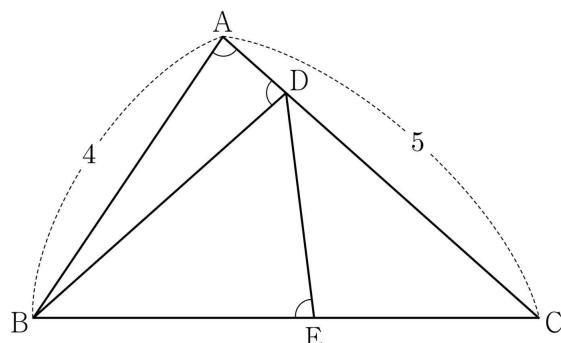


그림과 같이 $\overline{AB}=4$, $\overline{AC}=5$ 이고 $\cos(\angle BAC)=\frac{1}{8}$ 인
삼각형 ABC가 있다. 선분 AC 위의 점 D와 선분 BC 위의
점 E에 대하여

$$\angle BAC = \angle BDA = \angle BED$$

일 때, 선분 DE의 길이는?



- ① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{8}{3}$ ④ $\frac{17}{6}$ ⑤ 3

해설

삼각형 ABC에 코사인법칙을 적용하면 $\overline{BC}^2 = 4^2 + 5^2 - 2 \times 20 \times \frac{1}{8}$ 에서 $\overline{BC} = 6$ 이다.

$\angle BAC = \angle BDA$ 에서 삼각형 ABD는 이등변삼각형이고, 점 B에서 선분 AD에 내린 수선의 발을 M이라 할 때,
 $\cos(\angle BDA) = \frac{1}{8}$ 에서 $\overline{BD} = 4$, $\overline{AM} = \overline{DM} = \frac{1}{2}$, $\overline{AD} = 1$ 이다.

$\overline{CD} = \overline{AC} - \overline{AD} = 4$ 에서 $\overline{BD} = 4$ 므로 삼각형 BDC는 이등변삼각형이고, 점 D에서 선분 BC에 내린 수선의 발을
M'라 할 때, $\overline{BM'} = \overline{CM'} = 3$ 이다. 피타고拉斯 정리에 의해 $\overline{DM'} = \sqrt{7}$ 이고, 직각삼각형 DM'E에서

$\angle BAC = \angle BED$ 이므로 $\cos(\angle DEM') = \frac{1}{8}$ 이고,

삼각비에 의해 $\sin(\angle DEM') = \frac{3\sqrt{7}}{8}$ 에서 $\overline{DE} = \frac{8}{3}$, 정답은 ③이다.

Comment

평가원이 무심한 듯 이등변삼각형 두 개를 숨겨둔 문항입니다.

첫 번째 이등변삼각형인 삼각형 ABD는 문제에 주어진 조건인 $\angle BAC = \angle BDA$ 에서 쉽게 발견할 수 있고, 이후 길이와 각 조건을 이용해서 $\overline{AD} = 1$, $\overline{BD} = 4$ 을 구할 수 있습니다.

또 문제에 주어진 조건을 보면 대놓고 삼각형 ABC의 두 변과 끼인 각을 제시했기에, 코사인법칙으로 $\overline{BC} = 6$ 도 구할 수 있습니다.

이 다음 풀이 방향을 얼마나 해매지 않고 잘 찾았나가 핵심인데,

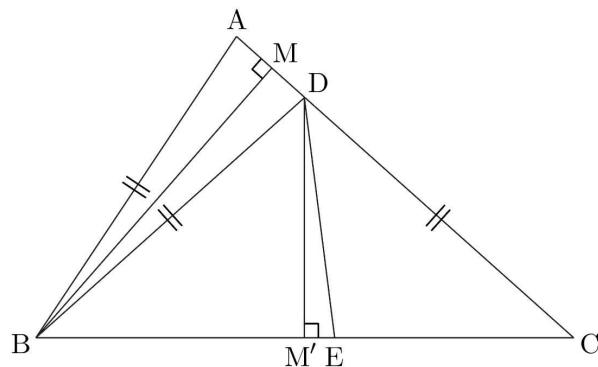
어떤 선분과 어떤 각을 알고 있고, 써먹을 수 있는지에 대한 판단이 매끄럽게 이루어져야 합니다.

모르는 두 선분 BE, CE 중 하나를 미지수 x , 나머지 하나를 $6-x$ 로 잡고 선분 DE를 미지수 y 로 잡은 후 코사인법칙을 이용해 식 두개를 연립할 수도 있으나 시도해보면 얼마 뜻가 포기하게 됩니다. 폭발적인 계산량에 암도되는데, 이는 우리가 충분한 정보를 가지고 있지 않은 삼각형으로 접근해 문제를 풀이하려 했기 때문입니다.

위 두 선분을 제외하고 불만한 선분은 CD뿐이고, $\overline{CD} = 4$ 에서 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 두 번째 이등변삼각형인 BDC를 발견하게 됩니다. 이후 풀이는 각 BED와 이등변삼각형을 함께 사용하려면 자연스레 점 D에서 선분 BC에 수선의 발을 내리게 됩니다. (또는 이등변삼각형에서 $\angle DBE = \angle ACB$ 이므로 두 삼각형 ABC와 EDB가 닮음임을 이용할 수도 있습니다. 어쨌던 간에 선분 CD를 통해 이등변삼각형 BDC는 필수적으로 찾아야 합니다.)

도형 문제, 특히 삼각함수의 활용 문제는 어떤 선분, 어떤 각을 보느냐에 따라 문제가 빠르게 풀릴 수도, 풀리지 않을 수도 있습니다. 우리가 알고 있는 정보 내에서서 사인법칙, 코사인법칙, 닮음 등을 적용할 방법을 찾아내야하고, 그러면 먼저 우리가 뭘 알고, 뭘 모르는지에 대한 판단이 시험장에서 빠르게 되어야 합니다.

그 외



수선과 수선의 발을 표시한 그림