

1. ●●●● 기출 | 고3 - 2008년 03월 서울 나형 #14

문제풀이 www.CYGong.com

$\begin{pmatrix} x-2 & -y \\ y-2 & x+2 \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 존재하지 않으므로
 $(x-2)(x+2) + y(y-2) = 0$
 $\therefore x^2 + (y-1)^2 = 5$
 따라서 점 (x, y) 가 나타내는 도형은 중심이 $(0,1)$ 이고 반지름의 길이가 $\sqrt{5}$ 인 원이다.

2. ●●○○ 기출 | 고3 - 2006년 06월 모평 나형 #02

문제풀이 www.CYGong.com

$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ 에서
 $A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$
 $\therefore A + 2A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$
 $= \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$

3. ●●●● 기출 | 고3 - 2013년 09월 모평 A형 #17

문제해설 www.CYGong.com

10g의 활성탄 A를 염료 B의 농도가 8%인 용액에 충분히 오래 담가 놓을 때, 활성탄 A에 흡착되는 염료 B의 질량은 4g 이므로
 $\log \frac{4}{10} = -1 + k \log 8$
 $3k \log 2 = \log \frac{4}{10} + 1 = \log \left(\frac{4}{10} \times 10 \right)$
 $= \log 4 = 2 \log 2$
 $\therefore k = \frac{2}{3}$
 따라서, 20g의 활성탄 A를 염료 B의 농도가 27%인 용액에 충분히 오래 담가 놓을 때 활성탄 A에 흡착되는 염료 B의 질량을 x 라 하면
 $\log \frac{x}{20} = -1 + \frac{2}{3} \log 27 = \log \frac{(27)^{\frac{2}{3}}}{10} = \log \frac{9}{10}$
 $\frac{x}{20} = \frac{9}{10}$
 $\therefore x = 18$

4. ●●○○ 기출 | 고2 - 2010년 09월 인천 가형 #12

문제풀이 www.CYGong.com

$v = 2^{-2} \times 10^{0.5} \times 8^{1.67} \times 4^{-1.17} = 2^{0.67} \times 10^{0.5}$
 $\log v^{1000} = 1000(0.67 \log 2 + 0.5)$
 $= 1000(0.201 + 0.5) = 701$

5. ●●●● 기출 | 고3 - 2012년 03월 서울 나형 #26

문제풀이 www.CYGong.com

수열 $\{a_n\}$ 의 각 항을 구하면 다음과 같다.
 $a_3 = a_1 = 1, a_5 = a_3 = 1, a_7 = a_5 = 1, \dots$
 $\therefore a_{2n-1} = 1$
 $a_4 = a_2 + 1 = 2, a_6 = a_4 + 1 = 3, a_8 = a_6 + 1 = 4, \dots$
 $\therefore a_{2n} = n$
 따라서 $a_{100} + a_{101} = 50 + 1 = 51$ 이다.

6. ●●○○ 기출 | 고2 - 2012년 11월 경기 가형 #12

문제풀이 www.CYGong.com

$a_{n+1} = 2a_n + 1$ 에서 $a_{n+1} + 1 = 2(a_n + 1)$
 $a_n + 1 = b_n$ 이라고 하면, 수열 $\{b_n\}$ 은 첫째항이 $a_1 + 1 = 2$, 공비가 2인 등비수열이므로
 $b_n = a_n + 1 = (a_1 + 1)2^{n-1} = 2^n$
 따라서 $\log_4(a_{20} + 1) = \log_4 2^{20} = \log_4 4^{10} = 10$

7. ●●●● 기출 | 고3 - 2006년 10월 서울 나형 #27

문제풀이 www.CYGong.com

R_1 의 짧은 변의 길이를 x 라 하면 R_2 의 긴 변과 짧은 변의 길이는 각각 $x, 1-x$ 이고 R_1 과 R_2 가 닮음 이므로 $x : 1 = (1-x) : x$
 $x^2 + x - 1 = 0$ 에서 $x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ ($\because x > 0$)
 또 R_n 과 R_{n+1} 사이에 $1 : \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ 의 닮음비가 성립
 하므로 $l_{n+1} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} l_n$
 $\sum_{n=1}^{\infty} l_n = \frac{l_1}{1 - \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}} = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} l_1$ 이므로
 $k = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$ 이다.

8. ●●○○ 기출 | 고3 - 2014년 04월 경기 B형 #06

문제풀이 www.CYGong.com

$2x^2 - x = t$ 라 하자.
 $t - 2 = \sqrt{-t + 14}$ ($2 \leq t \leq 14$)
 $t^2 - 3t - 10 = 0$
 $t = 5$ ($\because 2 \leq t \leq 14$)
 $2x^2 - x = 5, 2x^2 - x - 5 = 0$
 근과 계수의 관계에 의하여 주어진 방정식의 두 실근의 곱은 $-\frac{5}{2}$

9. ●●○○ 기출 | 고3 - 2009년 09월 모평 가형 #26

$$\begin{aligned} \sqrt{3} \sin\theta + \cos\theta &= 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin\theta + \frac{1}{2} \cos\theta\right) \\ &= 2\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\therefore \sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned} \cos^2\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) &= 1 - \sin^2\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) \\ &= 1 - \frac{1}{16} \\ &= \frac{15}{16} \end{aligned}$$

그런데, $\frac{\pi}{6} < \theta + \frac{\pi}{6} < \frac{7}{6}\pi$ 이고, $\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{4}$ 이

므로 $\theta + \frac{\pi}{6}$ 는 제 2사분면의 각이다.

$$\therefore \cos\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{15}}{4}$$

10. 기출 | 고3 - 2010년 06월 모평 가형 #30

P(cosθ, sinθ)이므로 직선 AP의 방정식은

$$y = \frac{\sin\theta - 1}{\cos\theta}x + 1$$

위 직선의 x절편은

$$\frac{\cos\theta}{1 - \sin\theta}$$

이므로 점 R의 좌표는 $\left(\frac{\cos\theta}{1 - \sin\theta}, 0\right)$ 이다.

$$\triangle ORP = \frac{1}{2} \times \frac{\cos\theta}{1 - \sin\theta} \times \sin\theta$$

$$\triangle OQP = \frac{1}{2} \times 1 \times \tan\theta$$

이므로

$$\triangle PQR = \frac{1}{2} \left(\frac{\sin\theta \cos\theta}{1 - \sin\theta} - \tan\theta \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sin\theta \cos\theta(1 + \sin\theta)}{(1 - \sin\theta)(1 + \sin\theta)} - \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sin\theta \cos\theta(1 + \sin\theta) - \sin\theta \cos\theta}{\cos^2\theta} \right\}$$

$$= \frac{\sin^2\theta}{2\cos\theta}$$

$$\therefore \alpha = \lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^2} = \lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{\sin^2\theta}{2\theta^2} \cdot \frac{1}{\cos\theta} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore 100\alpha = 50$$

11. 기출 | 고3 - 2006년 06월 모평 가형 #30

$b > 0$ 이므로 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{2^{2x+1} - a} = \frac{b}{2 \ln 2} \neq 0$ 이고,

$x \rightarrow 0$ 일 때, (분자) $\rightarrow 0$ 이므로 (분모) $\rightarrow 0$ 이어야 한다.

따라서, $\lim_{x \rightarrow 0} (2^{2x+1} - a) = 0$ 에서 $2 - a = 0$

$$\therefore a = 2$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{2^{2x+1} - 2} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin 7x}{x}}{\frac{2^{2x+1} - 2}{x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin 7x}{7x} \cdot 7}{\frac{2(2^x - 1)}{x}} \\ &= \frac{1 \cdot 7}{2 \cdot \ln 2} = \frac{7}{2 \ln 2} \end{aligned}$$

$$\therefore b = 7$$

$$\therefore ab = 14$$

12. 기출 | 고3 - 2007년 10월 서울 가형 #03

$\sqrt{3a+3} - 3 = 0$ 에서 $a = 2$, $b = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3} - 3}{x-3} = \frac{1}{3}$

$$\therefore a+b = \frac{7}{3}$$

13. 기출 | 고3 - 2013년 04월 경기 B형 #15

$$\neg. \lim_{x \rightarrow -1+0} f(x) = 0 \text{ 이고}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1+0} f(-x) = \lim_{t \rightarrow -1-0} f(t) = 0 \text{ 이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1+0} \{f(x) + f(-x)\}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1+0} f(x) + \lim_{x \rightarrow -1+0} f(-x) = 0 \text{ (참)}$$

$$\neg. -1 \leq \sin \frac{1}{x} \leq 1 (x \neq 0) \text{ 이고 } f(x) \geq 0 \text{ 이므로}$$

$$-f(x) \leq f(x) \sin \frac{1}{x} \leq f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0 \text{ 이므로 } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \sin \frac{1}{x} = 0 \text{ (참)}$$

ㄷ. 함수 $(g \circ f)(x)$ 가 열린 구간 $(-2, 2)$ 에서 연속이려면 $x = -1$, $x = 1$ 에서 연속이면 된다.

i) $x = 1$ 인 경우

$$(g \circ f)(1) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -1+0} (g \circ f)(x) = \lim_{t \rightarrow -1+0} g(t) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -1-0} (g \circ f)(x) = \lim_{t \rightarrow -1-0} g(t) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{에서 연속}$$

ii) $x = -1$ 인 경우 i)과 같은 방법으로 연속

i), ii)에 의하여 열린 구간 $(-2, 2)$ 에서

함수 $(g \circ f)(x)$ 는 연속이다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 기출 | 고3 - 2007년 09월 모평 가형 #28

t초 후에 선분 OP와 y축이 이루는 각의 크기를 θ 라 하면
 점 P의 좌표는 $(10\sin\theta, 10\cos\theta)$ 이므로 속력 v는

$$v = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{dx}{d\theta}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\theta}\right)^2} \frac{d\theta}{dt}$$

$$= \sqrt{(10\cos\theta)^2 + (-10\sin\theta)^2} \frac{d\theta}{dt}$$

$$= 10 \frac{d\theta}{dt}$$

$$= 2$$

$$\therefore \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{5}$$

따라서

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} = -10\sin\theta \frac{d\theta}{dt} = -2\sin\theta$$

이므로

$\angle AOP = 30^\circ$ 인 순간의 점 P의 y좌표의 시간에 대한 변화율은
 $-2\sin 30^\circ = -1$

15. ●●● 기술 | 고3 - 2007년 06월 모평 가형 #22

점 P의 좌표를 $(x, -x^2+5x)$ 라 하면
 두 정사각형 OABC, PQRS가 겹칠 때,
 $0 \leq x \leq 5$ 이다.
 두 정사각형이 겹치는 부분의 넓이를 $S(x)$ 라 하면

$$S(x) = x(-x^2+5x) = -x^3+5x^2$$

$$S'(x) = -3x^2+10x = -3x\left(x-\frac{10}{3}\right)$$

$$S'(x) = 0 \text{ 에서 } x = 0, \frac{10}{3}$$

x	0	...	$\frac{10}{3}$...	5
$S'(x)$		+	0	-	
$S(x)$		↗		↘	

증감표에서 $S(x)$ 는 $x = \frac{10}{3}$ 일 때, 최대값을

갖고 최대값은

$$S\left(\frac{10}{3}\right) = -\frac{1000}{27} + 5 \cdot \frac{100}{9} = \frac{500}{27}$$

$$\therefore p+q = 27+500 = 527$$

16. ●●● 기술 | 고3 - 2012년 10월 서울 나형 #10

$$\int_0^2 f'(x) dx = [f(x)]_0^2 = f(2) - f(0) = 0 - 2 = -2$$

17. ●●● 기술 | 고3 - 2010년 07월 인천 가형 #24

$0 \leq x < 1$ 일 때, $g(x) = \int_0^x 2t dt = x^2$
 $x \geq 1$ 일 때,
 $g(x) = \int_0^1 2t dt + \int_1^x 2 dt = 2x - 1$
 $g(x) = \begin{cases} x^2 & (0 \leq x < 1) \\ 2x - 1 & (x \geq 1) \end{cases}$
 $V = \pi \int_0^1 (x^2)^2 dx + \pi \int_1^2 (2x - 1)^2 dx = \frac{68}{15} \pi$
 $\therefore q - p = 53$

18. ●●● 기술 | 고3 - 2009년 07월 인천 가형 #23

직선을 $y = mx + n$ 이라 두면
 $\int_0^6 (x^3 - 6x^2 - mx - n) dx = 0$ 이므로
 $n = -3m - 18$
 직선 $y = mx - 3m - 18$
 $m(x - 3) - (y + 18) = 0$ 이고 m에 관한 항등식
 이므로 점 D의 좌표는 $(x, y) = (3, -18)$ 따라서 넓이는 54

19. ●●● 기술 | 고3 - 2010년 06월 모평 가형 #17

주어진 삼각형을 포함하는 사각형을 만들려면 점 $O(0,0)$ 을 반드시 꼭짓점으로 해야 한다.
 점 O와 연결된 변의 꼭짓점은
 $(4, 0), (8, 0)$ 중에서 한 개,
 $(0, 4), (0, 8)$ 중에서 한 개 선택하며,
 점 O와 변으로 연결되지 않은 한 꼭짓점은
 $(4, 4), (4, 8), (8, 4), (8, 8)$ 중에서 한 개를 선택해야 한다.
 따라서, 꼭짓점을 선택하는 방법의 수는
 ${}_2C_1 \times {}_2C_1 \times {}_4C_1 = 16$ (개)
 이 중에서 $(0, 0), (8, 0), (4, 4), (0, 8)$ 을 꼭짓점으로 선택하면 사각형을 만들 수 없다.
 따라서, 구하는 사각형의 개수는
 $16 - 1 = 15$ (개)

20. ●●● 기술 | 고3 - 2013년 10월 서울 B형 #08

세 개의 주머니 A, B, C에 넣은 공의 수를 각각 a, b, c 라 하면 $a+b+c=5$ 이므로 가능한 모든 경우의 수는 ${}_3H_5 = {}_{3+5-1}C_5 = {}_7C_5 = 21$

(i) 2개의 주머니에 다섯 개의 공을 1개와 4개로 나누어 넣는 경우의 수 ${}_3P_2 = 6$

(ii) 한 개의 주머니에 다섯 개의 공을 모두 넣는 경우의 수 ${}_3C_1 = 3$

따라서 구하는 경우의 수는 $21 - (6+3) = 12$ 이다.

[다른 풀이]

한 주머니에 네 개 이상의 공을 넣을 수 없으므로 세 개의 주머니에 넣는 공의 수에 따라 경우를 나누면

(i) 한 개의 주머니에 공을 세 개 넣고 다른 주머니에 공을 두 개 넣는 경우는 3, 2, 0을 일렬로 나열하는 경우와 같으므로 $3! = 6$

(ii) 한 개의 주머니에 공을 세 개 넣고 나머지 두 개의 주머니에 공을 한 개씩 넣는 경우는 3, 1, 1을 일렬로 나열하는 경우와 같으므로 $\frac{3!}{2!} = 3$

(iii) 한 개의 주머니에 공을 한 개 넣고 나머지 두 개의 주머니에 공을 두 개씩 넣는 경우는 1, 2, 2를 일렬로 나열하는 경우와 같으므로 $\frac{3!}{2!} = 3$

(i), (ii), (iii)에서 구하는 경우의 수는 $6+3+3 = 12$ 이다.

21. ●●● 기술 | 고3 - 2006년 09월 모평 가형 #17

각 행에서 하나씩 택하여 곱하는 경우의 수는

$$3 \times 3 \times 3 = 27 \text{ (가지)}$$

택한 수의 곱이 3으로 나누었을 때, 나머지가 1이 되는 경우는 택한 세 수의 지수의 합이 짝수일 때이다. 1행, 2행, 3행에서 택한 수의 지수를 순서쌍으로 나타내어 지수의 합이 짝수인 경우는 다음과 같다.

(i) (짝수, 짝수, 짝수)

$$1 \times 2 \times 1 = 2 \text{ (가지)}$$

(ii) (짝수, 홀수, 홀수)

$$1 \times 1 \times 2 = 2 \text{ (가지)}$$

(iii) (홀수, 짝수, 홀수)

$$2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ (가지)}$$

(iii) (홀수, 홀수, 짝수)

$$2 \times 1 \times 1 = 2 \text{ (가지)}$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{2+2+8+2}{27} = \frac{14}{27}$$

22. ●●● 기술 | 고3 - 2012년 07월 인천 가형 #05

A 또는 B가 회장으로 뽑히는 사건을 M, F가 부회장으로 뽑히는 사건을 N라 하면,

$$P(M) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$P(M \cap N) = \frac{2}{6 \cdot 2} = \frac{1}{15}$$

$$P(N|M) = \frac{P(M \cap N)}{P(M)} = \frac{\frac{1}{15}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{5}$$

23. ●●● 기술 | 고3 - 2012년 11월 수능 가형 #08

선택한 한 학생이 지각하는 사건을 A, 학생이 버스로 등교하는 사건을 B라고 하면 구하는 확률은 $P(B|A)$ 이다.

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B^c) = P(B)P(A|B) + P(B^c)P(A|B^c)$$

$$= \frac{3}{5} \times \frac{1}{20} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{15}$$

$$= \frac{17}{300}$$

$$\text{따라서 } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$= \frac{\frac{3}{100}}{\frac{17}{300}}$$

$$= \frac{9}{17}$$

일차변환 f, g 를 나타내는 행렬을 각각 A, B라 하면

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

합성변환 $g \circ f$ 를 나타내는 행렬은

$$BA = B \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ 이므로}$$

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} 7 & -12 \\ 7 & -11 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 7 & -12 \\ 7 & -11 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -4 \end{pmatrix}$$

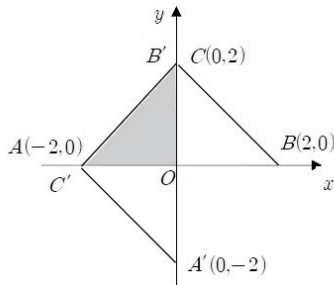
$$\therefore a + b = -9$$

25. ●●● 기술 | 고3 - 2012년 06월 모평 가형 #09

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{2} & -\sin \frac{\pi}{2} \\ \sin \frac{\pi}{2} & \cos \frac{\pi}{2} \end{pmatrix}$$

이므로 주어진 일차변환은 원점을 중심으로 $\frac{\pi}{2}$ 만큼 회전시킨 회전변환을 나타낸다.

즉, 세 점 $A(-2,0)$, $B(2,0)$, $C(0,2)$ 은 각각 $A'(0,-2)$, $B'(0,2)$, $C'(-2,0)$ 로 옮겨지므로 삼각형 ABC 의 내부와 삼각형 $A'B'C'$ 의 내부의 공통부분은 그림의 색칠한 부분과 같다.



따라서, 공통부분의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$$

26. 기출 | 고3 - 2008년 09월 모평 가형 #08

$\overline{AP} // \overline{BQ}$ 이므로

$$\angle AQB = \angle QAP$$

$$\angle OQB = \angle QPA$$

따라서,

$$\angle QAP = \angle QPA$$

이므로

삼각형 QAP 는 $\overline{QA} = \overline{QP}$ 인 이등변삼각형이고,

$$\overline{OQ} + \overline{QB} = \overline{OQ} + \overline{QP} = \overline{OB} = 6$$

따라서, 점 Q 는 두 점 O, B 에 이르는 거리의 합이 6으로 일정하다.

점 Q 의 좌표를 (x, y) 라 하면

$$\overline{OQ} + \overline{QA} = \sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{(x-4)^2 + y^2} = 6$$

$$\sqrt{(x-4)^2 + y^2} = 6 - \sqrt{x^2 + y^2}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$x^2 - 8x + 16 + y^2 = 36 - 12\sqrt{x^2 + y^2} + x^2 + y^2$$

$$3\sqrt{x^2 + y^2} = 2x + 5$$

양변을 제곱하면

$$9x^2 + 9y^2 = 4x^2 + 20x + 25$$

$$5(x-2)^2 + 9y^2 = 45$$

따라서, 점 Q 의 차귀는

$$\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1 \quad (\text{단, } y \neq 0)$$

이므로

$$X \subset \left\{ (x, y) \mid \frac{(x-2)^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1 \right\}$$

27. 기출 | 고3 - 2008년 09월 모평 가형 #20

접선 l 의 방정식은

$$-6x - 2y = 32, \quad 3x + y = -16 \dots \textcircled{1}$$

원점을 지나면서 $\textcircled{1}$ 과 수직인 직선의 방정식은

$$-x + 3y = 0, \quad x - 3y = 0 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } H\left(-\frac{24}{5}, -\frac{8}{5}\right)$$

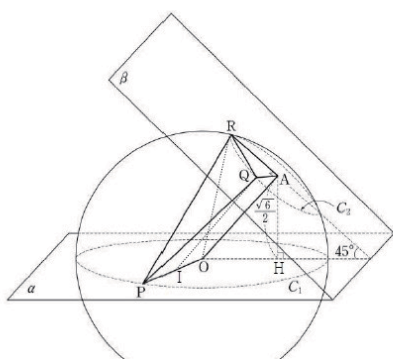
또한, 쌍곡선 $x^2 - y^2 = 32$ 와 $\textcircled{2}$ 의 교점은 $Q(6, 2)$ 이다.

$$\therefore \overline{OH} \cdot \overline{OQ}$$

$$= \sqrt{\left(-\frac{24}{5}\right)^2 + \left(-\frac{8}{5}\right)^2} \times \sqrt{6^2 + 2^2}$$

$$= \frac{8\sqrt{10}}{5} \times 2\sqrt{10} = 32$$

28. 기출 | 고2 - 2012년 05월 모평 가형 #30



A에서 평면 α 에 내린 수선의 발을 H라 하면, $\overline{OA}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{AH}^2 = 3$ 에서 $\overline{OA} = \sqrt{3}$
 점 Q에서 \overline{OP} 에 내린 수선의 발을 I라 두면,
 $\overline{PQ}^2 = \overline{PI}^2 + \overline{QI}^2 = 1^2 + \sqrt{3}^2 = 4$ 에서 $\overline{PQ} = 2$
 $\triangle POR$ 에서 $\overline{PR}^2 = \overline{PO}^2 + \overline{OR}^2 = 8$ 이므로 $\overline{PR} = 2\sqrt{2}$

이때, $\angle PQR = \theta$ 라 두면 코사인법칙에 의해 $\cos \theta = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$ 이므로 $\sin \theta = \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$ 이다.

$$\triangle PQR = \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{7}}{2}$$

$\triangle PQR$ 을 평면 $AQPO$ 로 정사영한 도형은

$$\triangle PQA \text{이고, } \triangle PQA = \frac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{이다.}$$

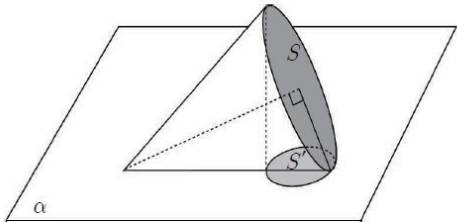
따라서

$$\frac{\sqrt{7}}{2} \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$

$$\cos^2 \theta = \frac{3}{7}$$

$$\therefore p + q = 10$$

29. 기출 | 고3 - 2013년 07월 인천 B형 #13



원뿔의 밑면을 포함한 평면과 평면 α 가 이루는 각의 크기를 θ 라 하고
 원뿔의 밑면이 평면 α 위로의 정사영의 넓이를 S' 이라 하자.

$$\therefore S' = S \cdot \cos\theta = \pi \cdot \frac{1}{3} = \frac{\pi}{3}$$

30. ●●○○ 기출 | 고3 - 2010년 11월 수능 가형 #03

$$\overline{PA} = 2\overline{PB} \text{ 이므로}$$

$$\overline{PA}^2 = 4\overline{PB}^2$$

$$(-1)^2 + (-2)^2 + a^2 = 4\{1^2 + (-1)^2 + (-1)^2\}$$

$$5 + a^2 = 12$$

$$a^2 = 7$$

$$a > 0 \text{ 이므로}$$

$$a = \sqrt{7}$$

• 수학문제은행 싸이공 || www.CYGong.com