

수학 영역 (A형)

출수형

성명		수험 번호																	
----	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(A형/B형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

일격필살 영어 출시는 30일 예약판매는 15일

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (출수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

5지선다형

1. $4^{\frac{3}{2}} + 3^{\log_9 4}$ 의 값은? [2점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

2. 이차정사각행렬 A 에 대하여 $A \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = 4E - A$ 일 때, 행렬 A 의 모든 성분의 합은? (단, E 는 단위행렬이다.) [2점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(2x+5)}{x-1}$ 의 값은? [2점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

4. $\int_0^4 (x^3 + 2x)dx$ 의 값은? [3점]

- ① 40 ② 60 ③ 80 ④ 100 ⑤ 120

5. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 24n} - n)$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 12 ③ 18 ④ 24 ⑤ 30

6. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = 16, \frac{a_2 a_3}{a_1} = 2a_5$$

일 때, a_6 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2

7. 함수 $f(x) = (x^3 + 3)(x^2 + 3x)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

8. 6개의 점 A, B, C, D, E, F의 연결관계를 나타내는 행렬이 다음과 같다.

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	1	0	1	1
B	1	0	1	0	1	0
C	1	1	0	1	0	1
D	0	0	1	0	1	0
E	1	1	0	1	0	1
F	1	0	1	0	1	0

점 C에서 한 개의 꼭짓점만을 지나 점 A로 가는 방법의 수는?
[3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

9. 함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 3$$

일 때, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{f(x)}$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 1 ③ $\frac{1}{3}$ ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ -3

10. 1부터 12까지의 숫자가 적힌 원판이 있다. 수영, 나영, 성민 세 학생은 이 원판을 돌린 후, 원판이 멈췄을 때 화살표가 가리키는 숫자를 이용해 게임을 하기로 하였다. 규칙은 다음과 같다.

원판이 멈췄을 때 화살표가 가리키는 숫자를
3으로 나눈 나머지가 0이면 수영이의 승리
3으로 나눈 나머지가 1이면 나영이의 승리
3으로 나눈 나머지가 2이면 성민이의 승리

원판을 돌린 후, 원판이 멈췄을 때 화살표가 가리키는 숫자가 소수였을 때, 성민이가 승리했을 확률은?
(단, 화살표가 각 숫자를 가리킬 확률은 서로 같다.) [3점]

- ① $\frac{3}{10}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{7}{10}$

11. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 일 때의 위치 $x(t)$ 가

$$x(t) = t^3 + 2t^2$$

일 때, $t=3$ 에서의 점 P의 가속도는? [3점]

- ① 22 ② 33 ③ 39 ④ 44 ⑤ 45

12. 닫힌 구간 $[0, a]$ 에서 정의된 연속확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = 24x^2 \quad (0 \leq x \leq a)$$

일 때, $V(X)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{320}$ ② $\frac{3}{160}$ ③ $\frac{1}{64}$ ④ $\frac{1}{80}$ ⑤ $\frac{3}{320}$

[13~14] 주머니 속에 1부터 5까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 5장의 카드가 들어 있다. 13번과 14번의 물음에 답하시오.

13. 이 주머니에서 임의로 두 장의 카드를 꺼내어 두 카드에 적힌 두 수를 더한 값을 확률변수 X 라 할 때, $E(X)$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

14. 이 주머니를 이용하여 다음 규칙에 따라 점수를 얻는 시행을 한다.

이 주머니에서 임의로 두 장의 카드를 꺼낼 때,
 두 카드에 적힌 두 수의 합이
 (가) 짝수이면 1점을 얻고, 꺼낸 두 장의 카드를 다시 주머니에 넣고 시행을 반복한다.
 (나) 홀수이면 1점을 얻고, 시행을 중지한다.

시행의 결과로 얻은 점수가 2점보다 클 확률은? [4점]

- ① $\frac{2}{25}$ ② $\frac{3}{25}$ ③ $\frac{4}{25}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{6}{25}$

15. 두 다항함수 $f(x) = x^2 + 3x$, $g(x) = x^3 - 3x$ 에 대하여
함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (f(x) \geq g(x)) \\ g(x) & (f(x) < g(x)) \end{cases}$$

라 하자. $\int_{-2}^2 h(x)dx$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{32}{3}$ ② 10 ③ $\frac{28}{3}$ ④ $\frac{26}{3}$ ⑤ 8

16. 곡선 $y = 2^x$ 위의 점 A와 곡선 $y = 4^x$ 위의 점 B가 다음
조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{AB} = \sqrt{10}$

(나) 직선 AB의 기울기는 -3 이다.

직선 AB가 x 축과 만나는 점의 x 좌표는? [4점]

- ① 3 ② $\log_2 12$ ③ 4 ④ $\log_2 20$ ⑤ $\log_2 24$

17. 다음은 $a_1 = \frac{1}{2}$ 인 수열 $\{a_n\}$ 이

$$\frac{n}{n-1}a_n = a_{n-1} + \frac{n+1}{(2n-1)(2n+1)} \quad (n \geq 2)$$

을 만족시킬 때, a_n 의 일반항을 구하는 과정을 나타낸 것이다.

주어진 식의 양변에 $n-1$ 을 곱하면

$$na_n - (n-1)a_{n-1} = \frac{n^2-1}{(2n-1)(2n+1)} \quad (n \geq 2)$$

을 얻는다. 따라서

$$na_n = 1 \cdot a_1 + \sum_{k=2}^n \frac{k^2-1}{(2k-1)(2k+1)} \dots (*)$$

이다. 여기서

$$\begin{aligned} \sum_{k=2}^n \frac{k^2-1}{(2k-1)(2k+1)} &= \frac{1}{2} \left(\sum_{k=2}^n \frac{k^2-1}{2k-1} - \sum_{k=2}^n \frac{k^2-1}{2k+1} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{3}{3} + \frac{8}{5} + \frac{15}{7} + \dots + \frac{n^2-1}{2n-1} \right) \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{3}{5} + \frac{8}{7} + \frac{15}{9} + \dots + \frac{n^2-1}{2n+1} \right) \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left(\boxed{(가)} - \frac{n^2-1}{2n+1} \right) \end{aligned}$$

이므로 (*)에 의하여

$$a_n = \frac{1}{2n} \left(1 + \boxed{(가)} - \frac{n^2-1}{2n+1} \right) = \frac{n^2+n+1}{\boxed{(나)}} \quad (n \geq 2)$$

이고, $a_1 = \frac{1}{2}$ 이므로

$$a_n = \frac{n^2+n+1}{\boxed{(나)}} \quad (n \geq 1)$$

이다.

위의 (가), (나)에 들어갈 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때,

$\frac{g(8)}{f(17)}$ 의 값은? [4점]

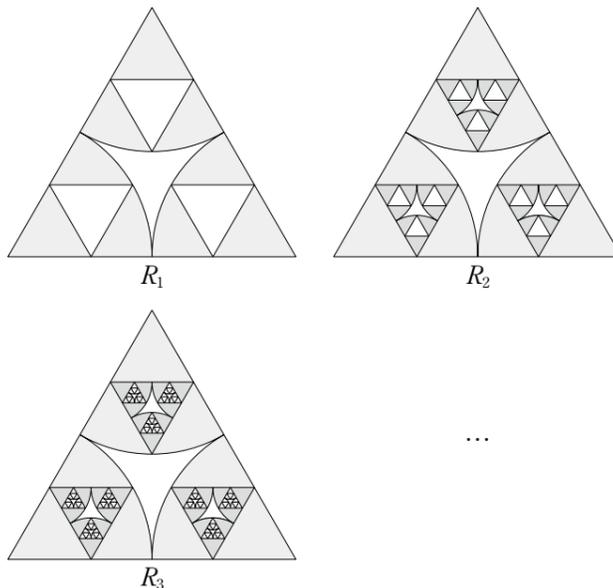
- ① 17 ② 19 ③ 21 ④ 23 ⑤ 25

18. 한 변의 길이가 2인 정삼각형 T 가 있다. 정삼각형의 각 꼭짓점을 중심으로 하고 각 변의 중점을 지나는 원을 그리고, 각 원의 내부와 정삼각형 T 의 내부의 공통부분인 부채꼴의 내부에 각 변이 정삼각형 T 와 평행한 정삼각형을 내접시킨다. 이때, 각 부채꼴의 내부와 부채꼴에 내접하는 정삼각형의 외부의 공통부분인 영역에 색을 칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

각각의 부채꼴에 내접하는 정삼각형의 내부에 그림 R_1 을 얻을 때와 같은 방법으로 호와 정삼각형을 그리고 색을 칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

R_1 에서 R_2 를 얻을 때 그린 9개의 정삼각형 각각의 내부에 그림 R_1 을 얻을 때와 같은 방법으로 호와 정삼각형을 그리고 색을 칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 방법을 계속하여 그림 R_n 을 얻을 때, R_n 에 색칠된 영역의 넓이를 S_n 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{2\pi - \sqrt{3}}{12}$ ② $\frac{4\pi - \sqrt{3}}{6}$ ③ $\frac{2\pi - \sqrt{3}}{6}$
 ④ $\frac{4\pi - 2\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{2\pi - \sqrt{3}}{3}$

19. 역행렬이 존재하는 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$(A+E)(B+E)=E, \quad B(B+E)=A$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?
(단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $A^2+A=B$

ㄴ. $A^2+B^2=O$ (단, O 는 영행렬이다.)

ㄷ. $A^{-1}=2B$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 원자 출판사에서 출판한 교재 1권의 수익은 평균이 7,

표준편차가 σ 인 정규분포를 따른다고 한다. 원자 출판사에서 출판한 교재 중에서 임의추출한 9권의 교재 수익의 총합이 27보다 클 확률이 0.74일 때, 원자 출판사에서 출판한 교재 중에서 임의추출한 교재 16권의 수익의 표본평균을 \bar{x} 라 하자. $P(\bar{x} \geq b) = 0.26$ 일 때, 상수 b 의 값은? (단, 수익의 단위는 천 원이다.) [4점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

21. 삼차함수 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 8$ 에 대하여 좌표평면에서 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선이 지나는 사분면의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 $t = a$ 에서 불연속이 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합은? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

단답형

22. 다항식 $(2x+3)^5$ 의 전개식에서 x^4 의 계수를 구하시오. [3점]

23. x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} 1 & a+2 \\ a & 3a+2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

의 해가 존재하지 않을 때, $25a^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 함수

$$f(x) = \frac{(x-3)(x-2)+a}{x-1}$$

에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 가 존재할 때, a^2 의 값을 구하시오. [3점]

25. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 가

$$\sum_{k=1}^n (a_k - b_k) = \frac{1}{n(n+1)}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} n^3 b_n = 10$$

을 만족시킨다. $\lim_{n \rightarrow \infty} n^3 a_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 함수 $f(x)$ 가 상수 a 와 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_a^x f(t) dt = 2x^3 - 3x^2 + 1$$

를 만족시키고, $f(a) = 0$ 일 때, $f'(a)$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 수열 $\{a_n\}$ 과 수열 $\{a_n\}$ 의 계차수열 $\{b_n\}$ 이 다음을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_1 + a_n)$ 의 값을 구하시오. (단, $a_1 > 0$) [4점]

(가) $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = 2$

(나) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{a_n a_{n+1}} = \frac{1}{12}$

28. 좌표평면 위에 세 점 $P_0(0, 0)$, $P_1(2, 0)$, $P_2(2, 1)$ 이 있다. 3 이상의 자연수 n 에 대하여 점 P_n 을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) 네 점 P_{n-3} , P_{n-2} , P_{n-1} , P_n 을 꼭짓점으로 하는 사각형은 평행사변형이다.

(나) 점 P_n 의 x 좌표와 y 좌표의 합을 a_n 이라 할 때,
 $a_{n-1} < a_n$

직선 P_1P_{34} 의 기울기는 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 자연수 n 에 대하여 $\log n$ 의 지표를 $f(n)$, 가수를 $g(n)$ 이라 하자. $[f(n)-g(n)]=0$ 을 만족하는 모든 자연수 n 의 합을 S 라 할 때, $\frac{S}{8}$ 의 값을 구하시오. (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [4점]

30. 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키고 둘레가 가장 짧은 정사각형의 한 변의 길이를 a_n 이라 하자.

- (가) 한 꼭짓점은 점 (n, n) 이다.
 (나) 두 곡선 $y=2^x$, $y=\log_2 x$ 위에 각각 한 꼭짓점이 있다.
 (다) 각 꼭짓점의 x 좌표, y 좌표는 모두 정수이다.

$\sum_{n=1}^9 a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.