

제 2 교시

수학 영역(A형)

홀수형

5지선다형

1. $\log_9 27 \times \log_8 16$ 의 값은? [2점]

- ① 4 ② 3 ③ $\frac{8}{3}$ ④ 2 ⑤ $\frac{3}{2}$

2. 두 이차정사각행렬 A, B 에 대하여 $A+B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$,

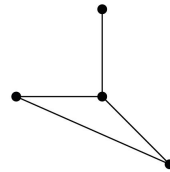
$2B = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ 일 때, 행렬 A 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+2} + 3 \times (-4)^{2n+1}}{2 \times (-4)^{2n} - 2^n}$ 의 값은? [2점]

- ① -6 ② -4 ③ -2 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 6

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬에서 0인 성분의 개수가 2개인 행의 개수는? [3점]



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 양수 a 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 + 3ax - 4a^2}{x - a} = a^2$ 일 때, a 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 서로 독립인 두 사건 A, B 에 대해서 $P(A) = \frac{2}{3}$,

$P(A^c \cap B) = \frac{1}{7}$ 일 때, $P(A \cap B)$ 의 값은? (단, B^c 은 B 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{3}{14}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{5}{14}$ ④ $\frac{3}{7}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

7. 모든 항이 양수이고 공비가 r 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$\log_{a_1} 3a_3 = \log_{a_3} a_1 = 2$ 를 만족 할 때, 공비 r 의 값은? [3점]

- ① $6^{-\frac{1}{3}}$ ② $3^{-\frac{1}{3}}$ ③ $2^{-\frac{1}{3}}$ ④ $3^{-\frac{1}{6}}$ ⑤ $2^{-\frac{1}{6}}$

8. 모든 실수 x 에 대하여 이차정사각행렬 $\begin{pmatrix} x+2n & -2 \\ 7n-20 & x \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 존재하기 위한 10 이하의 자연수 n 의 값의 합은? [3점]
- ① 26 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 52

9. 비누를 만드는 어떤 공장에서 비누를 포장하는 직원들을 관찰한 결과, 5분당 비누 n 개를 포장하는데 까지 걸린 평균 시간을 t (시간) 이라고 할 때, 다음과 같은 식이 성립함을 알았다.

$$t = 2 - k \log_3 \left(1 - \frac{n}{200} \right) \quad (\text{단, } 0 < n < 200)$$

5분당 비누 150개를 포장하는데 까지 걸린 시간이 5분당 비누 50개를 포장하는데 까지 걸린 시간의 2배가 된다고 할 때, 실수 k 의 값은? (단, $\log 2 = 0.30$, $\log 3 = 0.48$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

10. 정규분포 $N(m, \left(\frac{1}{m}\right)^2)$ 을 따르는 확률변수 X 에 대하여

$$P\left(m - \frac{1}{2m} \leq X \leq m + 2\right)$$

값이 0.6247일 때, $100m$ 의 값은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.25	0.0987
0.5	0.1915
0.75	0.2734
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 200 ② 150 ③ 100 ④ 75 ⑤ 50

[11~12] 자연수 n 에 대하여 함수 $f(x)$ 가 다음과 같다.

$$f(x) = (x-n)^n$$

11번과 12번의 두 물음에 답하시오.

11. $n=4$ 일 때, 함수 $y=f(x)$ 는 (a, b) 를 지나고 $f'(a)=32$ 를 만족한다. 이 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 8 ③ 18 ④ 22 ⑤ 28

12. 함수 $f(x)$ 가 $x=n+3$, $x=n+1$ 과 만나는 점의 y 좌표를

각각 a_n, b_n 이라고 할 때, $\sum_{n=1}^5 (a_n + b_n)$ 의 값은? [3점]

- ① 368 ② 352 ③ 338 ④ 326 ⑤ 320

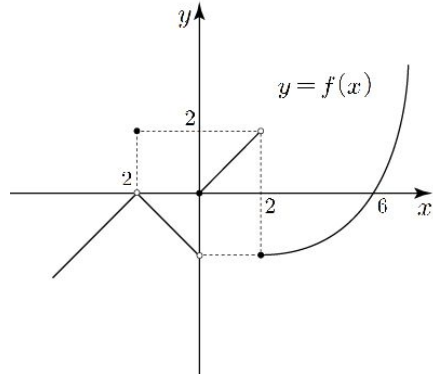
13. 양수 a, b 에 대하여 평균이 m 인 확률변수 X 의 확률분포표는 다음과 같다.

X	-1	0	1	2	3	4	계
$P(X=x)$	$2a$	$\frac{1}{3}-a$	$\frac{1}{6}$	a	a	b	1

$P(-1 \leq X \leq m) = P(0 \leq X \leq 3)$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, $0 < a < \frac{1}{3}$ 이다.) [3점]

- ① $\frac{5}{54}$ ② $\frac{7}{54}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{11}{54}$ ⑤ $\frac{13}{54}$

14. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



함수 $g(x)$ 를 $g(x) = \frac{f(x)+|f(x)|}{2}$ 라고 하자. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $y=h(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)h(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $h(1)$ 의 값은? [4점]

- ① -15 ② -3 ③ -1 ④ 3 ⑤ 5

15. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = \frac{1}{8}$ 이고,

$$\frac{1}{n} \left(\frac{1}{2a_{n+1}} - \frac{2}{a_n} \right) = 4^{n+1} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식에 의하여

$$\frac{1}{n} \left(\frac{1}{2a_{n+1}} - \frac{2}{a_n} \right) = 4^{n+1} \text{의 양변에 } 2n \times 4^{-n-1} \text{ 을 곱하면}$$

$$\frac{a_n - 4a_{n+1}}{4^{n+1} \times a_n a_{n+1}} = 2n \quad (n \geq 1) \text{이다.}$$

$b_n = \frac{1}{4^n \times a_n}$ 이라 하면

$$b_{n+1} = b_n + \boxed{\text{(가)}} \quad (n \geq 1)$$

이다. 따라서 일반항 b_n 을 구하면

$$b_n = b_1 + \sum_{k=1}^{n-1} \boxed{\text{(가)}}$$

이다. 그러므로

$$b_n = \boxed{\text{(나)}} \text{이다.}$$

따라서 $a_n = \frac{4^n}{\boxed{\text{(나)}}$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 할 때, $f(5) + g(3)$ 의 값은? [4점]

- ① -13 ② -5 ③ 7 ④ 11 ⑤ 18

16. 같은 종류의 연필 13개와 같은 종류의 지우개 4개를 A, B, C 세 사람 모두에게 남김없이 나누어 주려고 한다. 연필은 반드시 홀수개 나누어 주고, 지우개는 받지 못하는 사람이 있을 수 있다고 할 때, 나누어 주는 방법의 수는? [4점]

- ① 225 ② 300 ③ 315 ④ 420 ⑤ 525

17. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$3A^2 - B = 2E, \quad AB^2 + B = BA$$

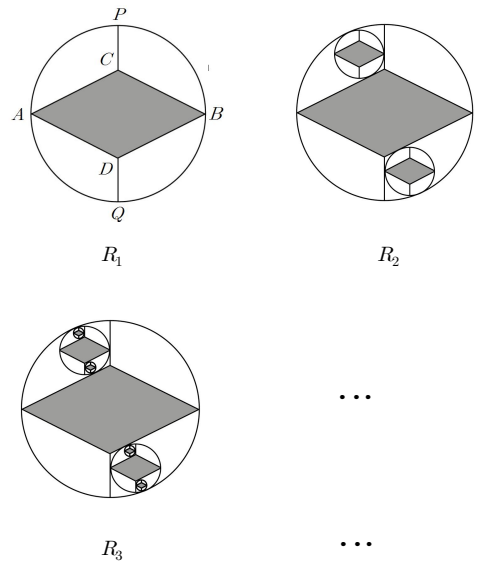
를 만족시키고 행렬 B 의 역행렬이 존재할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?
(단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $AB = BA$
 ㄴ. A 의 역행렬이 존재한다.
 ㄷ. $B^{-1} = B^2 - 2E$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 선분 AB 를 지름으로 하는 반지름이 2인 원 O 가 있다. 두 대각선의 비가 2:1이고 원 O 와 만나는 점이 점 A 와 B 인 마름모를 그린다. 이 마름모를 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에 있는 마름모의 꼭짓점 중에서 점 A 와 B 가 아닌 두 점 각각 C 와 D 라고 하자. 점 C 와 D 를 이은 직선이 원 O 와 만나는 점 중에서 점 C 에 가까운 점을 P , 점 D 에 가까운 점을 Q 라 할 때, 선분 AC , 호 AP 와 접하고 원 O 에 내접하는 원과, 선분 BD , 호 BQ 와 접하고 원 O 에 내접하는 원을 각각 그린다. 작은 원의 중심들은 한 직선 위에 있고, 그 직선은 점 A, C 를 잇는 직선과 직교한다. 이 2개의 원 안에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 내접원 4개를 그리고 만들어지는 마름모를 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $20(\sqrt{5}-2)$ ② $4(5-2\sqrt{5})$ ③ $5(5-2\sqrt{5})$
 ④ $20(1+\sqrt{3})$ ⑤ $20(\sqrt{3}-1)$

19. 권욱이와 지우는 각각 주사위와 동전을 가지고 있다.

권욱이가 주사위를 던져 나온 눈의 약수의 개수만큼 지우가 동전을 던진다고 한다. 지우가 던진 동전의 앞면의 횟수가 2번이었을 때, 권욱이의 주사위가 홀수의 눈이 나왔을 확률은?
[4점]

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

20. $2 \leq n \leq 30$ 인 자연수 n 에 대하여 $\log_2 n$ 의 지표와 가수를

각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 하자. 좌표평면 위의 두 점 $A_n(f(n), 0)$, $B_n(0, 2g(n)+1)$ 과 원점 O 를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 세 변 위에 있는 점 중에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점의 개수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=2}^{30} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 167 ② 171 ③ 175 ④ 179 ⑤ 183

21. 삼차함수 $f(x)$ 가 $f(x) = \int_{-3}^x (t-a)(t-b)dt$ 이다. 함수 $y=|f(x)|$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $y=|f(x)|$ 는 구간 $(-\infty, a)$ 에서 감소한다.
 (나) 함수 $y=|f(x)|$ 는 $x=b+4$ 에서 미분가능하지 않다.

$f(0)$ 의 값은? (단, $b > 0$) [4점]

- ① 63 ② 45 ③ 18 ④ -27 ⑤ -36

단답형

22. $\left(x^3 + \frac{5}{x^2}\right)^4$ 의 전개식에서 x^2 의 계수를 구하시오. [3점]

23. 정적분 $\int_0^1 \frac{x^3}{x+1} dx - \int_1^0 \frac{1}{x+1} dx$ 의 값이 a 일 때, $12a$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_4 = -2$, $a_{19} = 8$ 일 때,
 $a_6 + a_7 + a_8 + \dots + a_{16} + a_{17}$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 닫힌구간 $[-4, 4]$ 에서 정의된 연속확률변수 X 의 확률밀도함수
 $f(x)$ 가 구간 $[0, 4]$ 에서 $f(x) = ax(x-4)$ 이고, $f(x) = f(-x)$ 를
 만족한다. $32P(-1 \leq X \leq 1)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수)
 [3점]

26. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가 $f(1) = 5$,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{2k}{n}\right) = \int_0^1 f(x) dx$$

를 만족시킬 때, $f(7)$ 의 값을
 구하시오. [4점]

27. 사차함수 $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{6}x^2 + \{f'(0)\}^3 x$ 에 대하여 $y = f(x)$ 의 극댓값이 존재할 때, $f'(6)$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{2n-1} = -2^{n+3}$

(나) $a_{2n} = 5^{-n} + 3$

수열 $\{a_n\}$ 의 계차수열을 $\{b_n\}$ 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{2n+1} b_k$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 삼차함수 $f(x) = (x-a)^3 + b$ 와 이차함수 $g(x) = -x^2 + 19$ 가 있다. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 (a, b) 에서의 접선이 이차함수 $g(x)$ 와 접할 때, 두 점점사이의 거리가 5이다. 이 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, $a > 0$) [4점]

30. 1이상 7이하인 두 자연수 m, n 에 대하여 함수 $y = \left(\frac{m}{5}\right)^x$ 과

함수 $y = \left(\frac{4}{n}\right)^x$ 이 직선 $x = k$ 와 만나는 점을 각각 A_k, B_k 라고 하자.

$\overline{A_k B_k} = 1$ 을 만족하는 k 의 개수가 2개일 때의 모든 순서쌍 (m, n) 의 개수를 a 개, k 의 개수가 1개일 때의 모든 순서쌍 (m, n) 의 개수를 b 개라고 할 때, ab 의 값을 구하시오. [4점]