가 성립함을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i) $n=2$ 일 때, (좌변) $= 3a_1 + a_2 = 2$, (우변) $= 2$ 이므로
(*)이 성립한다.

(ii) $n=k$ 일 때, (*)이 성립한다고 가정하면

$$3^{k-1}a_1 + 3^{k-2}a_2 + \dots + 3a_{k-1} + a_k = 2^k - 2$$

이다. $n=k+1$ 일 때,

$$3^k a_1 + 3^{k-1} a_2 + \dots + 3a_k + a_{k+1} = \boxed{(가)} \times (2^k - 2) + a_{\boxed{(나)}} \\ = 2^{k+1} - 2$$

이다. 따라서 $n=k+1$ 일 때도 (*)이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 2이상의 모든 자연수 n 에 대하여

$$3^{n-1}a_1 + 3^{n-2}a_2 + \dots + 3a_{n-1} + a_n = 2^n - 2$$

이 성립한다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p 라 하고, (나)에 알맞은 식을 $f(k)$ 라 하고 할 때, $p + f(9)$ 의 값은? [4점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

11. 부등식

$$2^{2x-2} + 2^x \times \sin y + 1 \leq 0$$

를 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $|x-y|$ 의 최솟값은? [4점]

- ① $\frac{\pi}{2}+1$ ② $\frac{\pi}{2}+2$ ③ $\frac{3}{2}\pi-1$
 ④ $\frac{3}{2}\pi$ ⑤ $\frac{3}{2}\pi+1$

12. 최고차항의 계수가 4인 삼차함수 $f(x)$ 가 어떤 자연수 n 에

대하여 다음 조건을 만족시킬 때, $\int_0^n f(x)dx$ 의 값은? [4점]

$$\lim_{x \rightarrow n} \frac{(x+n) \int_n^x f(t)dt}{(x-n)^2 f'(x)} = \frac{1}{2}$$

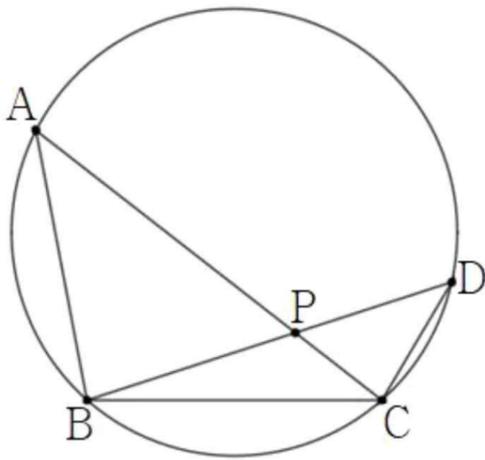
- ① -81 ② -72 ③ -63 ④ -54 ⑤ -45

13. 그림과 같이 $\overline{AB} = 10$ 인 삼각형 ABC가 원에 내접하고 있다. 이 원 위에 점 D를 $\overline{CD} = 5$ 가 되도록 잡고 선분 AC와 선분 BD의 교점을 P라 할 때, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\cos(\angle BAC) = \frac{3}{4}$ 이다.

(나) 삼각형 ABC의 넓이를 S_1 , 삼각형 BCD의 넓이를 S_2 라 할 때, $S_1 - S_2 = \frac{45\sqrt{7}}{4}$ 이다.

선분 BC의 길이는? [4점]



- ① 10
- ② $2\sqrt{26}$
- ③ $6\sqrt{3}$
- ④ $4\sqrt{7}$
- ⑤ $2\sqrt{29}$

14. 실수 전체집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$ 와 모든 실수 x 에 대하여

$$|x| \times f(x) = xg(x)$$

를 만족시킨다. 방정식 $f(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수 $h(t)$ 와 함수 $f(x)$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$ 는 $x = \alpha, \beta$ ($\alpha < \beta$)에서 극값을 갖고, 이때 극값은 동일하다.

(나) $h(6) - \lim_{t \rightarrow 6^+} h(t) = 2$

$g(\beta) = -2$ 일 때, $f(0) + f(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 12
- ② 14
- ③ 16
- ④ 18
- ⑤ 20

15. 좌표평면에서 두 곡선 $y = \log_2 x$, $y = \frac{x}{x-1}$ 가 만나는 두 점을

$P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ 라 하고, 두 곡선 $y = 2^x$, $y = \frac{x}{x-1}$ 가

만나는 제 1사분면 위의 점을 R이라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $x_1 < x_2$) [4점]

<보 기>

ㄱ. $x_2 + y_1 < 2$

ㄴ. $\angle PQR > \frac{\pi}{2}$

ㄷ. 직선 PR의 기울기는 4보다 크다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

16. 미분가능한 함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 3}{x - 2} = 5$$

를 만족시킬 때, 함수 $y = x^2 f(x)$ 의 $x = 2$ 에서의 미분계수를 구하시오. [2점]

17. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$S_k = -14$, $S_{k+2} = -11$ 을 만족시키는 자연수 k 에 대하여

$S_{2k+2} = 39$ 일 때, 자연수 k 의 값을 구하시오. [3점]

18. 실수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} 4x - 2a - 4 & (x < 1) \\ -x + 3 & (x \geq 1) \end{cases}$$

일 때, 함수 $f(x)f(x-a+1)$ 가 $x=a$ 에서 연속이 되도록 하는 모든 a 의 값의 합을 구하십시오. [3점]

19. 닫힌구간 $[0, \pi]$ 에서 방정식

$$\sin 2x = \sin 3x$$

의 모든 실근의 합은 $\frac{q}{p}\pi$ 이다, $p+q$ 의 값을 구하십시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

20. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (|x| \leq 1) \\ -x & (|x| > 1) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$ 의 최댓값을 구하십시오. [4점]

(가) 함수 $g(x)$ 의 역함수가 존재한다.

(나) $g(0) = 0$

21. 수열 $\{a_n\}$ 이 50이하의 모든 자연수 n 과, 모든 양의 홀수 m 에 대하여

$$a_n + a_{100-n} = \frac{n^2}{101}, \quad a_m + a_{m+1} = \frac{9(m+1)}{50}$$

를 만족시킨다. $a_{100} - a_{50}$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x f(t)dt \times \int_1^x f(t)dt$$

으로 정의하자. 방정식 $g(x)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3개이고 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $y=f(x)$ 의 그래프는 x 축과 두 점에서 만난다.
 (나) $y=|g(x)|$ 는 한 점에서만 미분 불가능하다.
 (다) $f(x)$ 가 $x=\alpha$ 에서 극대일 때, $\int_0^\alpha f(t)dt < 0$ 이다.

함수 $y = \int_0^x f(t)dt$ 의 최솟값이 $-\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

5지선다형

23. 검은 공 5개와 흰 공 4개를 임의로 일렬로 나열할 때, 양 끝에 서로 같은 색의 공이 오도록 나열하는 경우의 수는? [2점]

- ① 54 ② 56 ③ 58 ④ 60 ⑤ 62

24. 10 이하의 자연수 n 에 대하여

$$\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^n$$

의 전개식에서 0이 아닌 상수항이 존재할 때, 상수항의 최댓값은? [3점]

- ① 72 ② 78 ③ 84 ④ 90 ⑤ 96

25. 같은 종류의 사탕 8개 중 일부 또는 전부를 3명의 학생에게 나누어 줄 때, 사탕을 받지 못하는 학생이 없도록 나누어 주는 경우의 수는? [3점]

- ① 46 ② 48 ③ 50 ④ 52 ⑤ 56

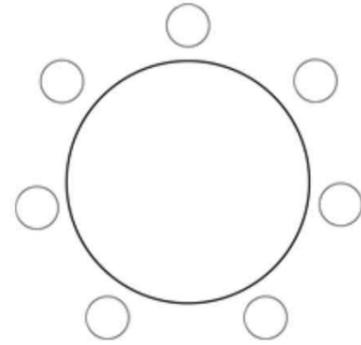
26. 한 개의 동전을 6번 던질 때, 앞면이 3번 이상 연속으로 나올 확률은? [3점]

- ① $\frac{17}{64}$ ② $\frac{19}{64}$ ③ $\frac{21}{64}$ ④ $\frac{23}{64}$ ⑤ $\frac{25}{64}$

27. $2 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 6$ 을 만족시키는 네 자연수 a, b, c, d 에 대하여 $a+b+c+d^2 \geq 42$ 를 만족시키는 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는? [3점]

- ① 35 ② 37 ③ 39 ④ 41 ⑤ 43

28. 그림과 같이 원형 탁자에 일정한 간격으로 놓여있는 7개의 의자에 남학생 3명과 여학생 4명이 모두 둘러앉으려고 한다. 3명의 남학생들 중 2명만 서로 이웃하도록 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]



- ① 216 ② 288 ③ 360 ④ 432 ⑤ 504

단답형

29. 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow Y$ 의 개수를 구하시오. [4점]

집합 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여 $f(x_1) - f(x_2) \neq 1$ 이다.

30. 한 개의 주사위를 네 번 던진다. 나온 네 눈의 수의 곱이 3의 배수일 때, 5의 배수는 아닐 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

제 2 교시

수학 영역(미적분)

홀수형

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2+3n} - \sqrt{n^2-3}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

24. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{4^n} - 2\right)$ 이 수렴할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n - 4 \cdot 2^n}{a_n + 2 \cdot 4^n}$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

25. 무한수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 3$ 이라 할 때, 극한 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n^3 + 3S_n}{S_n^3}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

26. 수열 $\left\{ \left(\frac{2x-1}{5} \right)^n \right\}$ 이 수렴하기 위한 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

27. 모든 자연수 n 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_n + n^2 < a_{n+1} < a_n + (n+1)^2$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^a} = b$ ($b \neq 0$)이다. $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② $\frac{19}{6}$ ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{11}{3}$

28. 수열 $\{a_n\}$ 에서 모든 자연수 n 에 대하여

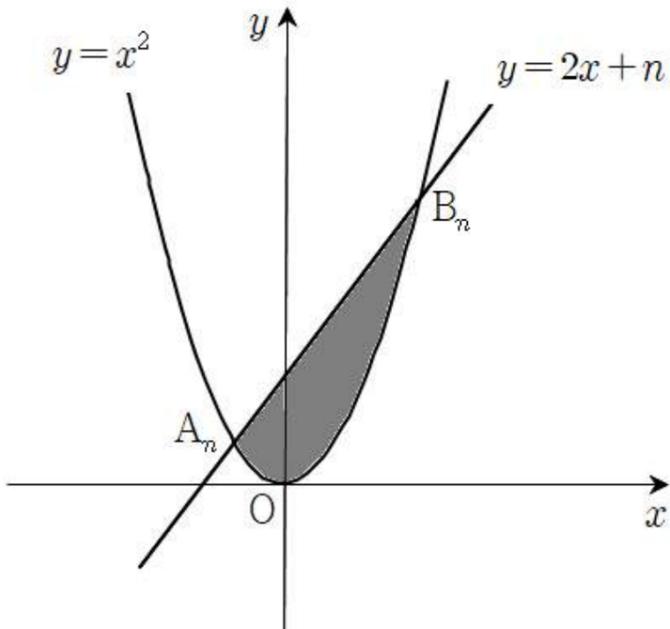
$$a_n a_{n+1} = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

이다. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 5$ 일 때, $(a_1)^2 + (a_2)^2$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{19}{4}$ ② $\frac{21}{4}$ ③ $\frac{23}{4}$ ④ $\frac{25}{4}$ ⑤ $\frac{27}{4}$

단답형

29. 그림과 같이 모든 자연수 n 에 대하여 곡선 $y=x^2$ 과 직선 $y=2x+n$ 이 만나는 두 점을 각각 A_n, B_n 이라 하자.
 직선 A_nB_n 과 곡선 $y=x^2$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n^2}{n^3} = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)



30. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 정의된 함수

$$g(x) = \begin{cases} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-\{f(x)\}^{2n} + x^3}{\{f(x)\}^{2n-1} + 8\{f(x)\}^2} & (x \neq 0) \\ f(0) & (x = 0) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이도록 하는 모든 $f(x)$ 에 대하여 $p < f(-3) < q$ 를 만족시킨다. $16(q-p)$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

5지선다형

23. 두 벡터 $\vec{a} = (2, 1)$, $\vec{b} = (-1, 4)$ 에 대하여 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 의 값은?
[2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 쌍곡선 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 과 직선 $y = mx$ 가 만나는 서로 다른 점의 개수를 $f(m)$ 이라 할 때, $\lim_{m \rightarrow k^+} f(m) > f(k)$ 를 만족시키는 실수 k 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{16}{9}$ ② $-\frac{4}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{16}{9}$

25. 점 $F(p, 0)$ 을 초점으로 하고 원점이 꼭짓점인 포물선 위의 점 P 와 점 P 에서 준선에 내린 수선의 발 H 에 대하여 삼각형 PHF 는 넓이가 $8\sqrt{3}$ 인 정삼각형이다. p 의 값은? (단, $p > 0$)
[3점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

26. 타원 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{a} = 1$ 과 쌍곡선 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{a} = 1$ 의 두 초점이 서로 일치할 때, a 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

27. 삼각형 ABC와 선분 BC의 중점 M에 대하여 $|\overrightarrow{AB}| = 4$, $|\overrightarrow{AC}| = 6$, $|\overrightarrow{AM}| = \sqrt{19}$ 일 때, $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC}$ 의 값은? [3점]

- ① 8 ② $\frac{17}{2}$ ③ 9 ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ 10

28. 좌표평면 위에 점 A(-2, 0), B(2, 0)에 대하여 점 C, D가 다음 조건을 만족시키며 움직인다.

(가) $|\overrightarrow{CD}| = 4$ 이고, $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = 32$ 이다.
 (나) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 8$ 이고, 점 C의 y좌표는 점 D의 y좌표보다 크다.

$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$ 의 최댓값은? [4점]

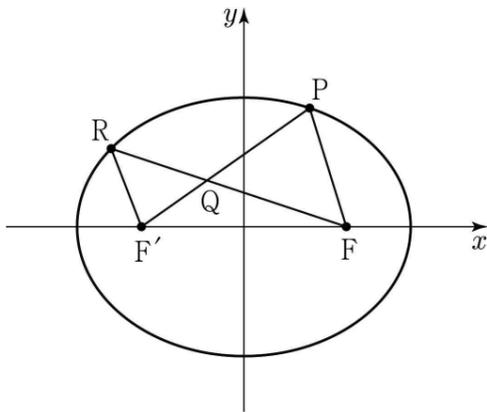
- ① 48 ② 52 ③ 56 ④ 60 ⑤ 64

단답형

29. 그림과 같이 좌표평면에 점 F와 F'을 초점으로 갖는 타원 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{15} = 1$ 가 있다. 제1사분면 위에 점 P와 선분 F'P를 1:2로 내분하는 점 Q에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$\sin(\angle F'FQ) : \sin(\angle PFQ) = 1 : \sqrt{10}$$

삼각형 RQF'의 둘레가 $a - b\sqrt{6}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하시오. (단, a 와 b 는 자연수이다.) [4점]



30. 점 O를 중심으로 하고 반지름의 길이가 6인 원 C가 직선 l과 점 A에서 접한다. 직선 l 위의 $\overline{OB} = 12$ 인 점 B와 어떤 점 Q가 정삼각형 ABQ를 만들 때, 원 C 위의 점 P에 대하여 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BQ}$ 가 최대가 되도록 하는 점 P를 X, $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BQ}$ 가 최소가 되도록 하는 점 P를 Y라 하자. $\overrightarrow{OX} \cdot \overrightarrow{OY}$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.