

제 2 교시

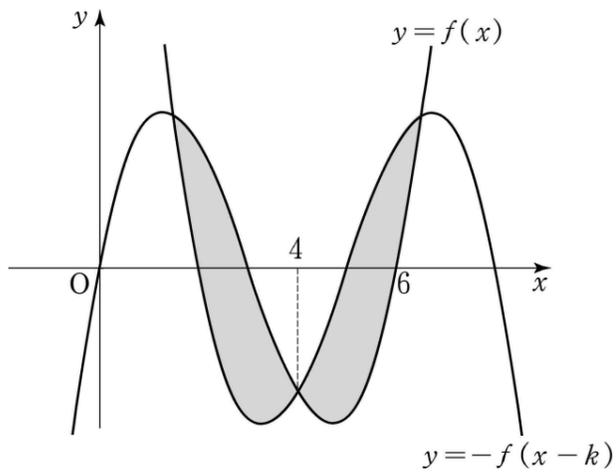
수학 영역(수학II)

1. [2006학년도 9월 평가원]

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $y = f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(0) = f(6) = 0$
 (나) 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 함수 $y = -f(x-k)$ 의 그래프가 서로 다른 세 점 $(\alpha, f(\alpha)), (\beta, f(\beta)), (\gamma, f(\gamma))$ (단, $\alpha < \beta < \gamma$)에서 만나면 k 의 값에 관계없이 $\int_{\alpha}^{\gamma} \{f(x) + f(x-k)\} dx = 0$ 이다.

함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 함수 $y = -f(x-k)$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 서로 다른 세 점에서 만나고 가운데 교점의 x 좌표의 값이 4일 때, $\int_0^k f(x) dx$ 의 값을 구하시오. [4점]



2. [2010학년도 6월 평가원]

사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $\frac{f'(5)}{f'(3)}$ 의 값을
구하시오. [4점]

- (가) 함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 에서 극값을 갖는다.
(나) 함수 $|f(x)-f(1)|$ 은 오직 $x=a$ ($a>2$)에서만
미분가능하지 않다.

3. [2010학년도 6월 평가원]

다음 조건을 만족시키는 모든 사차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 항상 지나는 점들의 y 좌표의 합을 구하시오. [4점]

- (가) $f(x)$ 의 최고차항의 계수는 1이다.
- (나) 곡선 $y=f(x)$ 가 점 $(2, f(2))$ 에서 직선 $y=2$ 에 접한다.
- (다) $f'(0)=0$

4. [2011학년도 수능]

최고차항의 계수가 1이고, $f(0) = 3$, $f'(3) < 0$ 인 사차함수 $f(x)$ 가 있다. 실수 t 에 대하여 집합 S 를

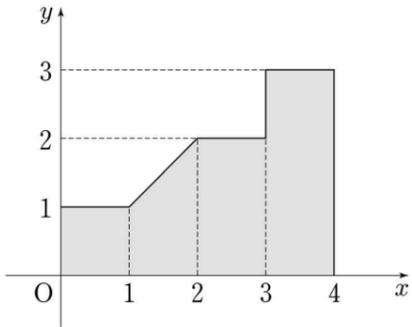
$$S = \{ a \mid \text{함수 } |f(x) - t| \text{가 } x = a \text{에서 미분가능하지 않다.} \}$$

라 하고, 집합 S 의 원소의 개수를 $g(t)$ 라 하자.

함수 $g(t)$ 가 $t = 3$ 과 $t = 19$ 에서만 불연속일 때, $f(-2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

5. [2014학년도 예비평가 A형 21번]

좌표평면 위에 그림과 같이 어두운 부분을 내부로 하는 도형이 있다. 이 도형과 네 점 $(0, 0)$, $(t, 0)$, (t, t) , $(0, t)$ 를 꼭짓점으로 하는 정사각형이 겹치는 부분의 넓이를 $f(t)$ 라 하자.



열린구간 $(0, 4)$ 에서 함수 $f(t)$ 가 미분가능하지 않은 모든 t 의 값의 합은? [4점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

6. [2014학년도 9월 평가원 A형 21번]

사차함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가

$$f'(x) = (x+1)(x^2 + ax + b)$$

이다. 함수 $y=f(x)$ 가 구간 $(-\infty, 0)$ 에서 감소하고 구간 $(2, \infty)$ 에서 증가하도록 하는 실수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 에 대하여, $a^2 + b^2$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자.

$M+m$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{21}{4}$ ② $\frac{43}{8}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{45}{8}$ ⑤ $\frac{23}{4}$

7. [2015학년도 9월 평가원 A형 21번]

최고차항의 계수가 1인 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [4점]

(가) $f(0) = -3$

(나) 모든 양의 실수 x 에 대하여

$$6x - 6 \leq f(x) \leq 2x^3 - 2 \text{이다.}$$

- ① 36 ② 38 ③ 40 ④ 42 ⑤ 44

8. [2015학년도 수능 A형 21번]

다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(2)$ 의 최솟값은? [4점]

- (가) $f(x)$ 의 최고차항의 계수는 1이다.
(나) $f(0) = f'(0)$
(다) $x \geq -1$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq f'(x)$ 이다.

- ① 28 ② 33 ③ 38 ④ 43 ⑤ 48

9. [2016학년도 9월 평가원 A형 21번]

실수 t 에 대하여 직선 $x = t$ 가 두 함수

$$y = x^4 - 4x^3 + 10x - 30, y = 2x + 2$$

의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 할 때,

점 A와 점 B 사이의 거리를 $f(t)$ 라 하자.

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(t+h) - f(t)}{h} \times \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(t+h) - f(t)}{h} \leq 0$$

을 만족시키는 모든 실수 t 의 값의 합은? [4점]

- ① -7 ② -3 ③ 1 ④ 5 ⑤ 9

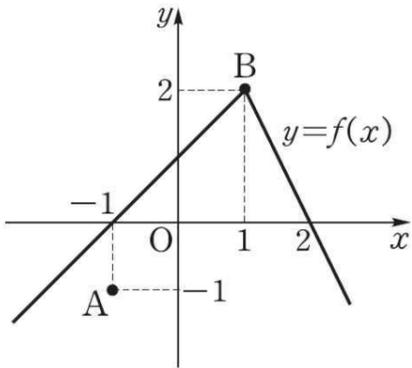
10. [2017학년도 6월 평가원 나형 29번]

함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & (x < 1) \\ -2x+4 & (x \geq 1) \end{cases}$$

이고, 좌표평면 위에 두 점 $A(-1, -1)$, $B(1, 2)$ 가 있다.

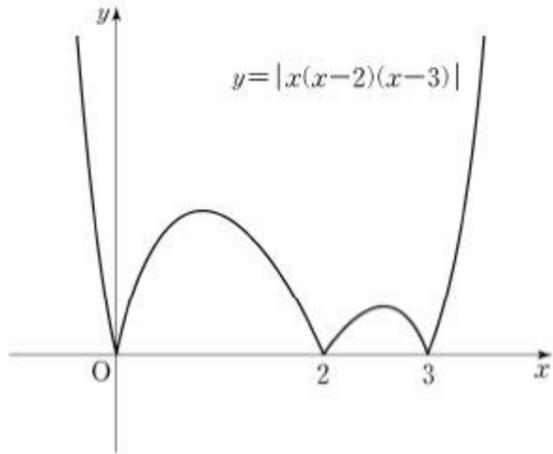
실수 x 에 대하여 점 $(x, f(x))$ 에서 점 A 까지의 거리의 제곱과 점 B 까지의 거리의 제곱 중 크지 않은 값을 $g(x)$ 라 하자. 함수 $g(x)$ 가 $x=a$ 에서 미분가능하지 않은 모든 a 의 값의 합이 p 일 때, $80p$ 의 값을 구하시오. [4점]



11. [2017학년도 9월 평가원 나형 21번]

다음 조건을 만족시키며 최고차항의 계수가 음수인 모든 사차 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(1)$ 의 최댓값은? [4점]

- (가) 방정식 $f(x)=0$ 의 실근은 0, 2, 3뿐이다.
 (나) 실수 x 에 대하여 $f(x)$ 와 $|x(x-2)(x-3)|$ 중
 크지 않은 값을 $g(x)$ 라 할 때, 함수 $g(x)$ 는
 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.



- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

12. [2017학년도 수능 나형 30번]

실수 k 에 대하여 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 6x + k$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. 방정식 $4f'(x) + 12x - 18 = (f' \circ g)(x)$ 가 닫힌 구간 $[0, 1]$ 에서 실근을 갖기 위한 k 의 최솟값을 m , 최댓값을 M 이라 할 때, $m^2 + M^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

13. [2018학년도 6월 평가원 나형 30번]

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(a) = g(a)$ 이고 $f'(a) = g'(a) = -16$ 인 실수 a 가 존재한다.
 (나) $f'(\beta) = g'(\beta) = 16$ 인 실수 β 가 존재한다.

$g(\beta+1) - f(\beta+1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

14. [2018학년도 9월 평가원 나형 30번]

두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq 0) \\ x & (x > 0) \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} x(2-x) & (|x-1| \leq 1) \\ 0 & (|x-1| > 1) \end{cases}$$

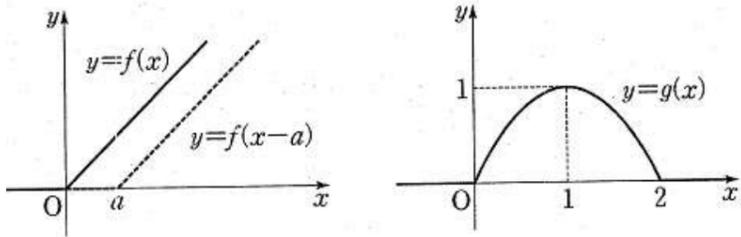
이다. 양의 실수 k, a, b ($a < b < 2$)에 대하여, 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = k\{f(x) - f(x-a) - f(x-b) + f(x-2)\}$$

라 정의하자. 모든 실수 x 에 대하여 $0 \leq h(x) \leq g(x)$ 일 때,

$\int_0^2 \{g(x) - h(x)\} dx$ 의 값이 최소가 되게 하는 k, a, b 에 대하여

$60(k+a+b)$ 의 값을 구하시오. [4점]



15. [2019학년도 6월 평가원 나형 21번]

상수 a, b 에 대하여 삼차함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(-1) > -1$
 (나) $f(1) - f(-1) > 8$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. 방정식 $f'(x) = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
 ㄴ. $-1 < x < 1$ 일 때, $f'(x) \geq 0$ 이다.
 ㄷ. 방정식 $f(x) - f'(k)x = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 k 의 개수는 4이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. [2019학년도 6월 평가원 나형 30번]

사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 5이하의 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n f(k) = f(n)f(n+1) \text{이다.}$$

(나) $n=3, 4$ 일 때, $f(x)$ 에서 x 의 값이 n 에서

$n+2$ 까지 변할 때의 평균변화율은 양수가 아니다.

$128 \times f\left(\frac{5}{2}\right)$ 의 값을 구하시오. [4점]

17. [2019학년도 9월 평가원 나형 21번]

사차함수 $f(x) = x^4 + ax^2 + b$ 에 대하여 $x \geq 0$ 에서 정의된 함수

$$g(x) = \int_{-x}^{2x} \{f(t) - |f(t)|\} dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $0 < x < 1$ 에서 $g(x) = c_1$ (c_1 은 상수)
 (나) $1 < x < 5$ 에서 $g(x)$ 는 감소한다.
 (다) $x > 5$ 에서 $g(x) = c_2$ (c_2 는 상수)

$f(\sqrt{2})$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① 40 ② 42 ③ 44 ④ 46 ⑤ 48

18. [2019학년도 9월 평가원 나형 30번]

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 방정식

$$(f \circ f)(x) = x$$

의 모든 실근이 $0, 1, a, 2, b$ 이다.

$$f'(1) < 0, f'(2) < 0, f'(0) - f'(1) = 6$$

일 때, $f(5)$ 의 값을 구하시오. (단, $1 < a < 2 < b$) [4점]

19. [2019학년도 수능 나형 21번]

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)g(x) = x(x+3)$ 이다.
 (나) $g(0) = 1$

$f(1)$ 이 자연수일 때, $g(2)$ 의 최솟값은? [4점]

- ① $\frac{5}{13}$ ② $\frac{5}{14}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{16}$ ⑤ $\frac{5}{17}$

20. [2019학년도 수능 나형 30번]

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 -1 인 이차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0, 0)$ 에서의 접선과 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(2, 0)$ 에서의 접선은 모두 x 축이다.
 (나) 점 $(2, 0)$ 에서 곡선 $y=f(x)$ 에 그은 접선의 개수는 2이다.
 (다) 방정식 $f(x)=g(x)$ 는 오직 하나의 실근을 가진다.

$x > 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여

$$g(x) \leq kx - 2 \leq f(x)$$

를 만족시키는 실수 k 의 최댓값과 최솟값을 각각 α, β 라 할 때, $\alpha - \beta = a + b\sqrt{2}$ 이다. $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.

(단, a, b 는 유리수이다.) [4점]

21. [2020학년도 6월 평가원 나형 30번]

최고차항의 계수가 1이고 $f(2)=3$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} \frac{ax-9}{x-1} & (x < 1) \\ f(x) & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $y=g(x)$ 의 그래프와 직선 $y=t$ 가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 모든 실수 t 의 값의 집합은 $\{t \mid t = -1 \text{ 또는 } t \geq 3\}$ 이다.

$(g \circ g)(-1)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [4점]

22. [2020학년도 9월 평가원 나형 21번]

함수 $f(x) = x^3 + x^2 + ax + b$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = f(x) + (x-1)f'(x)$$

라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

(단, a, b 는 상수이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. 함수 $h(x)$ 가 $h(x) = (x-1)f(x)$ 이면 $h'(x) = g(x)$ 이다.

ㄴ. 함수 $f(x)$ 가 $x = -1$ 에서 극값 0을 가지면

$$\int_0^1 g(x) dx = -1 \text{이다.}$$

ㄷ. $f(0) = 0$ 이면 방정식 $g(x) = 0$ 은 열린구간 $(0, 1)$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

23. [2020학년도 9월 평가원 나형 30번]

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 네 개의 수 $f(-1), f(0), f(1), f(2)$ 가 이 순서대로 등차수열을 이루고, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-1, f(-1))$ 에서의 접선과 점 $(2, f(2))$ 에서의 접선이 점 $(k, 0)$ 에서 만난다. $f(2k)=20$ 일 때, $f(4k)$ 의 값을 구하시오. (단, k 는 상수이다.)

[4점]

24. [2022학년도 예시문항 공통 22번]

함수

$$f(x) = x^3 - 3px^2 + q$$

가 다음 조건을 만족시키도록 하는 25 이하의 두 자연수 p, q 의 모든 순서쌍 (p, q) 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) 함수 $|f(x)|$ 가 $x=a$ 에서 극대 또는 극소가 되도록 하는 모든 실수 a 의 개수는 5이다.
- (나) 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 함수 $|f(x)|$ 의 최댓값과 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 함수 $|f(x)|$ 의 최댓값은 같다.

25. [2021학년도 6월 평가원 나형 30번]

이차함수 $f(x)$ 는 $x = -1$ 에서 극대이고, 삼차함수 $g(x)$ 는 이차항의 계수가 0이다. 함수

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (x \leq 0) \\ g(x) & (x > 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시킬 때, $h'(-3) + h'(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) 방정식 $h(x) = h(0)$ 의 모든 실근의 합은 1이다.
 (나) 닫힌구간 $[-2, 3]$ 에서 함수 $h(x)$ 의 최댓값과 최솟값의 차는 $3 + 4\sqrt{3}$ 이다.

26. [2021학년도 9월 평가원 나형 30번]

삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1) = f(3) = 0$

(나) 집합 $\{x \mid x \geq 1 \text{이고 } f'(x) = 0\}$ 의 원소의 개수는 1이다.

상수 a 에 대하여 함수 $g(x) = |f(x)f(a-x)|$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $\frac{g(4a)}{f(0) \times f(4a)}$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. [2021학년도 수능 나형 30번]

함수 $f(x)$ 는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이고,
 함수 $g(x)$ 는 일차함수이다. 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = \begin{cases} |f(x) - g(x)| & (x < 1) \\ f(x) + g(x) & (x \geq 1) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $h(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고,
 $h(0) = 0$, $h(2) = 5$ 일 때, $h(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. [2022학년도 6월 평가원 공통 22번]

삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- | |
|---|
| <p>(가) 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
(나) 방정식 $f(x-f(x))=0$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.</p> |
|---|

$f(1)=4$, $f'(1)=1$, $f'(0)>1$ 일 때, $f(0)=\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. [2022학년도 9월 평가원 공통 22번]

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = f(x-3) \times \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{|f(x+h)| - |f(x-h)|}{h}$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
 (나) 방정식 $g(x) = 0$ 은 서로 다른 네 실근 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 를
 갖고 $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = 7$ 이다.

30. [2022학년도 수능 공통 22번]

최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$ 인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여
방정식 $f'(x)=0$ 이 닫힌구간 $[t, t+2]$ 에서 갖는 실근의 개수를
 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 a 에 대하여 $\lim_{t \rightarrow a^+} g(t) + \lim_{t \rightarrow a^-} g(t) \leq 2$ 이다.

(나) $g(f(1))=g(f(4))=2$, $g(f(0))=1$

$f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인
하시오.

1	16	2	12	3	13	4	147	5	③
6	③	7	①	8	⑤	9	④	10	186
11	②	12	65	13	243	14	200	15	③
16	65	17	④	18	40	19	①	20	5
21	19	22	⑤	23	42	24	14	25	38
26	105	27	39	28	61	29	108	30	9