[22008-0027]

4 2 이상의 자연수 M에 대하여 $\log_4 M+\log_4(2\log_2 M)$의 값이 자연수가 되도록 하는 M의 값을 작은 것부터 차례로 $a_1, a_2, a_3, \cdots$이라 할 때, $a_1\times a_3$의 값을 구하시오.

[22008-0029]

6 서로 다른 세 양의 실수 a, b, c $(a\neq1, b\neq1)$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\log_a b=\log_b c$
(나) $b\times c=a^2$

$\log_a \frac{c}{b}$의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

$\log_4(2M\log_2 M) = n$으로 두면 n은 자연수입니다.
$M\log_2 M = 2^{2n-1}$이라는 건데 그럼 $M = 2^m$의 형태여야 합니다.
따라서 대입해보시고, 이때 m의 조건이 어떻게 되는지 생각해보세요.
참고로 저는 처음에 풀고 틀렸습니다!

답: 512

자세한 해설: 2023 수능특강 수학 1 해설지 9Page Level 3의 4번

(가) $\log_a b = \dfrac{\log_a c}{\log_a b}$

(나) $\log_a b + \log_a c = 2$

로 놓으면 쉽습니다. 왜 저렇게 바뀔 수 있는가는 로그의 성질을 참고해서 생각해보세요.

답: 3

자세한 해설: 2023 수능특강 수학 1 해설지 10Page Level 3의 6번

[22008-0055]

3 함수 $y=2^{x-1}+3$의 그래프 위의 두 점 A, B와 함수 $y=-\frac{2}{2^x}+3$의 그래프 위의 두 점 C, D가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 사각형 ABCD는 평행사변형이다.
(나) 삼각형 ABD의 무게중심의 x좌표는 $\frac{5}{3}$이고, 삼각형 ABC의 무게중심의 x좌표는 $\frac{2}{3}$이다.

두 점 A, B와 선분 BD의 중점을 지나는 원의 중심의 좌표는 (a, b)이다. 두 상수 a, b에 대하여 $\frac{b}{a}$의 값은?

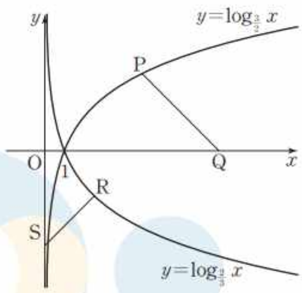
(단, 선분 AC는 평행사변형 ABCD의 대각선이다.)

① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

[22008-0058]

6 그림과 같이 곡선 $y=\log_{\frac{3}{2}} x$ 위의 제1사분면에 있는 점 P를 지나고 기울기가 -1인 직선이 x축과 만나는 점을 Q라 하자. 또 곡선 $y=\log_{\frac{2}{3}} x$ 위의 제4사분면에 있는 점 R를 지나고 기울기가 1인 직선이 y축과 만나는 점을 S라 하자. 네 점 P, Q, R, S가 다음 조건을 만족시킬 때, 점 P의 x좌표는?

(단, O는 원점이다.)



(가) $\sqrt{2}\times\overline{OQ}=\overline{PQ}+\overline{RS}+\sqrt{2}$
(나) 두 점 P, R의 y좌표의 합은 1이다.

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

두 함수에서 +3 되어있는 것 제외하면 $y=2^{x-1}$, $y=-2^{1-x}$인데 이 두 함수는 그려보면 (1, 0)을 기준으로 점대칭을 이루고 있다는 점을 파악하셔야 합니다.
따라서 평행사변형 ABCD의 중심이 (1, 3)이니까 A, B, C, D의 x 좌표값을 다 더하면 4가 되는데, A, B, C의 x 좌표값을 다 더하면 2, A, B, D의 x 좌표값을 다 더하면 5라는 점을 생각해보세요.

답: 2

자세한 해설: 2023 수능특강 수학 1 해설지 16Page Level 3의 3번

P의 x 좌표값이 R의 x 좌표값의 1.5배라는 점을 알아보셔야 합니다.
따라서 R의 x 좌표값을 k라고 두면, $\frac{3}{2}k=k+1$입니다.
저는 문제 잘못 보고 20분 동안 끙끙댔네요.

답: 4

자세한 해설: 2023 수능특강 수학 1 해설지 18Page Level 3의 6번

[22008-0090]

2

$0 \le x < 2\pi$에서 함수 $y = -\cos^2 x - 2a \sin x + a + 4$의 최솟값을 $f(a)$라 하자. 방정식 $3f(a) - a + 4 = 0$을 만족시키는 모든 실수 a의 값의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

[22008-0091]

3

5 이하의 자연수 n에 대하여 두 함수 $f(x) = \cos 2\pi x$, $g(x) = 2 \sin \frac{\pi}{n} x$가 있다. $0 < x < 8$에서 방정식 $(f \circ g)(x) = 1$의 서로 다른 실근의 개수가 10일 때, n의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$y=\sin^2 x-2a\sin x+a+3$인데, 최솟값은 $-a+4, 3a+4, -a^2+a+3$ 중 하나입니다. a의 범위에 따라 최솟값이 달라진다는 점을 파악해주세요.

답: 5

자세한 해설: 2023 수능특강 수학 1 해설지 28Page Level 3의 2번

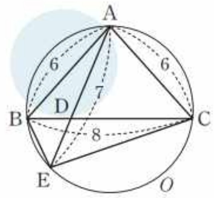
x가 0에서 0.5n이 될 때 g(x)의 값은 0에서 2까지 변화하고, x가 0.5n에서 1.5n이 될 대 g(x)의 값은 2에서 -2로 변화하고, x가 1.5n에서 2n이 될 때 g(x)는 -2에서 0이 됩니다.
한편 $0<x\le 2$일 때 y=f(x)가 y=1과 만나는 경우는 2번입니다. $-2\le x<2$일 때는 4번 만나며,
따라서 x가 2n이 될 때까지 $y=(f\circ g)(x)$은 $y=1$과 총 8번 만납니다. 그러면 x가 8까지 변화하는데, 8은 2.5n보다 커야 하고, 3.5n보다는 작아야 하네요.

답: 3

자세한 해설: 2023 수능특강 수학 1 해설지 29Page Level 3의 3번

[22008-0112]

5 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}=6$, $\overline{BC}=8$인 삼각형 ABC가 원 O에 내접하고 있다. 선분 BC 위의 점 D에 대하여 직선 AD가 원 O와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 E라 할 때, $\overline{EA}=7$이다. $9(\overline{EB}^2+\overline{EC}^2)$의 값을 구하시오.



[22008-0114]

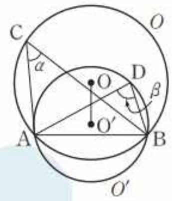
7 2보다 큰 자연수 n에 대하여 $\overline{AB}=n^2-2n$, $\overline{CA}=n+4$인 삼각형 ABC가 다음 조건을 만족시킬 때, 삼각형 ABC의 넓이는?

(가) $\cos^2 B+\sin^2 C=1$ (나) $\cos B+\cos C=1$

① 8 ② 16 ③ $16\sqrt{3}$ ④ 32 ⑤ $32\sqrt{3}$

[22008-0117]

1 그림과 같이 한 평면에서 선분 AB를 공통변으로 갖는 두 삼각형 ABC, ABD의 외접원을 각각 O, O'이라 하고 $\angle ACB=\alpha$, $\angle ADB=\beta$라 할 때, 두 원 O, O'과 두 각의 크기 α, β는 다음 조건을 만족시킨다.



(가) $4\sin\alpha=3\sin\beta$, $\cos(\beta-\alpha)=\dfrac{5}{6}$
(나) 두 원 O, O'의 넓이의 합은 25π이다.

두 원 O, O'의 중심을 각각 O, O′이라 할 때, 선분 OO′의 길이는?

(단, 점 C는 원 O'의 외부에 있고, 점 D는 원 O의 내부에 있다.)

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

이거 어려웠어요!!

각 ABC와 각 AEC가 같다는 점 활용하면 코사인 법칙으로 변 EC에 대한 식이 나옵니다.
같은 방법으로 각 AEB와 각 ACB가 같다는 점을 활용하면 변 BE에 대한 식이 나옵니다.
저는 무식하게 둘 다 각각 구해서 하려고 했는데, 두 개의 식이 완전히 같은 형태라서 실은 그렇게 안 해도 변 BE, EC의 길이를 각각 x, y로 두면 x+y, xy의 값을 근과 계수의 관계를 통해 구할 수 있었습니다.
그나저나 톨레미의 법칙이라는 것이 있습니다. 원에 내접하는 사각형 ABCD에 대해서, 변 AB와 변 CD의 길이를 곱한 값과 변 AD와 변 BC의 길이를 곱한 값을 더하면 그 사각형의 두 대각선의 길이의 곱이 됩니다.
여기서도 적용해보자면 6x+6y=7*8=56입니다. 그냥 말하고 싶었습니다..

답: 550

자세한 해설: 2023 수능특강 수학 1 해설지 37Page Level 2의 5번

cos B와 cos C의 값이 같다는 점만 파악하면 간단합니다. 코사인이나 사인이 제곱된 형태로 되어 있다면 변형할 생각을 꼭 하셔야 합니다.

답: 3

자세한 해설: 2023 수능특강 수학 1 해설지 38Page Level 2의 7번

저도 10분에 겨우 푼 문제인데, 너무 오랜만에 수학을 하다 보니 그런 것 같습니다.
사인 법칙을 통해서 외접원의 반지름 비율을 알아내면 각각 길이가 구해지고, 각 OAO'의 크기가 $\beta-\alpha$라는 것을 알아내면 매우 빠르게 풀립니다. 사인 법칙 쓸 생각을 못했지 뭐에요.

답: 4

자세한 해설: 2023 수능특강 수학 1 해설지 39Page Level 3의 1번

[22008-0136]

1 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $a_3^2+a_5^2=a_7^2+a_9^2$
> (나) 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제12항까지의 합은 12이다.

a_{20}의 값은?

① 28 ② 29 ③ 30 ④ 31 ⑤ 32

[22008-0144]

1 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, 어떤 자연수 k에 대하여

$$a_k+a_{k+2}=40,\ S_k=45,\ S_{k+2}=88$$

을 만족시킨다. a_1의 값은?

① -9 ② -7 ③ -5 ④ -3 ⑤ -1

$a_6 = 0$이라는 조건이 (가)에서 나옵니다. $a_9^2 - a_5^2 = a_3^2 - a_7^2$을 정리해서 $a_7 = -a_5$라는 결론을 내실 수 있어야 합니다.
$a_6 = 0$이니까 이 수열의 첫째항부터 제11항까지의 합은 0입니다. 따라서 제12항이 12입니다.

답: 1

자세한 해설: 2023 수능특강 수학 1 해설지 44Page Level 2의 1번

첫 번째 조건에서 $a_{k+1} = 20$임을 깨닫고 나머지 조건에서 $a_{k+2} = 23$임을 알아채면 됩니다.

답: 2

자세한 해설: 2023 수능특강 수학 1 해설지 47Page Level 3의 1번

[22008-0174]

1 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1+a_2+a_3=5$	(나) $\sum_{k=1}^{n} a_k = n^2 - cn + c + 2$

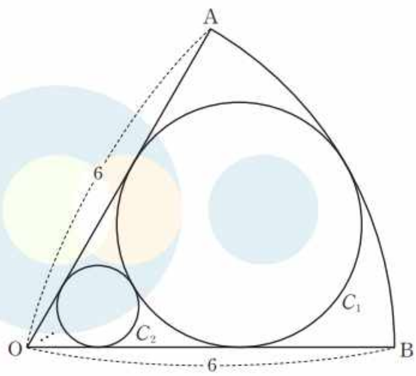
$\sum_{k=1}^{10} {a_k}^2$의 값을 구하시오. (단, c는 상수이다.)

[22008-0178]

5 그림과 같이 $\overline{OA}=\overline{OB}=6$, $\angle AOB=\frac{\pi}{3}$인 부채꼴 AOB의 내부에 호 AB와 두 선분 OA, OB에 모두 접하는 원을 C_1이라 하자. 원 C_1과 한 점에서 만나고 두 선분 OA, OB에 모두 접하는 원을 C_2라 하자. 이와 같은 방법으로 원 C_n과 한 점에서 만나고 두 선분 OA, OB에 모두 접하는 원을 C_{n+1}이라 하고, 원 C_n의 반지름의 길이를 a_n이라 할 때, 수열 $\{a_n\}$은 모든 자연수 n에 대하여

$a_1=p$, $a_{n+1}=qa_n$

을 만족시킨다. $24(p+q)$의 값을 구하시오. (단, $a_n > a_{n+1}$)



항상 수열의 합이 S_n이나 $\sum$ 형태로 식이 쓰여있다면 n-1을 대입해서 일반항을 구하려는 생각을 하셔야 합니다. 다만 이 경우 첫 번째 항은 또 따로 구하셔야 한다는 것 꼭 기억해 주셔야 합니다. c는 3이네요.

답: 825

자세한 해설: 2023 수능특강 수학 1 해설지 54Page Level 3의 1번

처음 부채꼴과 두 번째 부채꼴의 크기 비를 구하려면 C_1의 반지름을 구해야 합니다. x로 두고 도형을 그리면 x=2가 나옵니다. 그러면 두 번째 원이 접하는 부채꼴의 반지름은 2이므로 처음 반지름이 6인 것에 비해 3분의 1배가 되네요.

답: 56

자세한 해설: 2023 수능특강 수학 1 해설지 56Page Level 3의 5번

[22009-0025]

2

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 함수를 $y=g(x)$라 하자.

$$\lim_{x \to 1} \frac{f(x)}{(x-1)g(x)} = -\frac{1}{2}, \ \lim_{x \to 3} \frac{f(x)}{(x-1)g(x)} = k$$

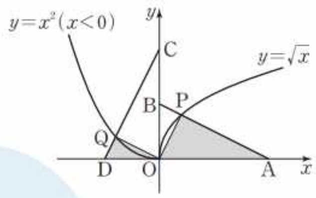
일 때, 상수 k의 값은?

① $-\frac{7}{4}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{5}{4}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{3}{4}$

[22009-0026]

3

양의 실수 t에 대하여 좌표평면 위에 네 점 $A(t, 0)$, $B(0, 1)$, $C(0, t)$, $D(-1, 0)$이 있다. 그림과 같이 곡선 $y=\sqrt{x}$가 선분 AB와 만나는 점을 P, 곡선 $y=x^2\ (x<0)$이 선분 CD와 만나는 점을 Q라 하자. 원점 O에 대하여 삼각형 OAP의 넓이를 $S(t)$, 삼각형 OQD의 넓이를 $T(t)$라 할 때, $\lim_{t \to \infty} \frac{tT(t)}{S(t)}$의 값은?



① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

f(x)에 (x-1)가 몇 개 들어있는지 생각하는 것이 매우 중요합니다. 안 들어있을 수는 없으니 최소한 1개가 존재하고, 두 번째 극한식을 보니까 g(3)이 분모로 들어가려고 하는데, 이건 f(1)과 같으므로 0입니다. 따라서 f(x)=(x-1)(x-3)(x-a)의 형식이 됩니다.
이걸 첫 번째 극한식에 집어넣고 대입해보시면서 푸시면 됩니다.
당연히 g(x)=f(x-2)인 점은 아셔야 합니다.

답: 5

자세한 해설: 2023 수능특강 수학 2 해설지 10Page Level 3의 2번

OPA와 OQC가 완전히 합동이라는 점을 생각하면 더 간단합니다.
그냥 직관적으로 풀자면 OQC의 크기는 ODC의 크기인 0.5t에서 OQD를 뺀 크기입니다. 한편 OQD의 크기는 C가 한없이 무한하게 올라감에 따라 0.5에 수렴합니다.
그러면 $\frac{0,5t-0.5}{0.5t}$의 형태니 답은 1이겠네요.

답: 4

자세한 해설: 2023 수능특강 수학 2 해설지 11Page Level 3의 3번

[22009-0047]

1 함수

$$f(x)=\begin{cases} -\frac{1}{2}x-3 & (x<0) \\ \frac{1}{2}x+1 & (x\geq 0) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $g(x)$는 $g(x)=f(x)+|f(x)|+k$이다. 함수 $|g(x)|$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 k의 값은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

[22009-0049]

3 실수 t에 대하여 함수 $f(x)=\left|\frac{1}{2}x^2-2\right|$의 그래프가 직선 $y=ax+t$ $(a>0)$과 만나는 서로 다른 점의 개수를 $g(t)$라 하자. 양수 k에 대하여 $a=k$일 때, 함수 $g(t)$가 $t=\alpha$에서 불연속이 되도록 하는 실수 α의 개수를 $N(k)$라 하자. $\sum_{k=1}^{10} N(k)$의 값을 구하시오.

g(x) 자체는 불연속인 함수입니다. x=0일 때 불연속인 함수인데, 만약 이 함수를 아래로 조금 내린 후 절댓값을 취한다면 딱 만나는 포인트가 존재한다는 점을 파악하셔야 합니다.

답: 5

자세한 해설: 2023 수능특강 수학 2 해설지 18Page Level 3의 1번

f(x)가 0이 되는 x의 값은 2입니다. 따라서 여기서는 f'(x)의 값이 중요합니다. 엄밀히는 그 점에서 미분불가능하므로 구할 수 없지만, 그 값이 유의미하다는 점을 파악하시고 직선의 기울기가 그 미분값보다 큰 경우, 작은 경우 N(k)가 달라진다는 것을 생각해 보세요.

답: 12

자세한 해설: 2023 수능특강 수학 2 해설지 19Page Level 3의 3번

[22009-0072]

1 삼차함수 $f(x)$와 이차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$는 모두 최고차항의 계수가 정수이다.
> (나) 모든 실수 x에 대하여
> $$\lim_{h \to 0} \frac{f\left(x+\frac{h}{2}\right)-f(x)}{h} \times \lim_{h \to 0} \frac{g\left(x-\frac{h}{3}\right)-g(x)}{h} = -x^3-x^2+2$$
> 이다.

함수 $f'(x)$가 최솟값 m을 가질 때, $g'(m)$의 값을 구하시오.

[22009-0074]

3 함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 임의의 두 실수 x_1, x_2 $(x_1<x_2)$에 대하여 x의 값이 x_1에서 x_2까지 변할 때의 함수 $y=f(x)$의 평균변화율은 2로 일정하다.
> (나) 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프는 점 $(1, 3)$에서 만난다.
> (다) 함수 $|f(x)-g(x)|$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

$f(3)+g(3)$의 값을 구하시오.

$f'(x)g'(x)=6(x^2+2x+2)(x-1)$임이 확인됩니다. 이제 (가) 조건을 활용하시면 됩니다.

답: 4

자세한 해설: 2023 수능특강 수학 2 해설지 25Page Level 3의 1번

(가) 조건을 통해 y=f(x)가 기울기가 2인 직선임을 알 수 있고, (다)를 통해 y=f(x)와 y=g(x)가 만나는 점마다 그 점에서 두 그래프의 미분값이 같다는 점을 알 수 있습니다.
잘 생각해보면 3차 함수와 직선이 2개 이상의 점에서 만난다면 (다)를 만족하는 것이 불가능합니다. 즉 직선과 3차 함수는 1번 만납니다.
참고로 저는 계산 실수해서 처음에 틀렸습니다.

답: 22

자세한 해설: 2023 수능특강 수학 2 해설지 26Page Level 3의 3번

[22009-0100]

3 두 실수 a, b와 양수 c에 대하여 함수

$$f(x)=\begin{cases} -x^2+ax+b & (x\le 0) \\ x^3+cx-2|x-c| & (x>0) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $f(-1)$의 최댓값은?

(가) 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
(나) $x_1<x_2$인 모든 실수 x_1, x_2에 대하여 $f(x_1)<f(x_2)$이다.

① $-\dfrac{17}{6}$ ② $-\dfrac{8}{3}$ ③ $-\dfrac{5}{2}$ ④ $-\dfrac{7}{3}$ ⑤ $-\dfrac{13}{6}$

[22009-0101]

4 두 유리수 p, q $(p<q)$에 대하여 삼차함수 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+2$가 $x=p$에서 극대이고 $x=q$에서 극소이다. 두 점 $\mathrm{A}(p,\ f(p))$, $\mathrm{B}(q,\ f(q))$에 대하여 선분 AB를 대각선으로 하는 사각형이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 네 변은 각각 x축 또는 y축과 평행하다.
(나) 넓이가 4인 정사각형이다.

점 B를 지나고 직선 AB에 수직인 직선이 원점을 지날 때, $f(3)$의 값을 구하시오. (단, a, b, c는 상수이다.)

f(-1)이 -1-a+b입니다. 따라서 a를 최소화하고 b를 최대화해야 한다는 생각을 하셔야 합니다. 연속 조건에서 b=-2c입니다. c는 최소화하는 방향에서 (나) 조건을 어기지 않으면 됩니다. $f'(x)=3x^2+c\pm2$의 형태인데, 언제 -2고 언제 +2인지 생각해보세요.

답: 4

자세한 해설: 2023 수능특강 수학 2 해설지 33Page Level 3의 3번

이런 경우 바로 f'(x)가 어떻게 생겼을지 고민하시는 게 편합니다.
$f'(x)=3a(x-k)(x-k-2)$의 꼴이 됩니다. $f(k)=f(k+2)+2$인 형태입니다.
$$\begin{aligned}f(x)&=a(x-k-2)^3+3a(x-k-2)^2+k+2\\&=a(x-k)^3-3a(x-k)^2+k+4\end{aligned}$$
인데 $f(k+1)=k+3$임을 활용하면 a가 구해집니다.

답: 11

자세한 해설: 2023 수능특강 수학 2 해설지 33Page Level 3의 4번

[22009-0127]

3 함수 $f(x)=x^4+ax^3+bx^2+c$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\alpha\beta=-4$인 α, β $(\alpha<\beta)$는 방정식 $f'(x)=0$의 실근이다.
> (나) 함수 $f(x)$의 극댓값은 0이다.

실수 t에 대하여 구간 $(-\infty, t]$에서 $f(x)$의 최솟값을 $g(t)$라 하고, 구간 $[t, \infty)$에서 $f(x)$의 최솟값을 $h(t)$라 하자. 두 함수 $g(t)$, $h(t)$가 모두 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $f(\alpha)+f(\beta)$의 값은?

(단, a, b, c는 상수이다.)

① -38 ② -36 ③ -34 ④ -32 ⑤ -30

g(t)와 h(t)가 미분 가능하다는 것의 의미를 아는 것이 매우매우 중요합니다. 일반적인 4차 함수의 그래프를 그려 보시고, g(t)나 h(t)가 그 4차 함수에서는 왜 미분 불가능한 점이 나오는지 고민해보시고, 3개의 극점을 가지고도 g(t)나 h(t)가 미분 가능한 조건이 두 개의 극솟값이 일치하는 경우, 즉 그래프가 선대칭일 조건임을 파악해보세요.

답: 4

자세한 해설: 2023 수능특강 수학 2 해설지 42Page Level 3의 3번

[22009-0157]

4 최고차항의 계수가 2인 삼차함수 $f(x)$는 $x=1$, $x=\frac{5}{2}$에서 극값을 갖고, 함수 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$g(x)=(1-x)f(x)+\int_1^x f(t)dt$$

를 만족시킨다. 곡선 $y=|g(x)|$와 직선 $y=mx$가 서로 다른 네 점에서 만나도록 하는 실수 m의 값의 범위는 $\alpha<m<\beta$이다. $\alpha+\beta=p+q\sqrt{2}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, α, β는 실수이고, p, q는 유리수이다.)

[22009-0158]

5 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 있다. 실수 t에 대하여 함수 $|f(x)-t|$가 미분가능하지 않은 점의 개수를 $g(t)$라 할 때, 두 함수 $f(x)$와 $g(t)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f'(-1)=0$

(나) 모든 실수 a에 대하여 $\int_1^{-a} f'(x)dx+\int_1^{a+2} f'(x)dx=0$이다.

(다) 함수 $g(t)$는 $t=0$과 $t=p$에서만 불연속이다. (단, p는 양수이다.)

$\int_{-1}^{1} f(x)dx$의 값은?

① 40 ② 44 ③ 48 ④ 52 ⑤ 56

$g'(x)=(1-x)f'(x)=-3(x-1)^2(2x-5)$임을 파악하는 것이 우선입니다.
따라서 $g(x)=-\frac{3}{2}(x-1)^4+3(x-1)^3$인데, $-3x(x-1)^2(2x-5)=-\frac{3}{2}(x-1)^4+3(x-1)^3$을 만족하는 x를 구해주고 그때 미분값을 구해주면 -β가 구해집니다.

답: 6

자세한 해설: 2023 수능특강 수학 2 해설지 52Page Level 3의 4번

(나)에서 $f(-a)+f(a+2)=2f(1)$이므로 f(x)는 (1, f(1))을 중심으로 점대칭을 이룹니다.
또한 (다) 조건을 통해 y=f(x)는 극댓값 p와 극솟값 0을 가집니다. (가) 조건에 의해 f(-1)이 p이고 대칭 조건으로 f(3)=f’(3)=0입니다.

답: 4

자세한 해설: 2023 수능특강 수학 2 해설지 52Page Level 3의 5번

[22009-0184]

2 두 사차함수 $f(x)$, $g(x)$의 최고차항의 계수는 모두 1이고, $f(x)$와 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 두 함수 $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프는 세 점에서 만나고, 만나는 세 점의 x좌표는 각각 -2, 0, 2이다.
(나) 모든 실수 x에 대하여 $g(-x)=g(x)$이다.
(다) $\int_0^1 f(x)dx=\frac{37}{30}$, $\int_0^{-1} g(x)dx=\frac{34}{15}$

두 곡선 $y=f(x)$와 $y=g(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① 8 ② 12 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24

[22009-0187]

5 다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^3}=2,\ \lim_{x\to 3}\frac{f(x)-1}{(x-3)^2}=6$$

을 만족시킨다. 모든 자연수 n에 대하여 정의역이 $\{x\,|\,x\geq 0\}$인 함수 $g(x)$가

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (0\leq x\leq 4) \\ f(x-4n)+8n & (4n\leq x\leq 4n+4) \end{cases}$$

일 때, 곡선 $y=g(x)$와 직선 $x=16$ 및 x축, y축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① 272 ② 284 ③ 296 ④ 308 ⑤ 320

f(x)-g(x)=h(x)로 둡시다. $h(x)=ax(x-2)(x+2)$입니다. 그런데 y=g(x)가 x=0에 대해 대칭이므로 $\int_0^1 (f(x)-g(x))dx=\int_0^1 h(x)dx=\frac{7}{2}$입니다. 이를 통해 a를 구할 수 있고, $\int_0^2 h(x)dx$를 2배하면 답이 나옵니다.

답: 3

자세한 해설: 2023 수능특강 수학 2 해설지 62Page Level 3의 2번

$f(x)=2(x-3)^2(x-k)+1$의 꼴로 나타나므로 대입해서 정리하면 구해집니다. 그 후엔 바로 g(x)가 어떻게 생겼을지 그림을 그려줍시다.
그림을 그려보면 규칙성이 뚜렷하게 나타나기 때문에 적분을 할 필요도 없습니다. 구불구불한 공간을 잘 떼어다 붙이면 아예 직사각형 모양을 만들 수 있습니다.

답: 1

자세한 해설: 2023 수능특강 수학 2 해설지 64Page Level 3의 5번