
고려대학교 2015학년도 모의논술고사

논술 자료집

고려대학교 입학처

<http://oku.korea.ac.kr>

차례

[인문계]

논술 문제지	3
--------------	---

I. 출제의도와 문제해설 (인문계)

1. 2015학년도 논술고사 출제의 기본방향	11
2. 주제 및 제시문 해설	12
3. 논제 해설	14
가) 논제 I	14
1) 출제 의도	14
2) 평가 항목	14
나) 논제 II	16
1) 출제 의도	16
2) 평가 항목	16

II. 논제별 답안 사례와 평가 (인문계)

1. 논제 I	17
가) 총평	17
나) 우수 답안의 사례	18
다) 부족 답안의 사례	21
2. 논제 II	25
가) 총평	25
나) 우수 답안의 사례	25
다) 부족 답안의 사례	27

[자연계]

논술 문제지	30
--------------	----

출제의도와 문제해설 (자연계)

1. 2015학년도 자연계 논술의 목표와 기본방향	38
2. 출제 의도와 논제 해설, 예시 답안 및 평가	38
가) 논제 1(수학)	38
1) 출제 의도	38
2) 논제 해설	38
3) 우수 답안의 사례	39
4) 부족 답안의 사례	49
나) 논제 2(물리).....	58
1) 출제 의도	58
2) 논제 해설 및 평가	58
3) 우수 답안의 사례	59

4) 부족 답안의 사례	66
다) 논제 3(화학).....	73
1) 출제 의도	73
2) 우수 답안의 사례	74
3) 부족 답안의 사례	79
라) 논제 4(생명과학).....	82
1) 출제 의도	82
2) 논제 해설 및 평가	82
3) 예시 답안 및 평가.....	82
마) 논제 5(지구과학).....	92
1) 출제 의도	92
2) 논제 해설	92
3) 예시 답안 및 평가	93
4) 채점결과	98

2015학년도 모의논술고사 응시생의 설문 응답 결과	100
------------------------------------	-----

인문계

논술 (인문계 A)

아래의 글을 읽고 논제에 답하시오.

①

발명가가 어떤 새로운 기술의 용도를 발견하면 그 다음 단계는 사회가 그 기술을 채택하고 설득하는 일이다. 단순히 어떤 일을 하는 데 더욱 광범위하고 빠르고 강력한 수단이라고 해서 당장 받아들여지는 것은 아니다. 그러한 기술 중에서도 끝까지 채택되지 못하거나 오랫동안 저항을 겪은 후 간신히 채택된 기술이 무수히 많다. 가장 악명 높은 예를 찾는다면 1971년 미 의회가 초음속 운송 수단 개발을 위한 자금 지원을 거부한 일, 능률적으로 설계된 타자기 자판을 전 세계가 계속 거부하고 있는 일, 그리고 영국이 오랫동안 전기 조명을 채택하지 않았던 일 등을 들 수 있다. 그렇다면 한 사회로 하여금 어떤 발명품을 수용하게 만드는 것은 무엇일까? 우선 어떤 한 사회 안에서 여러 가지 발명품에 대한 수용성은 어떻게 달라지는지 비교해 보자. 발명품의 수용에 영향을 미치는 요인은 적어도 네 가지가 있다.

첫 번째로 가장 명백한 요인은 기존의 기술과 비교되는 상대적인 경제적 이점이다. 바퀴는 근대 산업 사회에서는 매우 유용하지만 다른 사회에서는 꼭 그렇지도 않았다. 고대 멕시코 원주민들은 바퀴 달린 탈것을 발명했지만 그것의 용도는 운송이 아니라 장난감이었다. 물론 지금의 우리들로서는 믿기 어려운 일이지만 사실 고대 멕시코 사람들에게는 바퀴 달린 탈것을 끌게 할 만한 가축이 없었으므로 그것은 짐꾼보다 나을 것이 하나도 없는 물건이었던 것이다.

두 번째로 고려해야 할 것은 사회적 가치관 및 위신의 문제이다. 이것은 경제적 이익이나 불이익의 문제에 우선할 수도 있다. 가령 일반 청바지도 똑같이 튼튼하지만 오늘날 수백만 명이 그 두 배 값으로 디자이너 브랜드를 구입하고 있다. 이것은 그 상표에 대한 사회적 인식이 가격 차이보다 더 중요시되기 때문이다.

또 하나의 요인은 기득권과의 양립 가능성이다. 타이핑한 문서라면 거의 다 그렇듯이 이 글도 역시 '쿼티(QWERTY) 자판(윗줄 왼쪽의 여섯 글자를 따서 붙인 이름)'으로 타이핑한 것이다. 지금 생각하면 믿기 어려운 일이지만 이 같은 자판 배열은 1873년에 공학(工學)의 흐름을 거슬러 태어났다. 즉, 온갖 수단을 다 발휘하여 타이핑 속도를 최대한 늦추도록 고안된 것이다. 이를테면 가장 많이 쓰이는 글자들을 자판의 각 줄에 두루 흩어 놓았고 주로 왼쪽으로 몰아 놓았다(이렇게 되면 오른손잡이들이 서투른 왼손을 쓸 수밖에 없다). 이렇게 일견 비생산적인 듯한 자판을 설계한 이유는, 1873년 당시의 타자기는 인접한 글자들을 연달아 빠르게 치면 글쇠들이 엉켜 버렸으므로 제조업자들이 타자수들의 타이핑 속도를 늦춰야 했기 때문이었다. 그러다가 타자기가 개선되어 이 엉키는 문제가 해결되었다.

1932년에 능률적으로 다시 배열된 자판을 시험해 본 결과 타이핑 속도는 두 배나 빨라지고 타이핑에 드는 힘은 95%나 감소되었다. 그러나 그때는 이미 쿼티 자판이 확고하게 자리를 잡은 뒤였다. 그 동안 쿼티 자판을 사용하던 수억의 타자수, 타자 교사, 타자기와 컴퓨터의 제조업자 및 판매원 등의 기득권 때문에 그로부터 70년이 넘는 지금까지도 자판의 능률을 추구하는 움직임들은 계속 좌절당하고 있는 것이다.

쿼티 자판에 대한 이야기는 우스꽝스러울지도 모르지만, 비슷한 경우이면서도 경제적으로 훨씬 더 심각한 결과가 빚어지는 일도 많았다. 가령 트랜지스터는 원래 미국에서 발명되고 특허까지 받았다. 그런데 어째서 지금은 일본과 미국의 교역에서 미국이 큰 적자를 볼 정도로 트랜지스터화된 전자 제품의 세계 시장을 일본이 장악하고 있을까? 왜냐하면 그 당시 미국의 전자 소비자 제품 업계는 한창 진공관 모델을 양산하고 있었으므로 자신들이 만든 제품과 경쟁하는 것을 꺼렸고 그때 소니 사(社)가 웨스틴일렉트릭 사(社)로부터의 제조 허가를 사들였기 때문이다. 미국과 독일의 도시들이 도로의 조명을 전기로 바꾼 지 한참이 지난 후에도 왜 영국의 도시들은 1920년대까지 가스를 사용하고 있었을까? 왜냐하면 영국의 각 시 당국이 가스 조명에 이미 막대한 돈을 투자해서 그것과 경쟁하는 전기 조명 회사들을 규제했기 때문이다.

신기술 수용에 영향을 미치는 요인으로 고려해야 할 마지막 요소는 그 기술의 이점을 얼마나 쉽게 확인할 수 있느냐 하는 난이도의 문제다. 유럽의 대부분 지역에 아직 총포류가 들어오지 않았던 1340년, 영국의 더비 백작과 솔즈베리 백작은 스페인에서 우연히 타리파 전투를 목격하게 되었다. 그 전투에서는 아랍 사람들이 스페인 사람들에게 대포를 사용했다. 두 백작은 그 광경에서 깊은 인상을 받고 영국군에게도 대포를 소개했다. 영국군은 열광적으로 그 대포를 받아들였고 그로부터 6년 후인 크레시 전투에서 이미 프랑스 병사들에게 썩먹기 시작했다.

②

각 고을의 여러 창고에는 모두 예로부터 내려오는 관례가 있으니, 이를 하여 절목(節目)이라 한다. 처음 절목을 정할 때에도 잘되지 못한 점이 많았는데, 뒤에 온 수령들이 마음대로 더하고 빼고 고치면서 모두 사사로운 생각에 자기에게만 이롭고 백성들을 착취하게 만들었으니, 거칠고 잡되고 구차하고 고루하여 그대로 시행할 수가 없다. 이를 핑계로 그 절목을 폐지하고 임의로 새로운 영(令)을 시행하니, 무릇 백성을 착취하는 절목은 해마다 불어나고 달마다 늘어나기 마련이다. 백성들이 편히 살 수 없는 것은 주로 이 때문이다.

내가 우연히 몇 고을의 절목을 얻어서 보니, 그중에 과도하거나 허위로 만들어진 명목이 셀 수 없이 많았다. 연회 때 쓰는 포장과 자리를 만드는 비용 300냥은 필시 다 소용되지 않을 것이요, 관리가 행차할 때 타는 두 필 말이 끄는 가마 비용 200냥도 필시 다 소용되지 않을 것이요, 관의 말을 민간에 위탁하여 사육하는 비용 150냥도 필시 다 소용되지 않을 것이요, 문서 수발을 맡은 아전에게 주는 각가(脚價; 발품 값) 1천 200냥도 필시 다 소용되지 않을 것이다. 이런 조목들은 손꼽을 수 없을 정도로 많다. 이전에 탐관이 있어 한번

함부로 징수하면, 이후의 수령들은 이를 전례로 핑계 대고 다시 삭제하지 않아 이 지경에 이른 것이다. 그중에 아전의 주머니로 들어가는 것은 아전이 탐관을 만나 은밀히 뇌물로 피어 영구한 이익으로 삼은 것이니, 가령 각가가 1천 200냥이 되는 따위가 그것이다. 감영에 올리는 문서보고가 아무리 자주 있다 하더라도 한 달에 사람을 보내는 횟수는 불과 대여섯 번뿐이다. 그리고 어떻게 매달 꼭 100냥씩이 들어간단 말인가? 애초에 각가를 증액시킬 때 뇌물을 바쳤음이 분명하다.

그러므로 수령으로 취임한 지 몇 달이 지났거든 여러 창고의 절목들을 조목조목 조사하고 물어 그 이롭고 해로움을 알아내어, 그중에서 사리에 맞는 것은 표시하여 드러내고, 사리에 어긋나는 것은 고쳐야 한다. 물건 값이 예전에는 싼으나 이제 와서 오른 것은 의논하여 값을 올려주고, 예전에는 비쌌으나 이제 와서 내린 것은 그대로 후하게 해주며, 민호(民戶)가 예전에는 번성했으나 이제 와서 쇠잔해진 경우에는 의논하여 그 부담을 덜어주며, 예전에는 적었으나 이제는 많아진 경우에는 옮겨서 고르게 해야 한다. 사리에 맞지 않으면서 수령만 이롭게 하는 것은 고쳐 없애고, 법에 없는데도 여러 가지로 거두는 것은 한도를 정해야 한다. 정밀히 생각하고 살피며 널리 물어서 용단을 내리되, 뒷날의 폐단을 고려해서 막아버리고, 못사람의 뜻을 좇아 법을 확고하게 세우고 공평하게 지키면, 명령을 내리고 시행하는데 전혀 부끄러움이 없을 것이다. 내가 떠나간 후에 뒷사람이 지키는지 여부는 비록 알 수 없지만, 내가 재임하는 동안에는 살피서 행하는 것이 옳지 않겠는가?

③

(가) 10명의 시민들로 구성된 사회가 있고, 각 시민들에게는 {1, 2, ..., 9, 10}의 번호가 부여되어 있다. 시민들은 스마트 폰의 메신저 앱을 사용하여 대화하기를 좋아한다. 시중에는 A와 B 두 종류의 메신저 앱이 있고, 시민들은 이 중 하나를 골라 사용한다. 메신저 앱을 통한 대화는 동일한 앱을 사용하는 시민들 사이에서만 가능하다.

시민 x는 A를 사용할 때와 B를 사용할 때 다른 수준의 만족감을 느끼는데, 그 만족감은 다음의 식과 같다.

$$A를 사용할 때 만족감 = 2x$$

$$B를 사용할 때 만족감 = 10-x$$

단, $x=1,2, \dots, 10$ 이다.

예컨대, 시민 1이 A를 사용할 때 만족감은 2고, B를 사용할 때 만족감은 9다.

(나) (가)에서 설명한 사용자의 만족감에 더하여 같은 앱을 사용하는 시민의 수가 많을 수록 앱 사용으로부터 추가적인 편익이 발생한다. 만약, A의 사용자 수가 n이라면, A를 사용할 때 시민 x가 얻는 총편익은 $2x+n$ 이고 B를 사용할 때 시민 x가 얻는 총편익은 $10-x+(10-n)$ 이다.

(다) 기술적인 문제로 인해 메신저 앱 B가 사라지고 모든 시민이 A를 사용하고 있다. 기술 혁신으로 사용자의 만족감이 개선된 메신저 앱 C가 출시되었다. 시민 x 가 C를 사용할 때의 만족감은 $2x+5$ 이다.

I. ①과 ②를 활용하여 사회발전에 관해 논술하시오. (75점)

II. ③에 관한 다음의 질문들에 대해 근거를 제시하여 답하시오. (25점)

1. 만약 시민들이 (가)에 나타난 사용 만족감만을 고려하여 메신저 앱 서비스를 고른다면, 몇 명의 시민들이 A를 쓸 것인가?
2. 이제 시민들은 (나)에서처럼 총편익을 고려하여 그들이 사용할 앱을 고른다. 각 앱의 사용자가 위 1에서 구해진 결과와 같을 때 현재 사용하는 앱을 다른 앱으로 교체하고자 하는 시민이 있겠는가? (단 시민들이 앱을 선택할 때 고려하는 앱의 사용자 수는 자신의 선택에 의해 영향 받지 않는 기존의 사용자 수이다.) 이 경우 10명의 시민 모두가 A를 사용하는 것이 가능한가?
3. 모두가 C를 사용하는 것이 모두가 A를 사용하는 것보다 시민의 총편익을 더 크게 한다는 것을 보이시오. 그럼에도 (다)의 상황에서는 A에서 C로 전환할 시민이 없다는 것을 보이시오. 이러한 결과를 간략히 해석하시오.

※ 유의 사항

1. 답안에 자신을 드러내는 표현을 하지 말 것.
2. 답안에 제목을 달지 말 것.
3. 제시된 글에서 그대로 옮겨 적지 말 것.
4. 분량은 띄어쓰기를 포함하여 I은 1,000자(±50자)로 하고, II는 자수에 제한 없이 쓰되 답안지의 테두리선을 벗어나지 말 것.

논술 (인문계 B)

아래의 글을 읽고 논제에 답하시오.

①

발명가가 어떤 새로운 기술의 용도를 발견하면 그 다음 단계는 사회가 그 기술을 채택하고 설득하는 일이다. 단순히 어떤 일을 하는 데 더욱 광범위하고 빠르고 강력한 수단이라고 해서 당장 받아들여지는 것은 아니다. 그러한 기술 중에서도 끝까지 채택되지 못하거나 오랫동안 저항을 겪은 후 간신히 채택된 기술이 무수히 많다. 가장 악명 높은 예를 찾는다면 1971년 미 의회가 초음속 운송 수단 개발을 위한 자금 지원을 거부한 일, 능률적으로 설계된 타자기 자판을 전 세계가 계속 거부하고 있는 일, 그리고 영국이 오랫동안 전기 조명을 채택하지 않았던 일 등을 들 수 있다. 그렇다면 한 사회로 하여금 어떤 발명품을 수용하게 만드는 것은 무엇일까? 우선 어떤 한 사회 안에서 여러 가지 발명품에 대한 수용성은 어떻게 달라지는지 비교해 보자. 발명품의 수용에 영향을 미치는 요인은 적어도 네 가지가 있다.

첫 번째로 가장 명백한 요인은 기존의 기술과 비교되는 상대적인 경제적 이점이다. 바퀴는 근대 산업 사회에서는 매우 유용하지만 다른 사회에서는 꼭 그렇지도 않았다. 고대 멕시코 원주민들은 바퀴 달린 탈것을 발명했지만 그것의 용도는 운송이 아니라 장난감이었다. 물론 지금의 우리들로서는 믿기 어려운 일이지만 사실 고대 멕시코 사람들에게는 바퀴 달린 탈것을 끌게 할 만한 가축이 없었으므로 그것은 짐꾼보다 나을 것이 하나도 없는 물건이었던 것이다.

두 번째로 고려해야 할 것은 사회적 가치관 및 위신의 문제이다. 이것은 경제적 이익이나 불이익의 문제에 우선할 수도 있다. 가령 일반 청바지도 똑같이 튼튼하지만 오늘날 수백만 명이 그 두 배 값으로 디자이너 브랜드를 구입하고 있다. 이것은 그 상표에 대한 사회적 인식이 가격 차이보다 더 중요시되기 때문이다.

또 하나의 요인은 기득권과의 양립 가능성이다. 타이핑한 문서라면 거의 다 그렇듯이 이 글도 역시 '쿼티(QWERTY) 자판(윗줄 왼쪽의 여섯 글자를 따서 붙인 이름)'으로 타이핑한 것이다. 지금 생각하면 믿기 어려운 일이지만 이 같은 자판 배열은 1873년에 공학(工學)의 흐름을 거슬러 태어났다. 즉, 온갖 수단을 다 발휘하여 타이핑 속도를 최대한 늦추도록 고안된 것이다. 이를테면 가장 많이 쓰이는 글자들을 자판의 각 줄에 두루 흩어 놓았고 주로 왼쪽으로 몰아 놓았다(이렇게 되면 오른손잡이들이 서투른 왼손을 쓸 수밖에 없다). 이렇게 일견 비생산적인 듯한 자판을 설계한 이유는, 1873년 당시의 타자기는 인접한 글자들을 연달아 빠르게 치면 글쇠들이 엉켜 버렸으므로 제조업자들이 타자수들의 타이핑 속도를 늦춰야 했기 때문이었다. 그러다가 타자기가 개선되어 이 엉키는 문제가 해결되었다.

1932년에 능률적으로 다시 배열된 자판을 시험해 본 결과 타이핑 속도는 두 배나 빨라지고 타이핑에 드는 힘은 95%나 감소되었다. 그러나 그때는 이미 쿼티 자판이 확고하게 자리를 잡은 뒤였다. 그 동안 쿼티 자판을 사용하던 수억의 타자수, 타자 교사, 타자기와 컴퓨터의 제조업자 및 판매원 등의 기득권 때문에 그로부터 70년이 넘는 지금까지도 자판의 능률을 추구하는 움직임들은 계속 좌절당하고 있는 것이다.

쿼티 자판에 대한 이야기는 우스꽝스러울지도 모르지만, 비슷한 경우이면서도 경제적으로 훨씬 더 심각한 결과가 빚어지는 일도 많았다. 가령 트랜지스터는 원래 미국에서 발명되고 특허까지 받았다. 그런데 어째서 지금은 일본과 미국의 교역에서 미국이 큰 적자를 볼 정도로 트랜지스터화된 전자 제품의 세계 시장을 일본이 장악하고 있을까? 왜냐하면 그 당시 미국의 전자 소비자 제품 업체는 한창 진공관 모델을 양산하고 있었으므로 자신들이 만든 제품과 경쟁하는 것을 꺼렸고 그때 소니 사(社)가 웨스틴일렉트릭 사(社)로부터의 제조 허가를 사들였기 때문이다. 미국과 독일의 도시들이 도로의 조명을 전기로 바꾼 지 한참이 지난 후에도 왜 영국의 도시들은 1920년대까지 가스를 사용하고 있었을까? 왜냐하면 영국의 각 시 당국이 가스 조명에 이미 막대한 돈을 투자해서 그것과 경쟁하는 전기 조명 회사들을 규제했기 때문이다.

신기술 수용에 영향을 미치는 요인으로 고려해야 할 마지막 요소는 그 기술의 이점을 얼마나 쉽게 확인할 수 있느냐 하는 난이도의 문제다. 유럽의 대부분 지역에 아직 총포류가 들어오지 않았던 1340년, 영국의 더비 백작과 솔즈베리 백작은 스페인에서 우연히 타리파 전투를 목격하게 되었다. 그 전투에서는 아랍 사람들이 스페인 사람들에게 대포를 사용했다. 두 백작은 그 광경에서 깊은 인상을 받고 영국군에게도 대포를 소개했다. 영국군은 열광적으로 그 대포를 받아들였고 그로부터 6년 후인 크레시 전투에서 이미 프랑스 병사들에게 썩먹기 시작했다.

②

각 고을의 여러 창고에는 모두 예로부터 내려오는 관례가 있으니, 이를 하여 절목(節目)이라 한다. 처음 절목을 정할 때에도 잘되지 못한 점이 많았는데, 뒤에 온 수령들이 마음대로 더하고 빼고 고치면서 모두 사사로운 생각에 자기에게만 이롭고 백성들을 착취하게 만들었으니, 거칠고 잡되고 구차하고 고루하여 그대로 시행할 수가 없다. 이를 핑계로 그 절목을 폐지하고 임의로 새로운 영(令)을 시행하니, 무릇 백성을 착취하는 절목은 해마다 불어나고 달마다 늘어나기 마련이다. 백성들이 편히 살 수 없는 것은 주로 이 때문이다.

내가 우연히 몇 고을의 절목을 얻어서 보니, 그중에 과도하거나 허위로 만들어진 명목이 셀 수 없이 많았다. 연회 때 쓰는 포장과 자리를 만드는 비용 300냥은 필시 다 소용되지 않을 것이요, 관리가 행차할 때 타는 두 필 말이 끄는 가마 비용 200냥도 필시 다 소용되지 않을 것이요, 관의 말을 민간에 위탁하여 사육하는 비용 150냥도 필시 다 소용되지 않을 것이요, 문서 수발을 맡은 아전에게 주는 각가(脚價; 발품 값) 1천 200냥도 필시 다 소

용되지 않을 것이다. 이런 조목들은 손꼽을 수 없을 정도로 많다. 이전에 탐관이 있어 한번 함부로 징수하면, 이후의 수령들은 이를 전례로 핑계 대고 다시 삭제하지 않아 이 지경에 이른 것이다. 그중에 아전의 주머니로 들어가는 것은 아전이 탐관을 만나 은밀히 뇌물로 피어 영구한 이익으로 삼은 것이니, 가령 각가가 1천 200냥이 되는 따위가 그것이다. 감영에 올리는 문서보고가 아무리 자주 있다 하더라도 한 달에 사람을 보내는 횟수는 불과 대여섯 번뿐이다. 그리고 어떻게 매달 꼭 100냥씩이 들어간단 말인가? 애초에 각가를 증액시킬 때 뇌물을 바쳤음이 분명하다.

그러므로 수령으로 취임한 지 몇 달이 지났거든 여러 창고의 절목들을 조목조목 조사하고 물어 그 이롭고 해로움을 알아내어, 그중에서 사리에 맞는 것은 표시하여 드러내고, 사리에 어긋나는 것은 고쳐야 한다. 물건 값이 예전에는 싼으나 이제 와서 오른 것은 의논하여 값을 올려주고, 예전에는 비쌌으나 이제 와서 내린 것은 그대로 후하게 해주며, 민호(民戶)가 예전에는 번성했으나 이제 와서 쇠잔해진 경우에는 의논하여 그 부담을 덜어주며, 예전에는 적었으나 이제는 많아진 경우에는 옮겨서 고르게 해야 한다. 사리에 맞지 않으면서 수령만 이롭게 하는 것은 고쳐 없애고, 법에 없는데도 여러 가지로 거두는 것은 한도를 정해야 한다. 정밀히 생각하고 살피며 널리 물어서 용단을 내리되, 뒷날의 폐단을 고려해서 막아버리고, 못사람의 뜻을 좇아 법을 확고하게 세우고 공평하게 지키면, 명령을 내리고 시행하는데 전혀 부끄러움이 없을 것이다. 내가 떠나간 후에 뒷사람이 지키는지 여부는 비록 알 수 없지만, 내가 재임하는 동안에는 살피서 행하는 것이 옳지 않겠는가?

③

(가) 10명의 시민들로 구성된 사회가 있고, 각 시민들에게는 {1, 2, ..., 9, 10}의 번호가 부여되어 있다. 시민들은 스마트 폰의 메신저 앱을 사용하여 대화하기를 좋아한다. 시중에는 A와 B 두 종류의 메신저 앱이 있고, 시민들은 이 중 하나를 골라 사용한다. 메신저 앱을 통한 대화는 동일한 앱을 사용하는 시민들 사이에서만 가능하다.

시민 x는 A를 사용할 때와 B를 사용할 때 다른 수준의 만족감을 느끼는 데, 그 만족감은 다음의 식과 같다.

$$\begin{aligned}
 &A\text{를 사용할 때 만족감} = 2x \\
 &B\text{를 사용할 때 만족감} = 10-x \\
 &\text{단, } x=1,2, \dots, 10\text{이다.}
 \end{aligned}$$

예컨대, 시민 1이 A를 사용할 때 만족감은 2고, B를 사용할 때 만족감은 9다.

(나) (가)에서 설명한 사용자의 만족감에 더하여 같은 앱을 사용하는 시민의 수가 많을 수록 앱 사용으로부터 추가적인 편익이 발생한다. 만약, A의 사용자 수가 n이라면, A를 사용할 때 시민 x가 얻는 총편익은 $2x+n$ 이고 B를 사용할 때 시민 x가 얻는 총편익은 $10-x+(10-n)$ 이다.

(다) 기술적인 문제로 인해 메신저 앱 B가 사라지고 모든 시민이 A를 사용하고 있다. 기술 혁신으로 사용자의 만족감이 개선된 메신저 앱 C가 출시되었다. 시민 x 가 C를 사용할 때의 만족감은 $2x+5$ 이다.

I. ①과 ②를 활용하여 ‘관행과 사회변화’에 관해 논술하시오. (75점)

II. ③에 관한 다음의 질문들에 대해 근거를 제시하여 답하시오. (25점)

1. 만약 시민들이 (가)에 나타난 사용 만족감만을 고려하여 메신저 앱 서비스를 고른다면, 몇 명의 시민들이 A를 쓸 것인가?
2. 이제 시민들은 (나)에서처럼 총편익을 고려하여 그들이 사용할 앱을 고른다. 각 앱의 사용자가 위 1에서 구해진 결과와 같을 때 현재 사용하는 앱을 다른 앱으로 교체하고자 하는 시민이 있겠는가? (단 시민들이 앱을 선택할 때 고려하는 앱의 사용자 수는 자신의 선택에 의해 영향 받지 않는 기존의 사용자 수이다.) 이 경우 10명의 시민 모두가 A를 사용하는 것이 가능한가?
3. 모두가 C를 사용하는 것이 모두가 A를 사용하는 것보다 시민의 총편익을 더 크게 한다는 것을 보이시오. 그럼에도 (다)의 상황에서는 A에서 C로 전환할 시민이 없다는 것을 보이시오. 이러한 결과를 간략히 해석하시오.

※ 유의 사항

1. 답안에 자신을 드러내는 표현을 하지 말 것.
2. 답안에 제목을 달지 말 것.
3. 제시된 글에서 그대로 옮겨 적지 말 것.
4. 분량은 띄어쓰기를 포함하여 I은 1,000자(±50자)로 하고, II는 자수에 제한 없이 쓰되 답안지의 테두리선을 벗어나지 말 것.

I. 출제 의도와 문제 해설 (인문계)

1. 2015학년도 논술고사 출제의 기본방향

2007학년도 입시부터 시작한 ‘통합형 논술’을 통해 고려대학교 논술고사는 다음과 같은 일반적인 목표를 추구하였다.

첫째, 수험생들이 고려대학교에 입학한 후 본교의 교육과정을 얼마나 잘 수행할 수 있는가를 평가한다. 본교는 대학 교육과정에 기본적으로 필요한 수학능력 중 논술고사를 통해 평가하고자 하는 능력을 다음과 같이 설정하였다.

- ① 주어진 글을 분석하고 이해하는 능력
- ② 자신의 견해를 논리적이고 설득력 있게 표현하는 능력
- ③ 단편적인 지식을 종합하여 새로운 관점으로 발전시키는 능력
- ④ 인간 및 사회 현상을 분석하기 위한 기초적인 수리적 사고 능력

둘째, 고등학교 내신 성적 및 수능시험 성적을 보완하고 보정하기 위해 노력한다. 내신 성적의 학교별 격차와 수능시험 성적의 변별력 문제는 부인할 수 없는 현실이다. 또 내신 성적이나 수능시험을 통해 평가할 수 없거나 정확히 평가되지 않는 수학능력이 있을 수 있다. 고려대학교의 논술고사는 이런 현실 상황에 대한 보완과 보정의 역할을 한다.

2015학년도 고려대학교 논술고사는 이런 일반적인 목표를 추구한다는 점에서 이전의 논술고사와 다를 바 없다. 그러나 2015학년도 논술고사는 상기한 수학능력 중 ①~③의 능력을 평가하는 ‘언어논술’ 부분에서 중점적으로 평가하려는 요소에 약간의 변화를 피하려 한다.

지난 몇 해 동안의 고려대학교 논술고사의 ‘언어논술’ 부분은 서로 유기적으로 빈틈없이 짜여진 3~4개의 글을 수험생에게 제시하고 이것들 간의 논리적 연관 관계를 파악하는 수험생의 능력을 평가하는 데 초점을 맞추었다. 수험생들은 주어진 글의 내용을 정확히 이해하고, 주어진 글들 간의 관계를 출제자가 의도한대로 정확히 파악한 후, 주어진 문제에 따라 자신의 글을 작성하도록 요구받았다. 다시 말하면, 이전의 고려대학교 논술고사는 상기한 대학 수학능력 중 ①과 ②의 능력을 중점적으로 평가하고 ③의 능력에 대해서는 상대적으로 적은 강조점을 두었다.

2015학년도 논술고사는 이전에 비해 ③의 능력에 대한 평가에 더 중점을 두는 형식을 취할 것이다. 그렇다고 ①과 ②의 능력에 대한 평가를 도외시하는 것은 아니다. 오히려 ③의 능력은 ①과 ②의 능력에 기초하여 발현될 때 더욱 설득력이 있을 것이기 때문이다.

다음과 같은 비유가 중점 평가요소의 변화에 대한 이해를 도울 것이다. 이전의 고려대학교 논술고사는 요리사들이 정성껏 만든 서너 가지의 요리를 상에 차려 수험생들에게 보여주고 다음과 같은 명시적인 혹은 암묵적인 질문에 대한 수험생의 답을 평가하려 하였다.

- 각 요리에 들어간 재료들은 무엇인가?
- 재료들이 어떤 비율로 배합되었는가?
- 각 재료들이 상에 차려진 전체 요리에서 담당하는 맛은 어떤 것인가?
- 각 재료들이 다른 재료들에 끼치는 영향은 어떤 것인가?
- 상에 차려진 전체 요리는 과연 어떤 것인가?
- 그 요리에 대해 수험생은 어떤 평을 내리고 있는가?

2015학년도 논술고사는 이 과정의 역(逆)이라 할 수 있다. 이미 만들어진 요리 대신 수험생은 요리를 만들기 위한 여러 재료들을 제공받는다. 수험생은 이 재료들을 이용하여 자신만의 요리를 만들고, 평가자는 그 요리의 맛을 평가한다. 다시 말하면, 2015학년도 논술고사의 출제진은 다음과 같은 평가요소들을 염두에 두고 논술 문제를 구성할 것이다.

- 제공된 재료들의 성격을 정확히 알고 있는가?
- 제공된 재료들 중 어떤 것을 사용하였는가?
- 선택한 재료들을 어떤 비율로 배합하였는가?
- 요리를 어떤 식으로 상에 차려 내놓았는가?
- 요리가 남의 것과 다른 독창적인 맛이 있는가?
- 요리가 정말 맛있는가?
- 미리 마련해 놓은 식탁에 어울리는 요리를 만들었는가?

고려대학교는 2014년 5월 10일 모의논술을 실시하여 이렇게 변화된 중점 평가요소를 수험생들에 알리려 노력하였다. 그러나 후술될 모의 논술고사 답안에 대한 평가에서 보듯이, 대부분의 수험생들이 아직도 이전 몇 해 동안의 논술고사 평가 방향에 맞춰 논술하는 과오를 범하였다. 본 논술고사 자료집이 2015학년도 고려대학교 논술고사에 반영될 변화를 이해하는 데 많은 도움이 되길 바란다.

고려대학교 논술고사의 가장 두드러진 특징은 ‘수리논술’ 부분이다. 여기서 강조되어야 할 사항은 ‘수리논술’ 부분이 평가하고자 하는 것이 수험생의 수학(數學) 실력이 아니라는 것이다. ‘수리논술’을 위해 수험생이 필요로 하는 수학 과목 실력은 고등학교 과정에서 다루는 가장 기본적인 계산 능력을 넘지 않는다. ‘수리논술’의 목적은 인간 및 사회 현상을 수리적(양적)으로 분석하는 글을 이해하는 능력, 그리고 그 이해를 바탕으로 자신의 생각을 질문에 맞추어 수리적으로 표현할 수 있는 능력을 평가하는 것이다. 여기에는 수학 과목 실력보다는 현상을 논리적으로 이해하고 그것을 수학적(양적) 관계를 통해 표현하는 능력이 더 중요하다. ‘통합형 논술’의 취지에 따라, ‘수리논술’ 부분은 ‘언어논술’ 부분에서 다루는 주제와 밀접하게 혹은 느슨하게나마 연결된 주제를 다루는 내용으로 구성된다.

2. 주제 및 제시문 해설

2015학년도 모의 논술고사는 ‘사회발전’ 혹은 ‘관행과 사회변화’라는 큰 주제 하에 느슨하게 연결된 두 개의 제시문, 주제와 연관된 내용을 수리적으로 분석하기 위한 ‘모형’, 그리고 두 개의 큰 논제로 구성되었다.

글 ①은 새로운 기술의 사회적 수용에 영향을 미치는 주요 요인 네 가지를 지적하고 사례를 들어 그 의미를 설명한다. 그 네 가지 요인이란 경제적 이점, 사회적 가치관, 기득권과의 양립 가능성, 기술 이해의 난이도를 일컫는다. 새로운 기술은 우선 경제적으로 그 유용성이 입증되어야 사회에 수용될 수 있다. 그러나 새로운 기술을 대하는 사회적인 가치관도 경제적인 면 못지않게 중요하다. 브랜드의 가치가 상품의 유용성과 그다지 관련이 없는 경우가 이에 해당하는 사례이다. 새로운 기술은 기득권의 저항을 만날 때 사회에 도입되지 못하기도 한다. 쿼티 자판이 그보다 훨씬 효율적인 자판 배열 방식의 도입을 막은 경우나 트랜지스터가 그 소자의 개발국인 미국이 아닌 일본의 회사에서 사용된 사례가 이에 해당한다. 새로운 기술의 수용은 그 기술의 유용성에 대한 이해의 난이도에 따라 좌우되기도 한다.

새로운 기술은 사회발전의 주요 동력이다. 그러나 유용한 기술이라고 하여 곧바로 사회발전의 견인차 노릇을 하는 것은 아니다. 기술 자체의 우수성 못지않게 사회적 조건도 기술의 수용에 지대한 영향을 미친다. 경우

에 따라서는 기술 자체보다 사회적 조건이 더 큰 위력을 발휘하기도 한다. 이 글은 수험생들이 기술발전과 사회발전을 등치시키는 단순한 사고에서 탈피하여 사회발전에 대해 입체적인 사유를 전개하도록 하기 위해 선정되었다. 제레드 다이아몬드의 『총, 균, 쇠』가 이 글의 출전이다.

글 ②는 조선후기의 대표적인 실학자인 다산 정약용의 『목민심서』 가운데에서 발췌하여 논제의 취지에 부합하게 가감한 것이다. 주지하다시피 『목민심서』라는 책은 고을을 다스리는 수령이 반드시 지켜야 할 지방 행정의 지침서라고 할 수 있는데, 수령의 ‘부임’에서부터 직무가 끝나 면직이 되는 ‘해관(解官)’에 이르기까지 모두 12편으로 구성되어 있다. 이 글은 그 가운데 제3편인 ‘봉공(奉公)’에서 발췌하였다. 주요 논지는 공적 재원인 절목(節目)의 폐해와 개선 방안이다.

글 ②는 세 개의 단락으로 구성되어 있다. 첫 번째 단락에서는 각 고을의 공공 재원을 관리하는 창고에서 일종의 지출 항목으로 설정한 절목의 폐해를 지적한다. 이 공공의 재정은 고을 백성들의 세금으로 충당되는데, 수령이 그 절목을 사사롭게 설정하거나 해마다 늘려나가기 때문에 백성들은 부당한 착취에 시달리고 나날이 피폐해져 간다는 것이다. 이처럼 제도적으로 잘못된 관행이 애민정치를 표방하는 유교적 정치원리의 근간을 흔들고 사회모순을 증대시키는 조선후기의 위기적 현실을 정약용은 날카롭게 지적하고 있다.

두 번째 단락은 비합리적인 절목에 대한 예시 단락이다. 여러 가지의 예시를 통해 정약용이 파악한 절목의 문제점은 대략 세 가지로 나눌 수 있다. 하나는 실제의 지출 비용보다 과도하게 책정되거나 또는 허위로 만들어진 조목들이다. 둘째는 한번 설정된 조목들은 관례로 굳어져 폐기되지 않기 때문에 백성들의 부담이 가중될 수밖에 없다는 점이다. 셋째는 이러한 조목의 설정과 유지에는 탐욕한 수령과 간교한 아전이 결탁하여 사적인 이익을 취하고자 하는 동기가 개입되어 있다는 사실이다.

세 번째 단락은 잘못된 절목에 대한 개선 방안의 제시이다. 공공의 재정은 그 지출이 공적인 사안에 국한되어야 하고, 재원을 확보하는 과정에서 백성들에게 형평성 있게 분담되어야 한다. 그래서 절목들을 전면적으로 재조사하여 사리에 맞지 않는 것은 폐기하거나 고치고, 사용 물품들에 대해서는 합당한 가격기준을 제시하며, 재정 부담 또한 백성들이 고루 분담할 수 있도록 재조정해야 한다는 것이 개선의 방안들이다.

이 글에서 볼 수 있듯이 정약용은 국가기강의 이완을 틈타 당대의 지방행정에서 자행되고 있는 착취와 수탈의 부조리한 관행들을 개선하고, 백성을 위한 참다운 정책 실현의 방안을 실사구시적 차원에서 제시한다. 이는 목민심서의 일관된 문제의식이기도 하다.

글 ③은 기존 기술에 비해 더 효율적인 기술이 출현하더라도 많은 사람들이 비효율적인 기존 기술을 여전히 사용할 가능성을 수치적 예를 통해 보여주는 ‘모형’이다. 시민들은 메신저 앱을 사용할 때 두 가지 사항을 고려한다. 하나는 앱 자체의 사용자 편의성이 주는 만족감이고, 다른 하나는 앱을 통하여 통신할 수 있는 사람 수에 기인한 편익이다. 후자의 편익은 앱을 사용하는 사람이 많을수록 커진다. 메신저 앱이 처음 출현하고 사용자가 이를 선택하는 상황에서는 사용자 편의성이 높은 앱이 더 많이 사용되고, 사용자가 많아지면서 편익 또한 커지므로 모든 사용자가 그 앱을 사용하는 것이 가능할 수 있다. 즉, 상대적으로 더 효율적인 기술이 선택될 가능성이 크다. 그러나 일단 다수의 사용자를 가진 앱이 존재하게 되면, 편의성이 개선된 새로운 앱이 나오더라도 사람들은 새로운 앱을 사용하는 데 주저하게 된다. 왜냐하면 기존 앱의 사용자가 많아 그로 인한 편익을 포기하기 힘들기 때문이다. 이런 논리는 글 ①에서 제시된 ‘퀴티 자판’의 경우에도 비슷하게 적용될 수 있다.

3. 논제 해설

가) 논제 I

1) 출제 의도

2015학년도 모의 논술고사는 서로 성격이 다르고 느슨하게 연결되는 두 개의 글을 제시하고, 수험생들에게 이 글들을 ‘활용’하여 글들과 느슨하게 연관된 주제에 관해 자신의 생각을 논술하도록 요구하였다. 이번 모의 논술고사는 지난 몇 해 동안 실시해왔던 고려대학교 논술문제의 틀에서 벗어나고자 했다는 점이 그 특징이라고 할 수 있다. 그동안 고려대 논술문제는 제시된 글들 간의 논리적 관계와 공통주제에 초점을 맞추어, 학생들의 독해력과 논리력을 측정하는 데 주력해왔다. 예컨대 2014학년도 논술문제의 경우 다음과 같은 형태로 출제되었다.

①의 세 의견을 활용하여 ②와 ③을 설명하고, 그 세 의견 각각의 장단점에 주목하여 평등에 대한 자신의 생각을 논술하시오. (2014학년도 논술고사 A형)

그러나 지난 몇 해 동안 진행되어온 논술고사 출제와 채점을 통해, 논술의 중점적인 평가요소가 학생들의 창의적 사고를 강조하는 방향으로 전환될 필요가 있다는 의견이 지속적으로 제시되었다. 이에 따라 논술고사 출제진은 논술문제의 방향을 재설정하기로 하였고, 이번 모의 논술고사에서 어떻게 하면 학생들의 창조적인 사고와 글쓰기 능력을 측정할 수 있을지에 대해 고민하였다. 출제진의 고민을 반영한 이번 모의 논술고사는 다음과 같은 몇 가지 특징을 지닌다.

첫째, 제시문 수를 줄이고 느슨하게 관련된 비교적 긴 글들을 제시한 후, 이 글들과 느슨하게 연관된 주제에 대해 논술하도록 하였다.

둘째, 같은 제시문들을 활용하되, 논술의 주제를 ‘사회발전’(A유형) 혹은 ‘관행과 사회변화’(B유형)라고 다르게 제시하여, 학생들이 각각에 대해 어떤 식으로 글을 쓰는지 알아보려고 했다. 이 고사가 모의고사인 점을 고려하여, 논제를 조금 다르게 서술할 때 학생들이 어떻게 반응하는지를 알아보려고 했던 것이다.

A유형: ①과 ②를 활용하여 사회발전에 관해 논술하시오.

B유형: ①과 ②를 활용하여 ‘관행과 사회변화’에 관해 논술하시오.

셋째, 2014학년도 논술고사는 답안의 분량을 900(±50)자로 설정했던 반면 올해 모의 논술고사는 그것을 1,000(±50)자로 증가하였다. 답안 분량의 조정 역시 학생들이 비교적 긴 호흡으로 자유롭고 창조적으로 자신의 생각을 논술할 수 있도록 하기 위해서였다. 출제진은 이보다 더 많은 분량이 답안 작성에 적절하다고 생각했지만, 2015학년도 논술고사에 배당된 시간이 이미 공시되었기 때문에 출제진의 욕심만큼 원고 분량을 늘릴 수 없었다.

2) 평가 항목

- ㄱ) 글의 내용: 주어진 글을 단순히 요약하는 것을 넘어 그것을 ‘활용’하여 ‘사회발전’ 혹은 ‘관행과 사회변화’에 대한 자신의 견해를 진술하고 있으며, 그 견해가 창의적이고 설득력이 있는가?
- ㄴ) 글의 구성과 표현: 글이 전체적으로 매끄럽게 구성되어 있는가?
- ㄷ) 글의 형식: 맞춤법, 띄어쓰기, 원고지 사용법 등이 적절한가?

ㄱ) 글의 내용:

- (i) 글 ①에서 발견할 수 있는 기술발전에 대한 다양한 견해들이 적절하게 고려되어야 한다. 예를 들어,
- 여러 가지 요인 때문에 기술의 발전과 그 채택은 쉽게 달성되지 않는다.
 - 기술의 발전에 방해가 되는 요인으로서는 경제적 요인, 기득권의 저항, 그리고 사회 전체의 수용성 여부 등이 있다.
 - 기술발전은 점진적인 과정을 거친다.
 - 기술발전의 어려움은 관행 혁파의 어려움을 예증한다.
 - 현재 통용되고 있는 관행은 지금의 시점에서는 혁파의 대상이기는 하나 그것은 그 시발점에서는 하나의 새로운 양상이었다.
- (ii) 글 ②에서 발견할 수 있는 사회발전에 영향을 미치는 요인들이 적절하게 고려되어야 한다. 예를 들어,
- 특정한 제도를 운용하는 데에는 장(長)의 결단과 도덕성이 중요하다.
 - 기득권에 의해 유지되어 온 관행을 혁파해야 할 경우가 있다.
 - 관행의 혁파는 종종 급진적인 형태를 띤다.
 - 관행의 혁파를 고려함에 있어 특정 집단뿐만 아니라 사회 전체에 대한 영향을 두루 살피는 안목이 필요하다.
 - 관행은 무조건 혁파의 대상이 아니라 상황에 따른 판단 또한 중요하다.
- (iii) 수험생은 주어진 글들을 ‘활용’하여 글을 써야한다. 여기서 글의 ‘활용’은 주어진 글의 단순한 요약이나 글에 나타난 내용의 적당한 배합을 뜻하지 않는다. 수험생은 주어진 글에서 발견하는 여러 내용들을 자신의 창의적인 사고에 맞춰 적절히 취사선택한 후 그것에 기초하지만 그것을 뛰어넘는 방식으로 글을 쓸 때 좋은 평가를 받을 수 있다.
- 따라서, 주어진 글들을 ‘활용’하여 ‘사회발전’ 혹은 ‘관행과 사회변화’에 대한 자신의 견해를 밝히려는 요구에 대해 수험생의 글은 다양한 내용과 형태로 나타날 수 있다. 유형 A에서는 ‘사회발전’이라는 상당히 개방적인 주제를 제시하여 수험생들의 창의적인 사고를 자극하려 하였다. 유형 B에서는 유형 A보다 상대적으로 글 내용의 폭을 제한하는 주제를 제시하지만, ‘관행’과 ‘사회변화’ 간의 관계를 어떻게 바라보는가에 따라 다양한 논의 전개가 가능하다. 예를 들어 다음과 같은 내용을 담아 논의를 전개할 수 있을 것이다.
- 관행은 반드시 사회변화의 장애물로 인식되어야 하는가? (관행을 유지하면서 사회를 변화시키는 것은 불가능한가? 또는 관행의 혁파 없는 사회발전은 불가능한가?)
 - 사회변화는 기존 관행의 혁파를 중심으로 하는 사회의 개혁을 반드시 수반해야 하는가?
 - 기존의 관행을 그대로 유지하는 것과 그것의 급진적인 혁파 사이의 어떤 중간 형태는 사회변화라고 할 수 없는가?
 - 사회변화에 있어 사적인 기득권의 포기과 공공성의 강화는 반드시 필요한 것인가?
- (iv) 다음과 같은 내용이 주를 이루는 답안은 좋은 답안이 아니다.
- 특정한 논제를 중심으로 논술하지 않고 제시문의 내용을 단순하게 요약하는 경우.
 - 제시문의 요약 자체에 문제가 있는 경우(즉, 제시문의 내용을 잘못 이해한 경우).
 - 특정한 논제를 제시하더라도 제시된 논제가 논점을 벗어나는 경우.
 - 자신의 논제에 대해 독창적인 논거들을 제시하더라도, 그것들이 제시문과 지나치게 동떨어져 있는 경우.
 - 두 개의 제시문을 단순 비교하거나, 어느 하나를 기준삼아 다른 하나를 해석 및 분석하는 경우(즉, 무조건적으로 고려대학교의 기존 논술 형식을 따른 경우).

ㄴ) 글의 구성

- (i) 자신의 견해를 밝히는 성격의 글임을 고려할 때, 글이 전체적으로 논리적이고 설득력이 있는가?
(ii) 논술문의 기본 구성인 서론, 본론, 결론의 형식을 잘 따르고 있는가?
(iii) 문장이 유려하며, 수준 높은 어휘를 사용하고, 다양하고 풍부하게 자신의 생각을 표현하는가?

ㄷ) 글의 형식

- (i) 맞춤법과 띄어쓰기를 준수하였는가?

- (ii) 비문을 쓰지 않았는가?
 (iii) 원고지 사용법을 준수하였는가?

나) 논제 II

1) 출제 의도

글 ①의 '쿼티 자판'의 경우는 기존 기술에 비해 더 효율적인 기술이 출현하더라도 많은 사람들이 비효율적인 기존 기술을 여전히 사용하는 경우의 예이다. 글 ③은 이런 경우를 수학적 관계를 통해 분석하는 '모형'이다. 논제 II는 이런 수리적 모형을 이해하는 능력과 수치적으로 얻은 결과를 '인문학-사회과학적'으로 해석하는 능력을 평가한다.

2) 평가 항목

1. A를 사용할 때의 만족감이 B를 사용할 때보다 크면, A를 사용한다. 즉, $2x > 10 - x$ 또는 $x > 10/3$ 인 시민이 A를 사용한다. (표를 통하여 비교하여도 됨) 이를 만족하는 시민은 4, 5, ..., 9, 10이므로 모두 7명이다.

2. 시민 3을 고려해 보자. 그가 앱 B를 사용할 때 얻는 편익은 만족감 $10 - 3 = 7$ 과 사용자 수로부터 얻는 편익 3을 더한 10이다. 만약 그가 앱 A를 사용한다면 편익은 $2 \times 3 = 6$ 과 7을 더한 13이다. 따라서 그는 앱 A로 교체할 용의가 있다.

이제 10명 모두가 A를 사용한다고 가정해 보자. 만족감만을 고려하면 B를 사용할 용의가 가장 큰 사용자는 시민 1이다. 이때 시민 1이 A를 사용하는 경우 총편익은 $2 \times 1 + 10 = 12$ 이고, B를 사용할 경우 총편익은 $10 - 1 + 0 = 9$ 이다. 따라서 아무도 B로 교체할 용의가 없으므로 모두가 A를 사용하는 것이 가능하다. (시민 3이 전환하여 $n = 8$ 이 되고, 이후 시민 2가 전환하여 $n = 9$ 가 되며, 결국 시민 1도 전환한다는 식의 설명도 가능하다.)

3. 모두가 C를 사용하면 시민 x 의 편익은 $2x + 5 + 10$ 이고 모두가 A를 사용할 때의 편익은 $2x + 10$ 이므로, 시민 모두가 C를 사용할 때의 편익이 더 크다. 만약 모두가 A를 사용하고 있다면 시민 x 의 편익은 $2x + 10$ 이고, B로 교체할 때의 편익은 $2x + 5$ 이다. (구체적인 개인의 편익에 대한 비교가 필요하다. 사용자 수에 시민의 선택을 반영해 $2x + 9$ 와 $2x + 6$ 을 비교해도 좋다.) 따라서 아무도 B로 교체할 용의가 없다.

모든 시민이 사용 만족감 면에서 B를 A보다 더 좋아함에도 불구하고, 모든 시민이 A를 사용하는 현 상황에서는 사용자 수로 인한 편익 때문에 B로 교체할 용의가 없다. 기존 사용자 수 때문에 더 나은 앱이 나와도 변화가 일어나지 못할 수 있는 것이다.

II. 논제별 답안 사례와 평가 (인문계)

1. 논제 I

가) 총평

이번 인문계 모의 논술고사 논제 I의 답안 채점을 통해 이른바 ‘고려대 논술 유형’이 수험생들의 의식 속에 하나의 고정관념으로 매우 완강하게 자리 잡고 있다는 사실을 새삼 확인할 수 있었다. 그래서 그 유형과 전혀 다른 형태의 논제가 주어졌음에도 대부분의 수험생들이 그 논제가 요구하는 바를 무시하고 종전의 유형에 따라 답안을 작성할 정도였다. 지난 몇 해에 걸쳐 고려대학교의 인문계 논술시험은 3~4개 정도로 주어지는 글의 내용을 이해하고 그것들 간의 논리적 연관 관계를 파악할 것을 수험생에게 요구하는 형태를 취했다. 그 형태의 시험은 수험생의 이해력과 논리적 구성력 등을 평가하는 데 있어서 그 나름의 장점이 있었다. 그러나 유사한 형태의 시험이 해마다 거듭됨에 따라 수험생들이 그 형태를 겨냥하는 ‘맞춤형’ 시험 준비를 하는 폐단이 나타났다. 논술시험의 기본 취지는 학생들이 정상적인 학교 교육을 통해 보편적인 차원의 언어 능력과 논리 구성력, 지식 처리 능력을 훈련할 것을 기대하는 데 있다. 그러나 수험생들이 특정한 형태에 국한하여 집중적으로 시험 준비를 하는 현상은 논술시험의 기본 취지에 반하는 것이다. 고려대학교 논술시험의 출제진은 이처럼 부정적인 현상에 대해 문제의식을 갖고 대안 마련을 위해 고민하였다. 이번 모의 논술시험은 그 고민의 소산으로서 고려대학교를 지원하는 수험생들의 비정상적인 시험 준비 방식을 바로 잡고 논술 본연의 취지에 충실하고자 하였다.

인문계 모의 논술시험 논제 I이 수험생에게 요구하는 바는 ‘주어진 주제에 대해 완성도 높은 한 편의 논술문을 작성’하는 것이다. 따라서 이 논제에 충실한 답안은 종전의 유형에 맞춘 답안과는 기본적으로 다를 수밖에 없다. 종전의 유형에서는 답안의 구성과 거기서 다룰 내용이 이미 논제에 제시되어 있었고 수험생은 그에 따라 답안을 작성하면 되었다. 그에 비해 이번 모의논술의 논제는 보편적인 의미의 ‘잘된 글’을 쓸 것을 수험생에게 요구한다. 답안이 ‘잘된 글’이 되려면 구성의 면에서 완결되어야 하며, 국어 문법의 면에서 정확한 문장들로 이루어져야 한다. 띄어쓰기와 맞춤법도 당연히 준수되어야 한다. 주어진 주제에 대한 논의의 과정은 수험생 스스로 구축해야 한다. 그 과정이 논리적으로 타당해야 하며 창의적이어야 한다. 제시문은 그 과정에서 참고 문건으로 고려되어야 한다. 제시문과 전혀 관련을 맺지 못한 채 주제에 대한 논술을 전개해서도 안 되지만, 제시문의 내용을 그대로 옮겨오거나 제시문의 논지를 추종하는 경우도 논제가 요구하는 바에 부합하지 못한다. 제시문은 수험생 스스로 구축한 논의 과정에 포섭되어야 한다. 지금까지 부연한 내용은 ‘논술하시오’라는 논제의 지시에 이미 함의되어 있다. 훌륭한 논술문은 정확한 문장으로 타당한 논리를 전개하여 논자만의 창의적인 견해를 설득력 있게 제안한다.

모의논술 답안들에 대한 채점을 통해 전술한 요구에 부응하는 답안을 찾기 어려웠다. 대부분의 답안이 논제의 지시는 도외시하고 종전의 유형에 따라 작성되었다. 다음에 언급하는 경우에 해당하는 답안은 좋은 점수를 받지 못하였다.

- ① 제시문을 요약하고 정리한다.
- ② 제시문을 주제에 맞춰서 편집한다.
- ③ 제시문 간의 논리적 연관 관계를 찾는다.
- ④ 제시문에 대한 자신의 생각을 밝힌다.
- ⑤ 제시문의 주요 문장을 그대로 옮겨 쓴다.

상기한 경우들처럼 제시문에 수렴되는 답안들은 좋은 평가를 받지 못하였다. 그에 비해 주제와 관련하여 수험생 스스로 논의를 구성하고 제시문을 주체적으로 포섭하면서 글을 작성한 경우는 좋은 평가를 받았다. 고려대학

교를 지원하는 수험생은 틀에 박힌 방식에서 벗어나 스스로 생각하고 그 생각을 스스로의 언어로 표현하는 능력을 시험을 통해 발휘할 수 있도록 노력해야 한다.

다음은 인문계 논술시험의 A, B 유형별 논제 I의 우수 답안과 부족 답안의 사례들이다. (답안의 상태를 그대로 유지하여 타자하였기 때문에 띄어쓰기와 맞춤법 등에 오류가 있을 수 있다.) 사례마다 논평이 첨부되었다. 그 논평은 해당 답안을 채점한 채점 위원이 직접 작성한 것이다.

나) 우수 답안의 사례

A형 사례 1

제시문 ①은 기술적인 측면에 주목하여 사회가 새로운 기술을 수용하도록 하는 요소를 설명하고 있고, 이와는 달리 제시문 ②는 제도적 측면에서 잘못된 제도의 문제점과 올바른 제도 수립의 필요성에 대해 이야기하고 있다.

이를 토대로 논하면, 사회발전은 기술을 개발, 수용하여 일을 능률적으로 처리하고 제도의 수립을 통해 공정한 사회를 실현시킬 때에 가능해진다. 그리고 대개 경제적으로 이익이 되거나, 개인의 사회적 위치를 상승시켜 주는 기술은 자연스럽게 수용된다. 제도 또한 정의나 공정함과 같은 뜻을 확고히 하면 올바르게 수립되어진다.

그러나 기득권층의 과도한 이익 추구는 위와 같은 기술의 수용과 제도의 수립을 방해하게 된다. 예를 들어, 제시문 ①에서의 ‘타자 자판기’와 ‘전기 조명’은 사회를 더욱 편리하게 만들어 주는 기술임에도 기득권층의 경제적 이익 생산 활동에 방해가 된다는 이유로 수용되지 못했다. 마찬가지로 제시문 ②에서의 문제상황 역시 제도를 수립하는 기득권이 본인의 이익만을 추구하면서 발생하게 된 것이다. 즉, 이기적인 이익 추구가 사회발전을 좌절시키는 장애물이 된 것이다.

이러한 상황의 지속은 모래시계형 사회구조, 사회의 양립화를 발생시키며 불평등을 심화시키게 된다. 그리고 이러한 불평등은 또다시 기술의 수용과 정당한 제도의 수립을 방해하여 사회의 발전을 저지하는 악순환의 고리를 형성할 것이다.

이와 같은 문제를 해결하고 사회를 발전시키기 위해서는 사회를 바라보는 초점을 옮길 필요가 있다. 즉, 사회를 변화시킬 때 기득권들의 이익을 위해 변화시키는 것이 아니라 소시민, 대중의 이익에 초점을 맞추어야 한다는 것이다. 위와 같은 모습이 보편화 된다면 사회는 그 스스로가 가장 능률적이고 정당한 방법을 추구하여 발전해 나갈 것이다. 이 뿐만 아니라, 사회의 발전을 위해서는 사회의 모든 구성원들이 전통, 관습이라고 이어져 오는 올바르지 못한 사회제도를 무조건적으로 따르는 것이 아니라, 적극적으로 이를 개선하기 위해 노력하는 태도를 가져야만 할 것이다.

<논평>

위 답안은 ①과 ②의 내용을 바탕으로 사회발전의 차원을 기술과 제도 두 가지로 나누고, 올바른 사회발전을 위해 필요한 요소들을 적절히 논의하면서 독창적인 주장을 전개하고 있다. 우선 ①과 ②의 내용에 근거하여 사회발전을 효율적인 기술의 수용과 공정성을 구현하는 제도의 수립으로 대별하여 정의하고, 그렇게 정의된 사회발전을 좌절시키는 가장 대표적인 장애물로 기득권의 저항과 배타적 이익 추구를 지적하고 있다. ①에서 새로운 기술의 수용이 기득권의 반대로 좌절된 점과 ②에서 제도의 혁신이 기득권의 이기적인 이익 수호를 위해 시도조차 되지 않은 점에 대한 정확한 이해에 기초하여, ‘기득권의 반대와 저항’을 중요한 주제로 삼아 사회발전의 장애요인들을 논의하고 있다. 사회발전이 좌절되면 불평등의 심화로 연결되고 불평등의 심화는 또다시 사회발전의 좌절로 이어지는 악순환을 강조하면서, 그러한 악순환에서 벗어나기 위해서는 올바르지 못한 사회제도를 전통이나 관습이라는 미명으로 묵과하기보다 소시민과 대중의 이익이라는 관점에 서서 혁파하려는 노력이 필요하다고 결론짓고 있다. 위 답안의 필자는 ①과 ②의 내용을 적절히 이해하고 두 제시문에 공통적으로 드러난 ‘기득권의 반대와 저항’ 개념을 중심으로 사회발전의 장애물과 원동력에 대한 본인의 논지를 설득력 있게 개진하고 있다. 글의 구성 또한 서론-본론-결론의 구조를 잘 따르고 있으며 맞춤법과 띄어쓰기, 원고지 사용

법 준수 등 글의 형식의 면에서도 우수한 편이다.

A형 사례 2

사회발전은 두 가지 측면에서 이루어진다. 제시문1에서 언급된 ‘기술’과 같은 물질문화의 발전과 제시문2에서 언급된 ‘법·제도’ 등의 비물질 문화의 발전이 바로 그것이다.

새로운 기술의 발견은 사회발전에 매우 큰 영향을 미친다. 기술의 혁신은 한 사회 내에서 경제적 효율을 극대화시킬 수 있는 가장 직접적인 방법이기 때문이다. 의식주 문제의 해결은 사회의 가장 기본적인 전제이고, 따라서 비물질 문화의 발전보다 일반적으로 선행한다. 발명품의 수용에 영향을 미치는 첫 번째 요인이 그 기술의 경제적 이점인 것도 위와 같은 이유에서이다. 또한 새로운 기술의 발견은 관련 산업과 서비스업 분야에서 무수히 많은 일자리를 창출해낸다. 따라서 국가는 그 사회의 가치관 내에서 알맞은 기술의 혁신을 도모하고, 그것이 기존의 산업 체계와 충돌하지 않게 조정하여 효율적인 신기술을 널리 보급해야 한다. 이것이 사회발전의 양적인 측면이다.

그러나 이처럼 기술적인 발전만을 추구하는 것은 필연적으로 문화 지체 현상을 야기한다. 제시문2에서 적절한 법·제도의 도입과 시행을 역설한 것도 이 때문이다. 21세기 초, 신자유주의의 논리가 지배적이었을 때는 모두가 경제적 효율성을 최고의 가치로 두었다. 그 결과는 심각한 부의 양극화와 공룡 기업들의 횡포가 전부였다. 물질 문화는 맹목적인 성장만을 좇는 속성이 있기 때문에 질적 측면의 사회발전은 반드시 적당한 규제를 수반해야 한다. 진정한 사회발전은 양적인 부분과 질적인 부분 모두를 포괄해야 하고, 둘 중 하나라도 결여된다면 우리 사회는 파국으로 치달을 수밖에 없다.

우리나라의 경우는 이미 어느 정도의 경제적 성장을 이룩했기 때문에, 최근에는 질적 사회발전의 중요성이 대두되고 있다. 따라서 어떤 방식으로 대기업을 규제하고, 강자와 약자 사이의 갑을관계를 청산할 것인가가 우리 사회가 당면한 과제라고 볼 수 있다. 그것이 앞으로 우리가 나아가야 할 길이며, 인간의 얼굴을 한 자본주의의 시작이 될 것이다.

<논평>

2015학년도 고려대학교 모의 논술고사는 성격이 다른 2개의 글을 제시하고, 그것들을 ‘활용’하여 글과 느슨하게 연결된 주제에 관해 자신의 생각을 전개하도록 하였다. 특히 제시문들을 활용하여 ‘사회발전’에 대해 논술하라는 논제는 그러한 출제 의도를 충실하게 반영한 것이라고 할 수 있다. 본 답안은 이러한 성격의 논제를 접한 수험생들이 가장 일반적으로 제시할 만한 글이면서도 상당히 잘 구성되어 있기에 우수답안으로 채택하였다. 그리고 본 답안은 두 제시문에서 발견되는 대표적인 논거들, 즉 기술발전의 수용에 관련된 여러 논점들과 제도적 개혁에 관련된 여러 논점들을 적절히 잘 활용하고 있다.

본 논제는 제시문을 ‘활용’하는 것이기에 어느 정도까지는 거기서 발견되는 논거들에 의존하지 않을 수 없다. 하지만 중요한 것은 ‘수험생들이 그러한 논거들에 의존하여 사회발전에 대한 자신만의 견해를 잘 구성했는가’이다. 이와 관련하여 본 답안은 사회발전이 ‘물질문화’ 및 ‘비물질 문화’ 두 측면에서의 발전을 동반한다는 견해를 제시하였다. 물론 이러한 관점 자체는 평범한 논리에 의존한 것으로서 독창성이 다소 결여되어 보이는 측면이 있다. 그럼에도 불구하고 이 글은 다음과 같은 이유에서 상대적으로 우수한 답안이라고 할 수 있다. 첫째, 제시문을 일정 부분 반영하고 있으면서 사회발전에 대한 자신의 견해를 상당히 도전적으로 전개하고 있다. 자신만의 논제를 때로는 강하게 주장하는 것도 논술문의 성격을 지닌 글이 만족시켜야 할 중요한 요건이다. 둘째, 제시문의 활용 또한 단순한 직접 인용을 넘어 본인의 언어로 재해석된 과정을 거치고 있다. 이러한 재해석은 수험생이 제시문의 내용을 분석적으로 이해하고 있음을 잘 보여준다.

글이 전반적으로 자연스럽게 진행되고 있으며 물질문화를 논하는 곳과 비물질 문화를 논하는 곳이 분량 면에서 적절한 균형을 이루고 있다. 서론, 본론, 결론의 구조가 분명하며, 특히 결론 부분에서 본론의 논의를 단순 요약하지 않고 자신만의 제언으로 마무리하고 있는 것도 본 답안을 돋보이게 해 준다.

이 글은 형식적인 측면에서 별다른 단점이 보이지 않는다. 분량 또한 매우 적절하다.

B형 사례 1

관행과 사회변화는 상대적인 개념이자 순환적이다. 처음엔 변동을 일으키는 요소였던 것이 오래 지속되면 관행으로 자리 잡을 수도 있다. 그런데 관행은 그대로 유지되기도 하지만 축적되거나 변동을 겪기도 한다.

제시문 ①과 ②는 사회변화와 관행의 관계에 대해 다르게 본다. ①에선 사회변화의 요소가 현재 존재하는 정치, 경제, 사회적인 관행과 합치되는 면이 있어야지만 변화를 일으킬 수 있다고 본다. 그렇기 때문에 기존의 관행보다 더 나은 경제적 이점을 가져온다 할지라도 사회변화가 거부될 수 있는 것이다. 또한 각 문화별로 관행이 다르게 존재하기 때문에 적용되는 사회변동도 다르다.

그러나 제시문 ②에 따르면, 사회변동은 꼭 기존의 관례와 일치할 필요가 없다. 자신의 이익에 맞는 제도들을 만들어 내고, 또 그 전례를 들어 백성들에게 피해가 되는 관행들을 만들어낸 이전 수령들을 보면 알 수 있듯이 좋지 않은 관행들은 전면적으로 변화를 거칠 필요가 있는 것이다. 그리고 제도를 좀 더 공정하게 개선하는 사회변화가 만약 후대에도 이어지게 된다면 결국 모두에게 이익이 될 수 있는 관행이 만들어질 수 있는 것이다.

관행과 사회 변화가 사회 전반에 끼치는 영향력은 상대적이다. 관행이 이미 공정하고 현 사회에 적합하다면 부정적으로 바뀔 수 있는 사회변화를 막을 수 있다. 반면 기존의 관행이 구성원 전체에게 불이익을 가져다 준다면 사회 변화를 통해 더 나은 방향으로 사회가 발전할 수 있다. 그러나 기존 관행과 이해관계를 같이하는 기득권의 반발이 너무 거세거나, 변화를 통한 이익이 너무 장기적인 관점에서 파악되어야 할 경우엔 사회 변화가 좌절될 수도 있다.

기술 발전 같은 사회변동 용인이 등장했을 때 사회가 해야 할 일은 이를 채택하고 구성원들이 이를 받아들일 수 있게끔 유도하는 일이다. 항상 이 변화가 효율성과 합리성의 원리에만 따라 성립되지 않기 때문에 사회 변화가 관행으로까지 자리 잡는 데에는 많은 노력이 필요하다.

<논평>

관행과 사회변화에 대해 논하는 이 글은 우선 그 구조의 측면에서 다른 글들에 비해 우수했다. 필자는 전체 글을 크게 세 개의 부분, 네 문단으로 나누어 작성하였으며, 문단 간의 구조가 비교적 논리적이었다.

우선 첫 부분에서 필자는 관행과 사회변화가 ‘순환적’이고 ‘상대적’이라고 주장했다. 전체 제시문들을 기반으로 자신의 생각을 명료하게 밝힌 것이다. 많은 답안들이 자신의 생각을 논술하기보다는 제시문 안에 있는 표현을 적당히 재배치하는 경우가 많은 것과 대조된다는 점에서 높은 평가를 받았다.

두 번째 부분에서 이 학생은 ①과 ②의 요지를 밝히고 있는데, 제시문의 내용을 그대로 쓰지 않고 자신의 글로 재정리하고 있다. 더불어 두 제시문이 관행과 사회변화에 대해 어떻게 다른 관점을 가지고 있는지를 나름대로 해석해서 제시하였다.

마지막 결론에 해당되는 부분은 두 개의 문단으로 구성되어 있는데, 앞 문단에서는 처음에 본인이 밝혔던 관행과 사회변화 관계를 보다 구체적으로 설명하고 있다. 두 번째 문단은 이제까지의 논의를 기반으로 함의를 도출해 내고 있다. 즉 기술발전과 같은 요인이 있을 경우, 그 수용을 위해서는 사회적 차원에서 노력이 필요하다는 제안을 하고 있다.

이 답안은 글의 구성이나 내용뿐 아니라 맞춤법이나 띄어쓰기 등 원고지 사용법에 있어서도 큰 문제가 없었다. 다만 ‘사회변화’와 ‘사회 변화’를 혼용하고 있는데, 하나로 통일할 필요가 있다.

B형 사례 2

‘관행’은 그 행동이 옳은 것이든, 아니든 간에 사회에서 오랫동안 행해서 굳어진 일이다. 관행은 ②의 필자처럼 누군가 그 행동의 모순을 지적하고 평가하기 전까지는 단지 ‘관행이라는 이유’만으로 지속된다. 그리고 누군가 관행을 비로소 평가하게 되면, 게다가 그 평가가 부정적이라면 사람들은 그 관행을 바꿀 ‘사회변화’의 필요성을 강조하게 된다. 새로운 변화가 기존의 관행보다는 긍정적일 것이라는 기대와 함께 사람들은 사회변화를 외친다.

하지만 ①을 통해 생각할 때, 새롭게 수용되어 행해진 사회 변화가 관행보다 더 합리적이라고 말할 수도 없다. ①에서 사회가 새 발명품을 수용할 때 단순히 증가한 경제적 이익만을 고려하는 것이 아니라 사회적 위신, 기득권과의 양립가능성, 그 기술이 주는 이점의 가시성 등 다양한 요인들을 고려한다는 것을 알 수 있다. 사람들이 정말 합리적이고 더 큰 편익을 생각한다면 혁신된 기술을 지닌 발명품을 수용하겠지만 그들은 사회적 명성, 기득권과의 관계 등 다소 동떨어진 요소들을 고려한다. 이러한 관점에서 생각해 볼 때, 관행에 맞서 사회 변화를 일으킬 발명품이라고 볼 수 있는 사람들의 새로운 행동도 관행과는 다를 수 있어도, 여러 요소들을 고려하여 사회에서 수용될 수 있도록 하다 보면 필시 관행보다 나은 대안이라고 말할 수 없다. 그 또한 누군가에게만 이점일 테고 결국 다른 모습으로 기존의 관행과 유사한 문제를 야기하고, 또 새로운 관행이 될 수도 있다.

결국 관행과 사회변화의 양면성과 이들의 유사성을 고려할 때 사회에 필요한 것은 단순한 사회변화가 아니라 ②의 필자처럼 현사회를 비판적으로 성찰하고 문제를 해결하기 위해 먼저 행동하는 개인이다. 그런 개인들이 많을 때 관행과 사회변화에 대해 다각도에서 생각해 보고 익숙함에 맞설 사회변화의 수용을 고려할 때도 다양한 요인을 다양한 관점에서 생각해 볼 기회가 생기는 것이다. 이러한 비판적 지성이 깊게 뿌리내려져 있을 때 ②에 나타난 ‘사사로운 생각에 자기에게만’ 이로운 행동을 하는 사람들이 줄고 ‘옳은’ 관행이 자리잡을 수 있다.

<논평>

①과 ②를 충분히 숙지하였고, 논제의 논점을 정확히 파악한 후, 글의 논지를 전개해 나간 글이라 볼 수 있다. ‘관행’에 대해 나름의 정의를 내린 글의 첫 대목은 이후 전개될 내용 전반에 호기심을 불러일으킬 뿐만 아니라, 글에 활기를 불어넣는 역할을 한다. 이 글의 장점은 ‘관행’에 대한 자신의 독창적인 정의를 중심으로, ①과 ②를 서로 비교하거나 대립시켰다는 데 있다. 이 글은 ①과 ②를 재치 있게 밀고 당기면서 ‘관행’을 비판하거나 ‘관행’의 양면성에 대해 설득력 있는 논의를 이끌어내었으며, 이러한 과정 전반을 사회 변화에 대한 문제의식과 연관 지어 논리적인 결론을 도출하였다. 따라서 사회발전 전반에 대한 창의적인 관점과 개인적인 진단으로 마무리하는 과정은 앞서 전개한 논지 전반에 탄력을 받아 무리 없이 설득력을 확보해 낸 것으로 보인다. 다만 ‘②의 필자처럼’과 같은 불필요한 표현들이 더러 목격되었다는 점, 매끄럽고 논리적인 전개에도 불구하고 사회변화에 대한 독창적인 견해를 제시하기보다 지나치게 ‘관행’을 중심으로만 논지를 이끌어내고 마무리를 했다는 점이 단점으로 작용하였다.

다) 부족 답안의 사례

A형 사례 1

사회발전은 다수의 인간의 편익과 행복을 거시적인 측면에서 도모하는 것이라고 할 수 있다. 이러한 가치들의 도모를 위해서 사회는 기존에는 존재하지 않았던 가치를 만들거나 기존에 존재하던 것이라도 새로이 재창조해야한다. 이러한 사회적 발전은 바람직한 기준을 가지고 진행되어야 한다. 그 기준은 사회적 개별성, 위신과 혁신, 투명성, 가시성, 그리고 이러한 기준들을 평가해줄 내부적인 피드백이다.

사회발전은 각 사회의 특성에 맞추어 진행해야 한다. 사회는 시·공간적 특수성을 지닌 유동성 있는 존재이며, 자연환경, 문화에 따라서 상당히 가변적이다. 이러한 사회의 특수성을 간과한다면 사회발전을 이루지 못한다.

사회는 사회구성원들의 인정과 선호를 전제로 하는 존재이다. 사회발전이 그 구성원들로부터 외면 받는다면 사회의 위신은 저절로 추락하게 되고 발전은 무의미해진다. 즉 사회발전은 그 사회의 요구를 잘 반영해야 하는 것이다.

사회발전은 혁신과 창조를 통해서 이루어진다. 기존의 제도나 사회적요소를 그대로 따르는 관성적인 태도는 매너리즘에 빠져 잘못된 투자와, 발전에 있어 우선순위설정의 오류를 가져온다. 즉, 사회발전은 지속적인 변화

를 추구해야하며, 이러한 사회 변동적 요인들을 개방적인 태도로 대해야한다.

사회발전은 또한 투명성과 가시성을 동시에 지켜야한다. 내부적으로 봉쇄되어 있어 보이지 않는 발전은 사회구성원들의 영향을 기대할 수 없으며 투명성 또한 보장받을 수 없다. 눈에 잘 띄며 모두에게 인정받을 수 있는 것이 사회발전의 필요요소인 것이다.

사회는 내부적인 피드백을 통해서 사회발전을 자체적으로 평가하는 능력을 갖추어야 한다. 객관적인 평가의 잣대를 설정하여 사회발전의 개별성, 위신, 혁신, 투명성과 가시성을 평가할 때 사회발전의 방향과 적절함을 확인할 수 있으며, 추후에 개선하거나 시스템을 재설정할 때 유리하다. 또한 내부적인 피드백은 사회발전이 어느 특정집단에 집중된 것은 아닌지, 다수의 사회구성원을 위한 것인지를 지속적으로 평가, 비판해야 한다.

<논평>

위 답안은 사회발전에 관해 “내부적인 피드백”이라는 개념을 중심으로 흥미로운 견해를 제시하고 있고, 글의 흐름도 비교적 매끄러운 편이어서 일견 별 문제가 없어 보인다. 하지만 문제로 주어진 제시문들을 정확히 이해하거나 적절히 활용하려는 노력을 전혀 하지 않고 제시문과 별 관련이 없는 본인의 개인적인 생각만을 일방적으로 진술하고 있어서 대단히 좋지 않은 답안의 사례에 들게 되었다. 사회발전이 갖추어야 할 몇 가지 기준(사회적 개별성, 위신과 혁신, 투명성, 가시성 등)을 자의적으로 제시하고, 이와 관련하여 “내부적인 피드백”을 통해 사회발전이 자체적으로 평가되어야 한다는 상당히 난해한 이야기를 장황하게 늘어놓고 있다. 글의 표현에서도 어색한 부분이 눈에 띈다(예: “내부적으로 봉쇄되어 있어 보이지 않는 발전은 사회구성원들의 영향을 기대할 수 없으며 투명성 또한 보장받을 수 없다”). ①과 ②의 내용을 제대로 이해했는지 평가할 근거가 극히 박약하며 제시문들과의 관련 하에서 사회발전에 대한 자신의 견해를 독창적이고 설득력 있게 진술하지도 못하고 있다. 제시문의 활용과 관련하여 수험생들이 일반적으로 흔히 범하는 실수는 제시문들을 과도하게 인용한다는 점인데, 이 답안은 그 반대의 경우로서 제시문을 전혀 인용하지도 ‘활용’하지도 않고 있다. 제시문들을 지나치게 인용하여 답안의 대부분을 제시문의 내용으로 채우는 것도 좋지 않은 답안이지만, 위 답안처럼 제시문을 전혀 언급하거나 ‘활용’하지 않고 본인의 생각만을 그냥 써내려간 답안도 좋은 답안이 아니다.

A형 사례 2

①과 ②는 각각 사회의 발명품 수용 기준과 절목에 대한 견해를 보여주는데 ‘사회발전’이라는 공통된 주제를 갖고 있다.

①에서 사회발전은 새로운 기술의 채택을 통해 이루어진다. 한 기술을 사회가 수용할 때 적용되는 기준으로 첫 번째는 상대적인 경제적 이점이 있다. 이는 사회의 문화에 따라 같은 기술이 어느 곳에서는 유용해도 다른 곳에서는 그렇지 않을 수 있음을 뜻한다. 두 번째로는 사회적 가치관과 위신이 있다. 별 차이 없는 물건들이라도 사회 내에서 인정받는 브랜드의 물건을 선호하는 것을 설명한다. 세 번째로 지적권과의 양립 가능성이 있다. 더 효율적이고 능률적인 기술이 등장하더라도 기존에 존재하던 기술이 사회에 깊게 자리잡고 있다면 사람들은 불편을 감수하며 기존의 기술을 사용한다. 마지막으로 이점을 얼마나 쉽게 확인할 수 있느냐가 기준이 된다. 먼저 그 기술을 사용하고 있는 사회를 봤을 때 큰 이익을 얻고 있다면 기술의 수용이 수월해진다.

②에서 절목은 사회발전을 반대하는 것으로 서술된다. 수령들과 아전들이 자신들에게 이익이 되도록 절목에 명목을 추가해 백성들을 착취하기 때문이다. 수령들이 바뀔수록 명목들이 추가되어 착취는 점점 심해진다. ②의 서술자는 이를 바로잡기 위해서는 여러 창고들의 절목을 조사해 불필요한 조목들은 없애고 그쳐야 한다고 주장한다. 그러나 자신의 뒷사람이 어떻게 행동할지 알 수 없기 때문에 이는 사회발전에 도움이 되지 않을 것이다.

①과 ②를 통해 사회발전은 기술 수용과 나쁜 전통을 고치며 이루어짐을 알 수 있다.

<논평>

2015학년도 고려대학교 모의 논술고사는 성격이 다른 글 2개를 제시하고, 그것들을 활용하여 글과 느슨하게 연결된 주제에 관해 자신의 생각을 전개하도록 하였다. 특히 제시문들을 ‘활용’하여 ‘사회발전’에 대해 논술하

라는 논제는 그러한 출제 의도를 충실하게 반영한 것이라고 할 수 있다. 이 글은 사회발전이라는 주제를 언급하며 제시문의 논거들을 활용하고 있기는 하지만 그것들에 대한 깊이 있는 이해나 자신의 관점에서의 재구성은 찾아보기 어렵다. 이는 본 답안이 제시문의 내용이나 표현 등을 상당 부분 그대로 따왔다는 점에서도 잘 드러난다.

이 글은 두 제시문들이 사회발전에 관련되어 있다는 점을 지적하며 시작하고 있지만 그것들이 정확히 어떤 지점에서 사회발전에 연결되는지 명확히 설명하지 못한다. 이는 수험생이 사회발전에 대한 자신만의 논제나 입장을 분명히 설정하지 않고 답안을 작성했기 때문으로 생각된다. 그렇기에 각각의 제시문에서 발견되는 논점들 간의 관계를 수험생이 어떻게 이해하고 있는지 짐작하기 쉽지 않다. 더불어 각 제시문에서 발견되는 논거들을 일반화하는 데에도 실패하고 있다. 예컨대 답안의 후반부에 절목이 사회발전의 방해물이라고 지적하고 있지만 절목이라는 구체적인 예가 대표하는 사회발전의 요인이나 방해물로서의 어떤 일반적인 집합(예를 들어 ‘제도적 측면’ 등)을 정확히 지적하지 못하고 있다.

전체적으로 서론, 본론, 결론의 구조를 따르고 있기는 하지만 서론에서 자신의 주된 논제를 설명하고 있지 못하며, 결론도 본론을 단순히 요약하는 데에 그치고 있다. 이 글은 형식적인 측면에서 큰 문제는 보이지 않으나, 분량의 측면에서 다소 아쉬운 부분이 있다.

B형 사례 1

글①에서는 사회변화의 요건을 네 가지를 서술하고 있고, 글②에서는 필자가 고을 창고의 관례의 폐단과 앞으로의 개선에 대하여 논하고 있다. 글①의 네 가지 변동 요건을 통해 글②에 나타난 관례의 부패 원인을 분석할 수 있다.

첫째로, 글①에서는 기술의 수용을 위해서는 기존의 것보다 상대적인 경제적 이점이 드러나야 한다고 하였다. 하지만, 글②의 폐단의 경우, 폐단을 시정한다고 해서 관리에게 돌아오는 이익이 증가하지 않고 되려 줄어들기만 한다. 이 때문에 폐단의 시정은 이루어지지 않은 것이다.

둘째로, 글①에서는 품질에 관계없이 디자이너 제품을 고르는 사회적 모습을 통해, 사회변화의 요건에 사회적 가치관과 위신의 문제를 제시하였다. 글②에서는 글①의 조건과 유사하게 당시 사회가 탐관과 수탈이 만연하였다는 이야기를 통해 당시의 부패한 사회적 가치관을 제시하였고, 이는 어쩌면 고을 수령이 위신을 내세우기 위한 수단이었을 것이라고 생각되어 진다.

세 번째 요건으로는 기득권과의 양립 가능성을 글①이 제시해 주었다. 예시로써는, 효율적인 자판이 만들어졌음에도 쿼티 자판이 사회적으로 자리를 잡았기에 효율적인 자판이 받아들여지지 않았다는 것과, 이와 유사한 미국 전자 산업계의 트랜지스터 사용 거부와 영국의 가스사용의 지속이 있다. 글②에서도 이와 비슷한 현상을 찾을 수 있다. 이전 탐관의 수탈을 전례로 삼아, 이후에 오는 수령들이 수탈을 지속한다는 대목에서, 어쩌면 글①의 두 번째 요건과 유사하게도, 이미 사회적으로 만연한 수탈의 제도와 그것을 이용하는 관리들이 기득권층이 되어 제도를 유지시켰다고 볼 수 있다.

마지막으로, 글④는 새 기술의 이점이 얼마나 쉽게 보이느냐의 난이도의 문제인데, 글②의 현상에서는 새 제도가 아니라, 기존의 수탈에 이용된 제도의 이점이 관리들에게 얼마나 쉽게 보였느냐로써 유사한 현상임을 알 수 있다.

이와 같이 네 가지 요건으로 기존의 수탈제도는 지속되었음이 보여진다. 허나, 글②의 필자가 제도를 바꾸려는 이유는, 예를 들어, 첫째 요건인 경제적 이익을 사익이 아닌 공익으로 보는 등, 사고의 전환을 통해 요건을 고려하였기 때문이다.

<논평>

이 답안은 논제의 의도를 전혀 파악하지 못하고, 예전의 고려대학교 논술 문제를 풀 듯 답안을 작성하여 높은 평가를 받을 수 없었다. 글 전체를 제시문 ①에서 언급된 ‘발명품의 수용에 미치는 요인’ 네 가지를 기준으로 작성하였다. 즉 경제적 이점, 사회적 가치관, 기득권과의 양립, 기술이점의 확인 용이성 등을 가지고 제시문 ②를 해석하는 형태로 글을 구성한 것이다. 그러다 보니 제시문의 내용을 매우 많이 인용하고 반복하는 꼴이

되었다. 1050자로 원고지를 가득 채웠지만 ‘관행과 사회변화’에 대한 필자 자신의 생각을 전혀 밝히지 못하고 있는 것이다.

마지막 네 줄 정도가 결론에 해당되는 것 같은데, ‘관행’과 ‘사회변화’에 대해 논의하기보다는 수탈제도의 지속 등을 논하며 글을 맺고 있다. 방향을 잘못 잡으면서 원고지를 효율적으로 활용하는 데도 실패한 것이다.

비문도 눈에 띄는데, 예컨대 “사회변화의 요건을 네 가지를”은 “사회변화의 요건으로 네 가지를”이 자연스럽다. 쉼표의 남용도 눈에 거슬리는 부분이다. 1000자 내외의 짧은 글을 쓰면서 문장이 길고 늘어지는 것도 좋지 않은 글쓰기 습관으로 개선해야 할 것이다. 띄어쓰기도 몇 군데 오류가 보이므로 앞으로 글쓰기의 기본부터 다질 필요가 있다.

B형 사례 2

①에서는 이미 사회에서 쓰이고 있는 기존의 기술을 새로운 기술로 변화시키는 네 가지 요인에 대해 논하고 있다. 즉 ①은 관행과 사회변화에 대한 하나의 사례다.

먼저, 새로운 기술의 도입을 위해서는 기존의 기술보다 경제적 이점이 많아야한다. 아무리 새로운 발명품이 뛰어나더라도 그 사회 내에서 경제적 가치가 없다면 그 발명품은 수용되기 어려울 것이다.

둘째, 새로운 기술은 사회적 가치관 및 위신에 부합되어야 수용될 수 있다. 이는 경제적 문제보다 더 우선시 되기 때문에 새로운 기술 도입에 중요한 역할을 한다.

셋째, 새로운 기술은 기득권과의 양립에도 큰 영향을 받는다. 만약 기존의 기술이 그 사회에서 압도적으로 퍼져 있다면 새로운 기술의 도입은 사실상 어려울 것이다.

마지막으로 신기술을 원활히 수용하기 위해서는 그 기술의 이점을 파악하는 것이 쉬워야한다. 기술의 이점을 알기 어렵다면 그 기술의 수용 또한 어려울 것이다.

②에서는 ‘절목’이라는 부당한 관행을 타파하고 사회변화를 시도하는 한 수령의 글이 소개되어 있다.

절목은 예로부터 고을의 수령들이 자신들의 이익을 취하기 위해서 임의로 새로운 영을 만들어 백성들을 착취하는 수단으로 사용해 온 관례이다. 이 글을 쓴 수령은 이러한 불공평한 관행을 분석하여 비판하였고 사회의 변화를 꾀하였다. 그는 여러 창고의 절목을 조사하여 사리에 맞는 내용만을 남겨야하며 모든 사람에게 공평한 제도를 만들어 명령을 시행하는데 부끄러움이 없어야 한다고 주장한다.

이처럼 사회변화를 이루기 위해선 ①의 내용처럼 경제적 이점이 있어야 하고 사회적 인식에 부합해야하며 기득권과의 대립을 최소화하고 기술의 이점을 인식할 수 있는 난이도를 쉽게 해야 한다. 또한 ②처럼 부당한 관행에 대해서는 바람직한 방향으로 사회를 변화시켜야 한다.

<논평>

논술은 각각의 제시문을 단순하게 요약하는 것이 아니다. 이 글은 요약의 전형을 보여준다. ①은 이러이러하다, ②는 이러이러하다, 라는 내용으로 글의 3/4을 할애했다. 결론이 타당성을 확보할 수 없는 이유는 글의 대부분을 요약하는 데 할애했기 때문이다. 물론 논술에서 요약을 완전히 배제할 수는 없다. 그러나 좋은 글과 나쁜 글은 여기서 차이가 난다. 좋은 글은 단순한 요약이 아니라, 요지를 파악하여 간결하게 제시하는 반면, 나쁜 글은 요약으로 일관하며 제시문에 대한 자신의 이해를 표출하는 데 급급하다. 이 글의 결론도 결국 요약과 다르지 않다. “이처럼 사회변화를 이루기 위해선 ①의 내용처럼 경제적 이점이 있어야하고 [...] 또한 ②처럼 부당한 관행에 대해서는 바람직한 방향으로 사회를 변화시켜야한다”라고 맺은 결론이 설득력을 확보하기 위해서는 제시문을 서로 비교해가며 요지를 파악하는 작업이 전제되어야 한다. 각각의 제시문에서 성찰의 주제를 도출시켜 논증한 것이 아니라, 제시문 각각에 지나치게 정당성을 부여하는 데 급급한 수준에 그치고 있기 때문에, 이 글은 사실 아무 것도 논술하지 않은 것이나 마찬가지라고 할 수 있다.

2. 논제 II

가) 총평

일부의 사례를 제외한 대부분의 답안은 1번 소논제에 대해서는 올바르게 답했다. 우수 답안과 부족 답안의 차이는 2번 소논제에 대한 응답에서 주로 나타난다. 부족 답안의 경우 2번 소논제와 관련하여 제시문을 잘못 이해한 경우가 많았다.

나) 우수 답안의 사례

사례 1

<p>1. $2x > 10-x$ 인 시민만 메신저 A를 고를 것이다.</p> $2x > 10 - x$ $3x > 10$ $x > \frac{10}{3} \approx 3.3$ <p>∴ 시민 4 ~ 시민 10이 A를 사용할 것이므로 총 7명의 시민들이 A를 고를 것이다.</p> <p>2. 메신저 A의 경우 추가로 얻게 되는 편익은 7, 메신저 B의 경우 추가로 얻게 되는 편익은 3이다. 따라서 추가적 편익을 고려하지 않는 상태에서도 메신저 A를 사용하는 것이 이익이었던 시민4~시민 10은 자신의 선택을 바꾸지 않을 것이다. 이제 시민1~시민3이 각각 A, B를 택함으로써 얻게 될 총 편익을 비교해 보면,</p> <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th></th> <th>A</th> <th></th> <th>B</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><시민1></td> <td>2+8=10</td> <td></td> <td>9+3=12</td> </tr> <tr> <td><시민2></td> <td>4+8=12</td> <td>></td> <td>8+3=11</td> </tr> <tr> <td><시민3></td> <td>6+8=14</td> <td>></td> <td>7+3=10</td> </tr> </tbody> </table> <p>이 되므로 시민 2와 시민 3은 A로 선택을 바꿀 것이다.</p> <p>시민 2와 시민 3이 A로 선택을 바꾸면 시민 1이 A를 선택할 때 총 편익은 $2+10=12$, B를 선택할 때 총 편익은 $9+1=10$으로 바뀌게 되어 결국 시민 1도 A로 선택을 바꿀 것이고, 10명의 시민 모두가 A를 사용하게 될 것이다.</p>		A		B	<시민1>	2+8=10		9+3=12	<시민2>	4+8=12	>	8+3=11	<시민3>	6+8=14	>	7+3=10	<p>3. 시민 모두가 A를 사용할 때 시민 10명의 총 편익은</p> $\sum_{k=1}^{10} (2K+10)$ $= 2 \times (1+2+ \dots +9+10) + 10 \times 10 = 2 \times 55 + 10 \times 10$ $= 110+100 = 210 \text{ 이다.}$ <p>그리고 시민 모두가 C를 사용할 때 시민 10명의 총 편익은</p> $=2 \times (1+2+ \dots +9+10)+5 \times 10+10 \times 10$ $=2 \times 55+50+100=110+150=260 \text{ 이다.}$ <p>따라서 전체적으로 보면 모두가 C를 사용하는 것이 모두가 A를 사용하는 것보다 총 편익이 크다. 그러나 각 개인이 볼 때, 모두가 A를 사용하고 있는 상황에서 자신만 C로 바꿀 경우 총 편익은 $2x+5+1$, 즉 $2x+6$으로 자신이 선택을 바꾸지 않고 A에 남아있을 때보다 적다. 따라서 시민들 중 누구도 A에서 C로 선택을 바꾸지 않을 것이다. 이는 각 시민이 메신저를 선택할 때 사회 구성원들과 합의하지 않고 독립적으로 선택을 하기 때문에 발생하는 현상이다. 또한 이 현상은 둘 다 배신하지 않으면 훨씬 적은 벌을 받을 수 있지만 상대의 선택을 예측할 수 없으므로 개인의 이익만을 따져 둘 다 배신하는 것을 선택하는 '죄수의 딜레마'와 유사한 현상이라고도 볼 수 있다.</p>
	A		B														
<시민1>	2+8=10		9+3=12														
<시민2>	4+8=12	>	8+3=11														
<시민3>	6+8=14	>	7+3=10														

<논평>

사용자 수에 따른 추가 편익 7과 3을 명시하고, 이를 고려했을 때 사용하는 앱을 바꿀 용의가 있는지 여부를 정확하게 따졌다. 비록 “앱을 바꿀 때 자신의 선택은 사용자 수에 영향을 미치는 않는다”는 논제의 조건을 사용하지 않고, “자신이 다른 앱을 쓰게 되면 그 앱의 사용자 수가 한 명 더 늘어난다”는 응답자 자신이 상정한 조건을 이용하여 답하였으나 논증의 결과에는 영향을 미치지 않는다.

시민 3이 앱 A로 전환하는 데에서 시작하여 그 다음 시민 2가 앱 A로 전환하고 결국 시민 1도 앱 A로 전

환한다는 순차적 논증방식을 사용하여, 중국에는 모든 사용자가 앱 A를 사용하는 상황이 만들어짐을 보이고 있다. 이는 제시된 모범 답안과는 다른 논증방식이지만 우수답안으로서 손색없는 정당한 논증 방식이다.

소논제 3에 대해서도 모두가 앱 A를 사용하는 상황에서는 아무도 앱을 전환할 이유가 없음을 정확히 논증했다.

사례 2

1. 시민 X가 A 또는 B를 사용할 때, 얻는 만족감은 아래의 표와 같다.

X	1	2	3	4	5	...	10
A	2	4	6	8	10	...	20
B	9	8	7	6	5	...	0

이 때, 시민 1,2,3은 B를 사용할 때 더 큰 만족감을 느끼고 시민 4~10은 A를 사용할 때 더 큰 만족감을 느낀다.

따라서 문제 상황에서는 7명의 시민이 A를 사용할 것이다.

2. 질문 1에서처럼 시민들이 각자의 사용 만족감을 고려하여 선택을 내릴 경우, A 7명, B 3명으로 A의 사용자 수가 더 많게 될 것이다.

이 때, 사용자 수에 따른 추가적인 편익까지 고려한 총 편익을 따진다면, 시민 3의 경우 A는 13의 총 편익을, B는 10의 총 편익을 제공하게 된다. 따라서 시민 3은 자신이 사용하던 B를 A로 교체할 것이다.

시민 3이 사용하는 앱이 B에서 A로 바뀔 경우 시민 2 역시 시민 3과 같은 이유로, 즉 A를 사용할 때의 총 편익이 B를 사용할 때의 총 편익보다 커지게 되므로, 자신이 사용하던 B를 A로 교체할 것이고, 그 결과 시민 1 역시 더 큰 총 편익을 제공하는 A를 사용하려 할 것이다.

요컨대, 시민들이 총 편익을 고려하여 그들이 사용할 앱을 고르는 경우, 위에서 얘기한 것과 같은 연쇄적인 작용을 통해, 10명의 시민 모두가 A를 사용하는 것이 가능하다.

3. 모든 시민이 C를 사용할 경우 각자의 총 편익은 $(2X+5)+10$ 즉 $2X+15$ 인데 비해, 모든 시민이 A를 사용할 경우 각자의 총 편익은 $2X+10$ 이므로 모두가 C를 사용하는 것이 시민들의 총 편익을 더 크게 한다. 하지만, 모든 시민들이 A를 사용하는 (다)의 상황에서 시민들은 각자 $2X$ 의 사용 만족감에 사용자의 수 10을 더한 $2X+10$ 의 총 편익을 얻는 반면, 이 시점에서는 C를 사용하는 사용자 수가 0이기 때문에 C를 사용할 때 얻는 총 편익이 $2X+5$ 에 그치게 된다. 즉, 사용 만족감만을 비교하면 A대신 C를 선택하는 것이 유리함에도 사회적으로 널리 퍼진, 즉 기득권을 잡은 상품은 조금 더 개선된 신상품에 비해 우위를 갖는다는 것을 보여준다.

<논평>

사용하는 논리는 위 우수 사례 1과 유사하나 수식을 가급적 배제하고 언어적 설명만으로 핵심적 논리를 잘 짚어내어 우수한 답안으로 판단된다. 특히 소논제 3에 대한 논술에서, 모든 시민의 총편익의 합을 구하기보다 개개 시민에 있어 앱 C의 사용으로 인한 총편익이 크다는 사실만을 언급함으로써 결론을 도출한 점이 높이 평가된다. 같은 결론이라면 가급적 핵심이 되는 내용만 간략하게 서술하는 것이 좋고, 단순히 수식을 쓰는 것보다 설명과 잘 어울리게 하는 것이 좋다.

다) 부족 답안의 사례

사례 1

1. 시민들이 (가)에 나타난 사용만족감을 고려하여 메신저 앱을 고른다고 한다면 A와 B중 사용만족감이 큰 경우를 선택하여 사용하게 될 것이다. X를 각 시민들에게 부여된 번호라고 했을 때, A를 사용할 때의 만족감은 $2X$, B를 사용할 때의 만족감은 $10 - X$ 라고 표현된다. 따라서 A의 만족감이 B의 만족감보다 클 때 시민들은 A의 서비스를 사용하게 될 것이라는 추론을 할 수 있다.

A의 만족감 보다 큰 경우의 수를 살펴보면

$$\begin{aligned} 2X &> 10 - X \\ 3X &> 10 \\ X &> \frac{10}{3} \end{aligned}$$

X가 $\frac{10}{3}$ 보다 큰 경우라는 결과가 나온다. 단 여기서 X는 시민들에게 부여된 번호라는 점에서 1부터 10까지의 자연수라는 조건을 만족해야 한다. 계산의 결과와 X의 조건을 모두 고려했을 때, A를 사용하는 시민들은 4번부터 10번까지의 번호를 부여받은 사람이 되므로 총 7명이 된다.

2. 시민들이 (나)에 제시된 총 편익을 고려하여 그들이 사용한 앱을 고른다고 가정했을 때, 시민들은 A와 B중 총 편익이 큰 경우를 선택하게 될 것이다. 이를 <조건1>이라 하자. 현재 각 앱의 사용자는 위 1에서 구해진 결과에 의거하여 A는 7명, B는 3명이 된다. 이를 <조건2>라 하자. 문제에 따르면 시민들이 앱을 선택할 때, 고려하는 앱의 사용자 수는 자신의 선택에 의해 영향받지 않는 기존의 사용자 수이다. 이를 <조건3>이라 하자. <조건1>, <조건2>, <조건3>을 모두 고려했을 때, A를 사용하는 시민의 총 편익은 $2X+7$, B를 사용하는 시민의 총 편익은 $17-X$ 가 된다. A의 총 편익이 B의 총 편익보다 큰 경우는

$$\begin{aligned} 2X+7 &> 17-X \\ 3X &> 10 \\ X &> \frac{10}{3} \end{aligned}$$

X가 $\frac{10}{3}$ 보다 크다는 결과가 나오므로 앞의

1과 마찬가지로 4,5,6,7,8,9,10이 사용자가 된다. B의 총 편익이 A보다 큰 경우는

$$\begin{aligned} 2X+7 &< 17-X \\ 3X &< 10 \\ X &< \frac{10}{3} \end{aligned}$$

X가 $\frac{10}{3}$ 보다 작다는 결과가 나오므로 사용자는 1,2,3

이 된다. 즉, 현재 사용하는 앱을 교체하고자 하는 시민은 없다. 또한 10명의 시민 모두가 A를 사용하는 것은 불가능하다. 왜냐하면 <조건1>, <조건3>에 따라 모두가 A를 사용하는 경우의 총 편익은 $2X+10$ 이 되고, 이 때 B의 총 편익은 $20-X$ 가 된다. B의 총 편익이 A보다 큰 경우 X가 1,2,3이 나올 수 있으므로 결론적으로 10명의 시민 모두 A를 사용하는 경우는 가능하지 않다.

사례 2

1. 시민들이 A를 사용하기 위해 A를 사용함에 따라 획득되는 만족감이 B를 사용함에 따라 획득되는 만족감보다 커야한다.

이를 표로 나타내면,

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
B	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

따라서 A의 만족감이 B의 만족감보다 더 큰 7명의 시민들이 A를 사용할 것이다.

2. A와 B를 사용함에 따라 획득되는 총 편익은 다음과 같다. A를 사용하는 사람의 수는 7명 이므로, 시민 $X(4 \leq X \leq 10)$ 가 얻게 되는 총 편익은 $2X+7$ 이다. 또, B를 사용하는 사람의 수는 3명이므로, 시민 $X(1 \leq X \leq 3)$ 가 얻게 되는 총 편익은 $10-X+7 = -X+17$ 이다.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
16	15	14	15	17	19	21	23	25	27

이 때, B를 사용하는 시민 1,2,3,은 A로 교체할 것이며, 이 경우 시민 모두가 A를 사용하는 것은 가능하다.

3. 모두가 C를 사용할 때 얻어지는 총 편익은,

$$\sum_{X=1}^{10} (2X+5) = 110 + 50 = 160 \text{ 이다.}$$

하지만, 모두가 A를 사용할 때 얻어지는 총 편익은,

$$\sum_{X=1}^{10} (2X+10) = 110 + 100 = 210 \text{ 이다.}$$

하지만, A의 총 편익을 계산함에 있어 A의 사용자 수가 고려되었기 때문에, A의 사용자가 C로 전환한다면, A의 총 편익 또한 감소할 것이다.

따라서, (다)의 상황에서는 A에서 C로 전환할 시민이 없다.

<논평>

부족사례로 열거된 두 경우 모두 제시문과 논제를 잘못 이해하였다. 제시문에서 사용자 수에 따른 추가 편익이 있다고 하였는데, 두 사례 모두 앱 B의 추가 편익을 앱 A의 사용자 수로 계산하였다. 그 때문에 이후의 추론이 모두 잘못된 방향으로 진행되었다.

사례 2의 경우, 소논제 3에 대한 논술에서, 앱 C를 사용할 때 사용자 수에 따른 추가 편익이 전혀 없다고 해석하고 있다. 이는 제시문을 누적적으로 해석하지 않은 결과이다. 제시문은 편익을 순차적으로 제시한다. 제시문 (가)에서 만족감을 제시하고, (나)에서 사용자에 따른 추가적인 편익을 제시했다. 따라서 (다)에서는 사용자 수에 따른 추가적인 편익을 주어진 것으로 이해하여야 한다.

자 연 계

논술(자연계)

※주의사항 : 논제 1은 필수로 풀고 논제 2, 3, 4, 5 중 한 문제를 선택해서 답안을 작성하시오.
모집단위에 따라 선택 문항이 제한될 수 있음.

논제 1: 수학 (필수)

(가)

그림 1과 같이 2 이상인 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = x^n$ 위에 $0 \leq a < b$ 인 두 실수 a, b 를 x 좌표로 하는 두 점 $A(a, a^n)$ 과 $B(b, b^n)$ 에서의 접선들의 교점을 $C(c, d)$ 라 하자. 점 A, B, C 의 수선의 발을 각각 점 $A'(a, 0), B'(b, 0), C'(c, 0)$ 라 하자.

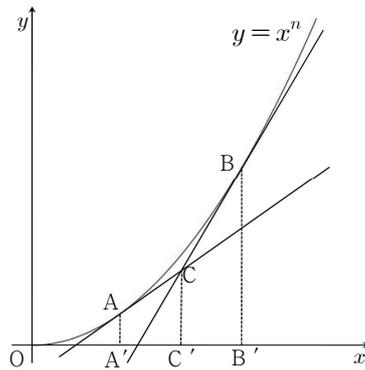


그림 1

(나)

그림 2와 같이 x 축 위의 점 $P(p, 0)$ 에서 곡선 $y = x^4 + 1$ 에 그은 두 접선의 접점을 $Q(s, t)$ 와 $R(u, v)$ 이라 하자.

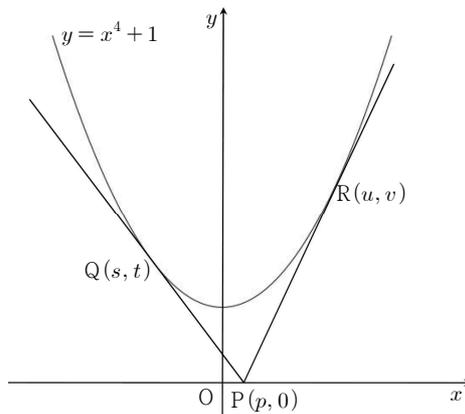


그림 2

- (a) 제시문 (가)에서 x 축 위의 점 $(n+1, 0)$ 을 지나고 곡선 $y = x^n$ 과 수직으로 만나는 직선의 방정식을 구하시오.
- (b) 제시문 (가)에서 $0 \leq a < b$ 인 임의의 두 실수 a, b 에 대하여 $\overline{A'C'} = \overline{C'B'}$ 이 되기 위한 n 의 값을 구하고,

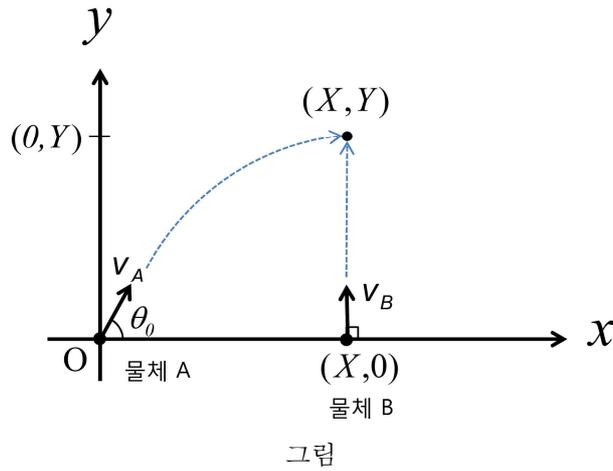
이때 곡선 $y = x^n$ 과 두 접선에 의해 둘러싸인 영역의 면적을 구하시오.

(c) 제시문 (나)에서 p 를 s 의 함수로 나타내시오.

(d) 제시문 (나)에서 극한 $\lim_{s \rightarrow 0} s^4 \frac{du}{ds}$ 를 구하시오.

문제 2: 물리 (선택)

지표면에서 공중으로 발사되어 날아가는 물체의 궤적은 포물선을 그린다. 그림과 같이 $t=0$ 일 때 물체 A를 원점 O에서 x 축과 각도 θ_0 방향으로 초기 속도 v_A 로 발사하였다. 물체 A의 질량은 M , 발사 각도는 $0 < \theta_0 < \pi/2$ 이며 물체 A가 최고점에 도달할 때 물체의 좌표를 (X, Y) 라 하자. 그리고 $t=0$ 일 때 질량 m 인 물체 B를 좌표 $(X, 0)$ 지점에서 물체 A와 동시에 수직방향으로 속도 v_B 로 발사하였다. 중력가속도는 g 로 일정하고 공기저항은 무시한다.



- (a) 시간 $t > 0$ 일 때 물체 A의 높이 $y(t)$ 와 x 축 좌표 $x(t)$ 의 관계로부터 물체 A가 그리는 궤적이 포물선임을 논술하시오.
- (b) 물체 A가 최고점에 도달했을 때 물체 A의 좌표 (X, Y) 를 v_A 와 θ_0 의 함수로 표현하시오.
- (c) 물체 A가 물체 B와 충돌하지 않고 날아간다면, 물체 A를 x 축 위로 가장 멀리 보내기 위한 각도 θ_0 를 구하시오.
- (d) 물체 B가 상승하면서 좌표 (X, Y) 에서 물체 A와 충돌하였다면 물체 B의 속도 v_B 를 v_A 와 θ_0 의 함수로 표현하시오.
- (e) (d)에서 두 물체가 완전 비탄성 충돌하여 합쳐진 후 두 물체의 속력은 어떻게 될 것인지 논술하시오.

문제 3: 화학 (선택)

(가)

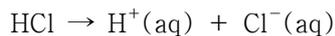
원자의 성질은 원자 내의 전자의 배치에 의해 결정이 되므로 특정 원자의 전자 배치를 정확히 아는 것은 이 원자의 성질을 예측하거나 설명하는데 큰 도움이 된다. 주기율표는 원자를 전자배치에 따라 일목요연하게 정리해 놓은 표이다. 주기율표에서 O, S, Se, Te와 같이 위에서 아래로 한 줄로 늘어놓은 원자들은 하나의 족(Group)에 속하며 어느 정도 유사한 화학 반응성을 지니게 되나, 각 원자들에 존재하는 전자의 개수에서 차이가 나므로 완전히 동일한 성질을 가질 수는 없다.

(나)

전기음성도는 분자를 구성하는 원자가 전자를 끌어들이는 정도의 정량적인 척도로서 주기율표에서의 원자의 위치를 살펴보면 전기음성도가 큰지 작은지를 금세 알 수 있다. 주기율표에서 가장 오른쪽 줄에 불활성 기체 원자들이 자리하고 있는데 이들과 가까운 위치에 자리 잡은 N, O, F와 같은 원자들은 전기음성도가 특별히 크다. 또한 같은 족에 있는 원자들의 경우 일반적으로 주기율표의 아래로 내려갈수록 전기음성도가 작아지는 경향이 있다. 반면 주기율표의 왼쪽에 위치한 H, Na, Cs 등의 원자들은 전기음성도가 작다.

(다)

분자의 구조를 자세히 관찰하여 보면 이 분자가 산의 성질을 가질 것인지 염기의 성질을 가질 것인지를 예측할 수 있다. 예를 들어 전기음성도가 큰 Cl 원자는 전자를 강하게 끌어들이므로 안정한 Cl^- 음이온의 형태로 존재할 수 있어 다음의 반응이 쉽게 일어난다. 이 반응을 통하여 H^+ 양이온이 생성되므로 HCl은 산이 된다.



한편 전기음성도가 높은 원자를 지닌 분자나 이온은 H^+ 양이온과 쉽게 결합을 할 수 있다. 예를 들어 OH^- 는 H^+ 와 결합하여 H_2O 를 형성한다.

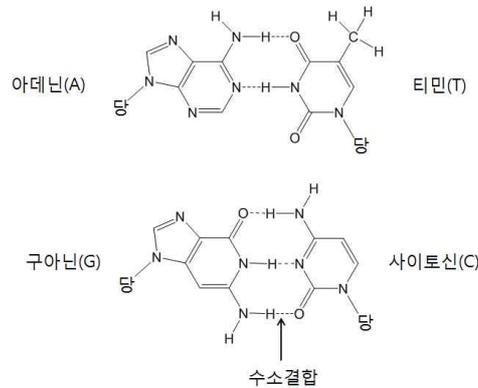
(라)

화학결합은 구성 원자들의 종류와 전기음성도에 따라 비극성 결합과 극성 결합으로 나뉜다. 예를 들어 H-H 결합은 동일한 두 원자 간의 결합이므로 전형적인 비극성 결합이고 H-O 결합은 수소원자에 부분양전하가 존재하고 산소 원자는 부분음전하가 존재하여 극성을 띠게 된다. 하나의 화합물 내에 존재하는 화학 결합들에서 극성의 유무와 극성의 크기, 화합물의 구조에 따라 전체 화합물의 극성이 결정된다.

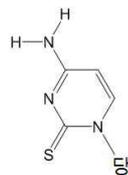
(마)

분자간의 상호작용도 원자의 전기음성도에 큰 영향을 받는다. 예를 들어 수소결합은 분자 간의 아주 강한 상호작용으로서 한 분자에 존재하는 H 원자의 부분양전하와 다른 분자에 존재하는 N, F, O 원자의 부분음전하 사이의 전기적 인력에 기인한다. DNA 이중나선구조는 두 가닥의 DNA 단일구조간의 수소결합 때문에 형성되며, 물의 높은 끓는점도 수소결합에 의해 설명된다.

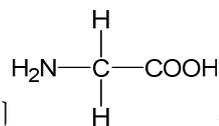
(a) DNA 이중나선구조는 다음과 같이 DNA 단일구조에 존재하는 A-T 및 C-G 수소결합 때문에 형성되며 상온에서 아주 안정하다.



만약 사이토신이 다음과 같은 화학구조로 대체된다면 DNA 이중나선구조가 더욱 안정해질 것인지 아니면 불안정해질 것인지 예측하고 그 이유를 논술하시오.



(b) 아미노산은 한 분자 내에 $-NH_2$ 와 $-COOH$ 를 동시에 가지는 분자이다. 다음의 구조를 가지는 아미노산 분자를 증류수에 녹이면 전기 전도도는 순수한 증류수에 비하여 증가하게 된다. 그 이유를 수용액상 아미노산 분자의 구조변화에 근거하여 논술하시오. 또한 아미노산 분자의 구조변화를 분자 내에 존재하는 원자들의 극성과 연관 지어 설명하시오.



(c) 이산화탄소 CO_2 는 상온, 상압에서 기체로 존재하며 같은 조건에서 물에 잘 녹지 않는다. 화학결합의 극성이라는 논거만 이용하여 이산화탄소의 구조를 예측하시오.

(d) CO_3^{2-} 는 이산화탄소와 마찬가지로 탄소와 산소만으로 이루어져 있으나 물에 잘 녹는다. 이 물질이 극성을 띠는지 아닌지 화학구조를 이용하여 설명하시오.

(e) CO_2 를 산성 용액과 염기성 용액에 용해시킬 경우, 어떤 용액에서 더 높은 용해도를 보일지 예측하고 그 이유를 설명하시오.

문제 4: 생명과학 (선택)

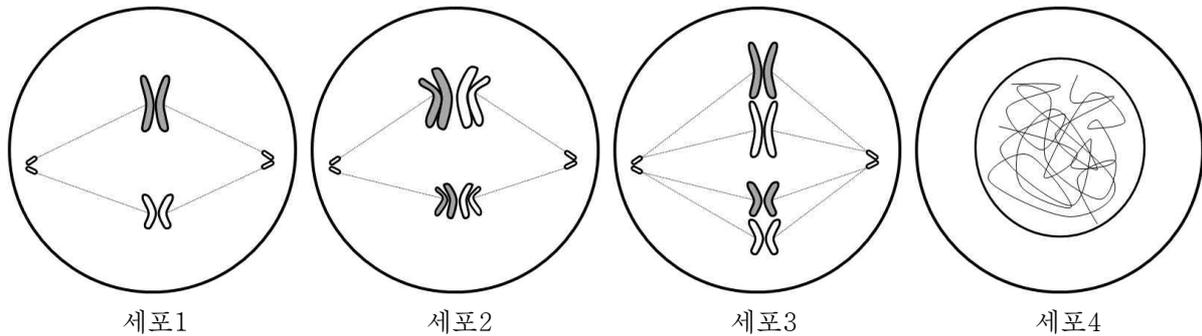
(가)

체세포 분열은 모세포와 동일한 유전 물질을 가진 2개의 딸세포를 형성하는 과정이다. 이 과정 동안 S기에 복제된 유전 물질을 가지고 있는 하나의 핵이 2개로 나누어지는 핵분열과 세포질이 2개로 나누어지는 세포질 분열을 거쳐 2개의 딸세포가 만들어 진다. 한편, 감수 분열은 한 번의 DNA 복제와 두 번의 연속된 세포 분열을 통해 염색체 수가 모세포의 절반인 4개의 딸세포가 생성되는 과정이다. 이 때 감수 1분열 결과 상동 염색체가 분리되어 각각의 딸핵을 생성하고 이어서 세포질 분열이 일어나 2개의 딸세포가 생성된다. 그리고 감수 1분열 후 각각의 딸세포에서 새로운 DNA 복제 없이 감수 2분열이 일어나 다시 2개의 딸세포가 생성된다.

하나의 세포 속에 들어있는 염색체의 상대적인 수를 구성 상태에 따라 표시한 것을 핵상이라고 한다. 서로 다른 종류의 염색체를 한 조로 묶어서 n이라고 하는데, 대부분의 생물은 부계와 모계로부터 염색체를 한 조씩 물려받아 짝수 개의 염색체를 갖는다.

(나)

아래 그림은 어떤 가상의 동물(2n=4)의 여러 세포들을 관찰한 뒤 세포분열 과정에 있거나 세포분열 직후인 세포들을 나타낸 것이다. 편의상 염색체 사이의 교차는 일어나지 않았다고 가정한다.



세포1

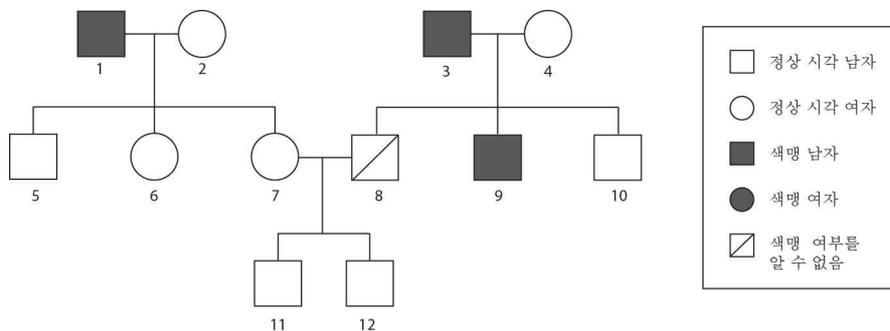
세포2

세포3

세포4

(다)

적록색맹은 적색과 녹색을 잘 구별하지 못하는 유전 형질이다. 적록색맹의 유전자는 X 염색체 상에 있으며, 정상에 대해 열성으로 작용한다. 청색과 황색을 인지하지 못하는 청황색맹과 달리 적록색맹은 여자보다 남자에서 그 출현 비율이 높다. 아래 그림은 적록색맹을 가진 어떤 가족의 가계도이다.



(라)

사람의 감각기관은 외부의 환경을 인식하여 이들 감각 정보를 중추신경계로 전달한다. 시각의 경우도 눈에 존재하는 망막에서 빛을 감지하여 이를 신경 흥분의 형태로 전환하여 이 신호가 대뇌로 전달된다. 망막에서 활동 전위를 발생시켜 뇌로 전달하는 망막신경절 세포는 빛이 없을 때 -70 mV 정도의 막전위를 유지하다 빛이 감지되면 $+40\text{ mV}$ 정도로 탈분극 된다.

(마)

멘델 집단은 하디-바인베르크 평형 상태가 유지되는 이상적인 집단을 일컫는다. 이 집단은 확률의 법칙이 적용될 정도의 많은 개체로 구성되고 다른 집단과의 유전적 흐름이 없으며 돌연변이의 확률이 무시할 수 있을 정도로 낮아 유전적 평형을 이루고 있다. 또한 집단 내에서 무작위적인 교배가 이루어진다. 하디-바인베르크 평형 상태에서 어떤 유전자 A의 두 대립 유전자 A와 a의 빈도를 각각 p, q 라 할 때 (단, $p+q=1$), 두 대립 유전자의 전체 빈도는 $p^2+2pq+q^2=1$ 로 나타낼 수 있다.

- (a) 제시문 (가)를 참조하여 제시문 (나)의 각 세포들이 가지는 핵상에는 어떤 차이가 있는지 n값으로 설명하시오.
- (b) 문제 (a)의 각 세포들이 가지는 DNA의 상대적인 양에는 어떤 차이가 있는지 설명하시오. (단, DNA 양이 가장 적은 세포의 DNA 양을 1이라고 하시오.)
- (c) 제시문 (나)의 세포들 중 분열기의 세포들만 골라 그들의 딸세포가 가진 핵상에는 어떤 차이가 있는지 n값으로 설명하시오.
- (d) 문제 (c)의 각 세포들이 가지는 DNA의 상대적인 양에는 어떤 차이가 있는지 설명하시오. (단, DNA 양이 가장 적은 세포의 DNA 양을 1이라고 하시오.)
- (e) 제시문 (다)의 적록색맹이 남자에게서 더 많은 비율로 발견되는 이유를 설명하시오.
- (f) 제시문 (다)의 가계도에서 8은 어린 시절 사고로 인하여 시각을 잃어 색맹의 여부를 알 수 없다. 7과 8 부부가 셋째 아이를 낳을 경우 색맹인 딸을 낳을 확률을 설명하시오. (단, 출생 시 남녀 비율은 동일하다.)
- (g) 제시문 (라)에 설명되어 있는 망막신경절 세포의 빛에 의한 전도 현상을 세포막의 능동수송과 수동수송의 관점에서 설명하시오.
- (h) 제시문 (다)의 가계도가 속한 집단이 제시문 (마)의 멘델집단으로 가정하고, 이 집단의 적록색맹은 유전자 G의 대립유전자 g에 의해 일어나며, 이 집단 내 여성에서의 대립유전자 g의 빈도가 0.2라면 제시문 (다)의 12가 결혼하여 낳은 딸이 적록색맹 보인자일 확률을 계산하시오.

문제 5: 지구과학 (선택)

2014년 3월과 4월에 경상남도 진주시 일대에서 유성이 무리 지어 떨어지는 것이 관찰된 이후 운석이 여러 개 발견되었다. 지금까지 발견된 4개의 운석들 중 가장 작은 것은 질량 1.0 kg, 가장 큰 것은 질량 20.9 kg에 달한다. 운석은 흔히 철과 니켈로 구성된 철질 운석(밀도 약 8.0 g/cm³)과 규산염 광물로 주로 구성된 석질 운석(밀도 약 3.0 g/cm³)으로 나뉜다.

지구의 대륙지각을 형성하는 주요 암석인 화강암은 밀도가 약 2.7 g/cm³이고, 해양지각을 구성하는 현무암은 밀도가 약 3.0 g/cm³이다. 상승하는 마그마에 포획되어 지표로 나온 지하 심부의 암석들 중 철 성분이 현무암보다 더 많이 들어있는 암석들은 밀도가 약 3.5 g/cm³에 달하기도 한다.

1680년에 뉴턴이 중력의 법칙을 이용하여 지구의 질량을 처음으로 계산하였으며, 이어 1798년에 케빈디시가 계산한 지구의 평균 밀도는 약 5.6 g/cm³이었다. 오늘날 인공위성으로 정밀하게 측정된 지구의 크기 및 질량을 이용하여 계산한 지구의 평균 밀도는 약 5.5 g/cm³이다. 지구의 위성인 달의 평균 밀도는 약 3.4 g/cm³이다. 미국의 아폴로 달 탐사를 통해 수집된 달의 암석은 도합 약 384 kg이나 되며 이 암석들은 모두 화성암으로 분출암인 현무암 및 이와 같은 화학성분의 심성암으로 구성되어 있다.

커다란 운석이 지구에 떨어지는 경우 직경 200 m보다 큰 석질 운석과 직경 40~60 m보다 큰 철질 운석은 대기권을 거의 그대로 통과하면서 지표에 충돌하여 폭발하게 된다. 지구 탄생 이후 이러한 운석과 소행성들이 무수히 지구에 떨어졌다. 예로 약 5만 년 전에 미국 애리조나 주에 떨어진 약 30만톤의 운석은 지표에 폭이 1.2 km나 되는 거대한 충돌 구덩이를 형성하였다. 또한 가장 널리 알려진 예로 약 6500만 년 전 중생대 백악기 말기에 직경 약 10 km의 소행성은 지구와 충돌하여 당시 존재하던 모든 생물종 중 공룡을 포함하여 약 75%를 멸종시켰으며, 이를 계기로 포유류가 빠르게 진화하게 되어 오늘날과 같은 생태계를 이루게 되었다.

제시문에 근거하여 다음 질문에 답하시오.

- (a) 지구의 평균밀도와 대륙지각의 평균밀도가 다른 이유를 설명하고, 어떠한 과정에 의하여 이러한 밀도 차이가 생겼는지 설명하시오.
- (b) 달의 평균밀도와 달의 표면에서 아폴로 달 탐사를 통해 수집한 암석의 밀도가 다른 이유를 설명하시오.
- (c) 만약 자기장이 존재하지 않는 지구형 행성이 있다면 자기장이 존재하지 않는 이유를 설명하시오.
- (d) 오늘날 지구에는 화성, 수성, 달에 비하여 운석 충돌 구덩이가 훨씬 적은 수만 분포한다. 가능한 이유를 모두 설명하시오.
- (e) 운석이 지구에 떨어질 때 그 크기에 따라 불타면서 소멸되기도 하고 지표와 충돌해서 폭발하기도 한다. 그 이유를 설명하시오.

출제의도와 문제해설(자연계)

1. 2015학년도 자연계 논술의 목표와 기본방향

2014학년도 고려대학교 자연계 수시논술은 수학과목을 필수로 하고 과학 과목 중 하나를 선택하는 방식으로 실시하였다. 출제 범위는 고등학교 교과과정 내로 한정하였으며 수험생에게 익숙한 내용을 위주로 문제를 출제하였다. 수학과 과학 과목들은 고등학교 교과서 및 EBS 교재를 활용하여 제시문을 마련하였고 각 논제들은 수험생이 충실히 교과과정을 이수하고 제시문을 활용할 때 쉽게 해결할 수 있도록 하였다.

2015학년도 자연계 수시논술의 목표와 기본 방향은 2014학년도와 동일하다. 고려대학교 수시선발의 논술고사는 예년과 마찬가지로 고려대학교 입학에 주도하는 전형으로 합격을 위해선 올바른 정보 확보가 무엇보다 중요하다. 고려대학교 논술본부는 2015학년도 논술에 대한 이해를 돕기 위해 모의논술고사를 실시하고 이를 소개하는 자료집을 준비하였다.

본 논술자료집은 평가에 참가한 학생들의 답안을 토대로 모의논술고사의 출제의도와 평가기준을 밝힘으로써 수시 논술에 대한 정확한 정보를 제공하고 수험생 및 학부모들에게 도움을 주고자 마련되었다.

2. 출제 의도와 논제 해설, 예시 답안 및 평가

가) 논제 1(수학)

1) 출제 의도

함수의 극한과 미분, 적분은 고등학교 수학 교과과정에서 중요하게 다루어지며 정규 교과과정을 충실히 이수한 학생들이 반드시 알아야 하는 분야이다. 제시문 (가)에서는 다항함수에 직선들이 접하는 상황을 설명하고 있다. 본 논제에서는 고등학교 교과과정에서 다루는 함수의 극한과 미분 및 적분의 기본적인 개념에 대한 이해도를 평가하고자 하였다. 그리고 기본 개념을 이용하여 다항함수의 접선과 관련된 구체적인 문제를 해결할 수 있는지 평가하고자 하였다. 교과과정에서 다루는 기본 개념에 대한 정확한 이해 없이 단순한 암기만으로 얻은 지식으로는 좋은 점수를 받기 어려울 것으로 예상된다.

2) 논제 해설

(a) 주어진 한 점을 지나는 직선들 중 곡선과 수직으로 만나는 직선을 찾는 문제이다. 곡선과 직선이 수직으로 만나는 경우, 수직으로 만나는 점에서 직선의 기울기와 곡선에 접하는 접선의 기울기와 관계를 이용하여 문제를 해결할 수 있다. 곡선에 접하는 접선의 기울기는 곡선의 방정식을 미분하여 구할 수 있고 두 직선이 수직으로 만날 조건은 두 직선의 기울기의 곱이 -1 이 됨을 이용하여 얻을 수 있다.

(b) 본 문항에서는 두 가지 문제를 해결하기를 요구하고 있다. 첫 번째로 곡선에 접하는 두 접선이 있을 때, 두 접선의 교점이 만족하는 식을 이용하여 항등식을 유도하고 항등식의 미정계수를 구하기를 요구한다. 두 번째로는 곡선과 두 직선으로 둘러싸인 영역의 넓이를 구하는 문제이다. 본 문항의 문제들은 곡선의 접선의 방정식, 점이 선분을 이등분할 조건, 적분을 이용하여 평면에서 주어진 영역의 넓이 계산 등과 같이 고등학교 교과 과정에서 전형적으로 다루는 방법을 이용하여 해결된다.

(c) 직선이 곡선에 접할 때 접점과 직선의 x 절편과의 관계식을 찾는 문제이다. 미분을 이용하여 곡선에 접

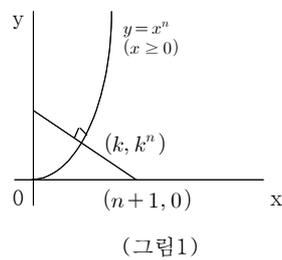
하는 직선의 방정식을 찾고 그 직선이 x 축과 만나는 점의 x 좌표를 접점의 좌표를 이용하여 표현하면 해결되는 문제이다.

(d) 변수들이 양함수가 아닌 관계식으로 표현될 때 도함수와 관련된 함수에 대한 극한값을 구하는 문제이다. 본 문제를 해결하기 위해서는 먼저 여러 변수들을 만족시키는 관계식을 찾아야 한다. 이 관계식은 음함수 또는 매개변수 방정식 등, 여러 가지 방법으로 표현될 수 있다. 다음으로 교과 과정의 미분 단원에서 다루는 음함수의 미분법, 매개변수로 나타내어진 함수의 미분법 등을 이용하여 문제 해결을 위해 필요한 도함수를 구하고 문제에서 요구하는 극한값을 구해야 한다.

3) 우수 답안의 사례

사례 1

(a)
 $(n+1, 0)$ 을 지나는 직선이 $y = x^n$ 과 수직으로 만나는 점을 (k, k^n) 이라 하자. 이때 (k, k^n) 에서의 접선의 기울기는 nk^{n-1} . ($\because y' = nx^{n-1}$)이다.



$$\begin{aligned} \because \frac{k^n}{k-n-1} \times n \cdot k^{n-1} &= -1 \\ n \cdot k^{2n-1} &= n+1-k \\ n \cdot k^{2n-1} + k &= n+1 \quad \text{--- (㉠)} \end{aligned}$$

함수 $y = nx^{2n-1} + x - n - 1$ 의 도함수가 $y' = n(2n-1)x^{2n-2} + 1 > 0$ 을 만족하므로 그림1에서 $(n+1, 0)$ 에 대해 주어진 조건을 만족하는 점 (k, k^n) 은 유일하며, (㉠)은 $k=1$ 일때 만족하므로 $(n+1, 0)$ 을 지나는 직선이 $y = x^n$ 과 수직으로 만나는 점은 $(1, 1)$ 이다. 이 직선은 $(n+1, 0), (1, 1)$ 을 지나므로

$$y - 1 = -\frac{1}{n}(x - 1), \text{ 즉 } y = -\frac{1}{n}x + \frac{1}{n} + 1 \text{이다.}$$

(b)

$$\overline{A'C} = \overline{C'B} \text{ 이므로 } c = \frac{a+b}{2} \text{ 이고}$$

$$A \text{에서의 접선의 방정식 } l_a : y - a^n = na^{n-1}(x - a),$$

$$B \text{에서의 접선의 방정식 } l_b : y - b^n = nb^{n-1}(x - b) \text{이다.}$$

$$na^{n-1}(x - a) + a^n = nb^{n-1}(x - b) + b^n \quad \text{--- (㉡)}$$

임의의 a, b (단 $0 \leq a < b$)에 대해 (㉡)의 근이 $\frac{a+b}{2}$ 이므로

$$na^{n-1} \frac{b-a}{2} + a^n = nb^{n-1} \frac{a-b}{2} + b^n$$

$$\frac{n}{2} a^{n-1} b - \frac{n}{2} a^n + a^n = \frac{n}{2} a b^{n-1} - \frac{n}{2} b^n + b^n$$

$$\frac{n}{2} ab(a^{n-2} - b^{n-2}) + (1 - \frac{n}{2})a^n - (1 - \frac{n}{2})b^n = 0$$

$\therefore n = 2$ ($\because a, b$ 에 대한 항등식이다.)

$$l_a : y - a^2 = 2a(x - a) \quad l_b : y - b^2 = 2b(x - b)$$

$$(y = 2ax - a^2) \quad (y = 2bx - b^2)$$

$$\int_a^b x^2 dx = \left[\frac{1}{3}x^3 \right]_a^b = \frac{1}{3}(b^3 - a^3) \quad - x$$

$$\int_a^{\frac{a+b}{2}} (2ax - a^2) dx = [ax^2 - a^2x]_a^{\frac{a+b}{2}} = -\frac{1}{4}a^3 + \frac{1}{4}ab^2 \quad - y$$

$$\int_{\frac{a+b}{2}}^b (2bx - b^2) dx = [bx^2 - b^2x]_{\frac{a+b}{2}}^b = \frac{1}{4}b^3 - \frac{1}{4}a^2b \quad - z$$

둘러싸인 넓이 = $x - y - z$

$$= \frac{1}{12}b^3 - \frac{1}{12}a^3 + \frac{1}{4}a^2b - \frac{1}{4}ab^2$$

(c)

$Q(s, s^4 + 1)$ 에서의 접선의 방정식은
 $l_Q : y - s^4 - 1 = 4s^3(x - s) \quad (\because g \leq 4x^3)$ 이다.

$$y = 0 \text{ 일 때 } x = p = \frac{3s^4 - 1}{4s^3} \quad - (1)$$

(d)

(c)와 같은 방법으로 R 에서의 접선의 방정식은
 $l_R : y - u^4 - 1 = 4u^3(x - u)$ 이고,

$$y = 0 \text{ 일 때 } x = p = \frac{3u^4 - 1}{4u^3} \quad - (2)$$

이때 (1) = (2)이므로 $\frac{3s^4 - 1}{4s^3} = \frac{3u^4 - 1}{4u^3}$ 이다.

양변을 s 에 대해 미분하면

$$\frac{12s^3 \cdot 4s^3 - (3s^4 - 1)12s^2}{(4s^3)^2} = \frac{12u^3 \cdot 4u^3 - (3u^4 - 1)12u^2}{(4u^3)^2} \frac{du}{ds}$$

$$\frac{12s^6 + 12s^2}{16s^6} = \frac{12u^6 + 12u^2}{16u^6} \frac{du}{ds}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{3}{4} \frac{1}{s^4} = \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{4} \frac{1}{u^4} \right) \frac{du}{ds}$$

$$\therefore s^4 \frac{du}{ds} = \frac{\frac{3}{4}(s^4 + 1)}{\frac{3}{4}(1 + \frac{1}{u^4})} = \frac{s^4 + 1}{1 + \frac{1}{u^4}}$$

$s \rightarrow 0$ 일 때 $|u| \rightarrow \infty$ 이므로 $u^4 \rightarrow \infty$ 이다. 따라서

$$\lim_{s \rightarrow 0} s^4 \frac{du}{ds} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^4 + 1}{1 + \frac{1}{u^4}} = 1$$

사례 2

(a)

점 $(n + 1, 0)$ 을 지나고 곡선 $y = x^n$ 과 수직으로 만나는 직선을 l 이라고 하자.

직선 l 과 $y = x^n$ 의 교점을 $T(t, t^n)$ 이라고 하면 T 에서의 접선의 방정식은

$$y = nt^{n-1}(x-t) + t^n = nt^{n-1}x - (n-1)t^n \text{이다.}$$

$\therefore l$ 의 기울기는 $-\frac{1}{nt^{n-1}}$ 이고 l 은 $(t, t^n), (n+1, 0)$ 을 지난다.

따라서 직선 l 의 방정식은 다음과 같다.

$$l: y = -\frac{1}{nt^{n-1}}(x-t) + t^n = -\frac{1}{nt^{n-1}}x + \frac{1}{nt^{n-2}} + t^n$$

이로부터 방정식 $0 = -\frac{1}{nt^{n-1}}(n+1-t) + t^n$ 을 얻고 인수분해를 통해서 $nt^{2n-1} + t - n - 1 = (t-1)(nt^{2n-2} + \dots + nt + n + 1)$ 를 얻는다. 두 번째 인수는 항상 양수가 되므로 $t=1$ 이 이 방정식의 유일한 해가 된다.

\therefore 직선의 방정식은 $y = -\frac{1}{n}x + \frac{1}{n} + 1$ 이다.

(b)

$A'(a, 0), B'(b, 0)$ 이므로 $c'(\frac{a+b}{2}, 0)$ 인 n 을 찾는다.

$c(\frac{a+b}{2}, (\frac{a+b}{2})^2)$ 이다.

A 에서의 접선의 방정식 $y = na^{n-1}(x-a) + a^n$

B 에서의 접선의 방정식 $y = nb^{n-1}(x-b) + b^n$ 이므로

$na^{n-1}(x-a) + a^n = nb^{n-1}(x-b) + b^n$ 의 근은 $\frac{a+b}{2}$ 이다.

$$na^{n-1}(\frac{b-a}{2}) + a^n = nb^{n-1}(\frac{a-b}{2}) + b^n$$

$$\frac{n(b-a)}{2}(a^{n-1} + b^{n-1}) + a^n - b^n = 0$$

$$n(ba^{n-1} + b^n - a^n - ab^{n-1}) + 2a^n - 2b^n = 0$$

$$n(ba^{n-1} - ab^{n-1}) + (2-n)a^n - (2-n)b^n = 0$$

$n=2$ 일 때 위식은 $0 \leq a < b$ 인 임의의 두 실수 a, b 에 대해 항상 성립한다. $\therefore n=2$ 이다.

둘러싸인 영역의 면적은

$$\int_a^{\frac{a+b}{2}} (x^2 - 2a(x-a) - a^2)dx + \int_{\frac{a+b}{2}}^b (x^2 - 2b(x-b) - b^2)dx \text{이다}$$

$x^2 - 2ax + a^2 = (x-a)^2$ 이고 $x^2 - 2bx + b^2 = (x-b)^2$ 이므로

$[\frac{1}{3}(x-a)^3]_a^{\frac{a+b}{2}} + [\frac{1}{3}(x-b)^3]_{\frac{a+b}{2}}^b$ 가 면적이 된다.

$$\frac{1}{3}(\frac{b-a}{2})^3 - \frac{1}{3}(\frac{a-b}{2})^3 \quad \therefore \frac{(b-a)^3}{12}$$

(c)

점 $P(p, 0)$ 와 $Q(s, s^2+1)$ 을 지나는 직선은

$y = \frac{s^4+1}{s-p}(x-p)$ 이다. 점 $Q(s, s^2+1)$ 에서 곡선에 접하는 직선은

$y = 4s^3(x-s) + s^4 + 1$ 이다.

두 직선이 일치하므로

$$\therefore \frac{s^4+1}{s-p} = 4s^3$$

$$s^4 + 1 = 4s^4 - 4s^3p$$

$$\therefore p = \frac{3}{4}s - \frac{1}{4s^3}$$

(d)

$p = \frac{3}{4}s - \frac{1}{4s^3}$ 이다. 같은 방법으로 $p = \frac{3}{4}u - \frac{1}{4u^3}$ 이다.

$$\therefore \frac{3}{4}s - \frac{1}{4s^3} = \frac{3}{4}u - \frac{1}{4u^3}$$

양변을 s 에 대해서 미분하면

$$\frac{3}{4} + \frac{3}{4}s^{-4} = \frac{3}{4} \frac{du}{ds} + \frac{3}{4}u^{-4} \frac{du}{ds}$$

$$\therefore \frac{du}{ds} = \frac{1+s^{-4}}{1+u^{-4}} = \frac{u^4s^4+u^4}{u^4s^4+s^4}$$

$$\therefore \lim_{s \rightarrow 0} s^4 \times \frac{u^4s^4+u^4}{u^4s^4+s^4} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{u^4s^4+u^4}{u^4+1} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{u^4}{u^4+1}$$

또한 $s \rightarrow 0$ 이면 $|u| \rightarrow \infty$ 이므로

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{u^4}{u^4+1} = \lim_{u \rightarrow \infty} \frac{u^4}{u^4+1} = 1$$

$$\therefore \lim_{s \rightarrow 0} s^4 \frac{du}{ds} = 1$$

사례 3

(a)

점 $(n+1, 0)$ 을 지나고, $y = x^n$ 과 수직으로 만나는 직선 l 이 $y = x^n$ 과 만나는 교점을 $P(k, k^n)$ 이라 하자.

$$\frac{dy}{dx} = nx^{n-1}$$

P 에서의 접선의 기울기 : nk^{n-1}

$$l \text{의 기울기} = -\frac{1}{nk^{n-1}}$$

$$l: y = -\frac{1}{nk^{n-1}}(x-k) + k^n$$

$$l \text{이 } (n+1, 0) \text{ 지나므로 } -\frac{(n+1-k)}{nk^{n-1}} + k^n = 0$$

$$\Leftrightarrow nk^{2n-1} = n+1-k$$

$$\Leftrightarrow nk^{2n-1} + k = n+1$$

$$\Leftrightarrow k^{2n-1} + \frac{k}{n} = 1 + \frac{1}{n}$$

$$\Leftrightarrow k^{2n-1} - 1 = \frac{1-k}{n}$$

i) $k = 1$ 일 때 : $l: y = -\frac{1}{n}(x+1) + 1$

ii) $k \neq 1$ 일 때 : $0 < \frac{1}{n} = \frac{k^{2n-1} - 1}{1-k} \leq \frac{1}{2}$ ($\because n$ 이 2이상의 자연수)

$$\Leftrightarrow 0 > \frac{k^{2n-1} - 1}{k-1} \geq -\frac{1}{2}$$

$$\frac{k^{2n-1}-1}{k-1} < 0 \text{ 에서 } k > 1 \text{ 이면 } k^{2n-1} < 1$$

$\Rightarrow k < 1$ 이므로 모순

$$k < 1 \text{ 이면 } k^{2n-1} > 1$$

$\Rightarrow k > 1$ 이므로 모순

$$\therefore k = 1. \quad l: y = -\frac{1}{n}(x-1) + 1$$

$$\text{답 : } y = -\frac{1}{n}(x-1) + 1$$

(b)

$$B \text{에서의 접선 } y = nb^{n-1}(x-b) + b^n$$

$$A \text{에서의 접선 } y = na^{n-1}(x-a) + a^n$$

$$C'(\frac{a+b}{2}, 0)$$

C 가 A 접선, B 접선의 교점이므로

$$nb^{n-1}(\frac{a-b}{2}) + b^n = na^{n-1}(\frac{b-a}{2}) + a^n$$

$$\Leftrightarrow b^n - a^n = n \frac{b-a}{2} (a^{n-1} + b^{n-1})$$

$$\Leftrightarrow \frac{b^n - a^n}{(b-a)(a^{n-1} + b^{n-1})} = \frac{n}{2} \Leftrightarrow \frac{a^{n-1} + ab^{n-2} + \dots + b^{n-1}}{a^{n-1} + b^{n-1}} = \frac{n}{2}$$

$$\therefore n = 2$$

$$\square AA'C'C \text{의 넓이} = S$$

$$\square CC'B'B \text{의 넓이} = T$$

$$\int_a^b x^2 - S - T$$

$$= \int_a^b x^2 - \int_a^{\frac{a+b}{2}} 2a(x-a) + a^2 - \int_{\frac{a+b}{2}}^b 2b(x-b) + b^2$$

$$= \frac{b^3 + a^3}{3} - [ax^2 - a^2x]_a^{\frac{a+b}{2}} - [bx^2 - b^2x]_{\frac{a+b}{2}}^b$$

$$= \frac{(b-a)(b-a)^2}{12} = \frac{(b-a)^3}{12}$$

$$\text{답 : } n = 2, \text{ 면적} = \frac{(b-a)^3}{12}$$

(c)

$Q(s, s^4 + 1)$ 에서 곡선에 접하는 직선의 방정식은

$l: y = 4s^3(x-s) + s^4 + 1$ 이다. 이 직선이 $P(p, 0)$ 을 지나므로

$4s^3(p-s) + s^4 + 1 = 0$ 이다. 그러므로

$$p = \frac{-s^4 - 1}{4s^3} + s \text{ 이다.}$$

$$\text{답: } p = \frac{3s^4 - 1}{4s^3}$$

(d)

(c)에서 $p = \frac{3s^4 - 1}{4s^3}$ 이다.

같은 방법으로 $p = \frac{3u^3 - 1}{4u^3}$ 이다. 따라서

$$\frac{dp}{du} = \frac{3}{4} \left(1 + \frac{1}{u^4}\right), \frac{dp}{ds} = \frac{3}{4} \left(1 + \frac{1}{s^4}\right) \text{이다. 따라서}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} s^4 \frac{du}{ds} = \lim_{s \rightarrow 0} s^4 \frac{1 + \frac{1}{s^4}}{1 + \frac{1}{u^4}} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{(s^4 + 1)u^4}{u^4 + 1}$$

$s \rightarrow 0$ 일 때 $|u| \rightarrow \infty$ 이므로

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{(s^4 + 1)u^4}{u^4 + 1} = 1 \text{이다.}$$

답 : 1

사례 4

(a)

$f(x) = x^n$ 이면, 점 $(t, f(t))$ 를 지나고 그 점에서 $f(x)$ 와 수직인 직선의 방정식:

$$y = -\frac{1}{f'(t)}(x-t) + f(t) = -\frac{1}{nt^{n-1}}(x-t) + t^n = -\frac{1}{nt^{n-1}}x + \frac{1}{nt^{n-2}} + t^n \quad (x \text{축 절편: } t^{2n-1}n + t)$$

이 직선이 $(n+1, 0)$ 을 지나므로 $\frac{1}{nt^{n-1}}(n+1-t) = t^n$ 이다.

$$nt^{2n-1} + t - n - 1 = 0 \\ \Rightarrow (t-1)(nt^{2n-2} + nt^{2n-3} + \dots + nt + n + 1) = 0$$

$t = 1$ 일 때 $y = x^n$ 과 수직으로 만나는 직선의 방정식은

$$y = -\frac{1}{n}(x-1) + 1 = -\frac{1}{n}x + \frac{n+1}{n}$$

$t \geq 0$ 이면 $nt^{2n-2} + nt^{2n-3} + \dots + nt + n + 1 > 0$ 이고,

$t < 0$ 일 때 x 축 절편이 음이 되므로 이는 모순이다. 따라서 $t = 1$ 만 가능하다.

(b)

주어진 조건에 의해 $\frac{a+b}{2} = c$

$$A \text{에서의 접선의 방정식 : } y = f'(a)(x-a) + f(a) = na^{n-1}(x-a) + a^n = na^{n-1}x + (1-n)a^n$$

$$B \text{에서의 접선의 방정식 : } y = nb^{n-1}x + (1-n)b^n$$

$$na^{n-1}c + (1-n)a^n = nb^{n-1}c + (1-n)b^n \text{ 이므로}$$

$$n(a^{n-1} - b^{n-1})c = (1-n)(b^n - a^n)$$

$$a = 0 \text{ 이라고 하면 } -nb^{n-1} \frac{b}{2} = (1-n)b^n \Rightarrow -\frac{n}{2} = (1-n) \Rightarrow n = 2 (b \neq 0)$$

$\therefore n \neq 2$ 일 때는 조건 만족 못 함

$$n = 2 \text{ 일 때 } 2 \frac{a+b}{2}(a-b) = a^2 - b^2 \text{ 이므로 조건 만족}$$

\therefore 가능한 n 은 2만 존재

$$A \text{에서 접선 방정식 : } y = 2ax - a^2$$

$$B \text{에서 접선 방정식 : } y = 2bx - b^2$$

$\therefore y = x^2$ 와 두 접선으로 둘러싸인 넓이

$$\int_a^{\frac{a+b}{2}} x^2 - (2ax - a^2) dx + \int_{\frac{a+b}{2}}^b x^2 - (2bx - b^2) dx$$

$$= \int_a^b x^2 dx + [a^2x - ax^2]_a^{\frac{a+b}{2}} + [b^2x - bx^2]_{\frac{a+b}{2}}^b$$

$$= \frac{b^3}{12} - \frac{a^3}{12} + \frac{ab(a-b)}{4}$$

(c)

Q에서의 $y = x^4 + 1$ 에 대한 접선:

$$y = 4s^3(x-s) + s^4 + 1 = 4s^3x - 3s^4 + 1$$

이 선이 $(p, 0)$ 을 지나므로 $3s^4 - 1 = 4s^3p$

$$p = \frac{3}{4}s - \frac{1}{4s^3}$$

(d)

이와 같이 구하면 $p = \frac{3}{4}u - \frac{1}{4u^3}$

$$\therefore \frac{3}{4}s - \frac{1}{4}s^{-3} = \frac{3}{4}u - \frac{1}{4}u^{-3}$$

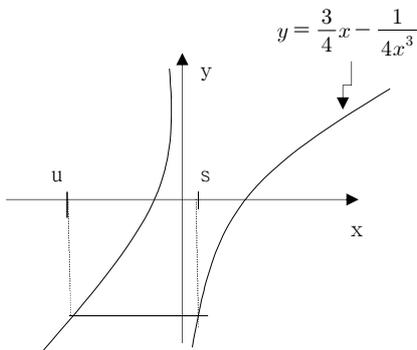
양변을 s 에 대해 미분하면

$$\frac{3}{4} + \frac{3}{4}s^{-4} = \frac{3}{4} \frac{du}{ds} + \frac{3}{4}u^{-4} \frac{du}{ds}$$

$$\Rightarrow s^4 \frac{du}{ds} = \frac{s^4 + 1}{1 + u^{-4}}$$

$f(x) = \frac{3}{4}x - \frac{1}{4x^3}$ 라고 할 때

$f(s) = f(u)$ 인데



위의 그래프에서 $s \rightarrow +0$ 일 때 $u \rightarrow -\infty$, $s \rightarrow -0$ 일 때 $u \rightarrow \infty$ 임을 알 수 있다.

$$\therefore \lim_{s \rightarrow 0} s^4 \frac{du}{ds} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^4 + 1}{1 + u^{-4}} = \frac{\lim_{s \rightarrow 0} s^4 + 1}{\lim_{s \rightarrow 0} 1 + u^{-4}} = 1$$

사례 5

(a)

만나는 점의 좌표를 (k, k^n) 이라 하면 직선의 기울기는 $\frac{1}{-nk^{n-1}}$ 이 된다.

직선의 방정식은 $y = -\frac{1}{nk^{n-1}}(x-k) + k^n$ 이것이 $(n+1, 0)$ 을 지나므로

$$0 = -\frac{1}{nk^{n-1}}(n+1-k) + k^n \quad (k \neq 0, n \neq 0)$$

$$\therefore n+1-k = nk^{2n-1}$$

$$nk^{2n-1} + k - n - 1 = 0$$

$$(k-1)(nk^{2n-2} + nk^{2n-3} + \dots + nk^{n-4} \dots + nk + n + 1) = 0$$

$$\therefore k = 1$$

따라서 직선의 방정식은

$$y = -\frac{1}{n}(x-1) + 1$$

$$y = -\frac{1}{n}x + \frac{n+1}{n}$$

(b)

$$A(a, a^n) \text{에서의 접선은 } y = na^{n-1}(x-a) + a^n$$

$$B(b, b^n) \text{에서의 접선은 } y = nb^{n-1}(x-b) + b^n$$

모두 (c, d) 를 지나므로

$$d = na^{n-1}(c-a) + a^n, \quad d = nb^{n-1}(c-b) + b^n$$

연립하면,

$$nc(a^{n-1} - b^{n-1}) = (n-1)(a^n - b^n)$$

$$a \neq b \quad c = \frac{(n-1)(a^n - b^n)}{n(a^{n-1} - b^{n-1})}$$

$\overline{A'C} = \overline{C'B}$ 이 되어야 하므로

$$c-a = b-c \quad \text{또는} \quad 2c = a+b \text{이다.}$$

$$c = \frac{(n-1)(a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + b^{n-1})}{n(a-b)(a^{n-2} + a^{n-3}b + a^{n-4}b^2 + \dots + b^{n-2})}$$

$$\frac{a+b}{2} = \frac{(n-1)(a^{n-1} + \dots + b^{n-1})}{n(a^{n-2} + a^{n-3}b + \dots + b^{n-2})}$$

$$2(n-1)(a^{n-1} + \dots + b^{n-1}) = n(a+b)(a^{n-2} + \dots + b^{n-2})$$

$$= n(a^{n-1} + 2a^{n-2}b + 2a^{n-3}b^2 + \dots + b^{n-1})$$

$$\therefore na^{n-1} + nb^{n-1} - 2(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + b^{n-1}) = 0$$

$$n(a^{n-1} + b^{n-1}) = 2(a^{n-1} + \dots + b^{n-1})$$

양변에 $(a-b)$ 를 곱하면

$$n(a^n + ab^{n-1} - a^{n-1}b - b^n) = 2(a^n - b^n) \text{인 항등식을 얻는다.}$$

$n=2$ 일 때 $2(a^2 + ab - ab - b^2) = 2(a^2 - b^2)$ 이고 $n \neq 2$ 일 때는 성립하지 않는다.

$$\therefore n = 2$$

$y = x^2$ 과 두 접선 $y = 2a(x-a) + a^2$ $y = 2b(x-b) + b^2$ 으로 둘러싸인 부분의 면적은

$$\int_a^{\frac{a+b}{2}} x^2 - 2ax + a^2 + \int_{\frac{a+b}{2}}^b x^2 - 2bx + b^2$$

$$\left[\frac{(x-a)^3}{3} \right]_a^{\frac{a+b}{2}} + \left[\frac{(x-b)^3}{3} \right]_{\frac{a+b}{2}}^b$$

$$= \frac{1}{8}(b-a)^3 - \frac{1}{8}(a-b)^3$$

$$= \frac{2b^3 + 6ba^2 - 6b^2a - 2a^3}{24}$$

$$= \frac{(b-a)^3}{12}$$

(c)

Q에서 접선은 $y = 4s^3(x-s) + t \quad t = s^4 + 1$

$$\therefore y = 4s^3x - 4s^4 + s^4 + 1$$

$$y = 4s^3x - 3s^4 + 1$$

이 직선이 $P(p, 0)$ 을 지나므로 $p \neq 0, s \neq 0$

$$4s^3p - 3s^4 + 1 = 0$$

$$p = \frac{3s^4 - 1}{4s^3}$$

(d)

$$\lim_{s \rightarrow 0} s^4 \frac{du}{ds} = \lim_{s \rightarrow 0} s^4 \frac{\frac{dp}{ds}}{\frac{dp}{du}}$$

$$p = \frac{3}{4}s - \frac{1}{4s^3} \quad \frac{dp}{ds} = \frac{3}{4} + \frac{3}{4}s^{-4}$$

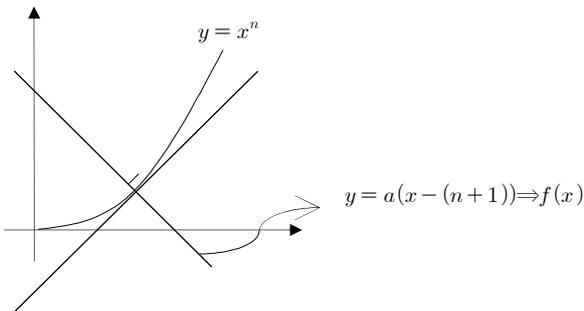
$$p = \frac{3}{4}u - \frac{1}{4u^3} \quad \frac{dp}{du} = \frac{3}{4} + \frac{3}{4}u^{-4}$$

$$\therefore \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\frac{3}{4}s^4(1+s^{-4})}{\frac{3}{4}(1+u^{-4})} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^4+1}{1+u^{-4}}$$

$s \rightarrow 0$ 일 때 $|u| \rightarrow \infty$ 이므로 $\lim_{s \rightarrow 0} s^4 \frac{du}{ds} = 1$ 이다.

사례 6

(a)



$(n+1, 0)$ 을 지나고 $y = x^n$ 과 수직으로 만나는 직선의 방정식을 구해보자.

구하려는 직선의 방정식을 $y = f(x)$ 라 하고 이 직선과 $y = x^n$ 가 만나는 점을 (b, b^n) 이라 하자.

$$y' = nx^{n-1}$$

$$\therefore (b, b^n)에서 접선의 방정식 : y = nb^{n-1}(x-b) + b^n = nb^{n-1}x - (n-1)b^n$$

접선과 $y = f(x)$ 은 수직이므로 기울기의 곱이 -1

$$\therefore anb^{n-1} = -1 \quad \text{-----①}$$

(b, b^n) 은 $f(x)$ 위의 점이므로

$$a(b - (n+1)) = b^n \quad \text{-----②}$$

\therefore ①, ②에 의해

$$a = \frac{b^n}{b - (n+1)} = -\frac{1}{nb^{n-1}}$$

$$(n+1) - b = nb^{2n-1}$$

$$\therefore nb^{2n-1} + b - (n+1) = 0$$

$$(b-1)(nb^{2n-2} + \dots + nb^2 + nb + (n+1)) = 0$$

이 때 $b > 0, n > 0$ 이므로 $nb^{2n-2} + \dots + nb^2 + nb + n + 1 \neq 0$

$$\therefore b = 1$$

$$\therefore a = -\frac{1}{n} f(x) = -\frac{1}{n}(x - (n+1))$$

(b)

$$y = nb^{n-1}x - (n-1)b^n$$

$$y = na^{n-1}x - (n-1)a^n$$

따라서 C의 x좌표를 구하면

$$nb^{n-1}x - (n-1)b^n = na^{n-1}x - (n-1)a^n$$

$$n(a^{n-1} - b^{n-1})x = (n-1)(a^n - b^n)$$

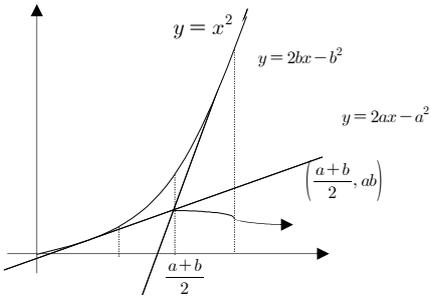
$$\therefore x = \frac{(n-1)(a^n - b^n)}{n(a^{n-1} - b^{n-1})}$$

$\overline{A'C} = \overline{C'B'}$ 이므로

$$\frac{a+b}{2} = \frac{(n-1)(a^n - b^n)}{n(a^{n-1} - b^{n-1})}$$

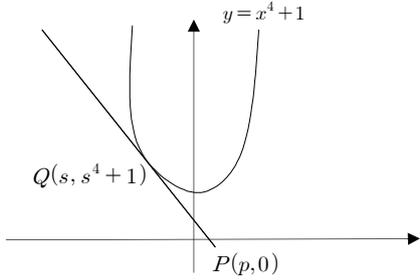
임의의 두 실수 a, b 에 대하여 성립해야 한다.

$\therefore n = 2$ 일 때만 위 식이 항상 성립한다.



$$\begin{aligned} \therefore & \int_a^b x^2 dx - \int_a^{\frac{a+b}{2}} 2ax - a^2 dx - \int_{\frac{a+b}{2}}^b 2bx - b^2 dx \\ &= \frac{1}{3}(b^3 - a^3) - \frac{1}{2} \frac{b-a}{2} (a^2 + ab) - \frac{1}{2} \frac{b-a}{2} (b^2 + ab) \\ &= \frac{1}{3}(b^3 - a^3) - \frac{1}{4}(b-a)(a^2 + 2ab + b^2) \\ &= \frac{1}{12}(4(b-a)(b^2 + ab + a^2) - 3(b-a)(a^2 + 2ab + b^2)) \\ &= \frac{(b-a)}{12}(4b^2 + 4ab + 4a^2 - 3a^2 - 6ab - 3b^2) \\ &= \frac{b-a}{12}(b^2 - 2ab + a^2) = \frac{1}{12}(b-a)^3 \end{aligned}$$

(c)



Q에서의 접선의 방정식 : $y = 4s^3x - 3s^4 + 1$

\therefore 접선이 P를 지나므로

$$4s^3p - 3s^4 + 1 = 0$$

$$\therefore p = \frac{3s^4 - 1}{4s^3}$$

(d)

p를 u에 대해서 나타내면

$$p = \frac{3u^4 - 1}{4u^3}$$

$$\therefore \frac{3s^4 - 1}{4s^3} = \frac{3u^4 - 1}{4u^3} = p$$

$3s^4u^3 - u^3 = 3u^4s^3 - s^3$ 을 s에 대해 미분하면

$$12s^3u^3 + 9s^4u^2 \frac{du}{ds} - 3u^2 \frac{du}{ds} = 9u^4s^2 + 12u^3s^3 \frac{du}{ds} - 3s^2$$

$$12s^3u^3 - 9u^4s^2 + 3s^2 = (3u^2 - 9s^4u^2 + 12u^3s^3) \frac{du}{ds}$$

$$s^2(4su^3 - 3u^4 + 1) = u^2(4us^2 - 3s^4 + 1) \frac{du}{ds}$$

$$\therefore \lim_{s \rightarrow 0} s^4 \frac{s^2(4su^3 - 3u^4 + 1)}{u^2(4us^3 - 3s^4 + 1)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^4 + 1}{1 + \frac{1}{u^4}}$$

$$= 1 \quad (\because s \rightarrow 0 \text{ 일 때 } |u| \rightarrow \infty)$$

4) 부족 답안의 사례

사례 1

(a)

$x \geq 0$ 인 구간에서 곡선 $y = x^n$ 위의 점 (α, α^n) 의 접선의 방정식

$$l: y = n\alpha^{n-1}(x - \alpha) + \alpha^n = n\alpha^{n-1}x - (n-1)\alpha^n$$

$(n+1, 0)$ 을 지나고, $y = x^n$ 과 수직인 직선을 m이라하면

$m: y = k(x - n - 1)$ m이 곡선 위 점 (α, α^n) 을 지닌다.

$$k = -\frac{1}{n\alpha^{n-1}} \text{ 이므로}$$

$$\therefore m = y = -\frac{1}{n\alpha^{n-1}}(x - n - 1)$$

(b)

$y = x^n$ 위의 점 A 를 지나는 직선의 방정식: $y = na^{n-1}(x-a) + a^n$

$y = x^n$ 위의 점 B 를 지나는 직선의 방정식: $y = nb^{n-1}(x-b) + b^n$

두 방정식의 교점이 점 $C(c, d)$

$$na^{n-1}(x-a) + a^n = nb^{n-1}(x-b) + b^n$$

$$nx(a^{n-1} - b^{n-1}) = n-1(a^n - b^n)$$

$$x = \frac{n-1}{n} \times \frac{a^n - b^n}{a^{n-1} - b^{n-1}} \Rightarrow C \text{의 } x \text{좌표}$$

$$(a+b) \times \frac{1}{2} = \frac{n-1}{n} \times \frac{a^n - b^n}{a^{n-1} - b^{n-1}} \qquad \frac{n-1}{n} = \frac{a^{n-1} - b^{n-1}}{a^n - b^n} \times \frac{1}{2}(a+b)$$

$$1 - \frac{1}{n} = \frac{a^{n-1} - b^{n-1}}{a^n - b^n} \times \frac{1}{2}(a+b)$$

$$n = \frac{2(a^n - b^n)}{(a^{n-1} + b^{n-1})(a-b)}$$

$y = x^n$ 과 두 접선으로 둘러싸인 넓이 S

(c)

점 P 를 지나고 $y = x^4 + 1$ 에 접하는 직선의 방정식 l 을

$y = m(x-p)$ 라 하면

l 은 $Q(s, t)$ 를 지나므로 $t = m(s-p)$

$Q(s, t)$ 는 $y = x^4 + 1$ 을 지나므로 $t = s^4 + 1$

$y = x^4 + 1$ 위의 점 $Q(s, t)$ 에서 접선의 방정식 : $y = 4s^3(x-s) + t$

$y = 4s^3(x-s) + t$ 와 직선 l 과 동일하다.

따라서 직선 l 의 기울기 $m = 4s^3$

$t = 4s^3(s-p)$ 이므로

$$s^4 + 1 = 4s^4 - 4s^3p$$

$$p = \frac{3s^4 - 1}{4s^3}$$

(d)

문제 (c)와 마찬가지로 p 를 u 에 관한 식으로 나타내면

$$p = \frac{3u^4 - 1}{4u^3}$$

$$\therefore \frac{3u^4 - 1}{4u^3} = \frac{3s^4 - 1}{4s^3} \Rightarrow \frac{3}{4}u - \frac{1}{4u^3} = \frac{3}{4}s - \frac{1}{4s^3}$$

양변을 s 에 관해 미분하면 $(\frac{3}{4} + \frac{1}{12u^4})\frac{du}{ds} = \frac{3}{4} + \frac{1}{12s^4}$

$$\frac{du}{ds} = (\frac{9s^4 + 1}{s^4})(\frac{u^4}{9u^4 + 1})$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} s^4 (\frac{9s^4 + 1}{s^4})(\frac{u^4}{9u^4 + 1})$$

i) $s \rightarrow +0$ 일 때 $p \rightarrow -\infty$ 이고 $u \rightarrow -\infty$

ii) $s \rightarrow -0$ 일 때 $p \rightarrow \infty$ 이고 $u \rightarrow \infty$

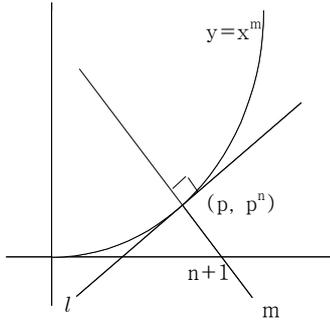
$$\lim_{s \rightarrow +0} s^4 \frac{9s^4 + 1}{s^4} \frac{u^4}{9u^4 + 1} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{9s^4 + 1}{9 + \frac{1}{u^4}} = \frac{1}{9}$$

$$\lim_{s \rightarrow +0} s^4 \times \frac{9s^4 + 1}{s^4} \times \frac{u^4}{9u^4 + 1} = \lim_{s \rightarrow +0} \frac{9s^4 + 1}{9 + \frac{1}{u^4}} = \frac{1}{9}$$

$$\therefore \lim_{s \rightarrow 0} s^4 \frac{du}{ds} = \frac{1}{9}$$

사례 2

(a)



$$l: y = np^{n-1}(x-p) + p^n$$

$$m: y = -\frac{1}{np^{n-1}}(x-p) + p^n = -\frac{1}{np^{n-1}}(x - (n+1))$$

$$\frac{p}{n-p^{n-1}} + p^n = \frac{n+1}{np^{n-1}}$$

$$p^n = \frac{n+1-p}{n-p^{n-1}}$$

$$np^{2n-1} = n+1-p$$

(b)

$\overline{A'C} = \overline{C'B}$ 인 n의 조건은?

$$c - a = b - c, 2c = a + b$$

즉, $c = \frac{1}{2}(a + b)$ 이어야 한다.

$$\text{직선 } AC: y = na^{n-1}(x-a) + a^n \quad (1)$$

$$\text{직선 } CB: y = nb^{n-1}(x-b) + b^n \quad (2)$$

(1), (2)의 교점 $x = c$

$$na^{n-1}x - na^n + a^n = nb^{n-1}x - nb^n + b^n$$

$$(na^{n-1} - nb^{n-1})x = n(a^n - b^n) - (a^n - b^n)$$

$$= (n-1)(a^n - b^n)$$

$$\therefore x = \frac{n-1}{n} \frac{a^n - b^n}{a^{n-1} - b^{n-1}} = \frac{1}{2}(a + b)$$

한편 $a^n - b^n = p_n$ 이라하면

$$p_n = ap_{n-1} + b^{n-1}(p_1 - p_0)$$

$$= ap_{n-1} + b^{n-1}p_1$$

두 접선에 의해 둘러싸인 영역은

$$\int_a^c (x^n - na^{n-1}(x-a) - a^n + a^n n - a^n) dx + \int_c^b (x^n - nb^{n-1}(x-b) - b^n) dx$$

$$= \left[\frac{1}{n+1}x^{n+1} - \frac{1}{2}na^{n-1}x^2 + a^n(n-1)x \right]_a^c + \left[\frac{1}{n+1}x^{n+1} - \frac{1}{2}nb^{n-1}x^2 + b^n(n-1)x \right]_c^b$$

$$= \frac{1}{n+1}(c^{n+1} - a^{n+1} + b^{n+1} - c^{n+1}) - \frac{1}{2}n(a^{n-1}a^2 - b^{n-1}b^2 - b^{n-1}c^2) + a^n(n-1)(c-a) + b^n(n-1)(b-c)$$

$$= \frac{1}{n+1}(b^{n+1} - a^{n+1}) - \frac{1}{2}n(a^{n+1} - b^{n+1} + c^2(a^{n-1}b^{n-1})) + (n-1)(c(a^n - b^n) - (a^{n+1} - b^{n+1}))$$

$$= \left(\frac{1}{A+1} + \frac{3}{2}n-1 \right) (b^{n+1} - a^{n+1}) + ((1-n)c + \frac{1}{2}nc^2)(a^n - b^n)$$

(이때 $c = \frac{1}{2}(a+b)$)

(c)

$$y = m(x-p)$$

$$x^4 + 1 = mx - mp$$

$$x^4 - mx + mp + 1 = 0$$

$m = 4s^3 + 1$ 대입

$$s^4 - s(4s^3 + 1) + (4s^3 + 1)p + 1 = 0$$

$$(4s^3 + 1)p = 3s^4 + s - 1$$

$$\therefore p = \frac{3s^4 + s - 1}{4s^3 + 1}$$

(d)

한편 $(4s^3 + 1)(x - s) + s^4 + 1 = (4u^3 + 1)(x - u) + u^4 + 1$

$$(4s^3 - 4u^3)x = 3s^4 - 3u^4$$

$$\therefore x = p = \frac{3s^4 - 3u^4}{4s^3 - 4u^3} = \frac{3s^4 + s - 1}{4s^3 + 1}$$

$$(3s^4 - 3u^4)(4s^3 + 1) = (4s^3 - 4u^3)(3s^4 + s - 1)$$

$$(12u^2 + 12u^3) \frac{du}{ds} = 4u^3$$

사례 3

(a)

$y' = nx^{n-1}$ 이므로 접하는 직선과 기울기의 곱이 -1 이라면 $y = x^n$ 과 수직으로 만나는 것이므로 $y = x^n$ 위의 임의의 점 (α, α^n) 을 잡으면 이 점을 지나고 $y = x^n$ 에 수직인 직선의 방정식은 $y = -\frac{1}{n\alpha^{n-1}}(x - \alpha) + \alpha^n$ 이고 이 직선은 $(n+1, 0)$ 을 지나므로

$$0 = \alpha - n - 1 + n\alpha^{2n-1} \text{을 만족한다. } n \geq 2 \text{이므로}$$

$$\log(n+1) = \log\alpha + \log n + (2n-1)\log\alpha \text{이고}$$

$$\log\left(1 + \frac{1}{n}\right) = 2n \log\alpha$$

따라서 $\alpha = \sqrt[2n]{1 + \frac{1}{n}}$ 이다.

구하는 방정식은 $y = -\frac{1}{n\alpha^{n-1}}(x - n - 1)$ 과도 동일하므로

$$y = -\frac{1}{\sqrt[2n]{(n+1)(n+1)^{n-1}}}(x - n - 1) \text{이다.}$$

(b)

A에서의 접선의 방정식은 $y = na^{n-1}(x - a) + a^n$ 이고

B에서의 접선의 방정식은 $y = nb^{n-1}(x - b) + b^n$ 이고

$\overline{A'C} = \overline{C'B}$ 이려면 C' 값이 $(\frac{a+b}{2}, 0)$ 이어야 하므로 두 접선의 교점의 x 좌표가 $\frac{a+b}{2}$ 라는 것을 알 수 있다.

$$na^{n-1}\left(\frac{b-a}{2}\right) + a^n = nb^{n-1}\left(\frac{a-b}{2}\right) + b^n \text{이고 정리하면}$$

$$n(a^{n-1}(b-a) + b^{n-1}(b-a)) = 2(b^n - a^n)$$

따라서 $n = \frac{2(b^{n-1} + ab^{n-2} + a^2b^{n-3} \dots a^{n-2}b + a^{n-2})}{b^{n-1} + a^{n-1}}$ 이다.

접선과 $y = x^n$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이는

$\int_a^b x^n bx - \frac{b-a}{2} (\frac{AA'+CC'}{2} + \frac{CC'+BB'}{2})$ 이다.

$$\frac{AA'+CC'}{2} + \frac{CC'+BB'}{2} = \frac{a^n + b^n + a^n + b^n + \frac{n}{2}(a^{n-1} - b^{n-1})(b-a)}{2}$$

따라서 둘러싸인 넓이는

$$\begin{aligned} & \frac{1}{n+1}(b^{n+1} - a^{n+1}) - \frac{b-a}{2}(a^n + b^n) + \frac{(b-a)^2}{2} \times \frac{n}{4} \times (a^{n-1} - b^{n-1}) \\ &= \frac{1}{b+1}(b^{n+1} - a^{n+1}) - \frac{b-a}{2}(a^n + b^n + \frac{1}{2}(b^n - a^n)(b-a)(a^{n-1} - b^{n-1})) \end{aligned}$$

(c)

$y' = 4x^3$ 이고

$Q(s, t)$ 를 지나는 접선의 방정식은

$y = 4s^3(x - s) + s^4 + 1$ 이다.

P는 x절편이므로 $p = \frac{3s^4 - 1}{4s^3}$ 이다.

(d)

$y' = 4x^3$ 이고 $R(u, v)$ 를 지나는 접선의 방정식은

$y = 4u^3x - 3u^3 + 1$ 이다.

P는 x절편이므로 $p = \frac{3u^4 - 1}{4u^3}$ 이다.

따라서 $\frac{3s^4 - 1}{4s^3} = \frac{3u^4 - 1}{4u^3}$ 이고 $12s^4u^3 - 4u^3 = 12s^3u^4 - 4s^3$ 이다.

이 식을 미분하면 $48u^3s^3ds + 36u^2s^4du - 12u^2ds = 36s^2u^4ds + 48s^3u^3du - 12s^2ds$ 이다.

ds 로 식을 나누면 $48s^3u^3 + 36u^2s^4 \frac{du}{ds} - 12u^2 \frac{du}{ds} = 36s^2u^4 + 48s^3u^3 \frac{du}{ds} - 12s^2$ 이다.

$\frac{du}{ds} = \frac{4s^3u^3 + u^2 - 3u^2s^4}{4s^3u^3 + s^2 + 3u^4s^2}$ 이고 $\lim_{s \rightarrow 0} s^4 \frac{du}{ds} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{4s^5u^3 + s^2u^2 - 3u^2s^6}{4su + s^2 + 3u^2} = 0$

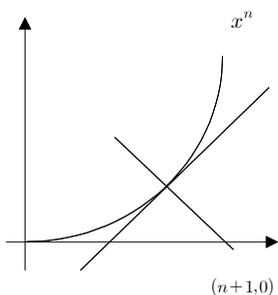
따라서 $\lim_{s \rightarrow 0} s^4 \frac{du}{ds} = 0$ 이다.

사례 4

(a)

$y = x^n$ 과 수직으로 만나는 직선의 방정식은 x^n 의 접선의 방정식과 수직인 직선을 뜻한다.

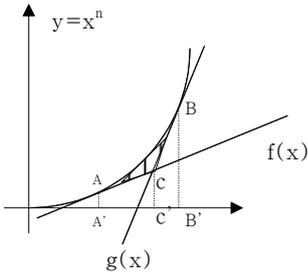
$n \geq 2$ 인 x^n



$y = nx^{n-1}(x - n) + n^n$

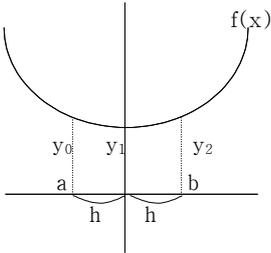
(b)

$$\overline{A'C} = \overline{C'B'}$$



$$f(x) = na^{n-1}x - na + a^n$$

$$g(x) = nb^{n-1}x - nb' + b^n$$



$$f(x) = na^{n-1}(x-a) + a^n$$

$$g(x) = nb^{n-1}(x-b) + b^n$$

$$\int_{A'}^{B'} x^n dx \Rightarrow$$

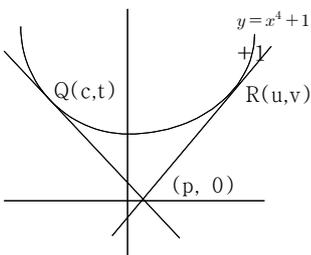
$$\int_{A'}^{B'} x^n dx - \left(\int_{A'}^C f(x) dx + \int_C^{B'} y(x) dx \right) = S$$

$$\frac{b-a}{2} = h \quad A'B' = b-a$$

$$\frac{b-a}{2} (a^n + 4d + b^n) = \text{전체 넓이}$$

$$\int_{A'}^C f(x) dx + \int_C^{B'} g(x) dx = \left[\frac{na^{n-1}}{2} x^2 + (a^n - na)x \right]_a^c + \left[\frac{nb^{n-1}}{2} x^2 + (b^n n^b)x \right]_c^b$$

(c)



$$Q(s, s^4 + 1) \quad R(u, u^4 + 1)$$

$$y - t = 4s^3(x - s)$$

$$y = 4s^3(x - s) + s^4 + 1$$

$$0 = 4s^3(p - s) + s^4 + 1$$

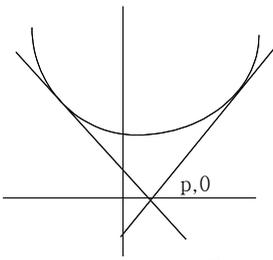
$$3s^4 - 1 = 4s^3p$$

$$(p, 0) \text{대입}$$

$$4s^3p - 4s^4 + s^4 + 1 = 0$$

$$p = \frac{3s^4 - 1}{4s^3}$$

(d)



$$\lim_{s \rightarrow 0} s^4 \frac{dy}{ds} \rightarrow \frac{dy}{ds} \stackrel{\frac{dt}{ds}}{=} \frac{dy}{dt} \quad v = u^4 + 1$$

$$y = 4u^3(x - u) + v \quad (p, 0) \text{ 대입}$$

$$0 = 4u^3(p - u) + v = 4u^3(p - u) + u^4 + 1$$

$$p = \frac{3u^4 - 1}{4u^3}$$

$$s^4 \frac{dy}{ds} = 4s^3 \times \frac{\frac{3s^4 - 1}{4u^3}}{\frac{3u^4 - 1}{4u^3}} = 4s^3 \times \frac{p}{4u^3} = \frac{s^3}{u^3} \times p$$

사례 5

(a)

$$y = x^n \text{ 위의 점 } T(t, t^n)$$

여기서의 접선 $y = nt^{n-1}(x - t) + t^n$ 이고 -(1)

점 T를 지나는 접선이 $(n+1, 0)$ 지나면 된다.

기울기는(접선) $\frac{-t^n}{n+1-t}$

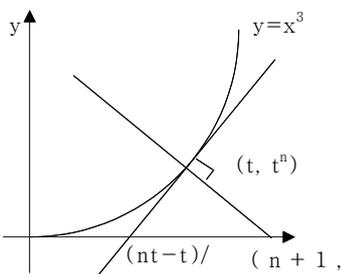
$$\frac{-t^n}{n+1-t} \times nt^{n-1} = -1$$

$$\frac{t^n}{n-t+1} \times nt^{n-1} = 1$$

식: $y = \frac{-t^n}{n+1-t}(x - n - 1)$

$$= -\frac{1}{nt^{n-1}}(x - n - 1)$$

(b)



점 A에서 접선 $y = f'(a)(x - a) + f(a)$

점 B에서 접선 $y = f'(b)(x - b) + f(b)$

$$x\{f'(a) - f'(b)\} = af'(a) - f(a) - bf'(b) + f(b)$$

$$x = \frac{(n-1)f(a) - f(b)}{f'(a) - f'(b)} = c$$

$$2 \times \frac{(n-1)f(a) - f(b)}{f'(a) - f'(b)} = a + b$$

$$(n-1) = \frac{f'(a) - f'(b)}{f'(a) - f'(b)}(a + b)$$

$$n = \frac{f'(a) - f'(b)}{2f'(a) - f'(b)}(a + b) + 1$$

넓이는 $\int_a^b x^n dx - \int_a^c f'(a)(x - a) + f(a) dx - \int_c^b f'(b)(x - b) + f(b) dx$

$$\int_a^c f'(a)(x - a) + f(a) dx + \int_c^b f'(b)(x - b) + f(b) dx$$

(c)

$t = s^4 + 1$. 점Q에서의 접선이 점 P를 지나므로 $4s^3(x - s) + s^4 + 1 = y$ 가 (p, 0)지남

$$(p - s)4s^3 = -(s^4 + 1)$$

$$p - s = -\frac{s^4 + 1}{4s^3} = -\left(\frac{s}{4} + \frac{1}{4s^3}\right)$$

$$p = \frac{3}{4}s - \frac{1}{4s^3}$$

(d)

점 Q에서의 접선 방정식

$$y = 4s^3(x - s) + s^4 + 1$$

점 R에서의 접선 방정식

$$y = 4u^3(x - u) + u^4 + 1$$

$$4s^3(x - s) + s^4 + 1 = 4u^3(x - u) + u^4 + 1$$

$$4x(s^3 - u^3) = 3(s^4 - u^4) \quad s \neq u \text{ 이므로}$$

$$4x(s^2 + us + u^2) = 3(u + s)(u^2 + s^2)$$

여기서 $x = p$ 이므로

$$4p(s^2 + us + u^2) = 3(u + s)(u^2 + s^2). \quad p = \frac{3}{4}s - \frac{1}{4s^3}$$

$$\left(3s - \frac{1}{s^3}\right)(s^2 + us + u^2) = 3(u + s)(u^2 + s^2)$$

$$3s^3 + 3us^2 + 3su^2 - \frac{1}{s} - \frac{u}{s^2} - \frac{u^2}{s^3} = 3s^3 + 3u^3 + 3s^2 + 3su^2$$

$$3u^3 = -\frac{1}{s} - \frac{u}{s^2} - \frac{u^2}{s^3}$$

$$3u^3 s^3 = -s^2 - us - u^2$$

s로 미분하면 $9u^2 s^3 \frac{du}{ds} + 9u^3 s^2 = -2s - u - s \frac{du}{ds} - 2u \frac{du}{ds}$

$$\frac{du}{ds}(9u^2 s^3 + s + 2u) = -9u^3 s^2 - u - 2s$$

$$\frac{du}{ds} = -\frac{9u^3 s^2 + u + 2u}{9u^2 s^3 + s + 2u}$$

$$\begin{aligned} \text{준식} &= \lim_{s \rightarrow 0} s^4 \times \left(-\frac{9u^3s^2 + u + 2s}{9u^2s^3 + s + 2u} \right) & 3u^3s^2 &= -s - u - \frac{u^2}{s} \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} s^4 \times \left(-\frac{s + 2u + \frac{3u^2}{s}}{+u + 2s + \frac{3s^2}{4}} \right) & 3u^2s^3 &= -u - s - \frac{s^2}{u} \\ &= -\lim_{s \rightarrow 0} s^4 \frac{(s^2 + 2us + 3s^2)u}{(u^2 + 2us + 3s^2)s} & s^2 + 2us + u^2 &= 3u^3s^3 \\ &= -\lim_{s \rightarrow 0} s^4 \times \frac{u}{s} \times \frac{u^2(3us^3 + 2)}{s^2(3u^3s + 2)} \\ &= -\lim_{s \rightarrow 0} u^3s \left(\frac{3us^3 + 2}{3u^3s + 2} \right) \end{aligned}$$

사례 6

(a)

$y = x^n$ 의 도함수는 $y' = nx^{n-1}$ 이므로 점 (t, t^n) 에서 $y = x^n$ 과 수직으로 만나는 직선은 $y = -\frac{1}{nt^{n-1}}(x-t) + t^n$ 이다.

이 직선이 점 $(n+1, 0)$ 을 지나므로 $-\frac{1}{nt^{n-1}}(n+1-t) + t^n = 0$, $nt^{2n-1} + t - 1 = n$, $n = \frac{1-t}{t^{2n-1}-1}$

(b)

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AC} &\text{는 } y = na^{n-1}(x-a) + a^n = na^{n-1}x + (1-n)a^n, \\ \overrightarrow{BC} &\text{는 } y = nb^{n-1}(x-b) + b^n = nb^{n-1}x + (1-n)b^n \text{이다.} \\ na^{n-1}c + (1-n)a^n &= nb^{n-1}c + (1-n)b^n \\ n(a^{n-1} - b^{n-1})c &= (1-n)(b^n - a^n) \\ \therefore c &= \frac{(n-1)(a^n - b^n)}{n(a^{n-1} - b^{n-1})} \end{aligned}$$

이때 $\overrightarrow{A'C} = \overrightarrow{B'C}$ 이므로 $c - a = b - c$, $2c = a + b$

$$\begin{aligned} \frac{2(n-1)(a^n - b^n)}{n(a^{n-1} - b^{n-1})} &= a + b \text{ 이므로} \\ 2(n-1)(a^n - b^n) &= n(a^n - ab^{n-1} + ba^{n-1} - b^n) \\ n(a^n - b^n) - 2(a^n - b^n) &= n(ba^{n-1} - ab^{n-1}) \\ (n-2)(a^n - b^n) &= abn(a^{n-2} - b^{n-2}) \end{aligned}$$

(c)

\overrightarrow{PQ} 는 $y = (4s^3)(x-s) + s^4 + 1$ 로 나타낼 수 있으며 $P(p, 0)$ 을 지난다.

따라서 $4s^3x - 3s^4 + 1 = y$, $4s^3p = 3s^4 + 1$ 이므로

$$p = \frac{3s^4 + 1}{4s^3} \text{이다. (단, } s \neq 0)$$

(d)

$$\frac{3s^4 + 1}{4s^3} = p = \frac{3u^4 + 1}{4u^3}, \quad u^3(3s^4 + 1) = s^3(3u^4 + 1)$$

이때 양변을 s 로 미분하면

$$\begin{aligned} 3u^2(3s^4 + 1) \frac{du}{ds} + u^3 12s^3 &= 3s^2(3u^4 + 1) + s^3 12u^3 \frac{du}{ds} \\ u^2(3s^4 + 1) - 4s^3u^3 \frac{du}{ds} &= s^2(3u^4 + 1) - 4s^3u^3 \\ \therefore \frac{du}{ds} &= \frac{s^2(3u^4 + 1) - 4s^3u^3}{u^2(3s^4 + 1) - 4s^3u^3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{s \rightarrow 0} s^4 \frac{du}{ds} &= \lim_{s \rightarrow 0} s^4 \frac{s^2(3u^4+1) - 4s^3u^3}{u^2(3s^4+1) - 4s^3u^3} \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{3s^6u^4 + s^6 - 4s^7u^3}{3s^4u^2 + u^2 - 4s^3u^3} \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^6}{u^2} \frac{3u^4+1-4u^3}{3s^4+1-4s^3} \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^6}{u^2} \end{aligned}$$

<평가>

(a) x 축 위의 점 $(n+1, 0)$ 을 지나고 곡선 $y=x^n$ 에 수직으로 만나는 직선과 곡선 $y=x^n$ 이 만나는 점을 (α, α^n) 이라 하자. (α, α^n) 에서 곡선 $y=x^n$ 에 접하는 접선의 기울기는 $n\alpha^{n-1}$ 이므로 곡선 $y=x^n$ 과 수직으로 만나는 직선은 기울기는 $-\frac{1}{n\alpha^{n-1}}$ 이고 이 직선의 방정식은 $y = \frac{-1}{n\alpha^{n-1}}(x-\alpha) + \alpha^n$ 이다. 이 직선이 점 $(n+1, 0)$ 을 지나므로 $n\alpha^{2n-1} + \alpha - n - 1 = 0$ 이다. $\alpha=1$ 이 이 식의 해이므로 구하고자 하는 직선의 방정식은 $y = \frac{-1}{n}(x-1) + 1$ 이다. 구하고자 하는 직선의 방정식이 $y = \frac{-1}{n}(x-1) + 1$ 이외에는 없다는 사실까지 설명할 수 있다면 더 좋은 답안이 될 것이다.

(b) $\overline{A'C'} = \overline{C'B'}$ 조건으로부터 얻은 식 $\frac{n-1}{n}(b^n - a^n) = \frac{1}{2}(b+a)(b^{n-1} - a^{n-1})$ 가 a 와 b 에 대한 항등식임을 인지하지 못하여 n 을 a 와 b 의 함수로 나타내려고 하는 경우가 많았다.

(c) 미분의 기본 개념을 잘 이해하고 있으면 큰 어려움 없이 해결할 수 있는 문제이다. 잘못된 답안은 대부분 계산 과정의 오류에서 비롯되었다.

(d) 변수 s, t, p 의 관계식을 잘못 유도한 경우가 많았다. 변수 s, t, p 에 대해 올바른 관계식을 유도한 경우에도 음함수의 미분법, 매개변수로 나타내어진 함수의 미분법을 잘못 적용한 오답도 많았다. s 가 0으로 갈 때 u 의 절댓값이 무한대로 발산함을 인지하지 못한 경우도 있었다.

나) 논제 2(물리)

1) 출제 의도

논제 2는 고등학교 교과서 내 물체의 운동역학 부문에서 물체의 2차원 포물선 운동과 충돌에 관한 내용으로, 물체의 등가속도 운동, 등속도 운동, 그리고 완전 비탄성 충돌 시 운동량이 보존되는 물체의 운동에 대한 이해를 시험하고 있다. 이러한 물체의 포물선 운동과 완전비탄성 충돌에 관한 내용을 일부 일선 고등학교에서는 물리II 교과서에서 학습하는 부분일 수 있지만, 물리I에서 물체의 등가속도 운동, 등속도 운동과 운동량 보존 법칙을 배운 학생은 문제없이 풀이할 수 있다.

2) 논제 해설 및 평가

논제 2의 문항(a): 중력가속도가 일정한 상황에서 2차원 운동을 하는 물체의 운동을 묻고 있다. 물체는 x 축 방향으로 등속도 운동을, y 축 방향으로 등가속도 운동을 한다. 따라서 등속도 운동과 등가속도 운동을 이해하고 수리적으로 정리하면 쉽게 해결할 수 있는 문항이다. 문체의 x 축 이동거리 $x(t)$ 에서 시간 t 를 구해 물체의 y 축 이동거리를 $y(x)$ 로 표현하면 $y(x)$ 가 x 의 2차 함수로 표현되므로 포물선 운동을 함을 알 수 있다.

문제 2의 문항(b): 최고점에 도달하는 시간 T 는 (a)에서 y 축 속도 성분이 0일 때 이므로, T 를 (a)에서 구한 x 축 및 y 축 이동거리에 대입하면 최고점의 좌표 (X, Y) 를 v_A 와 θ_0 의 함수로 표현할 수 있다.

문제 2의 문항(c): 물체 A가 충돌하지 않고 날아갈 때 가장 멀리 가기 위해서는 최고점의 x 축 위치 X 가 최대가 되어야 한다. 따라서 $2\sin\theta_0\cos\theta_0 = \sin2\theta_0$ 의 관계를 이용하여 θ_0 를 구할 수 있다.

문제2의 문항(d): 물체 A와 B가 최고점에서 충돌하려면 물체 B는 수직운동만 하므로 물체 A의 y 축 속도와 같아야 한다. 이를 활용하면 v_B 를 v_A 와 θ_0 로 표현할 수 있다.

문제2의 문항(d): 물체 A와 B가 최고점에서 완전비탄성 충돌할 경우 운동량은 보존되지만 에너지는 보존되지 않기 때문에 운동량 보존법칙에 의거하여 해결하면 된다. 충돌 전에 물체 A는 x 축 속도성분만 가지고 물체 B의 속도성분은 0이므로 완전탄성 충돌 후 물체는 x 축 방향으로 운동하고 모멘텀은 $(m+M)V$ 가 된다. 충돌전의 모멘텀 $Mv_A\cos\theta_0$ 에서 x 축으로 운동하는 충돌 후 물체의 속력 V 를 구할 수 있다.

3) 우수답안의 사례

사례 1

(a)

수평방향은 힘을 받지 않으므로 $x(t) = V_A\cos\theta_0 t$ - (1) 이다

그러나 수직방향은 중력을 받으므로 $y(t) = V_A\sin\theta_0 t - \frac{1}{2}gt^2$ - (2) 이다.

여기서 $t = \frac{x(t)}{V_A\cos\theta_0}$ 이다. 이를 $y(t)$ 에 대입하면

$$y(t) = V_A\sin\theta_0 \frac{x(t)}{V_A\cos\theta_0} - \frac{1}{2}g\left(\frac{x(t)}{V_A\cos\theta_0}\right)^2$$

$$= \tan\theta_0 x(t) - \frac{g}{2V_A^2\cos^2\theta_0}(x(t))^2$$

이므로 위로 블록한 포물선 궤적을 그린다.

(b)

물체 A가 최고점에 도달하면 t 초가 지난후의 수직방향의 속도가 0이 되어야 한다.

$$Vy = V_A\sin\theta_0 - gt = 0 \quad t = \frac{V_A\sin\theta_0}{g} \text{ 이다. 이를 (1)과 (2)에 대입하자.}$$

$$x(t) = V_A\cos\theta_0 \frac{V_A\sin\theta_0}{g} \quad y(t) = V_A\sin\theta_0 \frac{V_A\sin\theta_0}{g} - \frac{1}{2}g \frac{V_A^2\sin^2\theta_0}{g^2}$$

$$= \frac{V_A^2\sin2\theta_0}{2g} \quad = \frac{2V_A^2\sin^2\theta_0 - V_A^2\sin^2\theta_0}{2g}$$

$$= \frac{V_A^2\sin^2\theta_0}{2g}$$

즉 좌표(x,y)는 $(\frac{V_A^2\sin2\theta_0}{2g}, \frac{V_A^2\sin^2\theta_0}{2g})$ 이다.

(c)

최고점에 도달하는 시간의 2배 만큼 수평방향으로 이동해야 한다.

즉, $\frac{V_A^2\sin2\theta_0}{g}$ 만큼 이동해야 하고 이 식을 최대가 되게 하는 θ_0 값을 찾으면 된다.

$0 \leq \theta_0 \leq \frac{\pi}{2}$ 이므로 $0 \leq 2\theta_0 \leq \pi$ 인데 $\sin2\theta_0$ 에서 $2\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ 일 때 최대이므로 $\theta_0 = \frac{\pi}{4}$ 이어야 한다.

(d)

이때의 물체 B는 중력을 받는다. 즉, t 초가 지난 후 B가 이동한 거리는 $V_B t - \frac{1}{2}gt^2$ 인데 이는 $\frac{V_A^2 \sin^2 \theta_0}{2g}$ 과 같다. 충돌했으므로 t

는 b 에서 구한 것처럼 $\frac{V_A \sin \theta_0}{g}$ 이다.

그러므로 $V_B = V_A \sin \theta_0$ 이다.

(e)

완전비탄성 충돌은 두 물체가 서로 충돌한 후에 하나의 물체처럼 운동하는 것을 야기한다. 이때는 운동량이 보존된다.

(b)에서 언급한 것처럼 최고점에서는 수직방향의 속도는 0이므로 수평방향의 속도만 존재한다. 따라서 물체 A는 수평방향의 속도 $V_A \cos \theta_0$ 이고 물체 B의 속도는 0이다. 운동량이 보존되므로 나중속도를 V' 이라고 한다면 $MV_A \cos \theta_0 = (M+m)V'$ 인 셈이다.

$V' = \frac{MV_A \cos \theta_0}{M+m}$ 이므로 충돌 전의 속도보다 충돌 후의 속력이 더 느리다.

사례 2

(a)

중력가속도가 g 이므로 물체 A는 연직방향으로는 가속도 g 인 등가속도 운동을 한다.

\therefore 등가속도 운동 공식에 의해

$$y(t) = (V_A \sin \theta_0)t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (1)$$

x 축 방향으로 등속도 운동한다.

$$\therefore x(t) = (V_A \cos \theta_0)t \quad (2)$$

$$(2) \text{에서 } t = \frac{x(t)}{V_A \cos \theta_0} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} (3) \rightarrow (1); y(t) &= \frac{\sin \theta_0}{\cos \theta_0} x(t) - \frac{1}{2}g \frac{(x(t))^2}{V_A^2 \cos^2 \theta_0} \\ &= (\tan \theta_0)x(t) - \frac{g}{2V_A^2 \cos^2 \theta_0} (x(t))^2 \end{aligned}$$

$\therefore y(t)$ 는 t 에 관계없이 항상 $x(t)$ 에 대한 2차 함수이다.

\therefore 물체 A가 그리는 궤적은 포물선이다.

(b)

y 방향 속도의 크기가 0이 되었을 때 최고점에 도달한다. 이때의 시간을 t_1 이라 하면

$$t_1 = \frac{V_A \sin \theta_0}{g} \quad (1)$$

연직방향으로는 등가속도 운동을 하므로 등가속도 운동 공식에 의해

$$2(-g)y = 0^2 - (V_A \sin \theta_0)^2 \quad \therefore y = \frac{V_A^2 \sin^2 \theta_0}{2g}$$

수평방향으로는 t_1 시간동안 등속도 운동하므로

$$x = (V_A \cos \theta_0)t_1 = \frac{V_A^2 \cos \theta_0 \sin \theta_0}{g} = \frac{V_A^2 \sin 2\theta_0}{2g}$$

$$(x, y) \text{는 } \left(\frac{V_A^2 \sin 2\theta_0}{2g}, \frac{V_A^2 \cos^2 \theta_0}{2g} \right)$$

(c)

최고점까지 이동하는 데 걸린 시간 t_1 의 두배만큼 시간이 흐르면 물체 A는 다시 x 축 위에 떨어진다. 이때 수평 도달거리는 물체 A가 수평방향으로 등속도 운동을 하기 때문에

$$\text{수평도달거리 } S_x = 2x = \frac{V_A^2 \sin^2 \theta_0}{g}$$

이때 s_x 는 $\sin^2 \theta_0$ 가 최대 일 때 즉 $\theta_0 = \frac{\pi}{4}$ 일 때 가장 길다.

∴ x축 위로 가장 멀리 보내기 위한 각도 $\theta_0 = \frac{\pi}{4}$

(d)

연직방향으로는 두 물체 모두 가속도가 g인 등가속도 운동한다.

∴ 두 물체가 충돌하려면 질량에 관계없이 연직방향 초기속도가 같아야 한다.

$$\therefore V_B = V_A \sin \theta_0$$

(e)

연직방향 초기속도가 같으므로 두 물체 모두 (x, y)에서 최고점에 도달한다. 따라서 충돌 직전 물체 A는 수평방향 속도 성분만 존재하고 그 크기는 $V_A \cos \theta_0$ 이다. 또한 물체 B는 수평방향 초기속도가 0이므로 충돌직전 정지해 있다.

∴ 운동량 보존법칙에 의해

$$M(V_A \cos \theta_0) = (M+m)V'$$

$$\therefore V' = \frac{M}{M+m}(V_A \cos \theta_0)$$

∴ 두 물체는 충돌 후 합쳐진 후 모두 수평방향 속도 $V' = \frac{M}{M+m}(V_A \cos \theta_0)$ 로 포물선 운동한다. 이때 충돌 후에는 가속도가 연직 아랫방향 g인 등가속도 운동을 한다.

사례 3

(a)

초기 수평방향속도 : $V_A \cos \theta_0$

초기 수직방향속도 : $V_A \sin \theta_0$

$$y(t) = V_A \sin \theta_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$x(t) = V_A \cos \theta_0 t$$

$$t = \frac{x(t)}{V_A \cos \theta_0}$$

$$y(t) = \tan \theta_0 x(t) - \frac{1}{2}g \frac{(x(t))^2}{V_A^2 \cos^2 \theta_0} \text{ 이므로}$$

물체 A는 $y = \tan \theta_0 x - \frac{1}{2}g \frac{1}{V_A^2 \cos^2 \theta_0} x^2$ 의 포물선을 따라 운동한다.

(b)

수직방향 속도=0 이므로

$$V_A \sin \theta_0 - gt = 0 \quad t = \frac{V_A \sin \theta_0}{g}$$

$$x = \frac{V_A^2 \sin \theta_0 \cos \theta_0}{g}$$

$$y = \left(\frac{V_A \sin \theta_0}{g}\right)^2 - \frac{1}{2}(V_A \sin \theta_0)^2$$

$$= (V_A \sin \theta_0)^2 \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{2}\right)$$

(c)

포물선은 $x = \frac{V_A^2 \sin \theta_0 \cos \theta_0}{g}$ 에 대해 대칭이므로 물체 A의 도달거리는

$$2 \times \frac{V_A^2 \sin \theta_0 \cos \theta_0}{g} = \frac{V_A^2 \sin 2\theta_0}{g} \text{ 이다.}$$

$\sin 2\theta_0 = 1$ 이 되면 가장 멀리 가므로 $\theta_0 = 45^\circ$

(d)

물체 A의 최고도달시간과 물체 B의 최고점 도달 시간이 같으므로

$$\frac{V_B}{g} = \frac{V_A \sin \theta_0}{g}$$

$$V_B = V_A \sin \theta_0$$

(e)

합쳐진 후 x방향 속도: V_x y방향속도: V_y 두 물체의 수평방향 운동량이 보존되므로

$$MV_A \cos \theta_0 + m \times 0 = (M+m)V_x$$

$$V_x = \frac{M}{M+m} V_A \cos \theta_0$$

두 물체의 수직방향 운동량은 두 물체가 최고점에서 충돌하므로 둘다 수직방향 속력이 0이다.

$$\text{즉 } M \times 0 + m \times 0 = (M+m)V_y$$

$$V_y = 0$$

두 물체의 속력은 V_x 만 존재하므로

$$\therefore \frac{M}{M+m} V_A \cos \theta_0$$

사례 4

(a)

출발한 후부터는 물체에 가해지는 힘이 중력 밖에 없고, $\therefore \vec{a} = (0, -g)$ 최초 속도가 $(V_A \cos \theta_0, V_A \sin \theta_0)$ 이므로 물체 A의 시간에 따른 속도는 $(V_A \cos \theta_0, V_A \sin \theta_0 - gt)$ 이다.

$$\therefore x(t) = V_A \cos \theta_0 \cdot t, y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_A \sin \theta_0 t$$

$$\therefore y(t) = \frac{-g}{2V_A^2 \cos^2 \theta_0} (x(t))^2 + \tan \theta_0 x(t)$$

이처럼 $y(t)$ 가 $x(t)$ 의 2차식으로 표현되므로 물체 A가 그리는 궤적은 포물선이다.

(b)

위 식에서 볼 수 있는 것처럼 물체 A가 그리는 궤적은

$$y = \frac{-g}{2V_A^2 \cos^2 \theta_0} x^2 + \tan \theta_0 x$$

$$= \frac{-g}{2V_A^2 \cos^2 \theta_0} \left(x - \frac{V_A^2 \sin \theta_0 \cdot \cos \theta_0}{g}\right)^2 + \frac{V_A^2 \sin^2 \theta_0}{2g}$$

$$\therefore x = \frac{V_A^2 \sin \theta_0 \cdot \cos \theta_0}{g}, y = \frac{V_A^2 \sin^2 \theta_0}{2g}$$

(c)

물체 A가 다시 x 축에 도달할 때의 x 자표가 최대이려면, $\frac{2V_A^2 \sin \theta_0 \cdot \cos \theta_0}{g}$ 가 최대이어야 한다. 즉, $2\sin \theta_0 \cdot \cos \theta_0 = \sin 2\theta_0$ 가 최대 이어야 하는 것이다.

$0 < \theta_0 < \frac{\pi}{2}$ 일 때 $\sin 2\theta_0$ 은 $\theta_0 = \frac{\pi}{4}$ 일 때 1로서 최대이므로 구하려는 각도 θ_0 은 $\frac{\pi}{4}$ 이다.

(d)

물체 A의 y축 방향의 최초속도와 물체 B의 y축 방향의 최초속도가 같아야 하므로

$$V_B = V_A \sin \theta$$

(e)

물체 A도, 물체 B도 y축 방향으로 최대를 올라갔을 때 (x,y)에 있으므로 물체 A의 순간속도는 x축 방향으로 $V_A \cos \theta_0$, 물체 B는 순간속도가 0이다.

물체 A의 운동량은 $MV_A \cos \theta_0$ 이고 물체 B는 0이므로 합쳐진 후 두 물체의 운동량은 $MV_A \cos \theta_0$ 이고 속력은 $\frac{M}{m+M} V_A \cos \theta_0$ 이다.

이후 이 물체는 중력만을 받으므로 시간에 따른 이 물체의 속도는 $(\frac{M}{m+M} V_A \cos \theta_0, -gt)$ 이다.

\therefore 속력은 $\sqrt{(\frac{M}{m+M})^2 V_A^2 \cos^2 \theta_0 + g^2 t^2}$ 라고 할 수 있다.

사례 5

(a)

물체 A의 y축 방향으로의 초기속도는 $V_A \sin \theta_0$ 이다.

\therefore t초가 지나면 속도가 $V_A \sin \theta_0 + gt$ 이다.

즉, 가속도가 $-g$ 이다.

$$\therefore y(t) = (V_A \sin \theta_0)t - \frac{1}{2}gt^2 \text{이다.} \quad - \text{①}$$

물체 A는 x축 방향으로 $V_A \cos \theta_0$ 의 속도로 등속도 운동한다.

$$\therefore x(t) = (V_A \cos \theta_0)t \text{이다.} \quad - \text{②}$$

②에서 $t = \frac{x(t)}{V_A \cos \theta_0}$ 이다.

이를 ①에 대입하면 $y(t) = x(t)\tan \theta_0 - \frac{1}{2}g \frac{x(t)^2}{V_A^2 \cos^2 \theta_0}$ 이다.

따라서 위 식에 의해 물체 A가 그리는 궤적이 포물선이다.

(b)

물체 A가 최고점에 도달했을 때 y축 방향으로 속도는 0이므로 $V_A \sin \theta_0 - gt = 0$ 이다.

즉 $t = \frac{V_A \sin \theta_0}{g}$ 이다. 이때

$$x(t) = V_A \cos \theta_0 \cdot \frac{V_A \sin \theta_0}{g} = \frac{V_A^2 \sin \theta_0 \cos \theta_0}{g} \text{ 이고}$$

$$y(t) = V_A \sin \theta_0 \cdot \frac{V_A \sin \theta_0}{g} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\frac{V_A \sin \theta_0}{g})^2 = \frac{V_A^2 \sin^2 \theta_0}{2g} \text{이다.}$$

$$\therefore x(t) = \frac{V_A^2 \sin \theta_0 \cos \theta_0}{g} \text{ 이고 } y(t) = \frac{V_A^2 \sin^2 \theta_0}{2g} \text{이다.}$$

(c)

(b)에서 $\therefore x(t) = \frac{V_A^2 \sin \theta_0 \cos \theta_0}{g} = \frac{1}{2} \cdot \frac{V_A^2 \sin 2\theta_0}{g}$ ($\because \sin 2\theta = 2\sin \theta \cos \theta$)라고 구했다.

$\therefore x(t)$ 의 최대값은 $\sin 2\theta_0 = 1$ 즉

$2\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ 일 때 최대이다. 그러므로 $\theta_0 = \frac{\pi}{4}$ 이다.

(d)

물체 A와 B는 동시에 출발해 물체 A가 최고점에 도달할 때 충돌한다. 즉, y축 방향으로 같은 시간에 같은 거리만큼 운동했다. 모두 $-y$ 축 방향으로 가속도 $-g$ 를 받았으므로 V_B 는 물체 A의 y축 방향으로의 속도, 즉 $V_A \sin \theta_0$ 과 같다.

$\therefore V_B = V_A \sin \theta_0$ 이다

(e)

(a)(b)에 의해 충돌 직전에 (즉, (x,y)에서) A는 x축 방향으로의 속도는 $V_A \cos \theta_0$ 이고 y축 방향으로의 속도는 0이다. 또한 (d)

에서 $\therefore V_B = V_A \sin \theta_0$ 라 구했으므로 최고점에서는 속도가 0이다.

\therefore A와 B가 비탄성충돌 후 V'라는 속도로 움직인다고 하면

$$(M+m)V' = M \cdot (V_A \cos \theta_0) \text{이다.}$$

두 물체 모두 y축 방향으로의 속도가 0이므로 두 물체는 충돌 후 $\frac{M}{M+m} V_A \cos \theta_0$ 의 속력으로 움직인다.

사례 6

(a)

x(t)와 y(t)는 같은 시간을(t) 공유한다. 물체 A의 초기속도는 x축 방향 : $+ V_A \cos \theta_0$ (위방향+)

y축 방향 : $+ V_A \sin \theta_0$ (오른쪽+)이므로

i)y축 방향. A는 -g의 가속도가 일정한 등가속도운동을 한다.

$$\text{공식에 의해 } y(t) = V_A \sin \theta_0 t + \frac{1}{2}(-g)t^2 \quad - \text{ ①}$$

ii)x축 방향. 가속도가 0인 등속도운동을 한다.

$$x(t) = V_A \cos \theta_0 \cdot t \quad - \text{ ②}$$

②에서 $t = \frac{x(t)}{V_A \cos \theta_0}$ 이므로 이를 ①에 대입하여

$$y(t) = V_A \sin \theta_0 \cdot \frac{x(t)}{V_A \cos \theta_0} + \frac{1}{2}(-g)\left(\frac{x(t)}{V_A \cos \theta_0}\right)^2 \quad - \text{ ③}$$

$$= -\frac{g}{2 V_A \cos^2 \theta_0} (x(t))^2 + \frac{\sin \theta_0}{\cos \theta_0} x(t)$$

③에서 g, V_A , θ_0 는 상수이므로 y(t)는 x(t)의 이차함수로 표현됨을 알 수 있다.

따라서 물체 A의 궤적은 포물선이다.

(b)

(최고점에 도달했을 때 y축 방향속도가 0이므로) 시간 t에 대해

i)y축 방향 등가속도 운동이므로

$$\text{공식에 의해 } 0 = V_A \sin \theta_0 + (-g)t, \quad t = \frac{V_A \sin \theta_0}{g} \quad - \text{ ④}$$

또한, $2(-g)y = -(V_A \sin \theta_0)^2$

$$\therefore y = \frac{V_A^2 \sin^2 \theta_0}{2g} \text{로 표현된다.} \quad - \text{ ⑤}$$

ii)x축방향 운동에서는 y축방향 t인 ④이 공유된다.

등속도운동이므로 $s = v \cdot t$ 에 의해

$$x = V_A \cos \theta_0 \cdot \frac{V_A \sin \theta_0}{g}$$

$$\therefore x = \frac{V_A^2 \sin^2 \theta_0}{2g} \text{로 표현된다.}$$

(c)

x가 최대일 때 문제 상황을 만족한다. 이때 g, V_A 는 상수이므로

$$\text{즉, } x = \frac{V_A^2}{2g} \sin^2 \theta_0 = 1 \text{일 때 이므로 } \therefore \theta_0 = 45^\circ$$

(d)

B는 -g의 가속도로 등가속도운동을 하고 (x, y)에서 속도는 0이므로

$$2(-g)y = 0^2 - (V_B)^2.$$

y는 (b)의 (c)과정에 의해 $y = \frac{V_A \sin^2 \theta}{2g}$ 이므로

$$V_B^2 = 2g \cdot \frac{V_A^2 \sin^2 \theta_0}{2g}$$

$$\therefore V_B = V_A \sin \theta_0$$

(e)

비탄성 충돌에서 운동량은 보존된다.

i) (x,y)에서 충돌시 y축 방향 속도는 A와 B모두에서 0이므로 y축 방향 속도는 0이다.

ii) x축 방향으로 B는 0의 속도를, +방향으로 A는 $V_A \cos \theta_0$ 를 갖는다.

운동량보존에 의해 (나중속도 v'이라 하자)

$$MV_A \cos \theta_0 + 0 = (M+m)V'$$

$$\therefore V' = \frac{MV_A \cos \theta_0}{(M+m)} \quad \text{---(A)}$$

즉, 이물체는 (x,y)점에서 +x방향으로 v'의 초기속도를 갖고, y축 방향으로 -g의 가속도가 작용하는 등가속도 운동을 하게 된다. 따라서 충돌 후 지난 시간을 t'이라하면 속도는

$$i) x\text{축 방향} : V' = \frac{MV_A \cos \theta_0}{M+m}$$

$$ii) y\text{축 방향} : V'' = 0 \pm gt'$$

벡터만에 의하여 물체의 속력(V_{tot})은

$$V_{tot} = \sqrt{(V')^2 + (V'')^2} \\ = \sqrt{\left(\frac{MV_A \cos \theta_0}{M+m}\right)^2 + (-gt')^2}$$

즉, 시간이 지날수록 두 물체의 속력은 증가한다.

<평가>

(a) 물체의 x축 및 y축 운동이 등속도 및 등가속도 운동임을 이용하고, 시간 t를 소거하여 구한 학생들이 우수한 답안을 작성하였다. 이때 $y(x) = x \tan(\theta_0) - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_A \cos \theta_0}\right)^2$ 까지 구하면 만점을 받을 수 있다.

(b) 물체 A가 최고점에 도달했을 때 y축 속도가 0으로부터 걸린 시간을 구하면 $T = \frac{v_A \sin \theta_0}{g}$ 를 알게 되고 이를 x축 및 y축 좌표에 대입하면 최고점의 위치(x,y)를 구할 수 있다. $X = \frac{v_A^2 \sin \theta_0 \cos \theta_0}{g} = \frac{v_A^2 \sin 2\theta_0}{2g}$, $Y = \frac{v_A^2 \sin^2(\theta_0)}{g}$ 를 정확히 구한 학생들은 좋은 점수를 받을 수 있다.

(c) 물체 A가 충돌하지 않고 가장 멀리 날아가려면, (b)에서 구한 최고점에서의 x축의 좌표 x가 최댓값을 가져야 한다는 생각을 하면 문제를 쉽게 해결할 수 있다. (b)에서 X는 $\sin 2\theta_0 = 1$ 일 때 최댓값을 가지므로 $\theta_0 = \frac{\pi}{4}$ rad 또는 45도를 구하면 높은 점수를 받을 수 있다. 여기서 단위까지 정확히 써야 최고 점수를 받는다.

(d) 물체 A와 B가 최고점에서 충돌하려면 물체 B는 수직운동만 하므로 물체 A의 y축 속도와 같아야 한다. 이를 활용하면 물체 B의 속도는 $v_B = v_A \sin \theta_0$ 가 되며, 이 문제의 뜻을 이해한 많은 학생들이 높은 점수를 받았다.

(e) 물체 A와 B가 최고점에서 완전비탄성 충돌할 경우 운동량은 보존되지만 에너지는 보존되지 않기 때문에 운동량 보존법칙에 의거하여 해결하면 된다. 충돌 전에 물체 A는 x축 속도성분만 가지고 물체 B의 속도성분은 0이므로 완전탄성 충돌 후 물체는 x축 방향으로 운동하고 모멘텀은 $(m+M)V$ 가 된다. 충돌전의 모멘텀

$Mv_A \cos\theta_0$ 에서 x 축으로 운동하는 충돌 후 물체의 속력 v 를 구하면 $v = \frac{M}{M+m}v_A \cos\theta_0$ 가 되며, 충돌 후 물체는 x 축 방향으로 운동하며 속력의 크기를 구한 학생들이 높은 점수를 받았다.

4) 부족 답안의 사례

사례 1

(a)

$t > 0$ 일 때

물체 A의 높이 $y(t)$ 와 x 축 좌표 $x(t)$ 의 관계를 구해 물체 A가 그리는 궤적이 포물선이 되는지를 보이자.

속도 \vec{V}_A 를 x 축 성분과 y 축 성분으로 나누면

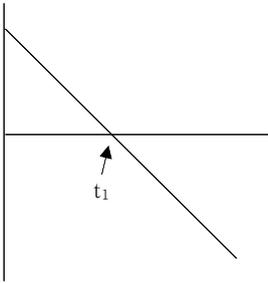
초기 $\vec{V}_A = V_A \cos\theta_0$

초기 $\vec{V}_y = V_A \sin\theta_0$ ($0 < \theta_0 < \frac{\pi}{2}$)

x 축 방향으로는 등속직선운동을 하므로

x 축 좌표 $x(t) = V_A \cos\theta_0 t$

y 축 방향으로는 일정한 중력을 받아 중력가속도의 운동을 한다.



그래프를 그리면

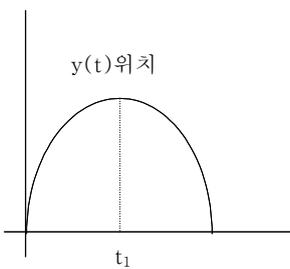
초기속도 $V_A \sin\theta_0$

기울기 $-g$

$$t_1 = \frac{V_A \sin\theta_0}{g}$$

$$\vec{V}_y = V_A \sin\theta_0 - gt$$

$$\therefore y\text{축 좌표 } y(t) = V_A \sin\theta_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (t < \frac{V_A \sin\theta_0}{g})$$



($t > \frac{V_A \sin\theta_0}{g}$)

$$\begin{aligned} y(t) &= \left[\frac{V_A^2 \sin^2\theta_0}{g} - \frac{1}{2}gt^2 \right] - \{y(t-t_1)\} \\ &= \frac{V_A^2 \sin^2\theta_0}{g} - \frac{1}{2}gt^2 - \frac{V_A^2 \sin^2\theta_0}{g} + \frac{1}{2}g\left(t - \frac{V_A \sin\theta_0}{g}\right)^2 \\ &= \frac{1}{2}g\left(t - \frac{V_A \sin\theta_0}{g}\right)^2 - \frac{1}{2}gt^2 \end{aligned}$$

\therefore A가 그리는 궤적은

(b)

물체 A가 최고점에 도달했을 때는 (a)에서 보였듯이

$t = \frac{V_A \sin \theta_0}{g}$ 일때다. (\because y축 방향속도가 0일 때)

\therefore 최고점의 물체A의 좌표(x, y)

$$x = V_A \cos \theta_0 t = \frac{V_A^2 \cos \theta_0 \sin \theta_0}{g}$$

$$y = \frac{V_A^2 \sin \theta_0}{g} - \frac{1}{2} g \left(\frac{V_A \sin \theta_0}{g} \right)^2$$

$$= \frac{V_A^2 \sin^2 \theta_0}{2g}$$

(c)

물체 V_B 의 발사 후 t로의 위치를 표현하면 x축 좌표는 x이며 y축 좌표는 $(V_B - g)t$ 이다.

물체 A를 제일 멀리 보내기 위해서는 최고점에 도달했을 때의 물체 A의 x좌표 X가 최대일때이다.

$X = \frac{V_A^2 \sin \theta_0 \cos \theta_0}{g}$ 가 최대일때다.

$$\frac{V_A^2 \sin \theta_0 \cos \theta_0}{g} = \frac{V_A^2 \sin 2\theta_0}{2g}$$

V_A 와 g 값은 정해져 있으므로 X가 최대일때는 $\sin 2\theta_0$ 가 최대일 때다.

$0 < \theta_0 < \frac{\pi}{2}$ 에서 $\sin 2\theta_0$ 를 최대로 만드는 값은

$$\sin 2\theta_0 = 1$$

$$\text{즉 } 2\theta_0 = \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore \theta_0 = \frac{\pi}{4}$$

x축 위로 가장 멀리 보내기 위한 각도 $\theta_0 = 45^\circ$ 이다.

(d)

물체 B가 상승하면서 (x, y)에서 A와 충돌하였으면 $t = \frac{V_A \sin \theta_0}{g}$ 일 때 두 물체가 최고점 Y에서 만난 것이다.

(c)에서 V_B 의 위치 $x(t) = X$
 $y(t) = (V_B - g)t$

$y(t) = (V_B - g)t$ 에 $t = \frac{V_A \sin \theta_0}{g}$ 를 대입해보자.

$$Y = (V_B - g) \frac{V_A \sin \theta_0}{g} = \frac{V_A^2 \sin^2 \theta_0}{2g}$$

이를 정리하면

$$V_A \sin \theta_0 \left(\frac{V_A \sin \theta_0}{2g} + 1 - \frac{V_B}{g} \right) = 0$$

$$V_A \sin \theta_0 \neq 0 \text{ 이므로 } \frac{V_A \sin \theta_0 + 2g}{2g} = \frac{V_B}{g}$$

$$\frac{V_A \sin \theta_0}{2} + g = V_B$$

(e)

두 물체가 완전 비탄성 충돌한다고 가정하자.

운동량보존법칙을 이용하면 $MV_1 + mV_2 = (M+m)V$. 구하고자 하는 합쳐진 물체의 속력은 V이다.

V_1, V_2 는 모두 충돌시 속력이다.

$$V_1 = \sqrt{Vx^2 + Vy^2} = V_A \cos \theta_0 \quad (\because Vy = 0)$$

$$V_2 = V_B = \frac{V_A \sin \theta_0}{2} + g$$

$$\frac{MV_A \cos \theta_0 + m \left(\frac{V_A \sin \theta_0}{2} + g \right)}{M + m} = V$$

$$\therefore V = \frac{MV_x + mV_B}{M + m}$$

사례 2

(a)

x축 방향으로의 초기속도는 $V_a \cos \theta_0$ 이고 y축 방향으로의 초기속도는 $V_a \sin \theta_0$ 이다. 이때 y축 방향으로의 속도는 $-g$ 의 가속도를 가지고 x축 방향으로의 속도는 가속도가 0이다.

따라서 $y(t) = V_a \sin \theta_0 t - \frac{1}{2}gt^2$ 이고 $x(t) = V_a \cos \theta_0 t$ 이다.

$$t = \frac{x(t)}{V_a \cos \theta_0} \text{에서 } y(t) = \tan \theta x(t) - \frac{1}{2}g \frac{\{x(t)\}^2}{V_a^2 \cos^2 \theta_0} \text{이다.}$$

이때 물체의 좌표가 그리는 궤적은 $y = x \tan \theta_0 - \frac{1}{2}g \frac{x^2}{V_a^2 \cos^2 \theta}$ 이므로 포물선이 된다.

(b)

t에서 y축 방향으로의 속도는 $V_a \sin \theta_0 - gt$ 이다.

$$\text{속도가 0일 때 최고높이 이므로 그때의 시간 } t = \frac{V_a \sin \theta_0}{g} \text{이고 높이는 } V_a \sin \theta_0 \times \frac{V_a \sin \theta_0}{g} - \frac{1}{2}g \times \frac{V_a^2 \sin^2 \theta_0}{g^2} = \frac{V_a^2 \sin^2 \theta_0}{2g} \text{이고}$$

$$x \text{좌표는 } V_a \sin \theta_0 \times \frac{V_a \sin \theta_0}{g} = \frac{V_a^2 \sin 2\theta_0}{2g} \text{이다.}$$

따라서 A의 좌표는 $\left(\frac{V_a^2 \sin 2\theta_0}{2g}, \frac{V_a^2 \sin^2 \theta_0}{2g} \right)$ 이다.

$$x = \frac{V_a^2 \sin 2\theta_0}{2g}, y = \frac{V_a^2 \sin^2 \theta_0}{2g}$$

(c)

포물선은 꼭짓점을 지나고 x축에 수직인 직선에 대해 대칭이다. 따라서 A의 최대거리는 최대높이에서 x좌표의 두 배인 $\frac{V_a^2 \sin 2\theta_0}{g}$ 이다. 이때, $\frac{V_a^2 \sin^2 \theta_0}{g}$ 가 최대인 각도 θ_0 는 45° 이다.

(d)

물체 B의 초기속도는 V_B 이고 가속도는 $-g$ 이다. 따라서 시간 t에서의 물체 B의 높이는 $V_B t - \frac{1}{2}gt^2$ 이다. 물체A의 x좌표가 x라 하면

사례 3

(a)

물체 A의 운동 상태를 살펴보면

$$V_A (V_A \cos \theta, V_A \sin \theta - gt) \text{이다.}$$

$$\text{변위는 } \vec{S}_A (V_A \cos \theta t, V_A \sin \theta t - \frac{1}{2}gt^2) \text{이다.}$$

매개변수 t를 소거하여 정리하면 포물선 관계식이 나온다.

$$V_A \cos \theta t = x \rightarrow t = \frac{x}{V_A \cos \theta}$$

$$V_A \sin \theta t - \frac{1}{2} g t^2 = y = \tan \theta x - \frac{g}{2} \times \frac{x^2}{V_A^2 \cos^2 \theta}$$

$$\therefore y = \tan \theta x - \frac{g x^2}{2 V_A^2 \cos^2 \theta}$$

(b)
 물체 A가 최고점에 도달할 때 y축 속도 성분이 0이 되는 시간임을 이용한다.

그 시간은 $t = \frac{V_A \sin \theta}{g}$ 이다. 따라서 좌표는

$$\vec{S}_A(x, y) = \left(\frac{V_A^2 \sin 2\theta}{2g}, \frac{V_A^2 \sin^2 \theta}{2g} \right) \text{ 이다.}$$

(c)
 문제 (b)에서 최고점에 도달한 x축 성분의 2배 만큼을 갈 것이다.

$$\therefore \frac{V_A \sin 2\theta}{2g} \times 2 = \frac{V_A \sin 2\theta}{g} \text{ 이걸 수평도달거리라 한다.}$$

(d)
 충돌한다는 말은 시간이 같다 -> 같은 시간동안 같은 높이를 올라갔다! y축 성분만 따져주자.

물체 B의 운동상태는 $V_B(0, V_B - gt)$
 $\vec{S}_B(0, V_B t + \frac{1}{2} g t^2)$

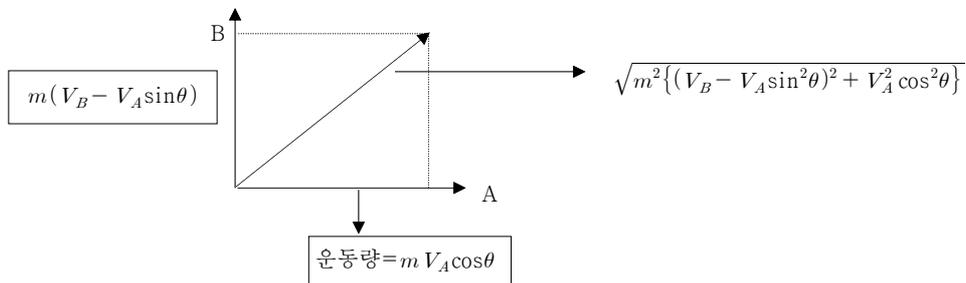
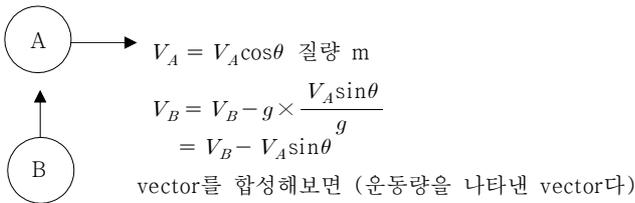
문제 (b)에서 구한 시간을 활용하자

$$h = V_B \frac{V_A \sin \theta}{g} - g \frac{V_A \sin \theta}{g} = \frac{V_A^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

$$\frac{V_B V_A \sin \theta}{g} = \frac{V_A \sin \theta (2g + V_A \sin \theta)}{g}$$

$$\therefore V_B = \frac{2g + V_A \sin \theta}{2}$$

(e)
 운동량 충격량과 vector 의 방향을 계산하여 문제를 해결하자. 운동상황을 simulation 걸어보면 충돌지점의 운동상태는



따라서 운동량 보존의 법칙에 의해

$$m \sqrt{(V_B - V_A \sin \theta)^2 + V_A^2 \cos^2 \theta} = 2m$$

문제 (d)에서 $V_B = g + \frac{V_A \sin \theta}{2}$ 임을 이용하여 정리하면

$$\therefore \frac{1}{2} \sqrt{\left(g - \frac{V_A \sin \theta}{2}\right)^2 + V_A^2 \cos^2 \theta} = \frac{1}{2} \sqrt{g^2 - V_A \sin \theta + V_A^2}$$

사례 4

(a)

물체 A는 수직 방향으로 중력만 작용하므로

$$y(t) = V_A \sin \theta_0 - \frac{1}{2} g t^2$$

$$x(t) = V_A \cos \theta_0 t$$

x축 방향으로는 등속도 운동.

y축 방향으로는 등가속도운동을 하므로 물체 A가 그리는 궤적은 포물선이다.

(b)

t초 일때의 y축 방향의 속력을 v(t)라 하면

$$\begin{aligned} V(t) &= V_0 + at \\ &= V_A \sin \theta_0 - gt \end{aligned}$$

물체 A가 최고점에 도달했을 때의 y축 방향의 속력은 0

$$\therefore 0 = V_A \sin \theta_0 - gt$$

$$t = \frac{V_A \sin \theta_0}{g}$$

(a)에서 구한 식을 사용하면 (x,y)에서

$$x: V_A \cos \theta_0 \times \frac{V_A \sin \theta_0}{g} = \frac{V_A^2 \sin \theta_0 \cdot \cos \theta_0}{g}$$

$$y: V_A \sin \theta_0 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{V_A^3 \sin^3 \theta_0}{g^3} = V_A \sin \theta_0 - \frac{V_A^3 \cdot \sin^3 \theta_0}{2g^2}$$

(c)

물체 A가 날아가는 길이를 s(x)라 하면 최고점까지의 시간 t가 $\frac{V_A \sin \theta_0}{g}$ 이므로 땅에 도달할 때까지의 시간은 $2t = \frac{2 V_A \sin \theta_0}{g}$ 이다

$$\begin{aligned} \therefore s(x) &= V_A \cos \theta_0 \times st \\ &= \frac{2 V_A \sin \theta_0 \cos \theta_0}{g} = \frac{V_A^2 \sin^2 \theta_0}{g} \end{aligned}$$

$$0 < \theta_0 < \frac{\pi}{2} \text{ 이므로 } 0 < 2\theta_0 < \pi$$

(d) 물체 A가 최고점 (x,y)에 도달했을 때의 높이를 h'(x)라 하면

$$h'(x) = V_A \sin \theta_0 - \frac{V_A^3 \cdot \sin^3 \theta_0}{2g^2}$$

물체 A와 B가 (x,y)에서 충돌하려면 $t = \frac{V_A \sin \theta_0}{g}$ 에서의 높이가 같아야 한다.

$$h'(x) = h(x)$$

$$V_A \sin \theta_0 - \frac{V_A^3 \cdot \sin^3 \theta_0}{2g^2} = \frac{V_A \cdot V_B \cdot \sin \theta_0}{g} - \frac{V_A^2 \sin^2 \theta_0}{2g}$$

양변을 $V_A \sin \theta_0$ 으로 나누면

$$1 - \frac{V_A^2 \sin^2 \theta_0}{2g^2} = \frac{V_B}{g} - \frac{V_A \sin \theta_0}{2g}$$

$$\frac{V_B}{g} = 1 - \frac{V_A^2 \sin^2 \theta_0}{2g^2} + \frac{V_A \sin \theta_0}{2g}$$

$$= \frac{2g^2 + V_A \cdot \sin \theta_0 \cdot g - V_A^2 \sin^2 \theta_0}{2g^2}$$

$$\therefore V_B = \frac{2g^2 + V_A \cdot \sin \theta_0 \cdot g - V_A^2 \sin^2 \theta_0}{2g^2}$$

(e)

운동량 p는 보존된다.

물체A의 x축 방향운동량 = $MV_A \cos \theta_0$

물체A의 y축 방향운동량 = $M(V_A \sin \theta_0 - gt)$

물체B의 x축 방향운동량 = 0

물체B의 y축 방향운동량 = $m(V_B - gt)$

완전비탄성 충돌로 합쳐진 물체의 x축방향 속력은 V_x , y축 방향 속력은 V_y 라 하면

$$(M+m)V_x = MV_A \cos \theta_0$$

$$\therefore V_x = \frac{MV_A \cos \theta_0}{M+m}$$

$$(M+m)V_y = MV_A \sin \theta_0 + mV_B - gt(M+m)$$

$$\therefore V_y = \frac{MV_A \sin \theta_0 + mV_B}{M+m} - gt$$

사례 5

(a)

t초 후 $x(t) = v_a t \cos \theta_0$

y(t)에서의 속력 $v = v_A \sin \theta_0 - gt$

$$-2gy(t) = v_A^2 \sin^2 \theta_0 - 2gv_A \sin \theta_0 t + g^2 t^2 - v_A^2 \sin^2 \theta_0$$

$$= g^2 t^2 - 2gv_A \sin \theta_0 t$$

$$y(t) = v_A \sin \theta_0 t - \frac{t^2}{2}$$

$$\frac{x(t)}{v_A \cos \theta_0} = v_A \sin \theta_0 + \sqrt{v_A^2 \sin^2 \theta_0 - 2y(t)}$$

$$\left(\frac{x(t)}{v_A \cos \theta_0} - v_A \sin \theta_0\right)^2 = -2y(t) + v_A^2 \sin^2 \theta_0$$

∴ A가 그리는 궤적은 포물선

(b)

$v_A \sin \theta_0 - gt = 0$ 일 때 최고점

$$t = \frac{v_A \sin \theta_0}{g}$$

$$X = v_A \cos \theta_0 \times \frac{v_A \sin \theta_0}{g} = \frac{v_A^2 \cos \theta_0 \sin \theta_0}{g}$$

$$Y = \frac{v_A^2 \sin^2 \theta_0}{g} - \frac{1}{2}g \times \frac{v_A^2 \sin^2 \theta_0}{g^2}$$

$$= \frac{v_A^2 \sin^2 \theta_0}{2g}$$

(c)

$$\int_0^g \sqrt{1 - t^2 v_A \sin \theta_0} dt$$

(d)

$Y = v_B t - \frac{1}{2} g t^2$ (b)에서 구했듯 $t = \frac{v_A \sin \theta_0}{g}$ 이므로

$$\frac{v_A^2 \sin^2 \theta_0^2}{2g} = v_B \times \frac{v_A \sin \theta_0}{g} - \frac{1}{2} g \times \frac{v_A^2 \sin^2 \theta_0}{g^2}$$

$$\frac{v_A^2 \sin^2 \theta_0^2}{g} = v_B \times \frac{v_A \sin \theta_0}{g}$$

$$v_B = v_A \sin \theta_0$$

(e)

공백

사례 6

(a)

초기속력 V_A 로 발사될 때 x 축 방향으로 $V_A \cos \theta_0$, y 축 방향으로 $V_A \sin \theta_0$ 의 속력으로 운동한다. 이때 x 축 방향으로는 알짜 힘이 0이므로 등속도 운동을 하고 y 축 방향으로는 중력가속도로 인해 $-y$ 방향으로 일정한 힘이 작용하므로 등가속도 운동을 한다. 따라서 물체 A의 높이 $y(t)$ 는 증가하였다가 감소하고 x 축 좌표 $x(t)$ 는 일정하게 증가하므로 시간 $t > 0$ 일 때 물체 A가 그리는 궤적은 포물선이다.

(b)

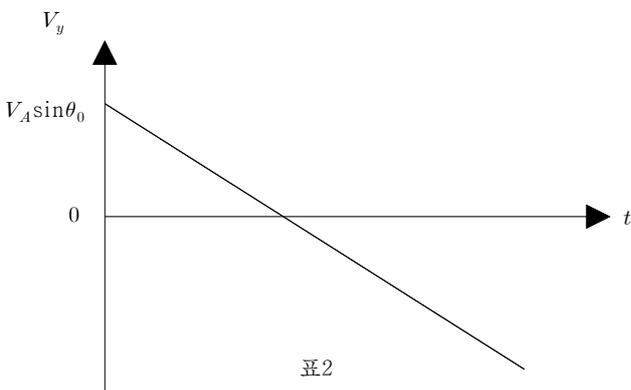
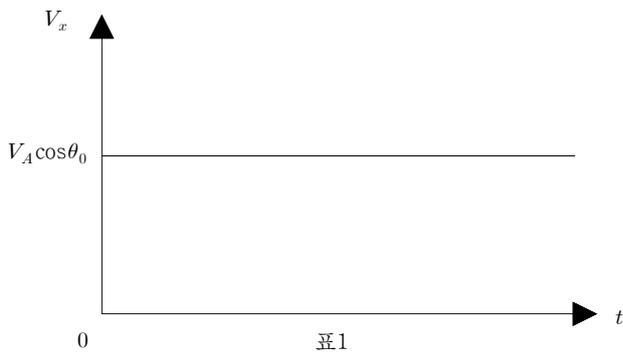


표2에서 기울기는 중력 가속도인 g 이므로 최고점에 도달한 시간은 $V_y \sin \theta_0 = 0$ 이 되는 지점의 x 좌표인 $\frac{V_A \sin \theta_0}{g}$ 이다. 따라서 시간 $\frac{V_A \sin \theta_0}{g}$ 동안 움직인 거리가 그래프의 면적과 동일하므로 표1에서 $X = \frac{1}{g} V_A^2 \sin \theta_0 \cos \theta_0$ 표2에서 $Y = \frac{1}{2g} V_A^2 \sin^2 \theta_0$

따라서 좌표 (x, y) 를 V_A 와 θ_0 의 함수로 표현하면 $(\frac{1}{g} V_A^2 \sin\theta_0 \cos\theta_0, \frac{1}{2g} V_A^2 \sin^2\theta_0)$ 이 된다.

(c)

지면에 도달하는 시간은 최고점 도달 시간의 2배인 $\frac{2V_A \sin\theta_0}{g}$ 이다. 이때 x 축으로 이동한 거리는 $\frac{2}{g} V_A^2 \sin\theta_0 \cos\theta_0$ 이다. 따라서 $\sin\theta_0 \cos\theta_0$ 이 최대가 되면 x 축으로 이동한 거리도 최대가 된다.

$\sin\theta_0 \cos\theta_0 = \frac{1}{2} \sin 2\theta_0$ 이고 $0 < \theta_0 < \frac{\pi}{2}$ 이므로 $\theta_0 = \frac{\pi}{4}$ 일 때 최대가 된다.

<평가>

다시 한 번 답안 작성 시 핵심 내용을 정리하면,

(a) 물체의 x 축 및 y 축 운동이 등속도 및 등가속도 운동임을 이용하였지만, 시간 t 를 소거하지 않고 포물선 운동임을 주장하면 높은 점수를 받을 수 없다. 이 경우에는 매 시간 t 에서 각각의 위치를 구해 포물선 운동임을 보이면 되나, t 를 소거하면 간단히 보일 수 있다.

(b) 물체 A 가 최고점에 도달했을 때 y 축 속도가 0으로부터 걸린 시간을 구하지 못하면, 최고점의 좌표 (X, Y) 를 구할 수 없게 되어 낮은 점수를 받게 된다.

(c) 물체 A 가 충돌하지 않고 가장 멀리 날아가려면, (b)에서 구한 최고점에서의 x 축의 좌표 X 가 최댓값을 가져야 한다는 생각을 하지 못해 X 의 최댓값 조건을 활용하지 못하면 낮은 점수를 받게 된다.

(d) 물체 A 와 B 가 최고점에서 충돌하려면 물체 B 는 수직운동만 하므로 물체 A 의 y 축 속도와 같아야 하는 데 이를 이해하지 못하면 높은 점수를 받을 수 없다.

(e) 물체 A 와 B 가 최고점에서 완전비탄성 충돌할 경우 운동량은 보존되지만 에너지는 보존되지 않기 때문에 운동량 보존법칙에 의거하여 해결하면 된다. 많은 수의 학생들이 에너지 보존법칙을 사용하여 충돌 후의 속력을 구했는데 완전 비탄성 충돌에서는 에너지는 보존되지 않는다. 따라서 에너지 보존법칙을 사용한 학생들은 낮은 점수를 받게 되고, 2차원 모멘텀 벡터의 크기를 구하는 방법을 활용해 답안을 작성한 학생들은 높은 점수를 받게 된다.

다) 논제 3 (화학)

1) 출제 의도

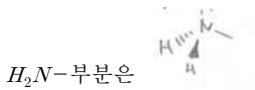
원자의 크기, 전기 음성도, 이온화 경향 등의 다양한 원자의 성질은 그 원자가 지니고 있는 전자의 수와 전자 배치에 따라 결정된다. 분자 또한 원자의 새로운 조합에 지나지 않으므로 원자의 성질을 이해하는 것은 분자의 성질과 행동을 이해하는 기본이 된다. 이러한 이유로 고등학교 화학교과서에서는 제시문에 언급된 원자의 성질에 대한 내용을 상세히 다루고 있다. 화학 평형 또한 고등학교 교과과정에서 큰 비중을 두고 교육하고 있다. 본 논술에서는 이러한 기본적인 화학 교과내용을 학생들이 이해하고 있는지와 자신들이 이해하고 있는 내용을 논리적으로 설명할 수 있는지를 알고자 한다.

2) 우수답안의 사례

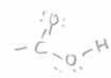
사례 1

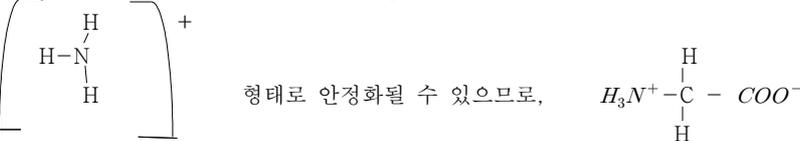
(a) 사이토신의 산소 원자가 황으로 대체된다면 DNA의 이중나선 구조는 더욱 불안정해질 것이다. 수소결합은 한 분자의 H 원자의 부분 양전하와 다른 분자의 N, F, O 원자 사이의 전기적 인력을 통해 형성되는데, S 원자는 산소보다 전기음성도가 작아 충분히 전자쌍을 끌어들이지 못해 구아닌의 H와의 전기적 인력이 작아지게 된다. 따라서 DNA 내의 G-C 수소결합이 더욱 약해져 DNA 구조가 더욱 불안정하게 된다.

(b) 아미노산 분자를 녹이면



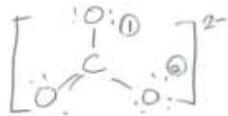
H_2N -부분은 구조를 갖고, N의 전기음성도가 H보다 크므로 N이 부분음전하를, H가 부분양전하를 띤다. 또

$-COOH$ 부분은  구조를 가지며, O의 전기음성도가 H보다 크므로, O는 부분음전하, H는 부분양전하를 띤다. 이때 O와 H가 결합되어 있는 부분에서, O가 전기음성도가 크므로 결합이 끊어지고 $-COO^-$ 음이온이 되어 안정해지는 반응이 쉽게 일어나고, H^+ 이온이 생성된다. 또 NH_2- 부분이 N 음전하를 띠므로 H^+ 를 끌어들이



형태가 되고, 극성을 띤 분자가 수용액 속에 증가하므로, 전기전도도가 증가하게 된다.

(c) CO_2 분자는 C=O 극성 공유결합을 가지고 있으나, 극성 용매인 물에 잘 녹지 않고 분자만 인력이 작아 상온, 상압에서 기체로 존재한다. 따라서 CO_2 는 무극성 분자이며, 구조적으로 극성이 상쇄되기 위해서는 O=C=O 구조를 가져야 한다.



(d) CO_3^{2-} 는 구조를 가지며, C와 O 사이의 결합은 극성공유결합이다. 중심음과 탄소에 비공유 전자쌍이 없으므로 평면삼각형 구조이다. 그러나 두 개의 산소가 전자를 하나씩 더 가지고 있으므로 (①, ②번), ①, ② 쪽으로 반대쪽보다 더 많은 전하가 쏠려 있으므로 극성이다.

[주의]: 루이스 구조를 정확히 그려야 함. 구조가 잘 못 그려짐.

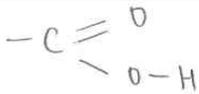
(e) $CO_2(g) + H_2O(l) \rightleftharpoons H_2CO_3(aq)$ 이고, $H_2CO_3(aq) \rightleftharpoons 2H^+(aq) + CO_3^{2-}(aq)$ 이다. 수용액 속에 H^+ 농도가 높으면 화학 평형의 원리에 의해 주로 역반응이 일어나게 되고, CO_2 가 잘 녹지 않게 된다. 반대로 H^+ 농도가 작으면 정반응이 주로 일어나므로, CO_2 가 잘 녹게 된다. 따라서 CO_2 는 산성 용액보다 염기성 용액에서 더 높은 용해도를 보인다.

사례 2

(a) DNA의 이중나선구조는 염기들의 수소결합이 많을수록 그 구조를 안정적으로 유지하고 있다. 이때 수소결합은 전기음성도가 강한 F, O, N과 다른 분자에서 F, O, N과 공유결합을 하고 있는 H 간에 작용하는 힘이다. 따라서 사이토신의 구조에서 수소결합에 이용되던 O 하나가 S로 대체된다면 그 자리는 더 이상 수소결합이 이루어지지 못하게 된다. 결론적으로 G와 C 사이의 수소결합이 3개에서 2개로 줄어들기 때문에 만약 사이토신에서 O 하나가 S로 대체된다면 DNA의 이중나선구조는 이전보다 불안정해질 것이다..

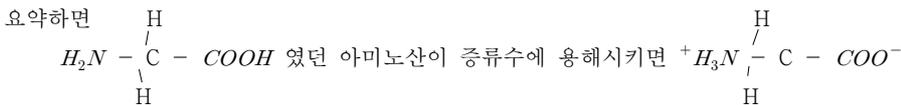
(b) 아미노산을 증류수에 녹이게 되면 카복실기($-COOH$)의 구조에 변화가 생기고 뒤이어 아민기($-NH_2$)의 구조의 변화가 생겨 전하를 띠게 된다.

우선 $-COOH$ 부터 확인해보면, $-COOH$ 의 구조는 다음과 같다.



이때 O와 H가 결합한 부분에서 전기음성도가 큰 O 원자는 전자를 강하게 끌어당겨 O⁻의 형태가 되려하고 전자를 잃은 H 원자는 H⁺가 되어 분리된다. 따라서 -COOH는 음전하를 띤다. 즉, -COOH는 -COO⁻가 되고 H⁺를 내놓게 된다.

이제 -NH₂를 보면, -NH₂에서 N 원자는 비공유 전자쌍을 가지고 있으면서 전기음성도가 높아서 H⁺와 쉽게 결합할 수 있다. 따라서 -COOH가 내놓는 H⁺는 -NH₂에 결합하게 되는데 그 과정에서 구조는 -NH₃⁺가 되고 전하는 전자의 개수가 부족하므로 양전하를 띤다.

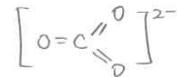


가 된다. 전하를 띤 입자가 증가하므로 자연히 수용액의 전기전도도는 증가한다.

(c) 상온, 상압에서 기체 상태라는 것은 상대적으로 분자 간 인력이 작다는 것을 의미하고 같은 조건에서 물에 잘 녹지않는 것은 물과 친화력이 약한 무극성임을 의미한다. 극성공유결합임에도 무극성이려면 그 구조가 대칭을 이루어 쌍극자 모멘트의 합이 0이 됨을 의미한다. 위의 내용으로 예측해보면 CO₂의 구조식은 다음과 같을 것이다.



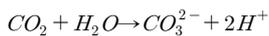
(d) CO₃²⁻는 CO₂에서 O 원자와 전자 2개가 추가되어 만들어지는 이온으로써 구조는 다음과 같다.



이때 전자가 추가되어 결합된 O 쪽으로 자연스럽게 쌍극자 모멘트가 더해지게 되면서 모멘트의 합이 0이 아니게 되고 모멘트 간 균형이 깨진다. 따라서 CO₃²⁻는 극성을 띤다.

[주의]: 루이스 구조를 정확히 그려야 함. 구조가 잘 못 그려짐.

(e) CO₂를 용해시키면 H₂O와 다음과 같은 반응을 한다.



즉, CO₃²⁻로 형태가 변하면서 H⁺를 내놓게 된다. 이때 용해시킨 용액의 액성이 염기성이었다면 CO₂ 용해과정에서 생긴 H⁺와 반응, 물을 생성한다. 따라서 용액 전체적인 관점에서 수용할 수 있는 CO₂의 양, 즉 CO₂의 용해도가 증가하게 된다.

만약 염기성이 아닌 산성 용액에 용해시켰다면 이러한 과정이 일어나지 못하게 되므로 상대적으로 낮은 용해도를 나타낸다. 결론적으로 CO₂는 액성이 염기성인 용액에 용해시킬 때 더 높은 용해도를 보이게 된다.

사례 3

(a) DNA 이중나선 구조가 불안정해질 것이다. 사이토신은 구아닌과 3개의 수소결합을 하고 있는데 S(황)가 포함된 구조로 대체되면 O(산소)가 S로 대체되어 수소결합을 2개밖에 하지 못하므로 불안정해진다.

(b) 아미노산이 물에 녹게 되면 H₂N(아미노기)가 염기로 작용하여 수소 이온이 붙게 되어 H₃N⁺의 형태로 존재하고, COOH(카복시기)가 산으로 작용하여 수소 이온이 떨어져 COO⁻의 형태로 존재해 전하를 띤기 때문에 전기 전도도가 증가한다. 아미노산 분자 내에서 산소 원자가 있는 카복시기는 극성이 커서 전자를 잡아당기는 힘이 강해 (-) 전하를 띤고, 이에 반해 질소는 전자를 잡아당기는 힘(전기음성도)이 약해 (+) 전하를 띤다.

(c) CO₂는 물에 녹지 않으므로 무극성이다. 따라서, 원자들이 대칭적인 구조를 이루고 있을 것인데 원자가 3개이므로 탄소가 중심에 있고 양 옆에 산소원자가 각각 결합된 직선형 구조일 것이다.



(d) CO₃²⁻의 화학 구조는  와 같은 구조이고, 산소 원자 2개가 음전하를 띤고 있다. 따라서, CO₃²⁻의 구조에서 쌍극자

모멘트의 합이 0이 아니므로 극성 분자이다.

(e) CO_2 는 물에 녹으면 탄산(H_2CO_3)의 형태로 바뀌게 되어 산성을 나타낸다. 그러므로 염기성 용액에 녹이는 경우를 살펴보면, 생성되는 H^+ 와 염기성 분자들 (OH^- 등)이 만나 중화되기 편한 환경이기 때문에 잘 녹는다. 하지만, 산성 용액에 녹이면 이미 H^+ 가 충분히 존재하는 상황에서 CO_2 가 녹으면서 새로 H^+ 가 발생하기 때문에 잘 녹지 않는다. 따라서, CO_2 는 염기성 용액에서 더 높은 용해도를 보인다.

사례 4

(a) 불안정해질 것이다.

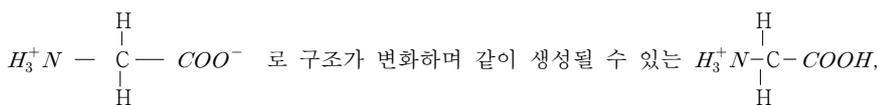
DNA 이중 나선구조는 제시문 (마)와 문제에서 말했듯이 단일구조에 존재하는 염기 간의 수소결합에 의해 형성된다. 그런데 수소결합은 크기가 충분히 작고 전기음성도가 매우 큰 N, F, O 원자의 부분 음전하와 다른 분자의 H 원자의 부분 양전하 간의 전기적 인력에 기인한다. 따라서 사이토신의 구조 내의 O가 S로 대체된다면 S가 부분 음전하를 띠면서 구아닌의 H와 쌍극자간 인력이 생길 것은 맞으나 O 보다 전기음성도가 작은 S는 H와 수소결합을 이루지 못하므로 사이토신과 구아닌 간의 인력의 크기가 줄어들 것이다. 따라서 DNA 이중나선 구조는 그 전보다 불안정해질 것이다.

(b) $-NH_2$ 의 N은 전기 음성도가 크기 때문에 H^+ 양이온과 쉽게 결합할 수 있다. 따라서 $-NH_2$ 는 수용액에서 염기성을 띠며 $-N^+H_3$ 의 형태로 존재하기 쉽다.

$-COOH$ 의 O 원자 역시 전기 음성도가 커 전자를 강하게 끌어당기므로 안정한 $-COO^-$ 의 형태로 존재할 수 있다.

또한 $-COO^-$ 는 $\begin{matrix} O \\ // \\ -C \\ | \\ O^- \end{matrix} \rightleftharpoons \begin{matrix} O^- \\ | \\ -C \\ // \\ O \end{matrix}$ 와 같이 공명구조를 띠기 때문에 음전하가 분산되고 더욱 안정하다.

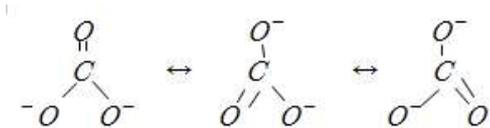
따라서 H^+ 양이온이 쉽게 생성되므로 $-COOH$ 는 수용액에서 산성을 띠며 $-COO^-$ 의 형태로 존재하기 쉽다. 그러므로 $-NH_2$ 와 $-COOH$ 를 동시에 가지는 분자인 아미노산은 수용액에서



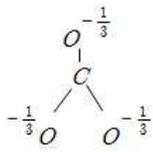
$H_2N - \begin{matrix} H \\ | \\ C \\ | \\ H \end{matrix} - COO^-$, H^+ 와 같은 이온들에 의해 전기전도도가 증가하는 것이다.

(c) CO_2 는 물에 잘 녹지 않는다는 점에서 무극성 분자임을 예측할 수 있고, 무극성 분자는 분자량이 매우 큰 분자가 아닌 이상 분자 간 인력이 그 세기가 약한 분산력 밖에 존재하지 않아 분자간 인력이 약하다는 것으로 CO_2 가 상온, 상압에서 기체로 존재한다는 것을 설명할 수 있다. 그런데 CO_2 는 한 종류의 원소로 이루어진 분자가 아니고 전기 음성도가 다른 두 원소로 이루어진 분자이기 때문에 극성 결합이 존재할 수밖에 없다. 따라서 CO_2 는 3개의 원자 간의 두 결합으로 극성으로 생긴 쌍극자 모멘트가 서로 상쇄되는 대칭적 구조를 가지고 있어야 무극성 분자일 수 있다. 이를 통해 CO_2 는 $:O=C=O:$ 의 구조임을 예측할 수 있다.

(d) CO_3^{2-} 에 존재하는 C-O 결합은 전기 음성도가 다른 두 원자로 이루어졌기 때문에 극성 결합이다. 하지만 CO_3^{2-} 의 화학구조를 그려보면



위와 같이 공명구조를 띠을 알 수 있다. 즉



이와 같이 정삼각형 구조를 가지고 음전하는 3개의 O에 골고루 분산되기 때문에 CO_3^{2-} 이온의 3개의 C-O 결합의 극성으로 생기는 쌍극자 모멘트는 서로 상쇄되어 전체적으로 이 물질은 무극성을 띤다.

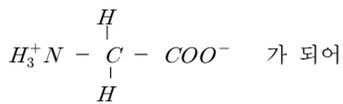
(e) CO_2 는 물에 녹아들면 $CO_2 + H_2O \rightarrow H_2CO_3$ 의 반응을 통해 탄산의 형태로 주로 존재하게 된다. 그런데 산성 용액과 달리 염기성 용액에서는 $H_2CO_3 + OH^- \rightarrow H_2O + HCO_3^-$, $HCO_3^- + OH^- \rightarrow H_2O + CO_3^{2-}$ 의 중화반응이 잘 일어나므로 안정된 탄산 이온의 형태로 존재하기가 쉬우며, H_2CO_3 의 농도가 줄면서 $H_2O + CO_2 \rightarrow H_2CO_3$ 의 반응을 촉진한다. 따라서 CO_2 는 산성 용액보다 염기성 용액에서 더 높은 용해도를 보인다.

사례 5

(a) 전기음성도가 큰 F, O, N과 같은 원소들과 결합되어 있는 수소는 다른 분자에 있는 전기음성도가 큰 원소들(F, O, N)과 수소결합을 이룬다. 따라서 원래의 구아닌과 사이토신은

$O \cdots H-N$, $N-H \cdots N$, $N-H \cdots O$ 와 같이 3개의 수소결합을 이루고 있는데, 사이토신의 O가 S로 바뀐다면 N-H와 S 사이에서는 수소결합이 일어나지 않으므로 $O \cdots H-N$, $N-H \cdots N$ 과 같이 2개의 수소결합만 일어나게 된다. 수소결합은 분자 간의 인력 중에서는 큰 힘으로, 끊어지게 되면 분자 간의 인력이 약해지게 된다. 따라서 사이토신을 이루는 산소가 황으로 바뀐다면 DNA 구조는 불안정해질 것이다.

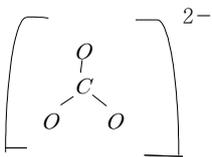
(b) 아미노산을 구성하는 카복시기($-COOH$)에서 H원자와 결합한 O는 전기음성도가 크므로 전자를 강하게 끌어들이어 안정한 ($-COO^-$) 로 존재할 수 있어 카복시기는 H^+ 를 내놓는다. 또한 아미노기 ($-H_2N$)에는 N의 비공유 전자쌍이 1쌍 존재해 루이스 염기로 작용하게 된다. (N의 전기음성도가 높아 H^+ 양이온과 쉽게 결합을 할 수 있다) 따라서 카복시기는 H^+ 를 내놓아 ($-COO^-$)가 되고, 아미노기는 ($-NH_3^+$)가 되므로 아미노산의 구조가



아미노산을 증류수에 녹인 수용액의 전기전도도가 순수한 증류수의 전기전도도에 비해 증가하게 된다.

(c) 이산화탄소는 극성용매인 물에 잘 녹지 않는 것으로 보아 무극성분자라고 할 수 있다. CO_2 는 홑원소 물질이 아니므로 원자 사이에 적어도 하나의 극성공유결합이 생기게 된다. 극성공유결합이 생기면 한 원자(O)는 다른 원자(C)와의 전기음성도가 다르므로 (O가 C보다 크다) 부분전하가 생기게 된다. 따라서 이 부분 전하들을 상쇄시켜야 무극성분자가 되므로 원자구조가 직선형 또는 평면 삼각형 또는 정사면체가 되어야 한다. 그런데, CO_2 는 3원자 분자이므로 평면삼각형 또는 정사면체가 될 수 없다. 따라서 CO_2 는 직선형 분자일 것이다.

(d) CO_3^{2-} 는 탄소와 산소만으로 이루어져 있으나 전하를 띠고 있어 극성 용매인 물에 매우 잘 녹는다. CO_3^{2-} 는 결합선이 $\frac{32-24}{2} = 4$ 개이며, O 보다는 C가 결합을 많이 형성하므로 C가 중심원자가 된다. 또한 중심원자를 제외한 나머지 원자의 종류가 같음에도 결합선수가 각각 (1개, 1개, 2개)가 되므로 부분전하가 생기므로 분자가 안정하지 않게 된다. 따라서 CO_3^{2-} 는 공명 구조를 가진다.



따라서 위 그림과 같이 CO_3^{2-} 는 평면삼각형구조를 가져 무극성 분자가 된다.

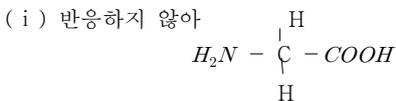
[주의]: 루이스 구조를 그려야 함.

(e) CO_2 는 물에 녹아 약산인 H_2CO_3 (탄산)을 형성하므로 염기성 용액과 반응하면 내놓은 H^+ 가 염기성 용액의 OH^- 와 만나 H_2O 가 되므로 약산임에도 OH^- 와 모두 반응할 때까지 H^+ 를 내놓게 된다. 반면, 산성 용액에서는 일부(약간)만 이온화가 되고 만다. 따라서 CO_2 는 염기성 용액에서 더 높은 용해도를 보일 것이다.

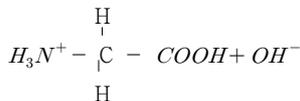
사례 6

(a) 사이토신의 수소결합을 하는 O 원자가 5원자로 대체된다고 하자. 제시문 (나)에 따라 일반적으로 같은 족의 원소일 경우 주기율표의 아래로 내려갈수록 전기음성도가 낮아진다. 제시문 (가)에서 O와 S는 같은 족의 원소이고 S가 O보다 주기율표상 아래에 있음을 알 수 있다. 따라서 O보다 S의 전기음성도가 상대적으로 낮다. 제시문 (마)에서 수소결합은 전기음성도가 큰 N, F, O의 원소들만 가능하므로 S로 대체된 사이토신은 O가 하던 수소 결합을 할 수 없게 되어, 3개의 수소결합을 하던 것이 2개로 줄어 결과적으로 DNA 이중나선 구조가 불안정하게 된다.

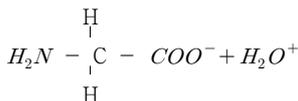
(b) 아미노산이 증류수에 들어가게 되면,



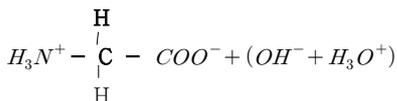
(ii) H_2O 한 분자와 반응해



(iii) H_2O 한 분자와 반응해



(iv) H_2O 두 분자와 반응해



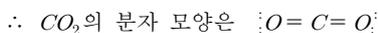
의 경우가 생긴다. (이때, 반응하는 두 분자 사이에서 전기음성도가 더 큰 쪽이 수소 원자를 주는 브린스테드-로우리 산의 역할을, 전기음성도나 더 작은 쪽이 수소원자를 받는 브린스테드-로우리 염기의 역할을 한다.)

각 경우에서 생긴 이온들이 전하를 옮기는 역할을 하여 증류수보다 전기 전도도가 증가하게 된다.

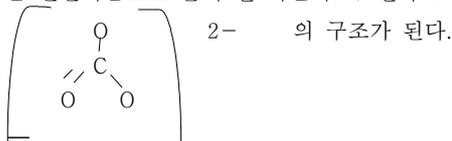
(c) 물은 $\text{H}-\text{O}-\text{H}$ 의 굽은형으로 극성분자이다. CO_2 는 극성 용매인 H_2O 에 잘 녹지 않으므로

$\text{H}-\text{O}-\text{H}$ 무극성 기체임을 유지할 수 있다. C 원자와 O 원자 중 O 원자의 전기음성도가 더 크므로 C와 O의 결합은 극성 공유결합이다.

옥텟 규칙을 만족하고, CO_2 가 무극성 분자가 되는 방법은 C와 O의 결합 2개를 대칭적으로 배열해 쌍극자 모멘트의 합을 0으로 만드는 것이다.



(d) CO_3^{2-} 는 탄산이온으로 물에 잘 녹는다. C 원자 1개와 O 원자 3개를 최대한 옥텟규칙을 맞춰 배열하면



그림에는 2중결합 1개와 단일 결합 2개로 보이나, 어느 원자가 2중 결합인지 모르는 공명구조를 이루고 있어, 모든 결합이 $\frac{4}{3}$ 결합인 것으로 인정한다. 각 결합이 이루는 각이 120° 로 모두 대칭적이어서 쌍극자 모멘트의 합이 0이나, 물 속에서 이온의 형

태로 존재한다. 물질 자체는 무극성이다.

(e) CO_2 는 물에 용해되면은 부분적으로 H_2O 와 결합하여 $H_2O + CO_2 \rightarrow H_2CO_3$, 즉 탄산이 된다. H_2CO_3 는 H^+ 2개에 CO_3^{2-} 1개가 결합한 모양이며, 증류수에 용해되었을 때 이온화하여 H^+ 를 내놓아 산성을 띤다. 이를 산성 용액에 적용시킬 경우, 공통이온 효과에 의해 ($\because K$ 는 온도가 일정할 때 일정) H^+ 를 잘 만들지 않게 되어 결과적으로 CO_2 의 용해도가 중성 용액보다 줄게 된다. 염기성 용액에서는 H^+ 가 나오면 중화반응을 일으켜 다시 그 수가 감소하므로, ($\because K$ 가 일정) 더 많이 H^+ 를 낼 수 있는 조건이 되어 결과적으로 CO_2 의 용해도가 중성 용액보다 높아진다. \therefore 염기성 용액에서 더 높은 용해도를 보일 것이다.

<평가>

(a) S는 O에 비하여 전기음성도가 작아서 S 원자는 수소결합을 하지 않는다. 따라서 O 원자가 S 원자로 치환된 사이토신을 포함하는 DNA 이중 나선구조는 원래의 구조에 비해 단일구조간의 결합이 현저히 약해질 것으로 기대되고 따라서 더욱 불안정해 질 것이다.

(b) 전기 전도도는 수용액내에 이온의 유무와 밀접한 관계가 있으므로 전기전도도가 증가하였다는 사실로부터 이온이 생성되었다는 것을 알 수 있다. 주어진 아미노산 구조에서 $-NH_2$ 가 $-NH_3^+$ 로 $-COOH$ 가 $-COO^-$ 로 변화하였음을 추론할 수 있다. $COOH$ 의 경우 $-COO^-$ 로 변하며 H^+ 를 내어 놓을 수 있는 이유는 O가 이 분자내에서 전기음성도가 가장 크므로 음전하를 띠는 것을 좋아하기 때문이다.

(c) CO_2 는 상온 상압에서 기체로 존재하며 극성 분자인 물에 잘 녹지 않는 것으로 보아 무극성 (또는 비극성) 분자라는 것을 알 수 있다. 또한 $O-C-O$ 와 $C-O-O$ 두 가지의 원자 배치를 가질 수 있고 C와 O 사이에 존재하는 결합은 산소 원자에 부분음전하가 생성될 것이므로 이 분자는 직선형의 $O-C-O$ 의 배치를 가질 것으로 예측된다.

(d) 먼저 CO_3^{2-} 의 루이스 전자 구조를 그리고 세 가지의 루이스 구조가 가능함을 보인다. 이 세 개의 루이스 구조의 평균구조가 CO_3^{2-} 이온의 실제 구조일 것이므로 이 이온이 극성을 띠지 않음을 추론할 수 있다.

(e) 이산화탄소는 물과 다음의 반응을 할 수 있다.



이 반응은 약산인 H_2CO_3 가 생기는 반응이므로 위 화학평형을 오른쪽으로 치우치게 하는 염기성 용액에서 CO_2 가 더욱 많이 용해될 것이다.

3) 부족 답안의 사례

사례 1

(a) 불안정해질 것이다. 본래 사이토신과 구아닌 사이의 강한 수소결합 덕분에 DNA 이중나선구조가 안정했는데, 사이토신 O를 S로 대체하면, 수소결합이 사라지므로 불안정해진다.

[주의]: 전기 음성도 언급 안 했음. 같은 족의 전기 음성도 경향 언급하여야 함.

(b) H_2N^- 은 H^+ 가 결합하여 NH_3 극성분자가 되고, $COOH^-$ 는 OH^- 가 결합하여 CO_2 와 H_2O 가 형성되어, 극성분자의 수가 증가하기 때문에 전기전도도가 증가한다.

(c) 물은 극성분자인데 CO_2 는 물에 잘 녹지 않으므로 무극성 분자일 것이다. 즉 $O=C=O$ 의 구조로 존재할 것이다.

(d) 극성분자인 물에 잘 녹는점으로 보아 CO_3^{2-} 는 극성분자일 것이다. 즉, $O - \overset{O}{\underset{|}{C}} - O$ 의 형태로 두 개의 전자가 남는 극성분자일 것이다.

(e) CO_2 에서 O의 전기음성도가 높으므로 음이온 형태가 되기 쉬워, H^+ 와 쉽게 결합할 수 있다. ($O^- + 2H^+ \rightarrow H_2O$) 즉 산성용액에서 더 높은 용해도를 보일 것이다.

사례 2

(a) 불안정해질 것이라고 예측합니다. 기존의 사이토신은 수소결합을 통해 구아닌과 연결되어 있지만, 문제에서의 사이토신은 S가 있어 수소결합을 형성하지 못하게 됩니다. 따라서 기존의 사이토신보다 쉽게 결합이 끊어져 상온에서는 불안정할 것 같습니다.

(b) (없음)

(c) CO_2 는 양쪽의 산소들이 서로 같은 힘으로 당겨, 규칙적인 선 모양 구조를 할 것 같습니다.

(d) $O=C=O$ 구조로 물에 잘 녹는 극성을 띵니다.

(e) CO_2 는 전자친화도가 높은 산소를 가지고 있어 H^+ 양이온과 쉽게 결합할 수 있으므로 수용액 상태에서 H^+ 를 내놓은 산성 용액에서 더 높은 용해도를 보일 것으로 예측합니다.

사례 3

(a) 불안정해질 것이다.

현재 바뀐 것은 산소원자를 황 원자로 바꾼 것이다. 제시문 (마)를 보면 ‘수소결합은 분자 간의 아주 강한 상호작용으로서 한 분자에 존재하는 H 원자의 부분양전하와 다른 분자에 존재하는 N, F, O 원자의 부분음전하 사이의 전기적 인력에 기인한다’라고 되어있다.

원래의 사이토신에서 산소원자를 황 원자로 바꿈으로 인해 분자 간의 아주 강한 상호작용인 수소결합이 사라지므로 DNA 이중나선 구조가 더 불안정해질 것이다.

(b) 우선 물은 H_2O 분자로 이루어져 있다. 이 아미노산을 증류수에 녹이게 되면 $COOH^+$ 와 NH_2O^- 가 물의 H^+ , OH^- 와 반응하여 전기 전도도가 생기게 된다. 아미노산은 또한 전기 음성도 차이로 인해 극성결합을 하는 분자이다.

(c) 제시문 (라)에서 보면 물은 H-O 결합에서 보아 산소 원자는 부분음전하, 수소 원자는 부분양전하를 가지는 극성결합 분자이다. 문제에서 ‘이산화탄소는 상온, 상압에서 기체로 존재하며 같은 조건에서 물에 잘 녹지 않는다’라고 되어있다. 극성 결합을 가진 분자는 비극성 결합을 가진 분자와 잘 섞이지 않는 것으로 보아 이산화탄소, CO_2 는 비극성 결합 구조일 것이다.

(d) 이산화탄소에서 산소가 한 개 추가되었는데, 그 결합 구조가 산소원자들의 비공유 전자쌍으로 인해 평면 삼각형 구조가 아닌 극성을 띵는 구조가 된다.

(e) 산성 용액에서 더 높은 용해도를 보일 것이다. CO_2 가 CO_3^{2-} 가 되면 H^+ 분자를 필요로 할 것이기 때문이다.

사례 4

(a) 사이토신에 존재하는 산소는 수소와 수소결합을 하기 때문에 구아닌과 사이토신 사이의 결합이 강하고 안정하다. 만약 사이토신에 존재하는 산소 대신 황이 존재한다면 DNA 이중나선구조가 불안정해질 것이다.

수소결합은 다른 분자에 존재하는 N, F, O 원자의 부분음전하와 H 원자의 부분양전하 사이의 전기적 인력에 기인하므로 황과 수소는 수소결합을 하지 못한다. 그러므로 구아닌과 사이토신의 결합이 약해져서 DNA 이중나선구조가 불안정해질 것이다.

(b) 전기 전도도와 수용액 내에 이온의 유무와 밀접한 관계가 있다는 사실을 인지하지 못한다.

아미노산 구조에서 $-NH_2$ 가 $-NH_3^+$ 로 $-COOH$ 가 $-COO^-$ 로 변화하였음을 추론하지 못한다.

(c) 이산화탄소의 구조는 고등학교 교과과정에서 이미 다루고 있다. 자신이 아는 내용을 논리적으로 전개하기를 기대하며 출제된 문제이다. 그러므로 모범답안과 같이 논리적으로 전개하지 못하는 경우 좋은 점수를 기대할 수 없다.

(d) CO_3^{2-} 의 루이스 전자 구조를 그리지 못한다. 이 루이스 구조를 그리지 못하는 경우 논리의 전개를 할 수 없다.

(e) 화학평형의 이동에 대하여 이해하지 못하는 경우 논리 전개가 불가능하다.

라) 논제 4 (생명과학)

1) 출제 의도

생명의 기본단위인 세포의 분열은 생명의 연속성을 위해 필수적인 과정으로 생명과학을 이해하는 기본적인 지식이다. 제시문과 문제를 통해, 체세포와 생식세포의 세포분열과정에서 핵상의 변화가 각각 어떻게 일어나는지에 대한 이해를 측정하고자 하였으며 또 두 과정이 보여주는 핵상 및 DNA 양의 변화가 서로 일치하지 않는 점을 세포분열 후의 딸세포들의 운명과 연관 지어 설명할 수 있는지를 측정하고자 하였다.

또한, 문제 (e)-(h)는 제시문 (다)-(마)의 내용을 바탕으로, 시각(색맹)이라는 일관된 주제 하에서 유전현상과 감각의 전달, 그리고 진화의 이해를 바탕으로 한 집단 유전학 등의 다양한 분야를 통합할 수 있는 능력을 측정하고자 하였다.

2) 논제 해설 및 평가

제시문 (가)는 고등학교 생명과학1 “세포와 생명의 연속성” 단원의 “세포분열” 섹션에 잘 설명되어 있는 개념으로 체세포분열과 생식세포분열(감수분열)의 차이점을 설명하고 있다. 제시문 (나)는 체세포분열과 생식세포분열 과정 중의 시점들을 모식도로 보여주고 있다. 학생들은 교과서나 참고서에서 세포분열과정 중 특정 시점의 사진 및 모식도를 접했을 것이며 교과서에서도 관련 그림 및 사진들은 제시문 (나)와 같이 분열기 중기에 염색체들이 적도판에 배열된 상태를 주로 보여주고 있으므로 출제에 사용한 소재들에 대해서는 매우 친숙할 것으로 판단된다. 제시문 (다)는 “세포와 생명의 연속성” 단원의 “사람의 유전” 부분에서 소개하고 있는 반성 유전의 예인 색맹의 가계도를 제시하였고, 제시문 (라)는 생명과학1 “항상성과 건강” 단원의 “자극의 전달”에서 소개되는 뉴런의 활동전위 생성에 관한 기초적 내용을 담고 있으며, 제시문 (마)는 고등학교 생명과학2 “생물의 진화” 단원 가운데 “진화의 원리” 부분에서 소개되는 하디-바인베르크 평형에 관한 내용을 담고 있다. 제시문의 내용은 대부분 교과서를 바탕으로 평이한 수준의 내용과 문장으로 이루어져 있다.

3) 예시 답안 및 평가

우수답안의 사례1

(a)

세포1의 경우, 감수 2분열이 일어나는 중이므로 n. 세포2의 경우, 감수 분열이 일어나는 중이므로 2n. 세포3의 경우, 체세포 분열이 일어나는 중이므로 2n. 세포4는 핵막과 인이 보이는 간기이므로 2n.

(b)

DNA의 양은 염색분체 수에 의하여 판단, 세포1의 DNA양이 최소이므로, 세포1의 DNA상대량 1, 세포2는 2, 세포 3은 2, 세포 4는 2이다.(세포4의 경우 간기의 S기를 지나지 아니하였으므로)

(C)

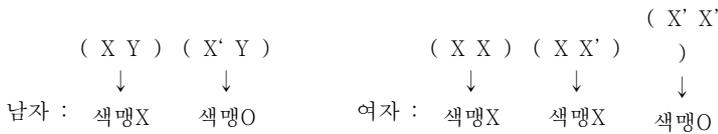
세포1의 경우 감수2분열이 일어나는 중이므로 n의 딸세포형성. 세포2의 경우 감수1분열이 일어나는 중이므로 n의 딸세포 형성되고, 세포3의 경우 체세포 분열이 일어나는 중이므로 2n의 딸세포가 형성된다.

(d)

세포1의 딸세포는 생식세포이므로 DNA의 양이 최소 1이고, 세포2의 딸세포는2, 세포3의 딸세포는 2이다.

(e)

가능한 유전자의 조합은



이므로 만일, 여자가 색맹이 되려면, 부모에게서 모두 X'을 받아야 하나, 남자가 색맹이 되려면 모계에서 X'을 하나만 받으면 되므로 남자에게서 더 많은 비율로 발견된다.

(f)

7은 1에게서 X'을 받아 X'X인 보인자이며 3은 X'Y(색맹) 4는 9에게 X'을 준 보인자(X' X)이다.

i) 즉, 8이 색맹일 경우 4에게서 X'받아야 하므로 그 확률은 $\frac{1}{2}$

ii) 색맹이 아닐 경우 4에게서 X를 받아야 하므로 그 확률은 $\frac{1}{2}$

i) $\frac{8}{8} \times \frac{7}{7} (X' Y) (X X') \rightarrow X' X' \quad \frac{1}{4}$

ii) $(X Y) (X X') \rightarrow X X' \quad 0$ 이므로

조건부확률으로 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \times 0 = \frac{1}{8}$ 이다.

(g)

빛에 의하여 망막신경절세포는 흥분되며, 이 자극에 의하여 세포막의 일부 Na^+ 통로가 열린다. Na^+ 통로가 열리기 전에는 세포막의 $Na^+ + K^+$ 펌프가 ATP를 소모하며 능동수송으로 Na^+ 3분자를 유출시키고 K^+ 2분자를 유입시켜 막전위를 분극 상태로 유지하고 있다. 만일 Na^+ 통로가 열려서 자극이 일정수준(역치)이상 올라간다면, 전압 의존성 통로인 Na^+ 통로들 중 다수가 열려서 Na^+ 유입이 가속화 되는 탈분극 현상이 일어난다. 이는 능동수송으로 Na^+ 의 농도차에 의한 확산이다. 또한 활동전위에 도달 후에, K^+ 가 유출되며(K^+ 통로를 통하여 수동수송-농도차에 의한 확산) 과분극되었다가 다시 재분극 상태로 돌아간다.

(h) 12는 적록 색맹이 아님 $\rightarrow XY$ 이다.

12 배우자

XY i) $XX \quad (0.8 * 0.8) = 0.64$

ii) $X'X \quad (0.2 * 0.8 * 2C_1) = 0.32$

iii) $X'X' \quad (0.2 * 0.2) = 0.04$

i) 이 적록색맹보인자 딸 태어나기가 불가능

ii) 딸중 $\frac{1}{2}$ 이 적록색맹 보인자

iii) 딸중 전부 (1)이 적록색맹보인자

곧, $0.64 * 0 + 0.32 * \frac{1}{2} + 0.04 * 1$
 $= 0.16 + 0.04 = 0.2$

우수 답안의 사례 2

- (a)
 세포1은 한 염색체에 대한 상동염색체가 존재하지 않으므로, 제시문(가)에 따라서 서로 다른 종류의 염색체가 1조 밖에 없으므로 핵상은 n 이다.
 세포2와 3은 한 염색체에 대하여 모양과 크기가 같은 상동염색체가 1개가 있어, 서로 다른 종류의 염색체가 2조로 존재하므로 핵상은 $2n$ 이다.
 세포4는 간기의 세포로, 세포분열 상태가 아니므로 (나)에서 $2n=4$ 로 제시된 것에 따라 핵상은 $2n$ 이다.
- (b)
 세포1의 DNA양을 1이라고 하자. 세포1은 감수 2분열 중기의 상태로, 일반적인 G1기의 DNA양이 S기에 복제되어 2개가 되었다가 감수1분열을 거치며 $\frac{1}{2}$ 배가 되었으므로, G1기 상태의 DNA양이 1임을 알 수 있다. 이를 기준으로 하여, 세포2는 2가 염색체가 있는 것을 보아 감수 1분열 중기 이므로, G1기의 DNA양이 S기에 2배가 되어 아직 분열되지 않았으므로 DNA양이 2이다. 세포3은 체세포 분열 중기로, G1기의 DNA양이 S기에 복제가 되어 2배가 되었고, 아직 분열이 이루어지지 않았으므로, DNA양은 2이다. 세포4는 세포분열 직후의 G1기의 세포이므로 DNA양은 1이다.
- (c)
 세포1은 감수2분열 중기의 세포이므로, 염색체 분리시 염색분체가 분리되므로 세포1($n=2$)와 염색체수는 같고 DNA양만 반인 딸세포가 생기므로, 이의 핵상은 N 이다. 세포 2는 감수 1분열 중기의 세포로, 상동염색체가 분리되므로 세포2($2n=4$)의 염색체 수의 절반인 딸세포가 생기는데, 이의 핵상은 N 이다. 세포3은 체세포 분열로, 염색분체가 분리되므로 ($2n=4$)인 세포3의 딸세포의 핵상은 $2n$ 이다.
- (d)
 마찬가지로 세포 1의 DNA 상대량을 1이라고 하면, 세포 1, 2, 3이 분열시 모두 DNA량은 절반씩 각각의 딸세포로 들어간다. 따라서 (b)의 결과에 의하여, 세포1의 딸세포 DNA량은 0.5. 세포2 딸세포의 DNA량은 1. 세포3 딸세포의 DNA량은 1이다.
- (e)
 적록색맹유전자의 빈도를 g , 이와 대립유전자인 정상유전자의 빈도를 p 라 하자. ($p+g=1$, $0 < p < 1$, $0 < g < 1$). 적록색맹은 x 염색체에 유전자가 위치하는 반성유전이고, 열성이다. 따라서, 남자에게 적록색맹이 나타날 확률은 적록색맹유전자를 가질 빈도와 같은 g 이고, 여자에게 적록색맹이 나타날 확률은 두 개의 x 염색체 모두가 적록색맹유전자를 가질 확률인 g^2 이다. $1 > g$ 이므로, $g > g^2$ 이다. 따라서, 남자에게 더 많이 발견된다.
- (f)
 적록색맹유전자를 가진 x 염색체를 x^g , 정상을 x^G 라고 하면, 1이 $x^g y$ 이므로 7은 x^g 을 반드시 물려받았고, 정상이므로 $x^G x^g$ 이다. 9가 $x^g y$ 인데, x^g 은 4로부터 받은 것이므로 4는 $x^G x^g$ 이다. 8은 3으로부터 y 를 받았고, 4로부터 x^G, x^g 를 받을 확률이 각각 $\frac{1}{2}$ 이다.
 8이 $x^G y$ 인 경우, $x^G x^g$ 와 $x^G y$ 사이에서 색맹인 딸 $x^g x^g$ 가 나올 확률은 0이고, 8이 $x^g y$ 인 경우, $x^g y$ 와 $x^G x^g$ 사이에서 $x^g x^g$ 가 나올 확률은 $\frac{1}{4}$ 이다. 8이 $x^g y$ 일 확률이 $\frac{1}{2}$, 이때 $x^g x^g$ 가 나올 확률이 $\frac{1}{4}$ 이므로 결과적으로는 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$ 이다.
- (g)
 세포는 ATP를 사용하여 능동수송을 통해 Na^+ 와 K^+ 의 농도 기울기를 유지하여 $-70mV$ 의 휴지전위 상태이다. 빛이 감지되면, Na^+ 통로가 열리며 Na^+ 이 고농도인 세포밖에서 저농도인 안으로 확산되어 세포안이 상대적으로 (+)가 되는데, 역치 이상일 경우 Na^+ 통로가 완전히 열려 $+40mV$ 까지 탈분극 된다. 이후 Na^+ 통로가 닫히면서 K^+ 통로가 열려 고농도인 세포 안에서 저농도인 세포 밖으로 확산(수동수송)이 되어 재분극이 된다. 이후 $Na^+ - K^+$ 펌프가 능동수송으로 Na^+ 를 밖으로, K^+ 을 안으로 농도 기울기를 역행하여 이동해 다시 농도기울기를 형성한다.
- (h)
 (e)에서 설정과 같이 G의 빈도를 p , g의 빈도를 g 라 하면, $p+g=1$ 이므로 $p=0.8$ $g=0.2$ 이다. 12는 정상남자이므로 $x^g y$ 이다. 12

의 딸은 무조건 G유전자를 12로부터 받는다.

보인자 이려면, 나머지 대립유전자가 g여야 한다. 임의의 여성이 x^Gx^G , x^Gx^g , $x^g x^g$ 일 확률은 각각 p^2 , $2pg$, g^2 이고 g를 받는 것은 x^Gx^g 로부터 $\frac{1}{2}$ 의 확률로, $x^g x^g$ 로부터 1의 확률로 일어날 수 있으므로, 구하고자 하는 확률은 $2pg \times \frac{1}{2} + g^2 = g(p+g) = g$ 이므로 결국 g, 즉 0.2이다.

우수 답안의 사례 3

(a) 세포1의 경우 부계와 모계에서 물려받은 같은 크기, 같은 모양의 상동염색체가 없으므로 핵상은 n=2이다. 세포2의 경우는 상동염색체가 관찰되므로 2n=4이고 세포3의 경우도 동일하므로 2n=4이다. 세포4의 경우는 분열상태가 아닌 간기이다. 만약 세포4가 체세포분열을 마친 직후라면 2n=4 일 것이고 감수분열을 마친 직후라면 n=2일 것이다.

(b) 세포4가 체세포분열을 마친 직후의 세포일 경우에는 세포1의 DNA양을 1로 하면 세포2, 세포3은 염색체의 수가 2배이므로 2가 될 것이다. 그러나 세포4는 체세포분열의 과정을 거쳤기 때문에 4개의 염색분체만큼의 DNA양인 1이 될 것이다. 세포 4가 감수분열을 마친 직후의 세포라면 세포4는 염색분체 2개를 가짐으로 이의 DNA양을 1로 하면 세포1은 2, 세포2는 4, 세포3도 4가 될 것이다.

(c) 세포1의 경우 딸세포의 핵상은 세포1과 동일한 n=2가 될 것이고 세포2의 경우는 딸세포의 핵상은 세포2의 절반인 n=2일 것이다. 세포3은 체세포분열의 세포이므로 딸세포의 핵상은 동일하게 2n=4가 된다.

(d) 이때, 세포1의 딸세포는 2개의 염색분체를 가짐으로 이의 DNA양을 1로 두면 세포2의 딸세포와 세포3의 딸세포 모두 4개의 염색분체를 가짐으로 2가 된다.

(e) 적록색맹은 x염색체 상에 존재한다. 색맹이 일어나는 것은 이에 관여되는 유전자에 문제가 발생하여 기능을 제대로 하지 못하는 단백질이 만들어지기 때문이다. 여성의 경우에는 x염색체가 2개인데 각 세포마다 무작위적으로 하나의 염색체가 불활성화되고 다른 하나가 발현된다. 이때, 눈에서 제대로 기능을 하는 세포가 만들어질 수 있기 때문에 여성의 경우는 하나의 적록색맹 유전자를 지니고 있더라도 적록색맹이 아니다. 그렇지만 남자의 경우는 x염색체가 하나뿐이므로 눈에서 모든 세포가 제기능을 하지 못해 적록색맹이 된다. 그러므로 남자에게서 적록색맹의 확률이 높다.

(f) 9가 색맹인 것을 보면 4가 색맹유전자 1개를 가진 보인자임을 알 수 있다. 그러므로 8이 색맹일 확률은 $\frac{1}{2}$ 이 된다. 또한 1이 색맹이므로 7은 보인자이다. 이때, 적록색맹인 딸을 낳으려면 8이 색맹이어야 하고 이때 적록색맹인 딸을 낳는 확률은 $\frac{1}{4}$ 이므로 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$ 이다.

(g) -70 mV 정도의 막전위는 에너지를 사용하여 수송하는 능동수송을 일으키는 $Na^+ - K^+$ 펌프로 인해 Na^+ 이 바깥으로 나가고 K^+ 가 안으로 들어오면 Na^+ 의 경우 세포막에서 투과성이 낮으므로 들어오지 못하지만 K^+ 는 수동수송인 leak채널을 이용하여 빠져나감으로 유지되고 있다. 이때 빛수용체의 빛에 의한 구조변화로 자극이 발생하면 Na^+ 채널이 열려 Na^+ 가 농도 차에 의해 수동수송으로 조금 들어오다가 역치전위 이상이 되면 전압개폐성 Na^+ 채널이 열려 빠른 속도로 세포내로 수동수송되고 이로 인해 약 +40mV정도로 탈분극된다.

(h) 12의 경우 남자이지만 적록색맹이 아니다. 딸이 보인자이려면 아내가 보인자이거나 적록색맹이어야 한다. 우선 g의 빈도가

0.2이므로 아내가 적록색맹일 확률은 0.04이고 이때 딸이 보인자일 확률은 1이다. 아내가 보인자일 확률의 경우 $2 \times 0.2 \times 0.8$ 이므로 0.32이고 이때 딸이 보인자일 확률은 0.5이다. 이는 동시에 일어나지 않으므로 $0.04 \times 1 + 0.32 \times 0.5 = 0.04 + 0.16 = 0.2$ 이다.

부족 답안의 사례 1

(a) 세포 1에서는 DNA복제가 일어나기 전이므로 핵상은 $2n=4$ 이다. 세포2에서는 DNA복제가 일어났으므로 $2n=8$ 이다. 세포3에서는 세포분열 중기이므로 $4n=8$ 이다. 세포4에서는 세포분열직후이므로 $n=2$ 이다.

(b) 세포1에서는 체세포 분열에서 복제가 일어났으므로 DNA 상대량이 2이다. 세포2에서는 감수1분열에서 DNA복제가 일어났으므로 상대적인 양은 4이다. 세포 3에서는 감수1분열에서 세포 분열이 일어났으므로 상대적인 양은 2이다. 세포 4에서는 감수1 분열을 거쳐 감수 2분열 직후이므로 상대적인 양은 1이다.

(c) 분열기는 세포1, 세포3이다. 세포1은 체세포 분열 후기이므로 $2n=4$ 이다. 세포3은 감수1분열 후기이므로 $4n=8$ 이다.

(d) 세포1은 체세포 분열에서 DNA복제가 일어났으므로 상대적인 DNA양은 2이다. 세포2는 감수 1분열에서 DNA복제가 일어났으므로 상대적인 DNA양은 2이다.

(e) 적록색맹의 유전자는 성염색체 x가 관여하는데, 정상인 염색체를 x, 적록색맹의 염색체를 x'라고 설정했을 때, 여자는 xx, xx', x'x'의 염색체를 갖는다. xx'은 보인자이므로 정상이다.

여자는 x'x', 즉 x'의 염색체가 2개 있어야만 색맹이다. 여자가 적록색맹일 확률은 $\frac{1}{3}$ 이다. 반면에 남자는 xy, x'y의 염색체를 갖는다. x'염색체 1개가 있으므로 적록색맹이다. 남자가 색맹일 확률은 $\frac{1}{2}$ 이다. 따라서 적록색맹은 남자에게서 많이 일어난다.

(f) i)8이 색맹인 경우, 유전자형은 x'y이다(x'은 적록색맹유전자, x는 정상유전자라고 가정했을 때) 7의 유전자형은 xx또는 x'x이다.

i)-i. 7의 유전자형이 xx일 경우

	x'	y
x	x'x	xy
x	x'x	xy

왼쪽의 그림과 같이 색맹인 딸을 낳을 확률은 0이다.

i)-ii. 7의 유전자형이 xx'일 경우

	x'	y
x'	x'x'	x'y
x	xx'	xy

왼쪽의 그림과 같이 색맹인 딸을 낳을 확률은 $\frac{1}{4}$ 이다.

ii)8이 색맹이 아닌 경우 유전자 형은 x'y이다. 7의 유전자형과의 상관없이 색맹인 딸의 확률은 0이다.

i)ii)에서 색맹인 딸일 확률은 $\frac{1}{4}$ 이다.

(g) 능동수송에 의하여 Na^+ 은 세포 밖으로 이동하고 K^+ 은 세포 안으로 들어간다. 수동수송에 의하여 Na^+ 은 세포안으로 이동하고, K^+ 은 세포 밖으로 빠져나간다.

(h) 하디-바인베르크 평형상태에 의하여 유전자 G의 빈도는 0.8이다. (다)의 12가 결혼하여 딸을 낳을 확률은 $\frac{1}{2}$. 딸이 적록색맹 보

인자인 확률은 $\frac{1}{2} \times 2 \times 0.8 \times 0.2$ 이므로 0.16이다.

부족 답안의 사례 2

(a)

세포1의 핵상은 n, 세포2의 핵상은

(b)

공백

(c)

공백

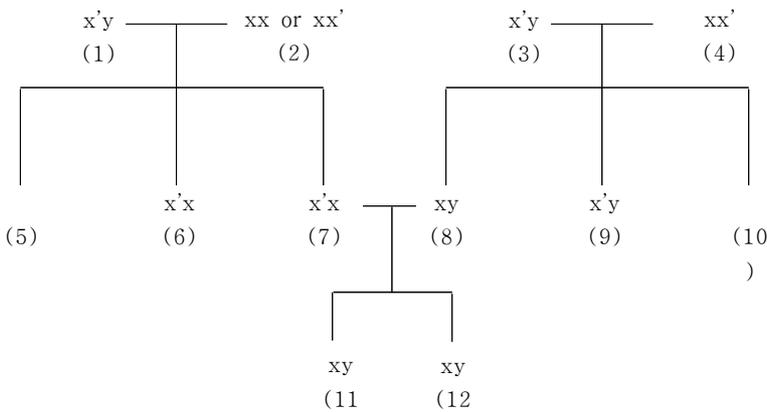
(d)

공백

(e)

공백

(f)



적록색맹유전자를 가진 x염색체를 x'이라고 표현한 그림 (다)의 가계도이다. 9는 2에게서 정상 y염색체를 물려받았지만 색맹이므로 4는 보인자이다. 따라서 8이 물려받을 수 있는 두 x염색체 중 하나는 x'이므로 8이 색맹일 확률은 $\frac{1}{2}$ 이다. 7은 1이 색맹인데, 1에게서 x유전자를 물려받았으므로 x'을 가지지만 정상시각이므로 xx'의 유전자를 가진다는 것을 알 수 있다. 7과 8의 딸은 8에게서 x 또는 x', 7에게서 x또는 x'의 유전자를 각각 $\frac{1}{2}$ 의 확률로 물려받는데, 양쪽에서 모두 x'을 물려받아야 색맹이 되므로 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ 의 확률로 색맹이 된다.

(g)

신경세포에서 빛이 없을 때는 나트륨-칼륨 펌프에 의해 Na^+ 는 세포 밖으로, K^+ 은 세포 안으로 수송되고 있으며, K^+ 통로에 의해 K^+ 이 세포 밖으로 수송되고 있는 상태로, 양이온이 세포 밖으로 많이 나가므로 -70mV의 막전위를 유지하고 있다. 빛이 감지 되면 빛에 의해 Na^+ 통로가 열리면서 Na^+ 이 세포 안으로 수송되면서 탈분극 되어 (+)전위를 띠게 된다. 망막신경절 세포에서 일어난 이러한 전기적 신호는 대뇌와 연결된 신경세포로 전달되어 대뇌로 정보를 보낸다.

(h)

g의 빈도가 0.2이므로 여성에서의 유전자 G의 빈도는 $1 - 0.2 = 0.8$ 이다.

부족 답안의 사례 3

(a)

(나)는 감수분열의 과정을 보여주는 그림이다. 감수분열에서는 각 세포들의 핵상은 2가 염색체의 등장으로 4n이 되었다가 다시 2n으로 돌아온다. 감수 2분열에서 복제를 하지 않고 바로 분열하기 때문에 딸세포의 핵상은 n이 되게 된다.

(b)

각 세포들의 DNA 상대량은 유전자를 복제할 때 2배로 증가하고 1분열에서 나뉘고 2분열은 복제를 하지 않고 그대로 분열을 시작하므로 2분열을 마친 딸세포의 DNA량은 처음의 양의 $\frac{1}{4}$ 이 되는 것을 알 수 있다. 그러므로 4→8→8→4→4→2→2로 DNA량이 변한다.

(c)

제시문(나)의 분열기 세포는 세포2, 세포3로 볼 수 있다.

세포2는 2가 염색체가 보이는 걸로 보아 감수 1분열 중기로 짐작할 수 있는데 이때의 핵상은 4n이다. 세포3은 감수 1분열 후기로 이때의 핵상은 2n이다. 그러므로 이 세포들의 딸세포의 핵상은 반절인 2n, n으로 차이가 있다.

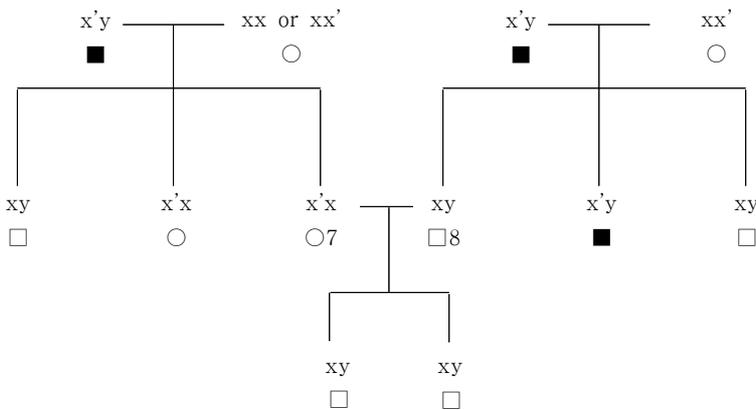
(d)

각 세포들의 DNA 상대량은 감수2분열에서 유전자 복제를 하지 않으므로 1분열은 자신염색체수의 2배에 해당하는 DNA량을 갖지만 2분열부터는 DNA량이 염색체수와 같다.

(e)

적록 색맹은 x염색체 상에 있으므로 xx인 여성보다 성염색체가 xy인 남성에게 더 많이 일어난다.

(f)



먼저 8이 유전자 구성은 2가지로 x'y와 xy이다.

7은 xx'이므로

	x	y
x'	xx'	x'y
x	xx	xy

-> 색맹일 확률 $\frac{1}{4}$

	x'	y
x'	x'x'	x'y
x	xx'	xy

-> 색맹 $\frac{1}{2}$

따라서 색맹인 동시에 딸일 확률은 $(\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}) \times \frac{1}{2}$ 이므로 $\frac{3}{8}$ 이다.

(h)

g -> 0.2

g' -> 0.8

(a) 제시문 (가)를 참조하여 제시문 (나)의 각 세포들이 가지는 핵상에는 어떤 차이가 있는지 n 값으로 설명하십시오.

해답:

세포1 n

세포2 $2n$

세포3 $2n$

세포4 $2n$ (혹은, 생식세포인 경우 n)

해설:

세포1은 감수2분열 분열기의 중기로 앞선 감수1분열(감소분열)을 통해 이미 상동염색체의 분리가 일어났으므로($2n \rightarrow n$) 2가염색체(4분염색체)가 존재하지 않고 염색분체들의 결합이 보인다.

세포2는 감수1분열 분열기의 중기로, 상동염색체들이 결합된 2가염색체(4분염색체)를 관찰할 수 있다. 이 시기에는 여전히 양친으로부터 물려받은 상동염색체들을 보유하고 있으므로 $2n$ 의 상태가 유지되고 있다.

세포3은 체세포분열 분열기의 중기로 상동염색체들이 2가염색체를 형성하지 않고 나란히 적도판에 배열한다. 체세포는 세포주기 전체를 통해 핵상의 변화가 없이 $2n$ 상태를 유지한다.

세포4는 체세포분열 직후 간기($2n$) 혹은 생식세포 감수 2분열 직후(n)에 해당한다.

(b) 문제 (a)의 각 세포들이 가지는 DNA의 상대적인 양에는 어떤 차이가 있는지 설명하십시오. (단 DNA 양이 가장 적은 세포의 DNA 양을 1이라고 하시오.)

해답:

세포1의 DNA 양 = 1

세포2의 DNA 양 = 2

세포3의 DNA 양 = 2

세포4의 DNA 양 = 1(체세포인 경우)

세포1의 DNA 양 = 2

세포2의 DNA 양 = 4

세포3의 DNA 양 = 4

세포4의 DNA 양 = 1(생식세포인 경우)

해설:

세포1은 감수2분열 중기의 상태로 감수1분열 중기인 세포2가 분열한 뒤 새로운 DNA 복제 없이 두 번째 세포 분열에 들어가는 상태이다. 따라서 세포1의 DNA양은 세포2의 절반이다. 상대량=1

세포2는 감수1분열 중기의 상태로 감수분열에 돌입하기에 앞서 DNA가 복제된 상태이다. 상대량=2

세포3은 체세포분열 중기의 상태로 세포분열에 앞서 DNA가 복제된 상태이다. 상대량=2

세포4는 체세포분열 직후로 세포3에 비해 DNA양이 절반이다. 상대량=1

(세포4가 감수분열 직후인 경우 DNA 양은 세포1의 절반이므로 상대량=0.5가 된다.)

(c) 제시문 (나)의 세포들 중 분열기의 세포들만 골라 그들의 딸세포가 가진 핵상에는 어떤 차이가 있는지 n 값으로 설명하십시오.

해답:

세포1의 딸세포 n

세포2의 딸세포 n

세포3의 딸세포 $2n$

해설:

세포1의 감수2분열은 핵상의 변화 없이 염색분체만 나누어지면서 두 개의 딸세포로 분리된다. 세포2의 감수1분열은 감소분열이라고 부르듯이 핵상이 $2n$ 에서 n 으로 감소한다. 체세포분열의 딸세포는 모세포와 동일하게 $2n$ 상태를 유지한다.

(d) 문제 (c)의 각 세포들이 가지는 DNA의 상대적인 양에는 어떤 차이가 있는지 설명하시오. (단 DNA 양이 가장 적은 세포의 DNA 양을 1이라고 하시오.)

해답:

- 세포1의 딸세포의 DNA 양 = 1
- 세포2의 딸세포의 DNA 양 = 2
- 세포3의 딸세포의 DNA 양 = 2

해설:

분열기의 세포들은 핵막이 소실된 상태로 염색체가 응축되어 있으므로 세포1, 2, 3이 분열기의 세포들이다. 세포1의 감수2분열 과정에서 새로운 DNA 복제 없이 세포분열이 일어나므로 딸세포의 DNA양은 세포2에 비해 절반이다. 상대량=1
 세포2의 감수1분열을 위해서는 DNA 복제가 일어난 후 세포분열이 일어나므로 딸세포의 DNA양은 DNA 복제 이전의 모세포와 동일하다. 상대량=2
 세포3은 체세포분열과정으로 DNA 복제가 일어난 후 세포분열이 일어나므로 딸세포의 DNA양은 DNA 복제 이전의 모세포와 동일하다. 상대량=2

(e) 제시문 (다)의 적록색맹이 남자에게서 더 많은 비율로 발견되는 이유를 설명하시오.

해답 및 해설:

반성유전의 개념을 묻는 문제로, 우성과 열성의 이해를 바탕으로 매우 쉽게 답할 수 있는 문제이다. 색맹 유전형질이 열성임을 기술하고, 성염색체의 차이에 따른(XX vs. XY) 표현형의 차이를 기술하되, 색맹 유발 유전형의 집단 내 빈도를 이용하여 기술하면 높은 점수를 받을 수 있다.

(우수 답안의 예; 적록색맹 유전자의 빈도를 q 라 하고 이와 대립 유전자인 정상유전자의 빈도를 p 라 하면, $p+q=1$, $0 < p < 1$, $0 < q < 1$ 이다. 적록색맹은 x 염색체에 존재하는 반성유전이고 열성이다. 따라서 남자에게서 적록색맹이 일어날 확률은 적록색맹유전자를 가질 확률 q 와 같고, 여자에게 적록색맹이 일어날 확률은 두 개의 x 염색체 모두가 적록색맹 유전자를 가질 확률인 q^2 이다. $1 > q$ 이므로 $q > q^2$ 이다. 따라서 남자에서의 색맹 빈도가 높다)

(부족 답안의 예: 적록색맹유전자를 가진 X 염색체를 X' 이라 할 때, 남자는 XY 또는 $X'Y$ 중 $X'Y$ 가, 여자는 XX , $X'X$, $X'X'$ 가운데 $X'X'$ 만이 색맹이 되므로, 남자는 $1/2$ 의 확률로 색맹이 되고, 여자는 $1/3$ 의 확률로 색맹이 되므로 남자에서의 색맹 빈도가 높다.)

(f) 제시문 (다)의 가계도에서 8은 어린 시절 사고로 인하여 시각을 잃어 색맹의 여부를 알 수 없다. 7과 8 부부가 셋째 아이를 낳을 경우 색맹인 딸을 낳을 확률을 설명하시오. (단, 출생 시 남녀 비율은 동일하다.)

해답 및 해설:

가계도를 이용하여 유전자의 분포를 유추하는 문제이다. 가계도를 이용하여 부모의 유전형의 가능성을 유추하고 이를 이용하여 확률을 유추하는 논리를 기술하여야 한다.

(우수 답안의 예; 1이 색맹이므로 $X'Y$ (색맹을 유발하는 유전자를 가진 X 염색체를 X' 이라 할 때)의 유전형을 가지고, 7은 정상 형질이지만 1로부터 X 염색체를 받아야 하므로 $X'X$ 를 가진 보인자이다. 4는 색맹 아들($X'Y$)

인 9를 낳았으므로 X'을 물려준 보인자여야 하고, 따라서 8은 X'을 가질 확률이 1/2이다. 따라서 7-8의 셋째 자녀가 색맹인 딸일 확률은, 7로부터 X'을 받을 확률(1/2) x 8로부터 X'을 받을 확률(1/2 x 1/2) = 1/8이다) (부족 답안의 예; 8은 색맹의 여부를 모르므로 XY일 수도 있고, X'Y일 수도 있다. 우선 XY인 경우,... 둘 째, X'Y인 경우는...)

(g) 제시문 (라)에 설명되어 있는 망막신경절 세포의 빛에 의한 전도 현상을 세포막의 능동수송과 수동수송의 관점에서 설명하시오.

해답 및 해설:

막전위 형성의 원리와 활동전위의 발생 현상을 이온의 수송관점에서 이해하고 있는지를 묻는 문제이다. 막전위 생성의 원리와 활동전위 생성의 원리를 능동수송/수동수송의 기전으로 설명하되, 능동수송과 수동수송의 원리도 함께 설명하여야 한다.

(우수 답안의 예; 세포막의 세포질 측과 세포외 측 사이의 막전위는 이온의 불균등한 분포 때문에 생기는데, 이는 주로 Na⁺이온을 세포 밖으로 퍼냄과 동시에 K⁺ 이온을 세포 안으로 퍼들이는 Na⁺-K⁺펌프의 작용에 의해 일어난다. 이 펌프는 이온의 농도구배를 거슬러 이온을 수송하는 능동수송이므로 ATP를 소비하며 일어난다. 이 결과 휴지막전위 상태에서는 세포내 Na⁺이온의 농도는 세포 밖에 비하여 월등히 낮게 유지되고 세포내 K⁺이온의 농도는 세포 밖에 비하여 월등히 높게 유지된다. 빛의 자극이 오면 망막신경절 세포는 이에 반응하여 활동 전위를 일으키는데, 세포막에 존재하는 Na⁺통로(채널)가 자극에 의해 열리면 세포 밖의 Na⁺농도가 높으므로 확산에 의해 이온이 이동하는 수동수송이 일어나, 에너지의 소비 없이 Na⁺이온의 세포 내 유입이 일어난다. 이를 통해 탈분극이 일어나면, 다시 K⁺통로가 열리게 되어 세포내 높은 농도로 유지되던 K⁺이온의 세포 밖으로의 수동수송이 일어나고 이를 통해 재분극이 일어나게 된다.)

(부족 답안의 예; 세포막의 전위는 능동수송에 의해 일어나고 빛에 의한 전도는 수동수송에 의하여 일어난다. - 이 경우 능동수송과 수동수송의 정의(에너지 사용 여부 등)를 설명하여야 한다.

(h) 제시문 (다)의 가계도가 속한 집단이 제시문 (마)의 멘델집단으로 가정하고, 이 집단의 적록색맹은 유전자 G의 대립유전자 g에 의해 일어나며, 이 집단 내 여성에서의 대립유전자 g의 빈도가 0.2라면 제시문 (다)의 12가 결혼하여 낳은 딸이 적록색맹 보인자일 확률을 계산하시오.

해답 및 해설:

하디-바인베르크 평형의 원리를 이해하고 적용할 수 있는지를 묻는 문제이다.

(우수 답안의 예; 제시문 (다)의 가계도에서 12는 정상남자이므로 정상 X 염색체를 가지고 있고, 따라서 그 자녀의 색맹여부는 배우자에 의해 결정된다. 이 집단이 멘델 집단임을 가정하면, 이 집단 내 여성의 색맹유전형에 따른 빈도는 색맹유전자 g의 빈도(하디-바인베르크 공식에서의 q에 해당)인 0.2에 의해 결정된다. 즉, 정상유전자를 가진 정상여자(XX)의 빈도는 (1-q)² 이므로 0.64(64%)이고, 보인자 여자(XX')의 빈도는 2(1-q)q 이므로 0.32(32%), 그리고 색맹여자인 X'X'의 빈도는 q² 인 0.04(4%)이다. 이 때, 딸이 색맹일 확률은 보인자와 결혼할 경우의 확률인 0.32 x 1/2 = 0.16과 색맹인 여자와 결혼한 경우의 확률인 0.04 x 1 = 0.04의 합인 0.2(20%)이다.)

(부족 답안의 예; 대립유전자의 빈도가 0.2이므로 확률은 0.2이다.

- 이 경우 틀린 답안은 아니나, 제시문에서 제시한 하디-바인베르크 평형을 응용한 답안이 아니므로, 감점의 요인이 됨.)

마) 논제 5(지구과학)

1) 출제 의도

지구과학 I에서 다루는 지질, 대기, 해양의 지식을 통합한 문제를 출제하였다. 태양계의 기원, 지구형 행성의 형성과 분화과정, 판구조 활동 등에 대한 전반적 이해는 고등학교 지구과학 교육의 중심 주제를 이루고 있다. 이러한 지구 환경을 구성하는 지질, 대기, 해양에 대한 개별적 이해 및 이들 사이 상호작용에 대한 이해를 기반으로 유추하는 사고 체계를 측정하는 문제들로 구성하였다. 본 논제를 푸는데 필요한 기초 지식은 고등학교 지구과학 I의 1단원 “하나뿐인 지구”와 3단원 “신비한 우주”, 지구과학 II의 1단원 “지구의 구조와 지각의 물질”과 2단원 “지구의 변동과 역사”에서 다루고 있다.

2) 논제 해설

(a) 지구의 평균밀도와 대륙지각의 평균밀도가 다른 이유를 설명하고, 어떠한 과정에 의하여 이러한 밀도 차이가 생겼는지 설명하시오. (총 4점)

- 지구의 평균밀도 = $5.57 \text{ g/cm}^3 >$ 대륙지각의 평균밀도 2.7 g/cm^3
 - 따라서 지구의 내부에 더 밀한 물질이 존재한다.
 - 지구의 층상구조에 의하여 내핵, 외핵, 맨틀, 지각으로 구성된다. (2점)
 - 운석과 같은 물질들이 뭉쳐서 만들어진 원시 지구가 가열되어 무거운 물질이 지구 중심부로 가라앉아 층상구조가 형성되었다. (2점)

(b) 달의 평균밀도와 달의 표면에서 아폴로 달 탐사를 통해 수집한 암석의 밀도가 다른 이유를 설명하시오. (총 3점)

- 달의 평균밀도 = $3.35 \text{ g/cm}^3 >$ 달 표면 암석의 평균밀도 3 g/cm^3
- 달의 경우도 분화에 의한 층상구조에 의하여 밀도가 더 큰 내부와 상대적으로 밀도가 작은 지각으로 구성되어 밀도차이가 발생한다. (3점)

(c) 만약 달에 지구와 같은 자기장이 존재하지 않는다면 그 이유를 설명하시오. (총 3점)

- 지구의 경우에는 내부의 층상구조 중 외핵부분이 액체상의 철과 니켈로 구성되어 지구의 자전에 의하여 자기장이 형성된다. 달에도 자기장이 존재하며 외핵부분이 일부 용융되어 있는 것으로 알려진 바 있다. 따라서 달에 만약 자기장이 존재하지 않는다면 내부에 층상구조가 발달하지 않은 균질체이거나 또는 분화는 하였지만 액체상의 층이 존재하지 않는 경우이다.

(d) 오늘날 지구에는 화성, 수성, 달에 비하여 운석 충돌 구덩이가 훨씬 적은 수만 분포한다. 그 이유를 모두 설명하시오. (총 6점)

- 지구에는 대기와 액체상의 물이 존재하기 때문에 지표에서 풍화작용이 활발하게 일어나서 과거에 있었던 운석 충돌 구덩이를 지울 수 있다. (2점)
- 현재 지구의 표면은 약 30%만이 육지의 대륙지각이고 나머지 70%는 바다로 구성되어 있어 운석충돌이 바다에 일어날 확률이 더 높다. (2점)
- 그러나 지구에서 가장 오래된 해양지각의 연령은 약 2억 년(동태평양 지역)으로 이보다 오래된 해양지각은 해구에서 섭입되어 지구 내부로 들어가 버렸기 때문에 해양지각에 기록된 운석 충돌의 흔적은 지워지게 된다. (2점)

(e) 운석이 지구에 떨어질 때 그 크기에 따라 불타면서 소멸되기도 하고 지표와 충돌해서 폭발하기도 한다. 그 이유를 설명하시오. (총 3점)

- 대기의 밀도는 지표에서 제일 밀하고 고도 100 km까지 성분은 일정하나 밀도는 지속적으로 감소한다. 매우 빠른 속도로(통상 수십 km/s) 대기권을 통과하여 지표로 떨어지는 운석이 대기와의 마찰하는 시간은 매우 짧다. 운석이 대기권을 통과하는 경우 균질권의 하부에만 운석을 대기와의 마찰로 태울 수 있는 정도로 충분히 밀한 대기가 존재하며, 따라서 일정 크기 이상의 운석은 대기와의 마찰에도 불구하고 거의 영향을 받지 않고 지표에 떨어져 운동에너지가 열에너지로 변하여 폭발하게 된다.

3) 예시 답안 및 평가

우수 답안의 사례1

(a) 지구 중심부로 갈수록 무거운 철 성분의 함량이 증가한다. 이는 지구의 생성과정과 관련이 있다. 생성 초기의 지구는 미행성들과의 잦은 충돌로 인해 매우 고온인 상태였고, 암석들이 용융점에 도달해 액체 상태로 존재했다. 그래서 지구의 구성 물질들 중 밀도가 큰 물질은 자연히 지구 중심부로 가라앉고, 밀도가 작은 물질은 지표에 잔류하는 일종의 ‘분류 작업’이 일어났다. 그래서 지구 중심부로 갈수록 무거운 철이나 니켈과 같은 원소의 함량이 증가하며, 이는 지구의 평균 밀도와 대륙지각의 평균밀도가 다른 원인이 되었다.

(b) 달 또한 지구와 마찬가지로 생성 초기에 매우 고온의 상태였고, 그에 따라 무거운 원소가 달의 중심부에 가라앉았다. 이것이 달의 평균밀도와 달 표면 암석의 밀도가 다른 원인이 되었다.

(c) 지구 중심부에 가라앉은 무거운 원소들 중 일부의 금속 원소가 액체 상태로 존재한다. 이 액체 금속 원소들이 지구 중심부에서 방향성을 가지고 회전하고 있다. 그런데 이 금속은 매우 고온 상태이므로 금속 양이온과 자유전자가 분리되어 있다. 이러한 전하를 띤 입자들이 일정한 방향성을 가지고 회전하는 것은 전류가 흐르는 효과를 내며, 이로 인해 지구에는 자기장이 형성되게 된다. 따라서 자기장이 존재하지 않는 지구형 행성이 있다면 그 이유는 첫째, 생성 당시 금속 성분을 구성 성분으로 가지고 있지 못하거나 둘째, 금속 성분을 충분히 포함했지만, 중심부의 온도가 충분히 높지 못해서, 금속이 용융되어 회전할 수 없는 상태이기 때문일 것이다.

(d) 지구에 운석 충돌 구덩이가 적은 이유는 첫째로, 운석 충돌의 횟수 자체가 적었기 때문일 것이다. 지구에는 두께 약 10km의 대기가 존재한다. 따라서 지구의 중력에 이끌려 지구로 접근하던 암석들도, 대기에 진입함과 동시에 일종의 마찰인 공기 저항으로 인해 불타버려 지표에 암석이 도달하지 못하는 경우가 생긴다. 이에 반해 화성, 수성, 달에는 대기가 없으므로 접근하는 암석들이 지표에 도달하는 빈도가 높아 운석 구덩이의 개수도 상대적으로 많았을 것이다. 둘째로, 지구 내 활동의 결과로 생성된 운석 구덩이가 없어졌을 것이다. 지구에서는 유수, 바람, 생물, 인간의 활동 등으로 인한 풍화와 침식, 또 지진, 용기, 침강과 같은 지각 변동으로 인해 이미 생성된 운석 구덩이라도 소멸되는 경우가 있을 수 있다. 지구와 달리 수성, 달, 화성 등에는 풍화와 침식의 원인들이 없거나 있어도 매우 적으며, 지구는 활발한 맨틀 대류로 지각 변동이 잦은 반면, 이들은 그렇지 못하다. 이는 지구의 운석 구덩이 개수가 적은 원인이 된다.

(e) 운석은 지구에 떨어질 때 지구를 둘러싼 대기와 충돌하면서 마찰로 인해 온도가 올라가 불이 붙게 된다. 이때 운석의 크기와 구성 물질이 지표까지 도달하는데 발생하는 공기 저항을 견뎌낼 수 있느냐 없느냐 하는 중요한 요인이 된다. 크기가 크고 철질 운석일수록 공기저항에 강하다. 운석이 크기가 크면 공기 저항에도 다 불타지 않아 지표에 도달하게 되고, 그렇지 못하면 중간에 모두 불타 소멸한다.

우수 답안의 사례2

(a) 대륙지각에는 밀도가 비교적 작은 화강암질 암석이 많이 분포하지만 지구 내부에는 밀도가 비교적 큰 철과 니켈 등으로 이루어진 물질이 많이 분포한다. 그래서 지구의 평균 밀도는 대륙지각의 평균 밀도보다 크고, 그 이유는 지구의 형성 과정에 있다. 원시 지구에는 수시로 미행성들이 충돌하였고, 그 충돌열에 의하여 지구는 용융 상태로 존재했다. 이때 밀도가 비교적 작은 화강암질, 현무암질 암석은 지표 가까이 떠오르고 밀도가 비교적 큰 철, 니켈 성분은 지구 중심으로 가라앉았다. 그리고 미행성의 충돌이 줄어들자 지표가 점차 식어 원시 지각이 형성되었다. 그런 이유로 지구 중심으로 갈수록 평균밀도가 증가하게 되었다.

(b) 달도 역시 형성 초기에는 용융 상태로 존재하였다. 그 과정에서 밀도가 큰 물질은 가라앉고 밀도가 작은 물질은 떠올라 지표층을 구성하는 물질이 되었다. 아폴로 달 탐사를 통해 수집한 암석은 달의 표면을 구성하는 암석인데, 달의 평균 밀도는 표면을 구성하는, 수집한 암석의 밀도보다 클 수밖에 없다.

(c) 지구에 자기장이 존재하는 이유는 지구의 외핵이 액체상태의 철 성분으로 구성되어 있고, 이것이 지구 자전과 함께 회전하면서 유도 전류를 만들기 때문이다. 그리고 이 유도 전류는 주위에 자기장을 만든다. 지구의 외핵이 고체 상태로 존재했다면 지구 자기장은 존재하지 않았을 것이다. 마찬가지로 다른 지구형 행성의 자기장이 존재하지 않는다면 그 행성의 내부에 액체 상태의 철 성분으로 구성된 층상 구조가 존재하지 않기 때문에 자기장이 존재하지 않는 것이다.

(d) 화성이나 수성, 달은 중력이 작아 충분히 두꺼운 대기를 갖지 못한다. 하지만 지구에는 질소와 산소 등으로 이루어진, 어느 정도 두꺼운 대기층이 있다. 운석은 대기를 통과하면서 대기와의 마찰열에 의해 불타버리므로 작은 운석들은 쉽게 지구의 표면까지 도달하지 못한다. 그리고 지구의 대기는 지표에서 각종 풍화작용을 일으킨다. 운석 충돌 구덩이가 생긴다 하더라도 물과 바람의 풍화, 침식 작용을 받아 그 형태가 깎여 나가거나 변한다. 따라서 운석 충돌 구덩이가 오래 보존되기 어렵다. 또한 오랜 세월동안 지각 변동을 받아 운석 구덩이가 땅 속에 묻히거나 사라질 수 있다. 이러한 이유들에 의해서 지구에는 화성, 수성, 달보다 적은 수의 운석 충돌 구덩이가 분포한다.

(e) 운석이 지구 중력에 이끌려 빠른 속도로 지구를 향해 떨어지면 대기 마찰하면서 높은 마찰열이 발생한다. 높은 온도에 의해 운석이 대기 상에서 불타면서 소멸하거나 크기가 작아진다. 그런데 운석의 크기가 충분히 클 경우 대기권에서 모두 소멸되지 않고 운석의 일부가 남아 지표와 충돌할 수 있다. 그 경우 운석이 엄청난 속도로 지표를 향해 낙하하였기 때문에 충돌 직전 운석의 운동 에너지는 아주 크다. 운동 에너지가 클수록 충격량도 증가하므로 운석이 폭발하면서 거대한 운석 구덩이를 만들고 주변의 생명체에 피해를 입히기도 한다.

우수 답안의 사례 3

(a) 대륙지각은 주로 밀도가 작은 화강암질 암석으로 이루어져 있다. 원시 지구 때 수많은 미행성의 충돌로 지구는 마그마의 바다가 되었다. 이 시기에 지구 내부에서는 철, 니켈 성분이 많은 지구 중심으로 모여들고 규산염 광물을 많이 포함한 마그마는 지구 표면 가까이 있었다. 이렇게 핵과 맨틀이 분리되면서 핵은 밀도가 큰 물질들이 많고, 맨틀, 지각 쪽으로 갈수록 점점 밀도가 작아졌다. 그렇기 때문에 대륙지각의 평균밀도가 지구의 평균밀도보다 작다.

(b) 달도 지구처럼 중심부가 밀도 높은 물질로 구성되어 있고, 밀도가 작은 물질이 표면 가까이 분포되어 있을 것이기 때문이다.

(c) 지구의 자기장이 나타나는 원인은 다이나모 이론으로 설명한 액체 상태의 외핵의 운동이다. 자기장이 존재하지 않는 지구형 행성은 지구처럼 액체 상태의 외핵이 존재하지 않기 때문에 자기장이 나타나지 않는다.

(d) 지구에 운석 충돌 구덩이가 적은 이유는 운석이 충돌했어도 대기, 물 등에 의해 풍화, 침식이 되었기 때문이다. 반면에 화성과 같이 대기가 매우 얇고, 물이 거의 없는 환경, 또는 달, 수성 등과 같이 대기가 없는 환경에서는 운석이 충돌해도 그 흔적이 없어지지 않는다.

(e) 운석은 지구의 대기권으로 들어오면 마찰에 의해 불타기 시작한다. 크기가 작은 운석은 지표에 도달하기 전에 대기에서 전부 불타 없어진다. 그런데 직경이 200m보다 큰 석질운석과 직경 40~60m보다 큰 철질 운석은 대기권에서 불타는 도중에 지표와 충돌하여 폭발하게 된다.

부족 답안의 사례1

(a) 지구 생성 초기인 마그마의 바다 때는 지구는 전체적으로 용융상태였다. 그때 지구의 구성원소들 중에서 무거운 철질 원소(철, 니켈)들은 대류에 의해 지구 내부로 이동하게 되었고, 가벼운 석질 원소들(규산염 광물 등)은 지구 표면으로 이동하게 되었다. 그래서 지구의 평균밀도보다 대륙지각의 평균밀도가 더 낮게 측정이 되는 것이다.

(b) 이도 (a)와 비슷한 이유인데, 달도 처음부터 그렇게 고체인 상태로 존재하지는 않았을 것이다. 달이 행성 충돌의 이유로 온도가 점점 상승하면서 달을 이루고 있는 물질들을 녹일 수 있는 온도까지 높아져서 점차 대류에 의해 무거운 물질은 내부로, 가벼운 물질은 표면으로 이동했을 것이다. 그런데 달을 탐사할 때 표면에 있는 암석들을 채취해왔으므로 당연히 채취된 암석의 밀도가 달의 평

균 밀도보다 작을 수밖에 없다.

(c) 지구에 자기장이 존재하는 이유는 핵의 구성원소들이 철과 니켈 같은 유도전류를 잘 일으킬 수 있는 철질 원소로 되었기 때문이다. 그런 원소들은 외부, 즉 우주에서의 자기장에 유도 전류를 일으켜 지구의 자기장을 만든다. 그러므로 자기장이 존재하지 않으려면 그 행성이 이루는 구성성분들 중 철질 성분이 없다면, 그 행성은 자기장을 만들지 못할 것이다.

(d) 화성, 수성, 달의 공통점은 무엇인가? 그건 행성 표면에 기체들이 희박하다는 것이다. 운석들은 어떠한 행성과 충돌을 하려할 때 반드시 그 행성의 대기권을 뚫고 지나가야만 하는데 이 대기권을 통과할 때 운석은 공기에 의한 마찰을 받게 된다. 그런데 지구는 대기권에 있는 기체들의 양이 워낙 많기에 운석이 충돌하기 전에 모두 마찰열에 의해 다 타버린다. 그래서 지구는 운석 충돌 구덩이의 수가 화성과, 수성, 달 같이 기체가 희박한 행성들에 비해 적은 것이다.

(e) 일반적으로 크기가 작은 운석들은 대기권에서 공기에 의한 마찰로 다 타버리기 일쑤다. 하지만 그 크기가 일정 이상으로 커지면 운석이 대기권에서 공기에 의한 마찰로 다 타버리지 않고 지표에 도달하여 충돌하는데 그 이유는 운석이 너무 커서 그 운석을 다 태울만한 시간과 열이 부족했기 때문이다.

부족 답안의 사례 2

(a) 지구는 핵과 맨틀, 지각으로 구분되어 있다. 핵은 대부분이 친철 원소로 구성되어 있고 맨틀은 감람석 그리고 지각은 현무암 또는 화강암으로 구성되어 있다. 지구의 구성비가 깊이에 따라 달라진 이유는 지구 생성초기 마그마의 바다 당시 무거운 원소인 철은 가라앉아 핵을 형성하고, 상대적으로 가벼운 감람석, 현무암, 화강암 등은 떠올라 지각과 맨틀을 형성하였다.

(b) 달에는 운석이 많이 떨어졌기 때문에 생성 초기부터 존재하던 암석들은 달 내부에 존재하고 아폴로호가 수집한 암석들은 달 표면의 다른 곳으로부터 날아온 운석의 파편이기 때문에 밀도가 다른 것이다.

(c) 현재 지구는 자기장이 존재한다고 알려져 있는데 그러한 자기장이 존재하는 이유는 철로 이루어진 액체인 외핵의 대류현상 때문이라는 다이내모 이론이 유력하다. 그러므로 만약 자기장이 존재하지 않는 지구형 행성이 있다면 행성 내부가 고체로만 이루어져 있어 대류현상이 일어나지 않거나 자기장을 유발할 수 있는 철이 행성의 구성 원소 중에 포함되어 있지 않기 때문일 수도 있다.

(d) 지구에는 화성, 수성, 달과는 달리 두터운 대기층이 존재한다. 이러한 대기층 때문에 운석이 날아들어 오면서 대기와의 마찰열로 인해 불타서 사라져 지상까지 도달하는 운석이 거의 없기 때문이다.

(e) 운석이 충분히 크다면 대기권과의 마찰열로 어느 정도 불타 소멸되더라도 전부가 소멸되기 전에 지상에 도착하게 돼 지표와 충돌 후 폭발하게 된다. 하지만 운석의 크기가 작다면 대기권을 돌파하는 동안 불타서 소멸된다.

부족 답안의 사례 3

(a) 지구의 평균밀도와 대륙지각의 평균밀도가 다른 이유는 제시문 1, 2번째 지문을 근거하여 생각해 보면, 지구생성 초기에 대기권 형성이 덜 이루어져 유성이 대기권에서의 마찰없이 지구와의 충돌이 일어나면서 엄청난 열이 발생하였을 것이고, 철질 운석과 석질 운석의 성분과 지구의 성분이 용융 상태로 되어 그로 인해 용융 상태에서 성분의 밀도 차로 인해 무거운 철질 성분은 지구 내부로, 비교적 가벼운 석질 성분은 외부로 드러나게 되었을 것이다. 2 지문을 근거로 하여 대륙 지각의 주요 암석인 화강암보다 밀도가 큰 철 성분은 지하 심부에서 나온 암석들이 더 많이 포함하고 있음을 보면 그 점을 확인할 수 있다. 그래서 비교적 가벼운 석질 성분으로 이루어진 대륙지각의 평균 밀도는 지구 내부의 철질 성분이 많은 부분을 제외한 것이기에 지구의 평균 밀도와 다른 것이다.

(b) 달의 평균 밀도를 보았을 때 주성분이 규산염 광물일 것임을 추측할 수 있다.

(c) 지구 자기장의 형성은 내부의 철질 성분이 고온, 고압의 상태에서 용융된 액체 상태로 존재하여 그것이 대류함으로써 형성된다고 알려져 있는데 자기장이 존재하지 않는 지구형 행성이 있다면 그 행성의 구성 성분이 지구에 비해 가볍거나 중력의 영향이 약하거나 하여 내부의 환경을 고온, 고압의 환경으로 제대로 형성하지 못하여서 일 것이다.

(d) 첫 번째 이유로는 지구는 대기권이 두꺼운 층으로 형성되어 있어 운석이 대기 중에서 대부분 마찰로 인해 소멸하기 때문에 수가 적다. 4지문을 보면 직경 200m보다 큰 석질 운석이나 40~60m 보다 큰 철질 운석은 대기권을 거의 그대로 통과한다고 되어있는 걸 보면 이보다 작은 운석들은 대기 중에서 거의 소멸한다는 걸 알 수 있다. 두 번째 이유로는 아주 미세한 영향이었지만 작은 철질 운

석의 경우에는 지구 자기장이 있어 그 영향으로 인해 궤도가 약간 변경되거나 하여 지구와 충돌하게 될 궤도에서 벗어나기 때문이다.

(e) 크기가 작은 경우에는 대기권과의 마찰로 인해 소멸될 수 있지만 크기가 큰 경우에는 대기권과의 마찰만으로는 소멸되는 것이 불가능하다. 소멸되지 않고 통과한 운석들은 지구 중력에 의한 가속도로 인해 가지게 된 운석의 운동에너지와 대기권과의 마찰로 생겨난 열에너지를 지닌 상태로 지구와 충돌을 일으키면서 폭발하게 되는 것이다.

(a) 지구의 평균밀도와 대륙지각의 평균밀도가 다른 이유를 설명하고, 어떠한 과정에 의하여 이러한 밀도 차이가 생겼는지 설명하십시오.

- 우수답안: 제시문을 보면 지구의 대륙지각의 밀도는 약 2.7 g/cm^3 이고, 지구의 평균밀도는 약 5.5 g/cm^3 이라고 나와 있다. 지구의 평균밀도가 지구의 대륙지각의 평균 밀도보다 큰 것을 알 수 있다. 이러한 밀도 차이가 발생하게 된 이유는 다음과 같다. 원시지구가 형성된 초기, 지구내부는 대체로 균질했다. 그러나 계속되는 미행성체의 충돌로 지구의 온도는 계속 상승했고, 결국 액체 상태의 마그마바다 상태가 되었다. 이때 밀도가 큰 철과 니켈 같은 물질들은 지구의 중심 쪽으로 이동하였고, 밀도가 작은 물질들은 지구 겉 표면 쪽에 모이게 되면서 지금과 같은 지구의 중심 쪽으로 갈수록 밀도가 크게 되는 층상구조를 이루게 되었다. 차츰 미행성체의 충돌 빈도가 줄어들면서 지구의 온도는 하강하였고 지구 겉 표면은 굳어 원시지각을 형성하였다. 따라서, 지구의 대륙지각은 지구 구조 중 가장 밀도가 작은 부분 중 하나이다. 지구는 중심으로 갈수록 밀도가 큰 물질들로 이루어져 있고, 핵에는 철과 니켈과 같은 무거운 물질들로 이루어져 있다. 그렇기 때문에 지구의 평균밀도와 대륙지각의 평균밀도는 다를 수밖에 없고 지구의 평균밀도가 더 큰 것이다.
- 부족한 답안: 지구는 대륙지각과 해양지각으로 이루어져 있고 평균 밀도는 5.6 g/cm^3 이다. 대륙지각은 주로 화강암으로 이루어져 있고 밀도는 2.7 g/cm^3 이다. 지구의 평균밀도와 대륙지각의 평균밀도가 다른 이유는 포함하는 암석의 비율이 다르기 때문이다. 지구는 대륙지각과 해양지각으로 이루어져 화강암, 현무암 외에도 다양한 암석으로 이루어져 있다. 반면에 대륙지각은 해양지각에 속하는 암석들을 포함하지 않거나 그 양의 비율이 다르다. 그렇기에 이 둘의 밀도는 다르다. 암석이 생성될 때 무거운 원소를 많이 포함할수록 암석의 밀도는 더 크게 되는데, 이처럼 암석의 성분에 따라 밀도의 차이가 발생한다.

○ 해설: 모범답안은 출제 의도에서 평가하고자 하였던 원시지구의 형성과정 및 지구의 분화과정과 그 결과에 대한 이해를 비교적 글로 잘 표현하였다. 반면 부족한 답안은 지구의 층상구조에 대한 고찰이 빠져 있어서 모범답안이 될 수 없었다.

(b) 달의 평균밀도와 달의 표면에서 아폴로 달 탐사를 통해 수집한 암석의 밀도가 다른 이유를 설명하십시오. (총 3점)

- 우수답안: 달도 역시 형성 초기에는 용융상태로 존재하였다. 그 과정에서 밀도가 큰 물질은 가라앉고 밀도가 작은 물질은 떠올라 지표층을 구성하는 물질이 되었다. 아폴로 달 탐사를 통해 수집한 암석은 달의 표면을 구성하는 암석인데, 달의 평균 밀도는 표면을 구성하는, 수집한 암석의 밀도보다 클 수밖에 없다.
- 부족한 답안: 달 또한 표면의 평균밀도와 전체 평균밀도가 다르다. 달이 이러한 특징을 보이는 것은 지문을 보아 표면과 내부를 구성하는 암석의 종류와 비율이 다르기 때문이라고 해석할 수 있다. 달의 내부에서 만들어지는 심성암은 주로 달의 내부에 많이 분포하고, 화성암은 그와 반대로 표면에 많이 분포한다. 심성암은 생성시 높은 압력에서 생성되므로 그 밀도가 화성암에 비해 대체로 크다. 아폴로 탐사선은 연착륙 탐사선이므로 주로 표면의 암석을 채취하게 된다. 고로 화성암을 더 많이 채취함으로써 그 암석들의 평균밀도는 달의 평균밀도보다 작게 된다.

○ 해설: 원시지구의 형성 및 분화과정이 지구형 행성에 동일하게 적용된다는 것을 이해하고 이를 논리적으로 표현하는 것을 측정하고자 하였다. 부족한 답안은 심성암과 화성암을 별개로 취급하여 화성암에 대한 이해가 부족하여 논리가 일부 결여되어 있다.

(c) 만약 달에 지구와 같은 자기장이 존재하지 않는다면 그 이유를 설명하십시오.

- 우수답안: 지구에 자기장이 존재하는 이유는 지구의 외핵이 액체상태의 철 성분으로 구성되어 있고, 이것이 지구 자전과 함께 회전하면서 유도 전류를 만들기 때문이다. 그리고 이 유도 전류는 주위에 자기장을 만든다. 지구의 외핵이 고체상태로 존재했다면 지구 자기장은 존재하지 않았을 것이다. 마찬가지로 지구형 행성에 자기장이 존재하지 않는다면 그 행성의 내부에 액체 상태의 철 성분으로 구성된 층상 구조가 존재하지 않기 때문에 자기장이 존재하지 않는 것이다.
- 부족한 답안: 지구의 자기장은 외핵의 철 성분이 대류를 하면서 생긴다. 그러므로 자기장이 없는 행성은 철 성분이 대류하지 않아서 그렇다. 대류를 하지 않는 이유는 온도가 철의 용융점보다 낮아서 그렇다. 그 이유는 압력이 적거나, 온도가 낮은 이유가 있다. 그러므로, 철 성분이 없거나, 철 성분이 존재하는 곳의 온도가 철의 용융점보다 낮아서 대류하지 않으므로 자기장이 없다.
 - 해설: 이 문제는 지구형 행성의 분화 과정을 통하여 층상구조가 형성될 때 이 중 지구의 외핵과 같은 액체상의 층이 있는 경우 지오다이나모 가설에서 제안된 바와 같은 자기장이 형성될 수 있다는 내용을 이해하는지를 측정하는데 주안점을 두었다. 모범답안은 지구의 분화과정에서 형성된 외핵이 액체상의 철로 구성되어 있다는 점과, 지구자전에 의하여 자기장이 형성될 수 있다는 내용을 비교적 논리적으로 적었다. 부족한 답안은 철 성분의 외핵을 언급하였으나, 왜 자기장이 형성되지 않는지에 대한 논리적 제시가 부족하였다.

(d) 오늘날 지구에는 화성, 수성, 달에 비하여 운석 충돌 구덩이가 훨씬 적은 수만 분포한다. 가능한 이유를 모두 설명하시오.

- 우수답안: 오늘날 지구에 화성, 수성, 달에 비하여 운석 충돌 구덩이가 훨씬 적은 수만 분포하는 이유를 모두 설명하자면 다음과 같다. 먼저 지구에는 대기가 있다. 대기가 있기 때문에 운석들이 대기와의 마찰로 대부분 타 없어진다. 또한 풍화-침식작용이 일어나기 때문에 운석충돌 구덩이들이 시간이 지나면서 없어졌을 것이다. 바다의 존재도 이유가 될 수 있다. 운석이 바다에 떨어진다면 구덩이가 생기지 않을 것이다. 판의 운동 또한 한 원인이다. 판의 운동으로 지진과 화산이 발생하면서 구덩이가 사라질 수 있다. 생명체 존재도 영향을 줄 수 있다. 식물들의 뿌리가 침식작용을 촉진할 수 있고, 인간의 자연개발 또한 영향이 된다. (6점 만점 중 5점)
- 부족한 답안: 지구에 적은 양의 크레이터가 존재하는 이유는 크게 2가지를 들 수 있다. 우선 지구에는 화성, 수성, 달에는 없는 물이 존재한다. 물은 지구를 순환하면서 침식작용을 일으켜 운석 구덩이를 마모시켜 지워버리는 것이다. 또한 두 번째로 지구는 수성이나 달에 비해 많은 양의 대기를 가지고 있다. 이로 인해 운석은 지구로 진입할 때 대부분 대기와의 마찰로 타버리고 지표에 도착하는 수는 극히 작다. 또한 대기는 풍화작용을 일으켜 물처럼 구덩이의 흔적을 지움으로 지구는 달, 수성, 금성에 비해 운석구덩이의 수가 적다.
 - 해설: 이 문제는 지구형 행성 중 지구에 존재하는 대기권, 해양의 수권, 그리고 암석권의 판구조운동이 (물론 금성에는 지구보다 더 밀한 대기가 존재하고 있지만) 지구에 독특하게 존재하며 이를 통하여 지구 표면의 진화가 다른 지구형 행성과는 어떻게 다를 것인지를 이해하고 논리적으로 설명할 수 있는지를 측정하고자 하였다. 지구에 존재하는 대기와 액체상 물의 순환작용에 의하여 지표는 끊임없이 풍화작용을 받으며, 또한 지구의 표면이 약 70% 가량 물에 덮여있는 상황에서는 바다에 운석충돌이 일어날 확률이 더 높으며 이 경우에는 해저에서 풍화되거나 퇴적물에 덮여 쉽게 인지가 어렵기도 하다. 또한 지구 표면의 2/3를 덮고 있는 해양지각은 판구조 운동에 의하여 맨틀의 대류와 함께 지속적으로 섭입되어 사라지기 때문에 현재 지구 표면의 해양 지각 중 가장 오래된 부분은 약 2억 년 정도밖에 되지 않아서 지구의 연령과 비교한다면 전체 역사 중 매우 적은 부분만이 현재의 해양지각에 기록되어 있다. 이러한 내용을 모두 논리적으로 제시하는 답안은 없었으며, 위에 발췌한 모범답안도 정답의 3/4 정도만 제시하였다. 부족한 답안은 주로 풍화작용과 대기의 작용으로 운석이 대기권에 진입하면서 타버린다는 점을 강조하여 제시되었다.

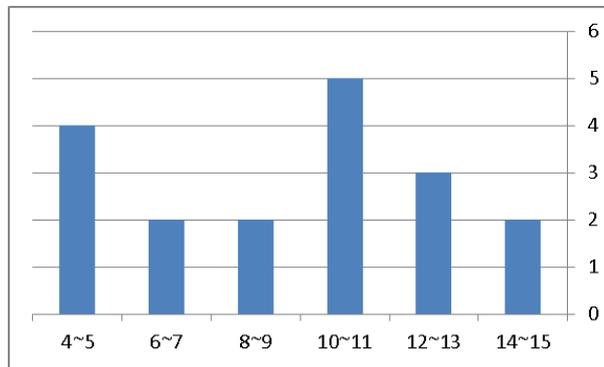
(e) 운석이 지구에 떨어질 때 그 크기에 따라 불타면서 소멸되기도 하고 지표와 충돌해서 폭발하기도 한다. 그 이유를 설명하시오.

- 모범답안: 운석은 지구에 떨어질 때 대기와의 마찰로 인해 불타게 된다. 하지만 대기의 두께는 한정되어 있기 때문에 일정크기 이상의 운석이 떨어지면 운석이 다 타기 전에 지표에 도착하게 된다.

그리하면 운석은 지표와 충돌해 큰 폭발을 일으키기도 한다. 그 대표적인 예가 지문에 제시된 공룡멸종의 원인으로 추정되는 거대 운석 충돌이라 볼 수 있다.

- 부족한 답안: 운석이 지구에 충돌할 때 공기의 저항을 받아 불타면서 그 크기가 작아진다. 따라서 운석의 표면적이 넓을수록 저항은 커지고 소멸되는 부피도 커진다. 그렇기 때문에 밀도가 큰 철질 운석은 밀도가 작은 석질 운석보다 크기가 작아도 지표에 도착할 수 있는 것이다. 크기가 어느 정도 이상이면 공기 저항에 의해 불타도 남은 운석 덩어리가 지표와 충돌할 수 있다. (3점 만점에 2점 획득, 가장 흔한 답안 유형임.)
 - 해설: 이 문제는 지구의 크기에 비하여 대기권이 매우 얇은 층이라는 것을 이해하고 이를 논리적으로 표현할 수 있는지를 측정하는데 초점을 맞추었다. 따라서 정성적으로 표현해서 대기권 중 운석과 밀한 대기의 마찰로 인하여 운석을 불태울 수 있는 부분은 전체 대기권 중 하부의 극히 얇은 부분임을 논리적으로 설명하는 것이 초점이다. 부족한 답안은 주로 운석의 크기에만 초점을 맞추어 서술하였는데 이는 이미 논지에서 설명이 되어 있는 내용으로 이렇게 되는 이유가 대기권의 두께가 매우 제한적인 것이기 때문에 모범답안이 되기에는 부족하였다.

4) 채점 결과



2015학년도 지구과학 모의논술고사 점수분포 현황. (20점 만점, 총 18인)

총 18명의 예비 수험생을 대상으로 실시한 2014년 모의논술고사는 20점 만점에 평균 9.56점으로 채점되었으며 최고 득점자는 15점을 획득한 학생이 2명 있었다. 전반적인 성적의 분포는 그래프와 같으며 10~11점대가 총 5명으로 가장 많았으며, 4~5점을 받은 학생이 4인으로 그 다음으로 많았다. 이는 매우 낮은 점수를 받은 학생들이 금번 모의논술고사 형태의 문제에 익숙하지 않았거나, 아직 고등학교 지구과학의 전반적인 내용, 특히 지구과학II 를 수강하지 않아서 생기는 문제로 사료된다. 13점 이상을 획득한 학생들은 다른 유형의 지구과학 논술문제가 나와도 논리적인 답을 쓸 수 있을 것으로 판단된다.

설문조사결과

I. 2015학년도 모의논술고사 응시생의 설문 응답 결과

모의논술고사 응시자의 의견을 수렴하여 2015학년도 수시 일반전형 논술 출제에 참고하기 위해 설문조사를 시행하였다. 인문계 응시자 1,175명 중 988명이 자연계 응시자 867명 중 652명이 응답했다.

1. 인문계

문제1에 따라 A형과 B형으로 구분되며 제시문과 문제2는 동일하고 문제1은 다음과 같다.

A형: ①과 ②를 활용하여 **사회발전**에 관해 논술하시오.
 B형: ①과 ②를 활용하여 **'관행과 사회변화'**에 관해 논술하시오.

각 유형의 설문 응답자수는 다음과 같다.

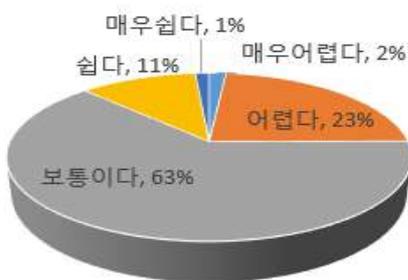
A형	B형	계
468	520	988

가) 고사시간의 적절성

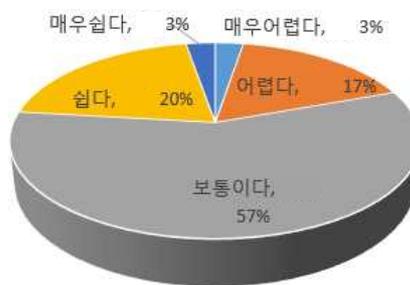


응답자의 68%가 고사시간 100분이 '적절하다' 또는 '길다'라고 응답했고, 유형별로는 A형의 72.4%, B형의 65%가 '적절하다' 또는 '길다'라고 응답했다.

나) 제시문의 난이도



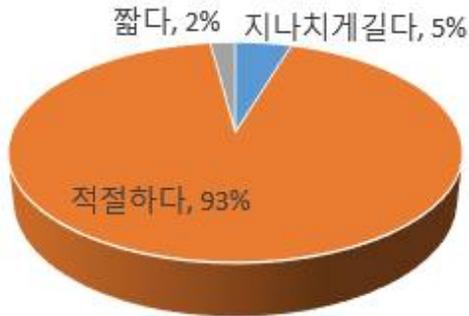
문제1



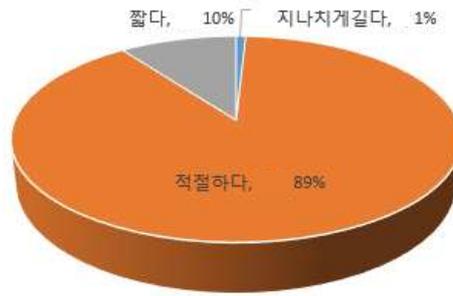
문제2

문제1은 응답자의 25%가 '어렵다' 또는 '매우 어렵다', 12%가 '쉽다' 또는 '매우 쉽다'라고 응답했다. 문제2는 응답자의 20%, '어렵다' 또는 '매우 어렵다' 23%가 '쉽다' 또는 '매우 쉽다'고 응답했다.

다) 제시문의 길이



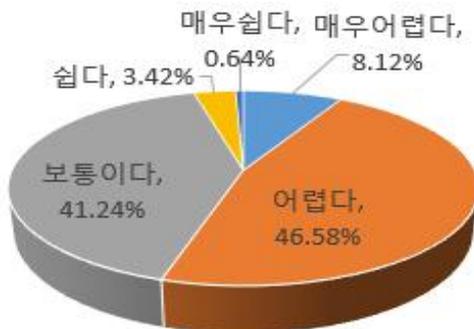
논제1



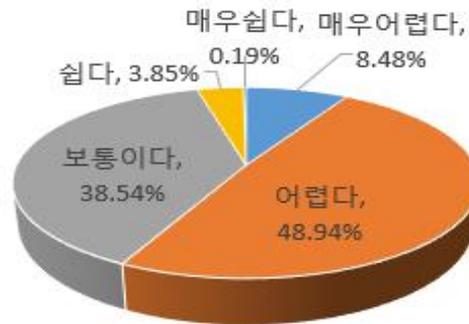
논제2

95%이상의 응답자가 논제1과 논제2의 제시문의 길이가 ‘적절하다’ 또는 ‘짧다’라고 응답하여 제시문의 길이는 적절하다고 판단된다.

라) 논제의 난이도

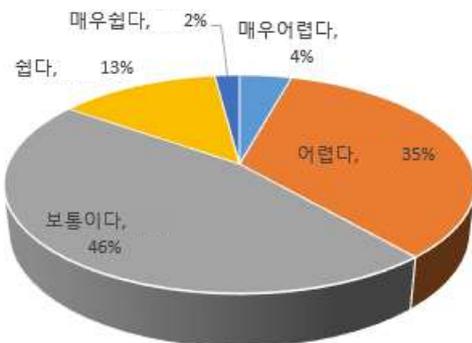


논제1 [A형]



논제1 [B형]

A형의 54.7%, B형의 57.4%가 ‘어렵다’ 또는 ‘매우 어렵다’고 응답했다.



논제2

응답자의 39%가 ‘어렵다’ 또는 ‘매우 어렵다’, 15%가 ‘쉽다’ 또는 ‘매우 쉽다’라고 응답하여 논제1과 비교하여 어렵다고 응답한 응답자의 비율이 높았다.

마) 고교 과정 이수만으로 충분히 해결할 수 있는가?



응답자의 85.5%가 고교과정 이수만으로도 충분히 해결할 수 있다고 응답했다.

2. 자연계

수학은 필수이고 과학은 물리, 화학, 생명과학, 지구과학 중 한 문제를 선택하며 과학 과목 선택 비율은 아래와 같다.

	물리	화학	생명과학	지구과학	계
학생수	150	233	219	41	652
비율	23%	36%	34%	6%	100%

자연계 모집단위 24개 중에서 지구환경과학과, 건축학과, 산업경영공학부, 수학교육과 지원자만 지구과학을 선택할 수 있으므로 응시자의 수가 적었다.

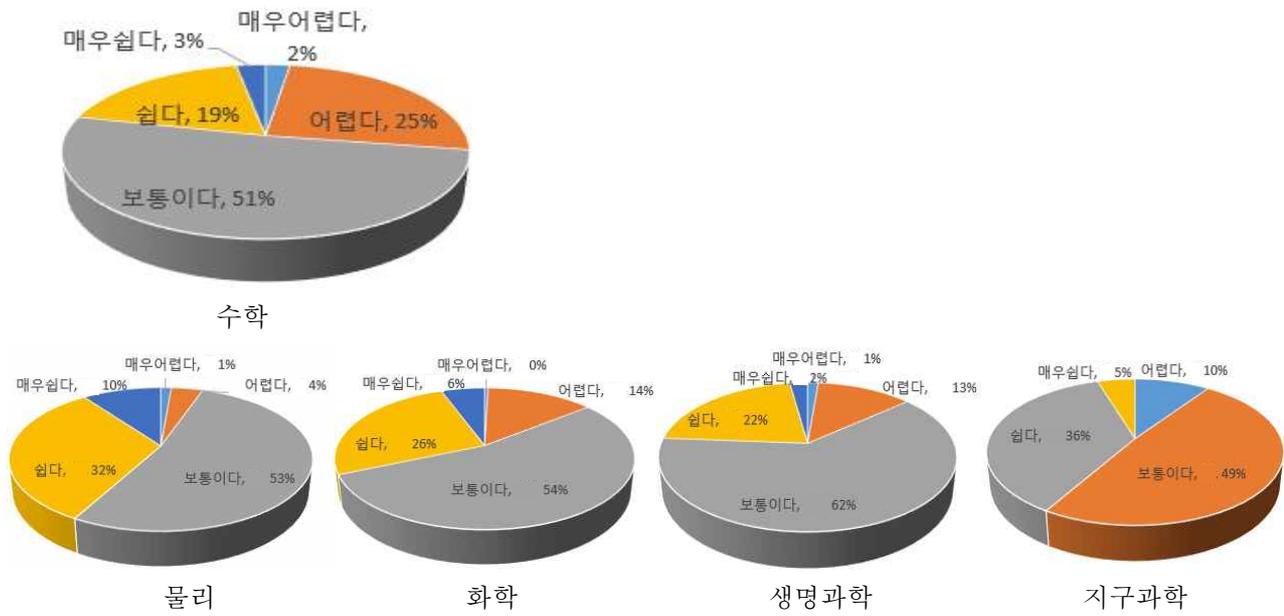
가) 교사시간의 적절성



	부족하다	적절하다	길다
물리	25%	70%	5%
화학	28%	70%	2%
생명과학	35%	64%	1%
지구과학	18%	80%	2%

응답자의 68%가 '적절하다'고 응답했으며, 특히 생명과학을 선택한 자 중 시간이 '부족하다'라고 응답한 수험생(35%)의 비율이 높았다.

나) 제시문의 난이도

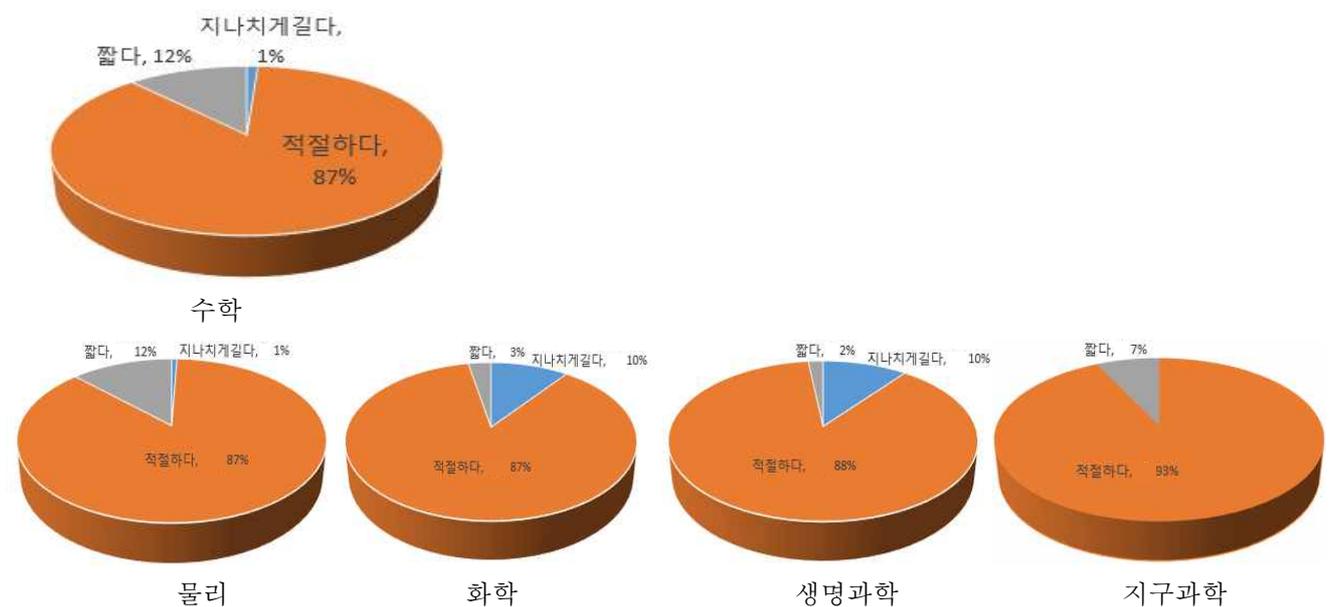


수학은 응답자의 27%가 ‘어렵다’ 또는 ‘매우어렵다’라고 응답했고, 과학은 선택과목별로 생명과학, 화학, 지구과학, 물리 순으로 어렵다고 응답하였다.

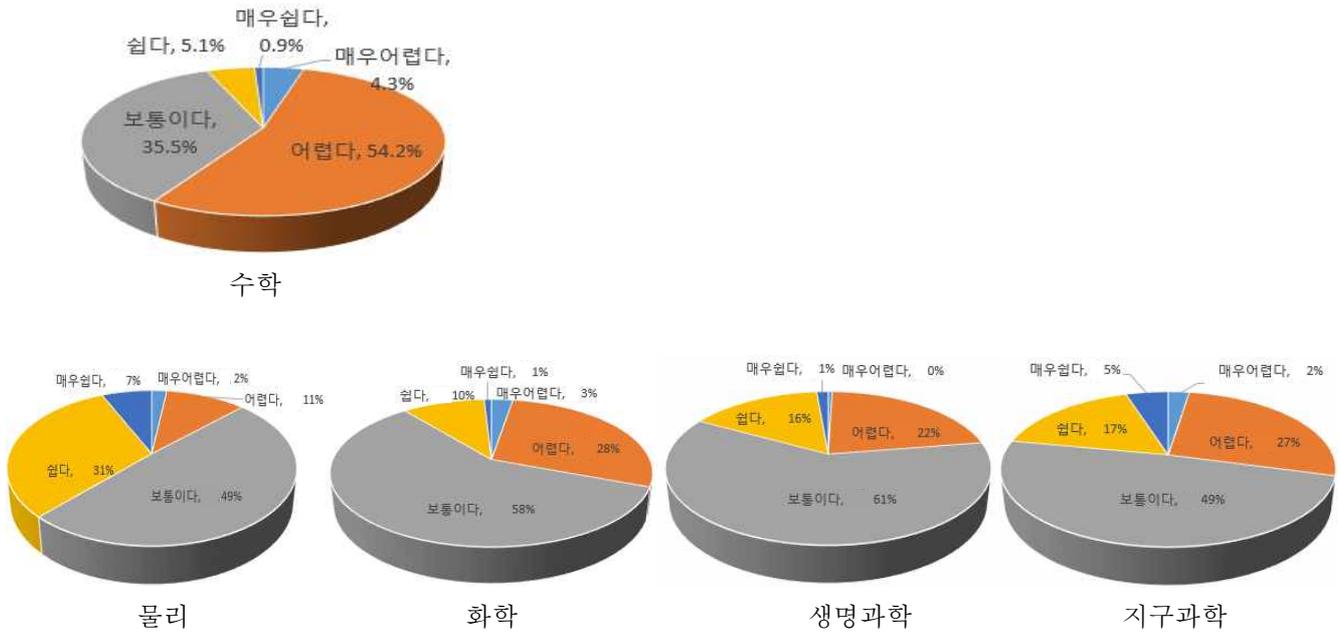
	물리	화학	생명과학	지구과학
매우 어렵다	5%	14%	14%	10%
어렵다				

다) 제시문의 길이

수학, 물리, 화학, 생명과학, 지구과학 응시생의 87%이상은 ‘적절하다’고 응답했다. 수학, 물리, 지구과학 응시자중 ‘지나치게 길다’라고 답한 비율은 1% 이하였으나 화학과 생명과학에서는 10%정도 되었다.



라) 논제의 난이도



수학은 59.52%가 '어렵다' 또는 '매우어렵다'라고 응답했고, 제시문의 난이도에 대한 응답과 유사하게 화학, 지구과학, 생명과학, 물리 순서로 논제가 어렵다고 응답했다. 과학 선택과목 중에서 제시문과 논제의 난이도에 대한 응답에서 어렵다고 응답한 비율이 가장 낮은 과목은 물리였다.

구분	물리	화학	생명과학	지구과학
매우 어렵다 + 어렵다	13%	31%	22%	29%

마) 고교 과정 이수만으로 충분히 해결할 수 있는가?



수학, 물리, 생명과학은 90%이상의 응답자가 '고교과정 이수만으로 해결할 수 있다'라고 응답했다. 하지만 화학과 지구과학은 각각 20%와 29%의 응답자가 아니라고 응답했다.

발행일: 2014년 7월

발행인: 고려대학교 입학처장 이 중 호

편집인: 고려대학교 입학처

136-701 서울특별시 성북구 안암동

고려대학교 입학처

전화 02) 3290-1090

팩스 02) 921-0139

본 논술 자료집에 대한 지적 소유권은 고려대학교에 있습니다. 본교의 서면허락 없이 무단으로 출판, 게재 사용할 수 없습니다.