

제 2 교시

수학 영역(A형)

홀수형

5지선다형

1. $16^{\frac{1}{4}} \times 9^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

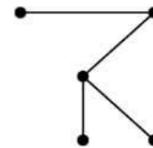
2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A-B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 3}{n^2 - 2n}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 성분 중 0의 개수는? [3점]



- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

5. 모든 항이 0이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_4 = \frac{a_3}{a_2} = 2$$

를 만족시킬 때, a_7 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

6. 곡선 $y = x^2$ 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선의 방정식이 $y = ax + b$ 일 때, $a + b$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

7. 두 사건 A 와 B 는 서로 배반사건이고

$$P(A \cup B) = P(A \cup B^c) = \frac{3}{4}$$

일 때, $P(A)$ 의 값은? (단, B^c 은 B 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

8. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{2}\right)$ 를 따르고

$\{E(X)\}^2 = E(X+20)$ 일 때, n 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

9. 곡선 $y = 4x^3 - 12x^2$ 과 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① 18 ② 21 ③ 24 ④ 27 ⑤ 30

10. 인간의 어린아이는 나이를 먹음에 따라 키가 자라나는데, 그의 키의 한계치는 태어나는 순간 정해져, 지속적으로 성장하다 한계점에서 멈추게 된다는 아주 놀랍기 그지없는 성장의 비밀을 갖고 있다고 한다. 어떤 어린아이의 경우 태어난 지 $t(1 < t \leq 16)$ 년 후의 키를 l 이라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

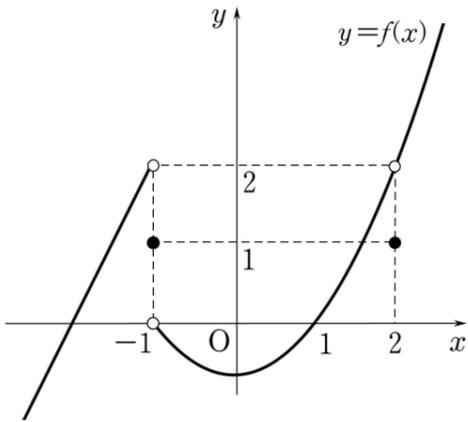
$$l = at + \log_b \frac{2}{t-1}$$

(단, a, b 는 1이 아닌 양의 상수이고, 길이의 단위는 cm이다.)

이 어린아이가 태어난 지 3년 후의 키가 30일 때, 어린아이가 태어난 지 2년 후의 키와 5년 후의 키의 합은? [3점]

- ① 60 ② 65 ③ 70 ④ 75 ⑤ 80

11. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 다음과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1+0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2-0} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

12. 어느 지우개 회사가 생산하는 지우개 1개의 무게는 평균이 m , 표준편차가 4인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사가

생산한 지우개 1개의 무게가 56 이상일 확률이 0.0668일 때, 이 회사가 생산한 지우개 1개의 무게가 48 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 무게의 단위는 g이다.) [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.3085 ② 0.1915 ③ 0.1587
 ④ 0.0668 ⑤ 0.0228

[13~14] 미분가능한 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 에 대하여 행렬 A 가 다음과 같다.

$$A = \begin{pmatrix} f(x) & g(x) \\ x-1 & x \end{pmatrix}$$

13번과 14번의 두 물음에 답하시오.

13. 자연수 x 에 대하여 행렬 A 의 모든 성분의 합이 0일 때,

$$\sum_{x=1}^{10} \{f(x)+g(x)\} \text{의 값은? [3점]}$$

- ① -110 ② -100 ③ -10 ④ 100 ⑤ 110

14. 모든 실수 x 에 대하여 행렬 A 의 역행렬이 존재하지 않고 $g(1)=3$ 일 때, $f'(1)$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

15. 흰 공 3개와 검은 공 2개가 들어있는 어떤 주머니와, 서로 구별되지 않는 3개의 동전이 있다. 3개의 동전을 동시에 던져 모두 같은 면이 나오면 주머니에서 임의로 3개의 공을, 하나라도 다른 면이 나오면 주머니에서 임의로 2개의 공을 꺼낸다. 꺼낸 공에 검은 공이 적어도 하나 이상 포함되어 있을 때, 3개의 동전이 모두 같은 면이 나왔을 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

16. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고

$$\frac{a_{n-1}}{n} + \frac{a_n}{n-1} = \frac{2}{n} \quad (n \geq 2)$$

를 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식의 양변에 $n(n-1)$ 을 곱하면

$$(n-1)a_{n-1} + na_n = 2(n-1)$$

이다. $b_n = na_n$ 이라 하면 $b_1 = 1$ 이고

$$b_n + b_{n-1} = 2(n-1) \quad (n \geq 2)$$

이다. 따라서 일반항 b_n 을 구하면, 자연수 k 에 대하여

$$n = 2k-1 \text{ 일 때, } b_{2k-1} = \boxed{\text{(가)}}$$

$$n = 2k \text{ 일 때, } b_{2k} = \boxed{\hspace{2cm}}$$

이다. 한편, $a_n = \frac{b_n}{n}$ 이므로

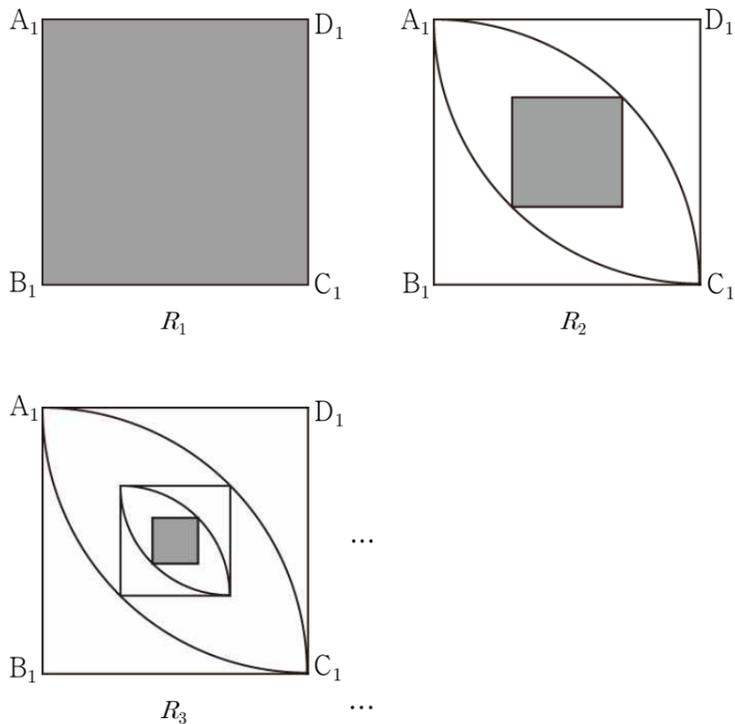
$$a_n = \begin{cases} \frac{\boxed{\text{(가)}}}{2k-1} & (n = 2k-1) \\ \boxed{\text{(나)}} & (n = 2k) \end{cases}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k), g(k)$ 라 할 때, $\frac{f(10)}{g(10)}$ 의 값은? [4점]

- ① 20 ② 18 ③ 16 ④ 14 ⑤ 12

17. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.
 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 에 대하여 중심이 B_1 , 반지름의 길이가 $\overline{A_1B_1}$ 이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 $B_1C_1A_1$ 을 그리고, 중심이 D_1 , 반지름의 길이가 $\overline{C_1D_1}$ 이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 $D_1A_1C_1$ 을 그린다. 부채꼴 $B_1C_1A_1$ 의 호 C_1A_1 과 부채꼴 $D_1A_1C_1$ 의 호 A_1C_1 으로 둘러싸인 부분에 내접하고, 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 과 두 대각선을 공유하는 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.
 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{2}(\sqrt{2}-1)$ ② $\frac{1}{2}(\sqrt{2}+1)$ ③ $\sqrt{2}-1$
- ④ $\sqrt{2}+1$ ⑤ $2(\sqrt{2}+1)$

18. 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax-2 & (x < 1) \\ -x+2 & (x \geq 1) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $\{f(x)\}^2$ 이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

19. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 가수를 $f(x)$ 라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 의 개수는? [4점]

(가) $1 \leq a < b < 100$
 (나) $f(a) = f(b) + \log 2$

- ① 16 ② 14 ③ 12 ④ 10 ⑤ 8

20. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$B^2 + E = AB, \quad A^2 + AB^2 = BA^2$$

를 만족시킨다. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?
 (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $AB = BA$
 ㄴ. $A^2 = A$
 ㄷ. $A^4 + B^4$ 의 역행렬이 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. $x > 0$ 에서 정의되고 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int f(x) dx$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \rightarrow +0} g(x) = g(2) + 1$

(나) 함수 $[g(x)]$ 의 불연속점의 x 좌표의 최솟값은 3이다.

$f(3)$ 의 값은? (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수이다.)

[4점]

- ① $\frac{7}{4}$ ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{11}{4}$ ④ $\frac{13}{4}$ ⑤ $\frac{15}{4}$

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2}{x-2}$ 의 값을 구하십시오. [3점]

23. $\int_{-3}^3 (3x^2 + 2x + 1) dx$ 의 값을 구하십시오. [3점]

24. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 다항식 $(x+1)^n$ 의 전개식에서 x^2 의 계수가 55일 때, n 의 값을 구하시오. [3점]

25. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} - a_n = \frac{1}{n(n+1)}$$

을 만족시킬 때, $20a_{20}$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. x, y 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ 2 \end{pmatrix}$$

의 해가 $x=4, y=b$ 이다. $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

27. 상수 a, b 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 을 $a_n = a^n + b$ 이라 할 때,

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 3$$

이 성립한다. $a_3 = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

28. 상수 a 에 대하여 삼차함수

$$f(x) = x(x-a)^2$$

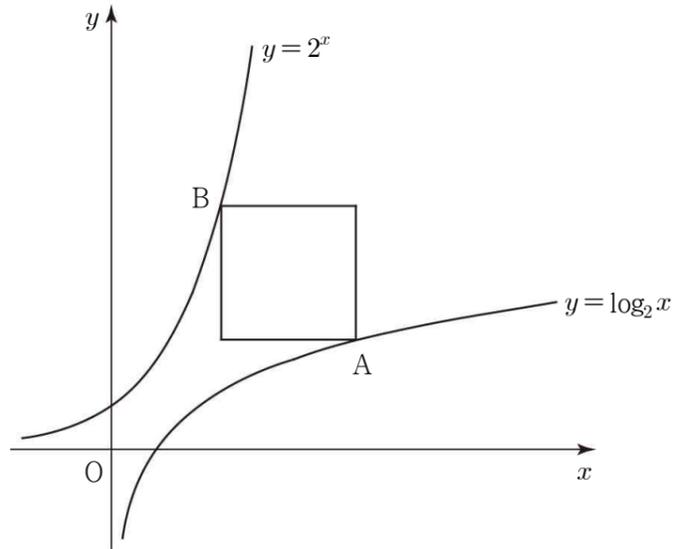
의 극댓값이 4일 때, $f(6)$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 구간 $[0, 1]$ 에서 정의된 연속확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $f(x)$ 는 이차함수이다.
- (나) 곡선 $y=f(x)$ 는 $x=0$ 에서 직선 $y=4x$ 에 접한다.

$E(X)=\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 자연수 a 에 대하여 곡선 $y=\log_2 x$ 위의 점 중 x 좌표가 a 인 점을 A, 곡선 $y=2^x$ 위의 점 중 y 좌표가 a 인 점을 B라 하자. 두 점 A,B를 한 대각선의 양 끝 점으로 하는 정사각형의 내부 또는 변 위의 점 중 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점의 개수를 $f(a)$ 라 할 때, $\sum_{a=1}^{15} f(a)$ 의 값을 구하시오. [4점]



- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.