

제 2 교시

# 수학 영역(A형)

홀수형

5지선다형

1.  $27^{\log_3 \sqrt{2}} \times 4^{\frac{1}{4}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

2. 두 행렬  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬

$2A + AB$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① -10    ② -8    ③ -6    ④ -4    ⑤ -2

3.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 - 4}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{4}$     ②  $\frac{3}{4}$     ③  $\frac{5}{4}$     ④  $\frac{7}{4}$     ⑤  $\frac{9}{4}$

4.  $\int_{-1}^1 \frac{x^3}{x+1} dx - \int_1^{-1} \frac{1}{y+1} dy$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{2}{3}$     ②  $\frac{4}{3}$     ③  $\frac{6}{3}$     ④  $\frac{8}{3}$     ⑤  $\frac{10}{3}$

5. 4지선다의 객관식 문제 3개를 풀다고 할 때, 두 문제 이상 맞출 확률은? (단, 문제 하나당 답은 하나이다.) [3점]

- ①  $\frac{5}{32}$     ②  $\frac{6}{32}$     ③  $\frac{7}{32}$     ④  $\frac{8}{32}$     ⑤  $\frac{9}{32}$

6. 함수  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - ax^2 + 8ax - 1$ 의 역함수가 존재하도록 하는 모든 자연수  $a$ 의 개수는? [3점]

- ① 5    ② 6    ③ 7    ④ 8    ⑤ 9

7.  $a_1 = 10$ 인 등차수열  $\{a_n\}$ 이  $\left| \frac{a_2 a_6}{2} \right| = |a_4 + a_8|$ 을 만족할 때, 가능한 모든  $a_3$ 의 값의 합은? [3점]

- ① -20    ② -18    ③ -16    ④ -14    ⑤ -12

8. 남학생 수와 여학생 수의 비가 4:3인 어느 학급의 35명을 대상으로 세 이벤트 A, B, C를 실시하였다. 이 학급의 모든 학생은 이벤트 A, B, C중 하나만 참여한다고 한다. 이벤트 A를 참여한 11명의 학생 중 남학생이 5명이었고, 여학생의 40%가 이벤트 B를 참여했다. 남학생들은 이벤트 A 또는 이벤트 C만 참여했다고 한다. 이 학급의 학생 중에서 임의로 선택한 학생이 이벤트 C를 참여한 학생이었을 때, 이 학생이 여학생일 확률은?  
[3점]

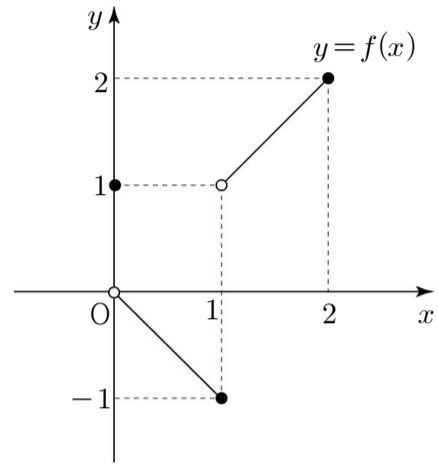
- ①  $\frac{1}{5}$     ②  $\frac{1}{6}$     ③  $\frac{1}{7}$     ④  $\frac{1}{8}$     ⑤  $\frac{1}{9}$

9. 첫째항이 1인 등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합

$S_n$ 에 대하여  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n - 3n^2}{S_n} = \frac{1}{2}$ 일 때,  $a_5$ 의 값은? [3점]

- ① 25    ② 37    ③ 49    ④ 61    ⑤ 73

10. 정의역이  $\{x \mid -2 \leq x \leq 2\}$ 인 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 구간  $[0, 2]$ 에서 그림과 같고, 정의역에 속하는 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x)=f(-x)$ 이다.



함수  $f(x)$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ.  $\lim_{x \rightarrow -1-0} f(x) + \lim_{x \rightarrow -\infty} f\left(\frac{1}{x}\right) = -1$ 이다.

ㄴ. 함수  $f(x)$ 가 구간  $(-2, 2)$ 에서 불연속인 점은 3개이다.

ㄷ. 함수  $|f(x)|\{f(x)-1\}$ 은  $x=0$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄷ  
 ④ ㄱ, ㄴ                ⑤ ㄴ, ㄷ

11. 어떤 용액의 농도를 높이는 실험장치를 이용하여 처음 농도가 10(%)인 용액의 농도를  $x$ (%) ( $x \geq 10$ )로 만드는 데 걸린 시간을  $T$ (분)라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$T = p \log \frac{5x}{60-x} \quad (\text{단, } p \text{는 양의 상수이다.})$$

이 장치를 이용하여 농도가 10(%)인 용액 A의 농도를 40(%)으로 만드는 데 걸린 시간이 2(분)일 때, 농도가 10(%)인 용액 A의 농도를 30(%)로 만드는데 걸린 시간은 몇 분인가?  
(단,  $\log 2 = 0.3$ 으로 계산한다.) [3점]

- ① 0.7      ② 1.4      ③ 2.1      ④ 2.8      ⑤ 3.5

12. 수열  $\{a_n\}$ 은

$$a_n = \frac{2n+3}{n+2}(n+3)! \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은

$$\sum_{k=1}^n a_k = (2n+5)(n+1)! + 26 \quad \dots\dots (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i)  $n=1$ 일 때, (좌변)  $= a_1 = 40$ , (우변)  $= 7 \times 2! + 26 = 40$   
이므로 (\*)이 성립한다.

(ii)  $n=m$ 일 때, (\*)이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^m a_k = (2m+5)(m+1)! + 26$$

이므로

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{m+1} a_k &= a_{m+1} + \sum_{k=1}^m a_k \\ &= \boxed{\text{가}} + (2m+5)(m+1)! + 26 \\ &= \boxed{\text{가}} + (m+2)! + \boxed{\text{나}} + 26 \\ &= (2m+7)(m+2)! + 26 \end{aligned}$$

가 성립한다.

따라서  $n=m+1$ 일 때, (\*)이 성립한다.

그러므로 (i), (ii)에 의하여 모든 자연수  $n$ 에 대하여 (\*)이 성립한다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(m)$ ,  $g(m)$ 이라 할 때,  $f(1) - g(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 64      ② 66      ③ 68      ④ 70      ⑤ 72

[13 ~ 14] 함수  $f(x) = -x + t$  ( $t \geq 1$ ),  $g(x) = 2^{x-1}$ 에 대하여 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.

13. 함수  $h(t)$ 를 함수  $y = f(x)$ 가 두 함수  $y = g(x)$ ,  $y = g^{-1}(x)$ 와 만나는 교점의 개수라 할 때, 함수  $y = h(t)(t^2 + at + b)$ 가  $t \geq 1$ 에서 항상 연속이다. 이 때,  $a + b$ 의 값은? [3점]
- ① -2    ② -1    ③ 0    ④ 1    ⑤ 2

14. 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x+1)$ 가  $x$ 좌표와  $y$ 좌표가 모두 자연수인 점에서만 만난다고 할 때, 가능한  $t$ 의 값을 작은 것부터 순서대로  $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$  이라 하자.  $\sum_{n=1}^8 a_n$ 의 값은? [4점]
- ① 546    ② 548    ③ 550    ④ 552    ⑤ 554

15. 표준편차가  $\sigma$ 인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 49인 표본을 임의추출하여 모평균을 신뢰도 95%로 추정한 신뢰구간을  $[a, b]$ , 크기가  $n$ 인 표본을 임의추출하여 모평균을 신뢰도 99%로 추정한 신뢰구간을  $[c, d]$ 라 하자. 부등식  $b-a \leq d-c$ 가 성립하도록 하는 자연수  $n$ 의 최댓값은? (단, 표준정규분포를 따르는 확률변수  $Z$ 에 대하여,  $P(0 \leq Z \leq 2) = 0.475$ ,  $P(0 \leq Z \leq 3) = 0.495$ 이다.) [4점]

- ① 110    ② 111    ③ 112    ④ 113    ⑤ 114

16. 두 일차함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \int_0^x f(t)g(t)dt = x^3 - x^2 - x$$

$$(나) f(0) + g(0) = g(1) = 0$$

좌표평면 위에서 함수  $y=f(x)$ 와 함수  $y=\{g(x)\}^2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

- ①  $\frac{125}{6}$     ②  $\frac{125}{5}$     ③  $\frac{125}{4}$     ④  $\frac{125}{3}$     ⑤  $\frac{125}{2}$

17. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수  $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $f(-x) = -f(x)$

(나) 모든 실수  $x$ 에서 연속인 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x \geq k) \\ -x+1 & (x < k) \end{cases}$$

의 극솟값은 0이다. (단,  $k$ 는 상수이다.)

$[-2, 2]$ 에서 정의된 연속확률변수  $X$ 의 확률밀도함수를  $|f(x)|$ 라 할 때,  $P(1 \leq X \leq 2)$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{20}$     ②  $\frac{3}{20}$     ③  $\frac{5}{20}$     ④  $\frac{7}{20}$     ⑤  $\frac{9}{20}$

18. 두 이차정사각행렬  $A, B$ 가

$$A + BAB = E, \quad A^2 + B^2 = 4E$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?  
(단,  $E$ 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

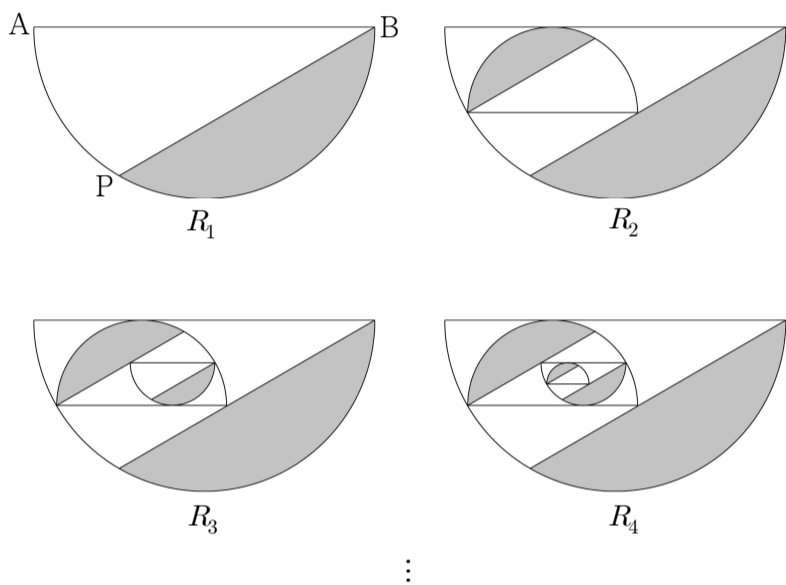
ㄱ.  $A^2B = BA^2$

ㄴ.  $B$ 의 역행렬이 존재한다.

ㄷ.  $A^{-1} = 2E - B^2A$

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 선분 AB와 이루는 각도가  $30^\circ$  이고 점 B와 호 AB 위의 한 점 P를 끝점으로 하는 선분을 긋고, 선분 BP, 호 BP로 둘러싸인 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자. 지름이 선분 AB 위에 있지 않도록 선분 AB와 평행하고 선분 AB, 선분 BP, 호 AP로 둘러싸인 도형에 내접하는 반원을 그리고, 그림  $R_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{2}{9}\pi - \frac{\sqrt{3}}{3}$       ②  $\frac{2}{3}\pi - \frac{\sqrt{3}}{3}$       ③  $\frac{4}{9}\pi - \frac{\sqrt{3}}{3}$
- ④  $\frac{4}{3}\pi - \frac{\sqrt{3}}{3}$       ⑤  $\frac{3}{4}\pi - \frac{\sqrt{3}}{3}$

20.  $10 \leq n < 1000$ 인 자연수  $n$ 에 대하여  $\log n$ 의 지표와 가수를 각각  $f(n), g(n)$ 라 하자.  $h(n)$ 을

$$h(n) = \begin{cases} 10^{g(n)+\log f(n)} & (n \text{이 짝수}) \\ 10^{g(n)+2\log f(n)} & (n \text{이 홀수}) \end{cases}$$

이라 할 때,  $h(n)$ 이 정수가 되기 위한 모든  $n$ 의 개수는? [4점]

- ① 36      ② 45      ③ 54      ④ 63      ⑤ 72



21. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수  $f(x) = ax(x-1)(x-b)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를  $g(x) = \frac{f(x) - |f(x)|}{2}$ 라고 하자. 함수  $f(x)$ 와 함수  $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $f(5) = 5$

(나)  $\int_n^{n+1} g(x) dx = 0$ 을 만족시키는 자연수  $n$ 의 최솟값은 4이다.

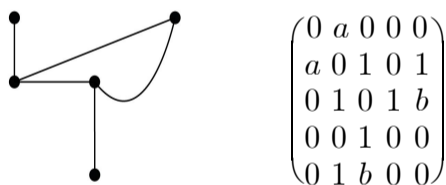
$20(a+b)$ 의 값은? [4점]

- ① 65      ② 70      ③ 75      ④ 80      ⑤ 85

단답형

22.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-3)(2n+5)}{n^2-9}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 꼭짓점이 5개인 그래프와 이 그래프의 연결 관계를 나타내는 행렬이 다음과 같다.



행렬의 모든 성분의 합을  $c$ 라고 할 때,  $(10a+5b)c$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 정의역이  $\{x \mid -2 \leq x \leq 1\}$ 인 지수함수  $y = a \times \left(\frac{4}{a}\right)^x$ 의 최댓값이 32일 때,  $a$ 의 값을 구하시오. (단,  $a$ 는 상수이다.) [3점]

25. 이차정사각행렬  $A = \begin{pmatrix} -4 & a \\ -a & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬  $A - E$ 의 역행렬이 존재하고  $A^3 = E$ 일 때,  $A^2$ 의 모든 성분의 합을  $k$ 라 하자.  $15k^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, k$ 는 상수이다.) [3점]

26. 어떤 PC방의 컴퓨터 이용 시간은 평균이 200분, 표준편차가  $\sigma$ 분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 PC방을 이용하는

손님들을 대상으로 25명을 임의추출하여 조사한 컴퓨터 이용 시간의 표본평균을  $\bar{X}$ 라 하자.

$P(5\sigma - 8 \leq \bar{X} \leq 204) = 0.5328$ 일 때,  $\sigma$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오. [4점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

27. 원점을 동시에 출발하여 수직선 위를 항상 같은 방향으로 움직이는 두 점 P, Q의 시각  $t$  ( $0 \leq t \leq 4$ )에서의 속도를 각각  $v_P(t) = \frac{1}{2}t$ ,  $v_Q(t) = at^3 + bt^2 + ct$ 라 하자. 두 점 P, Q는  $t=2$ ,  $t=4$ 일 때 속도가 같고, 점 P가 출발한 후  $t=2$ 까지 움직인 거리가 점 Q가 출발한 후  $t=2$ 까지 움직인 거리의 절반이라고 할 때,  $t=1$ 에서 점 Q의 가속도를  $d$ 라 하자.  $100d$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b, c, d$ 는 상수이다.) [4점]

28. 음이 아닌 정수  $x, y, z, w$ 에 대하여 방정식  $|x-2|+y+z+w=6$ 를 만족시키는 순서쌍  $(x, y, z, w)$ 의 개수를 구하시오. (단,  $x \leq 4$ 이다.) [4점]

29. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^3 - nx^2 + 2nx & (x < 1) \\ -\frac{n}{2}x^2 + \left(\frac{3}{2}n - 7\right)x + \frac{15}{2} & (x \geq 1) \end{cases}$$

가  $x=1$ 에서 극값을 갖도록 하는 모든 자연수  $n$ 의 값의 합은?  
[4점]

30. 자연수  $n$ 에 대하여 지수함수  $y = 3 \times \left(\frac{n}{n+20}\right)^x$  과 좌표축,

$x=2$ 로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에 포함되고  
 $x$ 좌표와  $y$ 좌표가 모두 정수인 점들 중 임의로 두 점으로  
직선을 만들 때, 기울기가 1인 직선이 오직 하나가 되도록 하는  
모든  $n$ 의 값의 합을 구하시오. (단,  $1.7 < \sqrt{3} < 1.8$ 이다.) [4점]

\* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인  
하시오.