1. ●●●● 기출 | 고2 - 2012년 09월 인천 나형 #28

행렬 $M=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$에 대하여 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{P}(a,\ b)$, $\mathrm{Q}(c,\ d)$를 지름의 양 끝점으로 하는 원의 넓이를 $S(M)$이라 하자. 두 행렬 $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 20 & 10 \\ 30 & 20 \end{pmatrix}$에 대하여 행렬 X가 $AX=B$를 만족시킬 때, $\frac{1}{\pi}S(X)$의 값을 구하시오.

2. ●●●● 기출 | 고3 - 2009년 03월 서울 가형 #22

행렬 $A=\begin{pmatrix} m & 0 \\ m-5 & 5 \end{pmatrix}$에 대하여 행렬 A^n의 모든 성분의 합이 2^{49}이 되도록 하는 두 자연수 $m,\ n$의 순서쌍 $(m,\ n)$의 개수를 구하시오.

3. ●●●● 기출 | 고2 - 2008년 09월 서울 나형 #27

영행렬이 아닌 두 이차정사각행렬 $X,\ Y$에 대하여 $X+Y=E$, $XY=O$일 때, 행렬 A를 $A=3X+Y$라 하면 $A^3=aX+Y$이다. a의 값을 구하시오. (단, E는 단위행렬이고 O는 영행렬이다.)

4. ●●●● 기출 | 고2 - 2010년 06월 부산 나형 #13

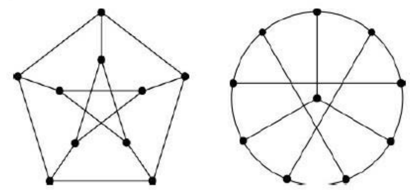
그래프와 행렬에 대하여 옳은 설명만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. 그래프를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합은 변의 개수의 2배이다.

ㄴ. 7개 팀이 출전하는 어떤 축구 경기에서 모든 팀이 홀수 번 경기하도록 대진표를 짤 수 있다.

ㄷ. 두 그래프



는 서로 같은 그래프이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

5. ●●●● 기출 | 고3 - 2009년 11월 수능 나형 #28

이차정사각행렬 A와 B에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, O은 영행렬이고, E는 단위행렬이다.)

<보 기>

ㄱ. $(A+B)^2=(A-B)^2$이면 $AB=O$이다.

ㄴ. $A^2=E,\ B^2=B$이면 $(ABA)^2=ABA$이다.

ㄷ. $A(A+E)=E,\ AB=-E$이면 $B^2=A+2E$이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

6. ●●●● 기출 | 고3 - 2009년 06월 모평 나형 #14

행렬 $P=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$에 대하여 집합 S가

$S=\{A \mid A$는 이차정사각행렬이고, $PAP=A\}$

일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, O는 영행렬이다.)

[보 기]

ㄱ. $P \in S$

ㄴ. $A \in S$이고 $B \in S$이면 $AB \in S$이다.

ㄷ. $A \in S$이고 $A^2=O$이면 $A=O$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. ●●●● 기출 | 고3 - 2009년 06월 모평 나형 #17

집합 S가 $S=\left\{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right\}$일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. 집합 S에 속하는 서로 다른 두 행렬 $A,\ B$에 대하여

행렬 $A+B$의 성분은 모두 짝수이다.

ㄴ. 집합 S에 속하는 행렬 중에서 중복을 허락하여 m개의 행렬 $A_1,\ A_2,\ \cdots,\ A_m$을 선택하였을 때,

$$A_1+A_2+\cdots+A_m=\begin{pmatrix} 9 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}$$

가 되도록 하는 m이 존재한다.

ㄷ. 집합 S에 속하는 행렬 중에서 중복을 허락하여 n개의 행렬 $A_1,\ A_2,\ \cdots,\ A_n$을 선택하였을 때,

행렬 $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}+A_1+A_2+\cdots+A_n$

의 성분이 모두 짝수가 되도록 하는 n의 최솟값은 4이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

8. ●●●● 기출 | 고2 - 2013년 11월 경기 A형 #20

두 이차정사각행렬 A, B가

$$AB+B=A,\ ABA-A^2=E$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E는 단위행렬이다.)

<보 기>

ㄱ. $AB=BA$
ㄴ. $A^3B^3=E$
ㄷ. $(A-E)^{30}=-3^{15}E$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. ●●●● 기출 | 고2 - 2012년 11월 경기 가형 #19

두 이차정사각행렬 A, B에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E는 단위행렬이고, O는 영행렬이다.)

<보 기>

ㄱ. $A^2=E$이면 $A=E$이다.
ㄴ. $(A+2B)^2=(A-2B)^2$이면 $AB+BA=O$이다.
ㄷ. $AB=A$, $BA=B$이면 $A^2+B^2=A+B$이다.

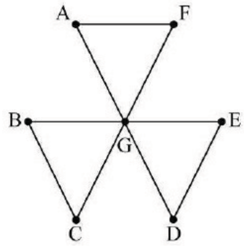
① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. ●●●● 기출 | 고2 - 2007년 09월 서울 나형 #29

두 행렬 $A=\begin{pmatrix}1 & a\\ b & -1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-1 & b-10\\ a-10 & 1\end{pmatrix}$에 대하여 $A+B=O$가 성립한다.
이때, $A^2=kE$를 만족하는 실수 k의 최대값을 구하시오.
(단, a와 b는 실수, E는 단위행렬, O는 영행렬이다.)

11. ●●●● 기출 | 고2 - 2011년 06월 서울 가형 #26

그림과 같은 그래프가 있다. 이 그래프의 꼭짓점 A에서 꼭짓점 F로 가는 모든 경로의 수를 구하시오.

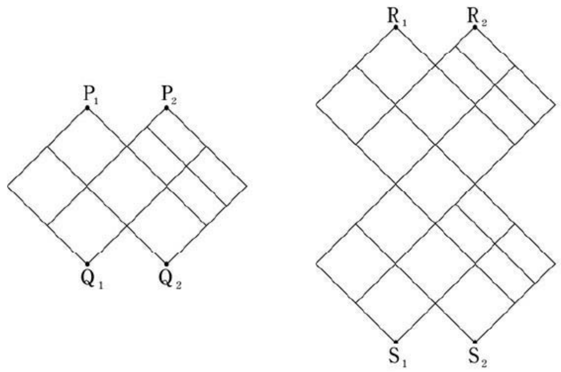


12. ●●●● 기출 | 고3 - 2009년 03월 서울 나형 #22

행렬 $A=\begin{pmatrix}m & 0\\ m-5 & 5\end{pmatrix}$에 대하여 행렬 A^n의 모든 성분의 합이 2^{49}이 되도록 하는 두 자연수 m, n의 순서쌍 (m, n)의 개수를 구하시오.

13. ●●●● 기출 | 고3 - 2011년 10월 서울 나형 #20

그림과 같은 두 개의 도로망이 있다.



이차정사각행렬 A의 (i, j)성분 a_{ij} $(i=1, 2,\ j=1, 2)$를

a_{ij}=(P_i지점에서 도로망을 따라 Q_j지점까지 최단 거리로 가는 방법의 수)

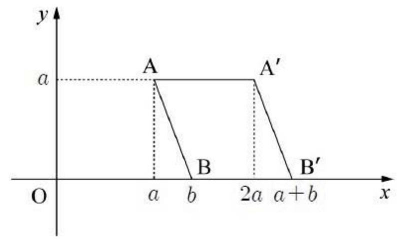
로 정의하자.

다음 중 R_1지점에서 도로망을 따라 S_2지점까지 최단 거리로 가는 방법의 수와 같은 것은? (단, 모든 도로는 서로 평행하거나 수직이다.)

① 행렬 $2A$의 $(1, 2)$성분
② 행렬 A^2의 $(1, 2)$성분
③ 행렬 A^2의 $(2, 1)$성분
④ 행렬 A의 $(1, 2)$성분과 $(2, 2)$성분의 곱
⑤ 행렬 A의 $(1, 2)$성분과 $(2, 1)$성분의 곱

14. ●●●● 기출 | 고2 - 2008년 06월 인천 가형 #10

그림과 같이 양수 a, b에 대하여 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(a, a)$, $\mathrm{B}(b, 0)$을 각각 x축 방향으로 a만큼 평행이동한 점을 A', B'라 하자. 점 A, A', B, B'의 x좌표들을 성분으로 하는 행렬 M을 $M=\begin{pmatrix}a & 2a\\ b & a+b\end{pmatrix}$라 하고, 이 네 점을 이어서 만든 사각형의 넓이를 $S(M)$이라 할 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?



<보 기>

ㄱ. $M=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$이면 $S(M)=1$이다.
ㄴ. 양수 k에 대하여 $S(kM)=kS(M)$
ㄷ. 행렬 M의 역행렬이 존재하지 않으면 사각형은 정사각형이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. ●●●● 기출 | 고3 - 2008년 04월 경기 가형 #10

역행렬이 존재하는 이차정사각행렬 A에 대하여 $A+A^{-1}=O$ 가 성립할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, A^{-1}는 A의 역행렬, O는 영행렬, n은 자연수이다.)

〈보 기〉

ㄱ. $A^3+(A^{-1})^3=O$

ㄴ. $A^{2n}+(A^{-1})^{2n}=O$

ㄷ. $A^{5n}+(A^{-1})^{5n}=O$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. ●●●● 기출 | 고3 - 2009년 09월 모평 가형 #25

행렬 $A=\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$에 대하여

$$A^m=A^n$$

을 만족시키는 40 이하의 두 자연수 m, $n(m>n)$의 순서쌍 (m, n)의 개수를 구하시오.

17. ●●●● 기출 | 고2 - 2010년 06월 부산 가형 #14

이차정사각행렬 A, B에 대하여 $C(A, B)=AB-BA$ 라 하자. 정수 k에 대하여 이차정사각행렬의 집합 M_k를

$M_k=\{(a_{ij}) \mid i=1, 2, j=1, 2$ 에 대하여 $i-j\neq k$ 이면 $a_{ij}=0\}$

으로 정의할 때, 옳은 내용만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, O는 영행렬이고 E는 단위행렬이다.)

<보 기>

ㄱ. $A, B\in M_0$ 이면 $C(A, B)=O$ 이다.

ㄴ. $|k|\geq 2$ 이면 $M_k=\{O, E\}$ 이다.

ㄷ. $|k|<2$ 일 때, $A, B\in M_k$ 이면 $C(A, B)=O$ 이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. ●●●● 기출 | 고2 - 2013년 09월 인천 A형 #16

다음은 이차정사각행렬 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & a+6 \end{pmatrix}$에 대하여 $A^2=E$를 만족시키는 행렬 A의 개수를 구하는 과정이다. (단, a, b, c는 정수이고 E는 단위행렬이다.)

A가 $A^2=E$를 만족시키므로

$A^2=\begin{pmatrix} a^2+bc & 2b\times(a+3) \\ 2c\times(a+3) & (a+6)^2+bc \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 이다.

(i) $a\neq\boxed{(가)}$ 인 경우

$b=0$이고 $c=0$이므로 $A^2=\begin{pmatrix} a^2 & 0 \\ 0 & (a+6)^2 \end{pmatrix}$ …… ㉠

이다.

㉠에서 $A^2\neq E$이므로 주어진 조건에 모순이다.

(ii) $a=\boxed{(가)}$ 인 경우

주어진 조건 $A^2=E$에서 $bc=\boxed{(나)}$이다.

b, c가 정수이므로

$bc=\boxed{(나)}$를 만족시키는 순서쌍 (b, c)의 개수는 $\boxed{(다)}$이다.

따라서 $A^2=E$를 만족시키는 행렬 A의 개수는 $\boxed{(다)}$이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r라 할 때, $p+q+r$의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

19. ●●●● 기출 | 고3 - 2008년 03월 서울 가형 #15

좌표평면 위의 점 $\mathrm{P}(a, b)$ 에 대하여 행렬 M_{P} 를

$M_{\mathrm{P}}=\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$ 로 정의하자.

임의의 두 점 P, Q 에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, E는 단위행렬이다.)

< 보 기 >

ㄱ. $M_{\mathrm{P}}M_{\mathrm{Q}}=M_{\mathrm{R}}$인 점 R 가 존재한다.

ㄴ. $M_{\mathrm{P}}M_{\mathrm{Q}}=M_{\mathrm{Q}}M_{\mathrm{P}}$

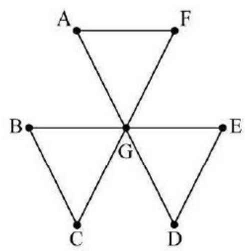
ㄷ. 점 P 가 원점이 아니면 $M_{\mathrm{P}}M_{\mathrm{S}}=E$인 점 S 가 존재한다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. ●●●● 기출 | 고2 - 2011년 06월 서울 나형 #26

그림과 같은 그래프가 있다. 이 그래프의 꼭짓점 A 에서 꼭짓점 F 로 가는 모든 경로의 수를 구하시오.



21. ●●●● 기출 | 고2 - 2013년 06월 서울 A형 #17

이차정사각행렬 A가 등식 $A^2-2A+E=O$를 만족시킨다. 다음은 n이 2 이상의 자연수일 때, 행렬 A^n을 구하는 과정이다. (단, E는 단위행렬이고, O는 영행렬이다.)

> $A^2-2A+E=O$에서
> $A^2-A=A-E$
> $A^3-A^2=A(A^2-A)=A(A-E)=A^2-A$
> $\quad\quad=A-E$
> $A^4-A^3=A(A^3-A^2)=A(A-E)=A^2-A$
> $\quad\quad=A-E$
> $\vdots$
> $A^n-A^{n-1}=A-E$
> 위 등식들을 변끼리 더하면
> $A^n-A=\boxed{(가)}(A-E)$
> $\therefore A^n=\boxed{(나)}A-\boxed{(가)}E$

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $f(100)+g(100)$의 값은?

① 191 ② 193 ③ 195 ④ 197 ⑤ 199

22. ●●●● 기출 | 고2 - 2006년 11월 경기 가형 #19

다음은 자연수 n에 대하여 $A^{n+2}-3A^{n+1}+2A^n=O$을 만족하고 역행렬이 존재하며 단위행렬의 실수배가 아닌 이차정사각행렬 A에 대하여 A^m을 A와 E로 나타내는 과정이다.
(단, $m\geq 2$인 자연수이고, E는 단위행렬, O는 영행렬이다.)

> $A^{n+2}-3A^{n+1}+2A^n=O$에서
> $A^{n+2}-A^{n+1}=2(A^{n+1}-A^n)$이므로

> $A^{n+1}-A^n=\boxed{(가)}(A-E)$ ⋯ ㉠
> 이 때, ㉠의 n 대신에 $1, 2, 3, \cdots, m-1$을 차례대로 대입하면
> $$A^2-A=2(A-E)$$
> $$A^3-A^2=2^2(A-E)$$
> $$\vdots$$
> $$A^m-A^{m-1}=2^{m-1}(A-E)$$
> 이다.
> 위 식들의 좌변과 우변을 변변 더하면
> $$A^m-A=\left(\boxed{(나)}\right)(A-E)$$
> 따라서 $A^m=\left(\boxed{(다)}\right)A-\left(\boxed{(나)}\right)E$

위의 과정에서 (가) ~ (다)를 바르게 짝지은 것은?

	(가)	(나)	(다)
①	2^{n-1}	2^m-1	2^m
②	2^{n-1}	2^m-2	2^m-1
③	2^n	2^m+1	2^m+2
④	2^n	2^m-2	2^m-1
⑤	2^n	2^m-2	2^m

23. ●●●● 기출 | 고2 - 2011년 06월 서울 나형 #17

그래프 G가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 변의 개수는 7이다.
> (나) 모든 변을 빠짐없이 지나는 경로가 존재한다.

그래프 G를 나타내는 행렬이

$$\begin{pmatrix} 0 & a & 1 & 0 & 0 \\ b & 0 & 1 & 1 & c \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & d & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

일 때, $8a+4b+2c+d$의 값은?

① 3 ② 5 ③ 10 ④ 12 ⑤ 15

24. ●●●● 기출 | 고2 - 2006년 06월 인천 가형 #16

제 1 문구점의 공책과 연필의 판매단가는 각각 250 원, 150 원 이고, 제 2 문구점의 공책과 연필의 판매단가는 각각 300 원, 100 원이다. 다음 표는 두 문구점의 공책과 연필에 대한 이틀 동안의 판매실적을 나타낸 것이다.

<표1> 제 1 문구점의 판매실적 <표2> 제 2 문구점의 판매실적

판매일 \ 종류	공책(권)	연필(자루)
제1일	6	7
제2일	9	4

판매일 \ 종류	공책(권)	연필(자루)
제1일	7	$x(x-2)$
제2일	x	3

<표1>과 <표2>의 자료로 두 문구점의 매출액을 행렬을 이용하여 비교하려고 한다. 제 1 문구점과 제 2 문구점의 이틀 동안의 매출액이 서로 같게 되는 x에 대하여 제 2 문구점의 제 2 일의 매출액은?

① 1200원 ② 1800원 ③ 2400원
④ 3000원 ⑤ 3600원

25. ●●●● 기출 | 고3 - 2011년 09월 모평 가형 #14

행렬 $A=\begin{pmatrix}1&1\\a&a\end{pmatrix}$와 이차정사각행렬 B가 다음 조건을 만족시킬 때, 행렬 $A+B$의 (1, 2)성분과 (2, 1)성분의 합은?

(가) $B\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$이다.
(나) $AB=2A$이고, $BA=4B$이다.

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

26. ●●●● 기출 | 고3 - 2011년 07월 인천 가형 #26

좌표평면 위의 점 (x, y)를 x축에 대하여 대칭이동시키는 일차변환을 f, 원점을 중심으로 $\frac{\pi}{3}$만큼 회전이동시키는 일차변환을 g라 하자. 합성변환 h를 $h=f\circ g\circ f$라 할 때, 합성변환 h^{2011}에 의하여 점 (2, 2)가 옮겨지는 점은 (a, b)이다. 이때, a^2+b^2의 값을 구하시오. (단, $h^1=h$, $h^{n+1}=h^n\circ h$이다.)

27. ●●●● 기출 | 고3 - 2010년 09월 모평 가형 #10

이차정사각행렬 A, B, C에 대하여 $ABC=E$이고 $ACB=E$일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?
(단, E는 단위행렬이다.)

보기

ㄱ. $A=E$ 이면 $B=E$ 이다.
ㄴ. $AB=BA$
ㄷ. 모든 자연수 n에 대하여 $A^nB^nC^n=E$ 이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

28. ●●●● 기출 | 고3 - 2006년 03월 서울 나형 #29

두 행렬 $A=\begin{pmatrix}4&1\\1&0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}17&4\\4&1\end{pmatrix}$에 대하여 등식 $(x^2+y^2)A-(x-y)E=B$를 만족시키는 실수 x, y를 $\begin{cases}x=\alpha_1\\y=\beta_1\end{cases}$, $\begin{cases}x=\alpha_2\\y=\beta_2\end{cases}$라 하자.
좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{P}(\alpha_1, \beta_1)$, $\mathrm{Q}(\alpha_2, \beta_2)$ 사이의 거리는?
(단, E는 단위행렬이다.)

① $\sqrt{10}$ ② $\sqrt{11}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{13}$ ⑤ $\sqrt{14}$

29. ●●●● 기출 | 고3 - 2010년 03월 서울 나형 #11

이차정사각행렬 A, B에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, O는 영행렬이고, E는 단위행렬이다.)

<보 기>

ㄱ. $A^2=E$, $B^2=E$이면 $(ABA)^2=E$이다.
ㄴ. $A^2=O$, $B^2=O$이면 $AB=O$이다.
ㄷ. $(A+E)^2=O$, $AB=A$이면 $B=E$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

30. ●●●● 기출 | 고2 - 2006년 11월 경기 나형 #28

행렬 $A=\begin{pmatrix}2&1\\-1&0\end{pmatrix}$에 대하여
$A+A^2+A^3+\cdots+A^{100}=\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$일 때, $a+b+c+d$의 값을 구하시오. (단, $A^{n+1}=A^nA$)

31. ●●●● 기출 | 고2 - 2012년 11월 경기 나형 #13

이차정사각행렬 A가 다음 조건을 만족시킨다.
(단, E는 단위행렬이고, O는 영행렬이다.)

(가) $A^2-2A+E=O$
(나) $A\begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$

$A\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$를 만족시키는 두 실수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

32. ●●●● 기출 | 고2 - 2013년 11월 경기 B형 #21

두 이차정사각행렬 A, B가

$$AB+B=A,\ ABA-A^2=E$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?
(단, E는 단위행렬이다.)

〈보 기〉

ㄱ. $AB=BA$
ㄴ. $A^3+B^3=E$
ㄷ. $(B+E)^{30}=-3^{15}E$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

33. ●●●● 기출 | 고3 - 2008년 10월 서울 나형 #09

집합 P를

$$P=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&1\end{pmatrix}\right\}$$

이라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E는 단위행렬이다.)

< 보 기 >

ㄱ. 집합 $\{X \mid X^2=E,\ X\in P\}$의 원소의 개수는 2이다.

ㄴ. $X\in P$이면 $X^3=X$이다.

ㄷ. 집합 P는 곱셈에 대하여 닫혀 있다.

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

34. ●●●● 기출 | 고2 - 2007년 11월 경기 가형 #28

두 행렬의 곱

$\begin{pmatrix} n-1 & 9-3n \end{pmatrix}\begin{pmatrix} n^2-4n+4 \\ n-1 \end{pmatrix}$의 성분이 소수가 되도록 하는 모든 자연수 n의 합을 구하시오.

35. ●●●● 기출 | 고3 - 2013년 04월 경기 A형 #16

두 이차정사각행렬 A, B가

$$B^2=B-E,\ A^2+B=E$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E는 단위행렬이다.)

〈 보 기 〉

ㄱ. 행렬 B가 역행렬을 갖는다.

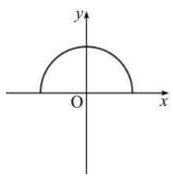
ㄴ. $AB=BA$

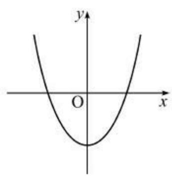
ㄷ. $A^{12}=E$

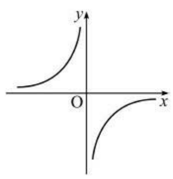
① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

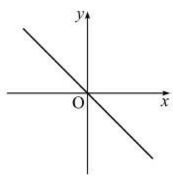
36. ●●●● 기출 | 고2 - 2006년 09월 서울 가형 #11

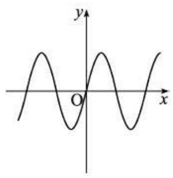
이차정사각행렬 A에 대하여 실수 p, q가 등식 $A\begin{pmatrix}p\\q\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}p\\q\end{pmatrix}$를 만족시킬 때, 좌표평면 위의 점 $(p,\ q)$를 행렬 A의 고정점이라 하자. 다음 그래프 중에서 행렬 $\begin{pmatrix}-1&2\\4&-3\end{pmatrix}$의 고정점이 나타내는 도형과 만나지 않는 것은?

①


②


③


④


⑤


37. ●●●● 기출 | 고3 - 2006년 04월 경기 가형 #24

이차 정사각행렬 A의 $(i,\ j)$ 성분 a_{ij}가

$$a_{ij}=(i+2j\text{의 양의 약수의 개수})$$

일 때, 행렬 A의 모든 성분의 합을 구하시오. (단, $i=1,\ 2$, $j=1,\ 2$)

38. ●●●● 기출 | 고3 - 2007년 04월 경기 가형 #16

이차정사각행렬 A, B에 대하여 <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고르면? (단, O는 영행렬, E는 단위행렬, X^{-1}는 X의 역행렬이다.)

〈 보 기 〉

ㄱ. $A^3=O$이면 $A^2=O$이다.

ㄴ. $A+B=E$이면 $AB=BA$이다.

ㄷ. $AB=A+B$이면 $(A-E)^{-1}=B-E$이다.

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

39. ●●●● 기출 | 고3 - 2006년 03월 서울 가형 #11

이차정사각행렬 A, B에 대하여 등식

$$A+B=3E,\ AB=4B$$

가 성립할 때, 항상 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? (단, E는 단위행렬이고 O는 영행렬이다.)

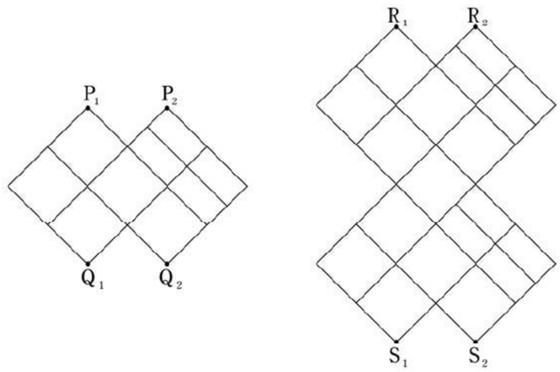
< 보 기 >

ㄱ. $A=4E$
ㄴ. $B^2+B=O$
ㄷ. $A^2-B^2=3(A-B)$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

40. ●●●● 기출 | 고3 - 2011년 10월 서울 가형 #20

그림과 같은 두 개의 도로망이 있다.



이차정사각행렬 A의 $(i,\ j)$성분 a_{ij} $(i=1,\ 2,\ j=1,\ 2)$를

a_{ij}=(P_i지점에서 도로망을 따라 Q_j지점까지 최단 거리로 가는 방법의 수)

로 정의하자.

다음 중 R_1지점에서 도로망을 따라 S_2지점까지 최단 거리로 가는 방법의 수와 같은 것은? (단, 모든 도로는 서로 평행하거나 수직이다.)

① 행렬 $2A$의 (1, 2)성분
② 행렬 A^2의 (1, 2)성분
③ 행렬 A^2의 (2, 1)성분
④ 행렬 A의 (1, 2)성분과 (2, 2)성분의 곱
⑤ 행렬 A의 (1, 2)성분과 (2, 1)성분의 곱

41. ●●●● 기출 | 고3 - 2006년 03월 서울 나형 #17

두 약국 P, Q에서 판매하는 혈압약과 관절염약의 1갑의 가격은 <표1>과 같고, 갑, 을 두 환자가 매월 구입해야 하는 혈압약과 관절염약의 수량은 <표2>와 같다.

(단위: 원)

	혈압약	관절염약
P 약국	30,000	10,000
Q 약국	20,000	20,000

<표1>

(단위: 갑)

	갑	을
혈압약	1	2
관절염약	1	3

<표2>

갑이 x개월, 을이 y개월 동안 혈압약과 관절염약을 P약국에서 구입하면 갑과 을의 약값의 합은 600,000원이고, Q약국에서 구입하면 갑과 을의 약값의 합은 640,000원이다.
행렬을 이용하여 x, y의 값을 구하는 과정에서 다음 등식을 얻었다.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\frac{1}{4}\begin{pmatrix} a & -9 \\ -4 & b \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 60 \\ 64 \end{pmatrix}$$

두 상수 a, b의 합 $a+b$의 값은?

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

42. ●●●● 기출 | 고2 - 2010년 06월 부산 나형 #26

이차정사각행렬 A, B와 실수 k에 대하여

$$A+kB=\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix},\ A+B=E,\ B^2=B$$

가 성립할 때, $10k$의 값을 구하시오. (단, E는 단위행렬이다.)

43. ●●●● 기출 | 고3 - 2013년 04월 경기 A형 #28

두 이차정사각행렬 A, B의 $(i,\ j)$성분을 각각 a_{ij}, b_{ij}라 할 때,

$$a_{ij}+a_{ji}=0,\ b_{ij}-b_{ji}=0\ (i=1,2,\ j=1,2)$$

이 성립한다.

두 행렬 A, B가 $2A-B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$를 만족시킬 때,

행렬 A^2-B의 (2, 2)성분을 구하시오.

44. ●●●● 기출 | 고2 - 2010년 09월 인천 나형 #26

두 이차정사각행렬 A, B에 대하여 행렬 A의 $(i,\ j)$ 성분 a_{ij}와 행렬 B의 $(i,\ j)$ 성분 b_{ij}가 각각 $a_{ij}=a_{ji}$, $b_{ij}=-b_{ji}$를 만족한다. $A+B=\begin{pmatrix} 8 & 15 \\ -1 & 7 \end{pmatrix}$일 때, $a_{21}+a_{22}$의 값을 구하시오.

45. ●●●● 기출 | 고3 - 2013년 06월 모평 A형 #29

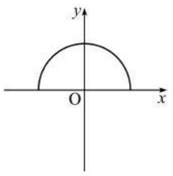
이차정사각행렬 A가 다음 조건을 만족시킨다.

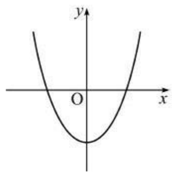
(가) $A^3=E$
(나) $A-E$의 역행렬이 존재한다.

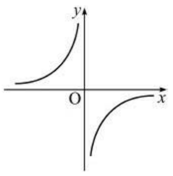
행렬 $(A-E)^{60}$의 모든 성분의 합이 $2^a\times 3^b$이다. $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 자연수이고, E는 단위행렬이다.)

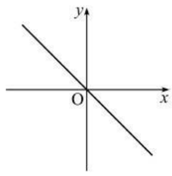
46. ●●●● 기출 | 고2 - 2006년 09월 서울 나형 #11

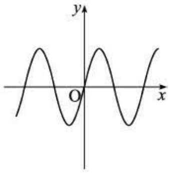
이차정사각행렬 A에 대하여 실수 p, q가 등식 $A\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$를 만족시킬 때, 좌표평면 위의 점 (p, q)를 행렬 A의 고정점이라 하자. 다음 그래프 중에서 행렬 $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$의 고정점이 나타내는 도형과 만나지 <u>않는</u> 것은?

①


②


③


④


⑤


47. ●●●● 기출 | 고3 - 2009년 06월 모평 가형 #17

집합 S가 $S=\left\{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right\}$일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. 집합 S에 속하는 서로 다른 두 행렬 A, B에 대하여
행렬 $A+B$의 성분은 모두 짝수이다.

ㄴ. 집합 S에 속하는 행렬 중에서 중복을 허락하여 m개의 행렬 A_1, A_2, $\cdots$, A_m을 선택하였을 때,
$$A_1+A_2+\cdots+A_m=\begin{pmatrix} 9 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}$$
가 되도록 하는 m이 존재한다.

ㄷ. 집합 S에 속하는 행렬 중에서 중복을 허락하여 n개의 행렬 A_1, A_2, $\cdots$, A_n을 선택하였을 때,
행렬 $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}+A_1+A_2+\cdots+A_n$
의 성분이 모두 짝수가 되도록 하는 n의 최솟값은 4이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

48. ●●●● 기출 | 고3 - 2007년 04월 경기 나형 #12

이차정사각행렬을 원소로 갖는 집합
$$S=\left\{X \,\middle|\, X=\begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & y \end{pmatrix},\ x,\ y\text{는 자연수}\right\}$$
에 대하여 <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고르면?

〈 보 기 〉

ㄱ. 집합 S는 곱셈에 대하여 닫혀있다.

ㄴ. 집합 S에 대하여 곱셈에 대한 교환법칙이 성립한다.

ㄷ. $A \in S$이고 A의 모든 성분의 합이 3이면 A^n의 모든 성분의 합은
$n+2$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

49. ●●●● 기출 | 고2 - 2013년 06월 서울 B형 #17

이차정사각행렬 A가 등식 $A^2-3A+2E=O$를 만족시킨다. 다음은 n이 2 이상의 자연수일 때, 행렬 A^n을 구하는 과정이다. (단, E는 단위행렬이고, O는 영행렬이다.)

$A^2-3A+2E=O$에서
$A^2-A=2(A-E)$
$A^3-A^2=A(A^2-A)=2A(A-E)=2(A^2-A)$
$\quad =4(A-E)$
$A^4-A^3=A(A^3-A^2)=4A(A-E)=4(A^2-A)$
$\quad =8(A-E)$
$\quad \vdots$
$A^n-A^{n-1}=\boxed{(\text{가})}(A-E)$
위 등식들을 변끼리 더하면
$A^n-A=\boxed{(\text{나})}(A-E)$
$\therefore\ A^n=\boxed{(\text{나})}(A-E)+A$

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $f(9)+g(9)$의 값은?

① 754 ② 758 ③ 762 ④ 766 ⑤ 770

50. ●●●● 기출 | 고3 - 2010년 03월 서울 나형 #24

행렬 $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$에 대하여 자연수 m, n은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $A^m = A^n$ (나) m, n은 100 이하의 서로 다른 자연수이다.

$|m-n|$의 최댓값을 p, 최솟값을 q라 할 때, $p+q$의 값을 구하시오.