



# 2016학년도 경찰대학 1차시험 (수 학)

※ 총 4쪽 25문항입니다.

[1~20] 각 문항의 답을 하나만 고르세요.

1. 행렬  $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여  $A + A^2 + A^3 + \dots + A^n$ 의 (1, 2)성분이 -1488일 때, 자연수  $n$ 의 값은? [3점]  
 ① 31      ② 32      ③ 33      ④ 34      ⑤ 35

2. 유리수  $a, b, x, y$ 에 대하여 두 등식  $(2 + \sqrt{3})^{100} = a + b\sqrt{3}$ ,  $(2 + \sqrt{3})^{101} = x + y\sqrt{3}$ 이 성립한다고 하자.  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ 를  $x, y$ 와  $a, b$ 에 관한 관계식으로 나타낸 것이라 할 때 행렬  $A$ 를 구하면? [3점]  
 ①  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$     ②  $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$     ③  $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$     ④  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$     ⑤  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

3. 어느 도시에서 운전면허증을 소지한 사람이 지난 10년간 교통법규를 위반한 건수는 평균 5건, 표준편차 1건인 정규분포를 따른다고 한다. 이 도시에서 운전면허증을 소지한 사람 중에서 임의추출한 100명이 지난 10년간 교통법규를 위반한 건수의 평균이 4.85건 이상이고 5.2건 이하일 확률을 표준정규분포표를 이용하여 구하면? [3점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

- ① 0.8664      ② 0.9104      ③ 0.9544  
 ④ 0.9710      ⑤ 0.9876

4.  $x$ 에 대한 이차방정식  $f(x) = 0$ 의 두 근  $\alpha, \beta$ 가  $\alpha + \beta = \alpha\beta$ 를 만족한다고 하자. 이차방정식  $f(x-1) = 0$ 의 두 근을  $\gamma, \delta$ 라 할 때  $\gamma^2 + \delta^2$ 의 최솟값은? [3점]  
 ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

5.  $\omega$ 는  $x^2 + x + 1 = 0$ 의 한 허근이고,  $f(x) = x + \frac{1}{x}$ 라 할 때,  $f(\omega)f(\omega^2)f(\omega^4)f(\omega^8)\dots f(\omega^{2^{2016}})$ 의 값은? [4점]  
 ① -1      ② 1      ③  $\omega$       ④  $\frac{1}{\omega}$       ⑤  $-\omega - 1$

6. 방정식  $\sqrt{2016}x^{\log_{2016}x} = x^2$ 의 해의 곱을  $N$ 이라 할 때,  $N$ 의 마지막 두 자리를 구하면? [4점]  
 ① 16      ② 36      ③ 56      ④ 76      ⑤ 96

7. 어떤 프로파일러가 사람을 면담한 후 범인 여부를 판단할 확률이 다음과 같다.

- 범행을 저지른 사람을 범인으로 판단할 확률은 0.99이다.
- 범행을 저지르지 않은 사람을 범인으로 판단할 확률은 0.04이다.

이 프로파일러가 범행을 저지른 사람 20명과 범행을 저지르지 않은 사람 80명으로 이루어진 집단에서 임의로 한 명을 선택하여 면담하였을 때, 이 사람을 범인으로 판단할 확률은? [4점]

- ① 0.2      ② 0.21      ③ 0.22      ④ 0.23      ⑤ 0.24

8. 확률변수  $X$ 가 이항분포  $B(n, p)$ 를 따르고  $E(X^2) = 40$ ,

$E(3X+1) = 19$ 일 때,  $\frac{P(X=1)}{P(X=2)}$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{4}{17}$     ②  $\frac{7}{17}$     ③  $\frac{10}{17}$     ④  $\frac{13}{17}$     ⑤  $\frac{16}{17}$

9. 두 수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이

$$a_{n+1} = \frac{1}{2}|a_n| - 1, \quad a_1 = 1, \quad b_n = a_{n+1} + \frac{2}{3} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고르면? [4점]

<보기>
㉠. $n \geq 2$ 이면 $a_n < 0$ 이다.
㉡. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -2$
㉢. $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = \frac{1}{9}$

- ① ㉠                      ② ㉡                      ③ ㉠, ㉡  
 ④ ㉠, ㉢                ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

10. 함수  $f(x)$ 는 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x+2) = f(x)$ 를 만족시키고  $f(x) = 2 - |x-1|$  ( $0 \leq x < 2$ )이다. 2 이상인 자연수  $n$ 에 대하여  $y = \log_n x$ 의 그래프와  $y = f(x)$ 의 그래

프가 만나는 점의 개수를  $a_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=2}^{10} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 250    ② 270    ③ 290    ④ 310    ⑤ 330

11. 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(-x) = -f(x)$ 인 다항함수

$f(x)$ 가  $f(-1) = 2$ ,  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(1) - f(-x)}{x^2 - 1} = 3$ 을 만족시킬 때

$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\{f(x)\}^2 - 4}{x+1}$ 의 값은? [4점]

- ① -24    ② -12    ③ 0    ④ 12    ⑤ 24

12. 삼차함수  $f(x) = (a-4)x^3 + 3(b-2)x^2 - 3ax + 2$ 가 극값을 갖지 않을 때, 좌표평면에서 점  $(a, b)$ 가 존재하는 영역을  $A$ 라 하고,  $B = \{(x, y) \mid mx - y + m = 0\}$ 이라 하자.  $A \cap B \neq \emptyset$ 이기 위한  $m$ 의 최댓값과 최솟값의 합은? (단,  $a, b, m$ 은 실수이다.) [4점]

- ①  $\frac{9}{5}$     ②  $\frac{11}{5}$     ③  $\frac{12}{5}$     ④  $\frac{13}{5}$     ⑤  $\frac{14}{5}$

13. 자연수  $n$ 에 대하여 두 조건  $\left[\frac{x}{n}\right] = 2$ ,  $\left[\frac{x}{n+1}\right] = 1$ 을 만족시키는 실수  $x$  중에서 가장 큰 자연수를  $a_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{30} a_n$ 의 값은? (단,  $[t]$ 는  $t$ 보다 크지 않은 최대 정수이다.) [4점]

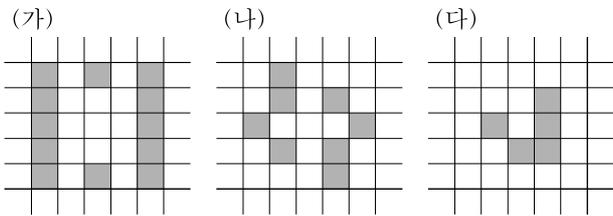
- ① 955    ② 956    ③ 957    ④ 958    ⑤ 959



20. 무한히 확장된 바둑판 모양 격자에서 진행되는 게임을 생각한다. 이전 세대에서 다음 세대로 넘어갈 때 어떤 정사각형이 살아있을 것인가를 결정하는 규칙은 다음과 같다.

- 살아있는 정사각형은 자신을 감싸는 여덟 개의 정사각형 중에서 정확히 두 개 또는 세 개가 살아있다면 다음 세대에서 살아남고, 그렇지 않으면 죽는다.
- 죽어있는 정사각형은 자신을 감싸는 여덟 개의 정사각형 중에서 정확히 세 개가 살아있다면 다음 세대에서 살아나고, 그렇지 않으면 죽은 채로 있다.

그림과 같은 초기 세대의 상태에 대하여, <보기>에서 미래 세대의 상태를 설명한 것 중 옳은 것만을 있는 대로 고르면? (단, 검게 칠해진 정사각형이 살아있는 정사각형이다.) [5점]



- <보기>
- ㄱ. (가)의 초기 세대(0세대)에서 다음 세대(1세대)로 넘어간 후 살아남은 정사각형의 개수는 18개이다.
  - ㄴ. (나)는 몇 세대 후 모든 정사각형이 죽는다.
  - ㄷ. (다)는 살아남은 정사각형의 위치와 형태가 몇 세대 이후부터는 변하지 않고 고정된다.

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[21~25] 각 문항의 답을 답안지에 기재하세요.

21. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_1 + a_3 + a_{13} + a_{15} = 72$ 일 때,

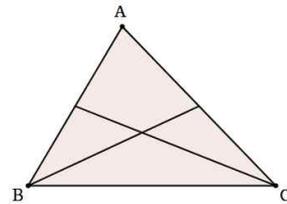
$\sum_{n=1}^{15} a_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

22. 실수  $t$ 에 대하여 함수  $f(x) = x^2 - 2|x-t|$  ( $-1 \leq x \leq 1$ )의 최댓값을  $g(t)$ 라고 하자.  $\int_0^{\frac{3}{2}} g(t)dt = \frac{q}{p}$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

23. 두 자연수  $m, n$ 에 대하여 부등식  $\left| \log_3 \frac{m}{15} \right| + \log_3 \frac{n}{3} \leq 0$ 을 만족시키는 순서쌍  $(m, n)$ 의 개수를 구하시오. [4점]

24. 다항함수  $f(x) = x^3(x^3+1)(x^3+2)(x^3+3)$ 에 대하여  $f'(-1) = a$ 이고  $f(x)$ 의 최솟값이  $b$ 일 때,  $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 삼각형 ABC에서  $\overline{AB}$ 의  $n$ 등분 점과 꼭짓점 C를 잇고,  $\overline{AC}$ 의  $n$ 등분 점과 꼭짓점 B를 잇는다. 이때, 만들어지는 삼각형( $\triangle ABC$ 도 포함)의 개수를  $a_n$ 이라 하자. 예를 들어,  $n=2$ 인 다음 그림에서  $a_2 = 8$ 이다.  $a_5$ 의 값을 구하시오. [5점]



※ 확인사항

▷ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입·표기했는지 확인하시오.



# 2017학년도 경찰대학 1차시험 (수 학)

※ 총 4쪽 25문항(3점 5문항, 4점 15문항, 5점 5문항)입니다.

[1~20] 각 문항의 답을 하나만 고르시오.

1. 다음을 만족시키는 정수  $a, b$ 의 순서쌍  $(a, b)$ 의 개수는? [3점]  
 $\log a = 3 - \log(a+b)$

- ① 4      ② 8      ③ 12      ④ 16      ⑤ 32

2. 좌표평면에 세 점  $O(0, 0), A(1, 0), B(0, 1)$ 와 선분  $AB$  위의 점  $P$ 에 대하여 삼각형  $OAP$ 의 무게중심을  $G$ 라 하자.  
 $\triangle OAG = \frac{1}{4}\triangle OAB$ 일 때, 점  $P$ 의  $x$ 좌표는? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{1}{4}$       ④  $\frac{1}{6}$       ⑤  $\frac{1}{12}$

3. 한 개의 주사위를 72번 던질 때, 3의 배수의 눈이 30번 이상 36번 이하로 나올 확률을 아래 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

- ① 0.0215      ② 0.0655      ③ 0.1359      ④ 0.1525      ⑤ 0.1574

4. 한 개의 주사위를 두 번 던져 나오는 눈의 수를 차례로  $a, b$ 라 하고 복소수  $z$ 를  $z = a + 2bi$ 라 할 때,  $z + \frac{z}{i}$ 가 실수일 확률은? [3점]

- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{1}{9}$       ③  $\frac{1}{12}$       ④  $\frac{1}{15}$       ⑤  $\frac{1}{18}$

5. 양수  $k$ 에 대하여

$$A = \{(x, y) \mid x \geq 0, y \geq kx, x + y \leq k\}$$

$$B = \{(x, y) \mid x^2 + (y - k)^2 \leq k^2\}$$

이라 하자.  $A \cup B = B$ 를 만족시키는  $k$ 의 최솟값은? [4점]

- ①  $2 - \sqrt{3}$       ②  $\sqrt{2} - 1$       ③  $\sqrt{3} - 1$       ④  $1 + \sqrt{2}$       ⑤  $1 + \sqrt{3}$

6. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - a}{\sqrt{x^2 + b} - \sqrt{c^2 + b}} & (x \neq c) \\ 4c & (x = c) \end{cases}$$

가  $x = c$ 에서 연속이 되도록 하는 실수  $a, b, c$ 에 대하여,  $a + b + c$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 0      ②  $-\frac{1}{8}$       ③  $-\frac{1}{4}$       ④  $-\frac{1}{2}$       ⑤ -1

7. 집합  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $C = \{a, b, c\}$ 에 대하여 두 함수  $f: A \rightarrow B$ ,  $g: B \rightarrow C$ 의 합성함수  $g \circ f: A \rightarrow C$ 가 역함수를 갖도록 하는 순서쌍  $(f, g)$ 의 개수는? [4점]

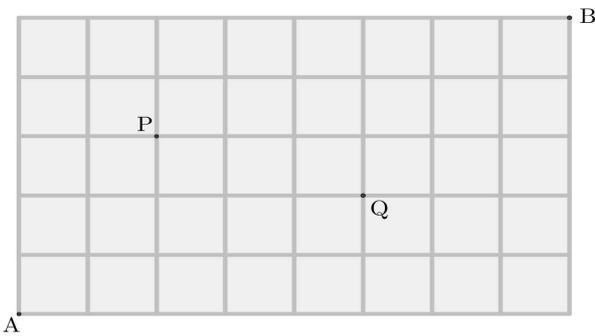
- ① 108      ② 144      ③ 216      ④ 432      ⑤ 864

8. 1부터 1000까지의 자연수가 하나씩 적힌 카드 1000장 중에서 한 장을 뽑을 때, 적힌 수가 다음 세 조건을 만족하는 경우의 수는? [4점]

- (가) 적힌 수는 홀수이다.  
 (나) 각 자리의 수의 합은 3의 배수가 아니다.  
 (다) 적힌 수는 5의 배수가 아니다.

- ① 256      ② 266      ③ 276      ④ 286      ⑤ 296

9. 아래 그림은 어느 도시의 도로를 선으로 나타낸 것이다. 교차로 P에서는 좌회전을 할 수 없고, 교차로 Q는 공사 중이어서 지나갈 수 없다고 한다. A를 출발하여 B에 도달하는 최단경로의 개수는? [4점]



- ① 818      ② 825      ③ 832      ④ 839      ⑤ 846

10. 좌표평면에서 직선  $y = nx$  ( $n$ 은 자연수)와 원  $x^2 + y^2 = 1$ 이 만나는 점을  $A_n, B_n$ 이라 하자. 원점  $O$ 와  $A_n$ 의 중점을  $P_n$ 이라 하고,  $\overline{A_n P_n} = \overline{B_n Q_n}$ 을 만족시키는 직선  $y = nx$  위의 점을  $Q_n$ 이라 하자. (단,  $Q_n$ 은 원 외부에 있다.) 점  $Q_n$ 의 좌표를  $(a_n, b_n)$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} |na_n + b_n|$ 의 값은? [4점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

11. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_0^x |f(t) - 2t| dt$$

로 정의하자. 다음 조건을 만족시키는 이차함수  $f$  중에서  $f(1)$ 의 최솟값은? [4점]

$g'(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

12. 함수  $f(x) = x + (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$ 에 대하여  $\{f(x)\}^2 - x^2 f(x)$ 를  $f(x) - x$ 로 나눈 나머지를  $r(x)$ 라 하자. 함수  $y = r(x)$ 의 극댓값과 극솟값의 합은? [4점]

- ①  $\frac{3}{8}$       ②  $\frac{4}{9}$       ③  $\frac{5}{12}$       ④  $\frac{3}{16}$       ⑤  $\frac{4}{27}$

13. 서로 다른 6개의 물건을 남김없이 서로 다른 3개의 상자에 임의로 분배할 때, 빈 상자가 없도록 분배할 확률은? [4점]

- ①  $\frac{2}{3}$       ②  $\frac{19}{27}$       ③  $\frac{20}{27}$       ④  $\frac{7}{9}$       ⑤  $\frac{22}{27}$

14. 두 곡선  $y=2x^2+6$ ,  $y=-x^2$ 에 모두 접하고 기울기가 양수인 직선  $l$ 이 있다. 직선  $l$ 과 곡선  $y=2x^2+6$ 의 접점을 P, 직선  $l$ 과 곡선  $y=-x^2$ 의 접점을 Q라 할 때, 선분 PQ의 길이는? [4점]

- ①  $2\sqrt{31}$     ②  $8\sqrt{2}$     ③ 12    ④  $5\sqrt{6}$     ⑤  $3\sqrt{17}$

15. 방정식  $|x^2-2x-6|=|x-k|+2$ 가 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 모든 실수  $k$ 의 값의 합은? [4점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

16. 좌표평면에서 원  $x^2+y^2=1$ 과 직선  $y=-\frac{1}{2}$ 이 만나는 점을 A, B라 하자. 점  $P(0, t)$  ( $t \neq -\frac{1}{2}$ )에 대하여 다음 조건을 만족시키는 점 C의 개수를  $f(t)$ 라 하자.

- (가) C는 A나 B가 아닌 원 위의 점이다.  
 (나) A, B, C를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이는 A, B, P를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이와 같다.

$f(a) + \lim_{t \rightarrow a^-} f(t) = 5$ 이고  $\lim_{t \rightarrow 0^-} f(t) = b$ 일 때,  $a+b$ 의 값은?

[4점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

17.  $a_1 = \frac{9}{8}$ 이고 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \frac{9}{8} \left( \frac{9}{8} + 9 \right) \left( \frac{9}{8} + 9 + 9^2 \right) \cdots \left( \frac{9}{8} + 9 + 9^2 + \cdots + 9^n \right)$$

이라 하자.  $\sum_{k=1}^{10} \frac{\log a_k}{k} = \log A$ 일 때,  $A$ 의 값은? [5점]

- ①  $\frac{3^{65}}{2^{30}}$     ②  $\frac{3^{60}}{2^{25}}$     ③  $\frac{2^{65}}{3^{30}}$     ④  $\frac{2^{60}}{3^{25}}$     ⑤  $\frac{3^{60}}{2^{30}}$

18. 실수  $x, y$ 에 대하여

$$\sqrt{4+y^2} + \sqrt{x^2+y^2-4x-4y+8} + \sqrt{x^2-10x+29}$$

의 최솟값은? [5점]

- ①  $\sqrt{29}$     ②  $\sqrt{33}$     ③  $\sqrt{37}$     ④  $\sqrt{41}$     ⑤  $3\sqrt{5}$

19. 함수  $f(x) = x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 8x + 1$ 과 이차함수  $g(x)$ 는 어떤 실수  $\alpha$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $f(\alpha) = g(\alpha)$ ,  $f'(\alpha) = g'(\alpha)$   
 (나)  $f(\alpha+1) = g(\alpha+1)$ ,  $f'(\alpha+1) = g'(\alpha+1)$

두 곡선  $y=f(x)$ 와  $y=g(x)$ 로 둘러싸인 영역의 넓이를  $S_1$ , 곡선  $y=g(x)$ 와  $x$ 축으로 둘러싸인 영역의 넓이를  $S_2$ 라 할 때,  $\frac{S_2}{S_1}$ 의 값은? [5점]

- ① 20    ② 25    ③ 30    ④ 35    ⑤ 40

20. 두 수  $a, b$ 가

$$a = \sum_{k=1}^{100} \frac{1}{2k(2k-1)}$$

$$b = \sum_{k=1}^{100} \frac{1}{(100+k)(201-k)}$$

일 때,  $\left\lfloor \frac{a}{b} \right\rfloor$ 의 값은? (단,  $\lfloor x \rfloor$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [5점]

- ① 150    ② 152    ③ 154    ④ 156    ⑤ 158

[21~25] 각 문항의 답을 답안지에 기재하시오.

21.  $60^a = 5$ ,  $60^b = 6$ 일 때,  $12^{\frac{2a+b}{1-a}}$ 의 값을 구하시오. [3점]

22. 실수  $x, y, z$ 가

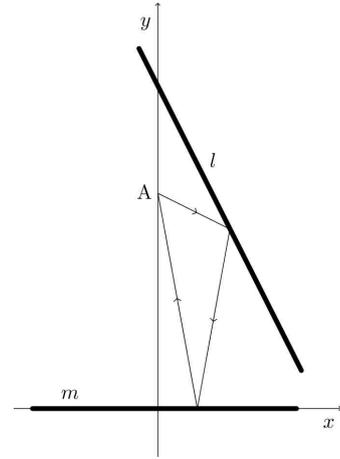
$$x + y + z = 5, \quad x^2 + y^2 + z^2 = 15, \quad xyz = -3$$

을 만족시킬 때,  $x^5 + y^5 + z^5$ 의 값을 구하시오. [4점]

23. 다음 조건을 만족시키며 6일 동안 친구  $A, B, C$ 를 초대하는 방법의 수를 구하시오. [4점]

- (가) 매일  $A, B, C$  중 1명을 초대한다.  
 (나) 어떤 친구도 3번 넘게 초대하지 않는다.

24. 좌표평면에서 직선  $2x + y = k (k > 0)$ 를 따라 거울  $l$ ,  $x$ 축을 따라 거울  $m$ 이 놓여 있다. 점  $A(0,1)$ 에서 거울  $l$ 을 향해 쏜 빛은  $l$ 과  $m$ 에 차례로 반사되어 점  $A$ 로 되돌아 왔다. 빛이 이동한 거리가  $\sqrt{5}$ 일 때,  $10k$ 의 값을 구하시오. [4점]



25. 정수  $d$ 는 다음 조건을 만족시키는 등차수열  $\{a_n\}$ 의 공차이다.

(가)  $a_1 = -2016$

(나)  $\sum_{k=n}^{2n} a_k = 0$ 인 자연수  $n$ 이 존재한다.

모든  $d$ 의 합을  $k$ 라 할 때,  $k$ 를 1000으로 나눈 나머지를 구하시오. [5점]

※ 확인사항

▷ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입·표기했는지 확인하시오.



# 2018학년도 경찰대학 1차시험 (수 학)

※ 총 6쪽 25문항(3점 5문항, 4점 15문항, 5점 5문항)입니다.

[1~20] 각 문항의 답을 하나만 고르시오.

1.  $\frac{1}{2\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{121\sqrt{120}+120\sqrt{121}}$  의 값은? [3점]

- ①  $\frac{9}{10}$
- ②  $\frac{10}{11}$
- ③  $\frac{11}{10}$
- ④  $\frac{12}{11}$
- ⑤  $\frac{6}{5}$

2.  $a^2 + b^2 = 4$  인 복소수  $z = a + bi$  에 대하여  $\frac{i}{z-1}$  가 양의 실수일 때,  $z^2$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 실수이다.) [3점]

- ①  $-2 + 2\sqrt{3}i$
- ②  $2 + 2\sqrt{3}i$
- ③  $2 - 2\sqrt{3}i$
- ④  $2\sqrt{3} + 2i$
- ⑤  $2\sqrt{3} - 2i$

3. 입학정원이 35명인 A학과는 올해 대학수학능력시험 4개 영역 표준점수의 총합을 기준으로 하여 성적순에 의하여 신입생을 선발한다. 올해 A학과에 지원한 수험생이 500명이고 이들의 성적은 평균 500점, 표준편차 30점인 정규분포를 따른다고 할 때, A학과에 합격하기 위한 최저점수를 아래 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.19
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48
2.5	0.49

- ① 530
- ② 535
- ③ 540
- ④ 545
- ⑤ 550

4. 직선  $y = \frac{1}{2}(x+1)$  위에 두 점  $A(-1, 0)$ 과  $P\left(t, \frac{t+1}{2}\right)$ 이 있다. 점  $P$ 를 지나고 직선  $y = \frac{1}{2}(x+1)$ 에 수직인 직선이  $y$ 축과 만나는 점을  $Q$ 라 할 때,  $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\overline{AQ}}{\overline{AP}}$ 의 값은? [3점]

- ①  $\sqrt{3}$
- ② 2
- ③  $\sqrt{5}$
- ④  $\sqrt{6}$
- ⑤  $\sqrt{7}$

5. 10 이하인 세 자연수  $a, b, c$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{c^n + b^n}{a^{2n} + b^{2n}} = 1$$

을 만족시키는 순서쌍  $(a, b, c)$ 의 개수는? [4점]

- ① 5      ② 7      ③ 9      ④ 12      ⑤ 15

6. 양수  $a, b$ 가  $ab + a + 2b = 7$ 을 만족시킬 때,  $ab$ 의 최댓값은? [4점]

- ①  $6 - 2\sqrt{2}$       ②  $8 - 2\sqrt{2}$       ③  $9 - 4\sqrt{2}$   
 ④  $11 - 6\sqrt{2}$       ⑤  $13 - 8\sqrt{2}$

7. 다항식  $x^{10} + x^5 + 3$ 을

$$x^2 + x + 1, \quad x^2 - x + 1, \quad (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$$

로 나눈 나머지를 각각  $r_1(x), r_2(x), r_3(x)$ 라 할 때,  
 $r_1(x)r_2(x)r_3(x)$ 를  $x-1$ 로 나눈 나머지는? [4점]

- ① -4      ② -2      ③ 2      ④ 4      ⑤ 6

8. 두 점  $O(0, 0), A(3, 0)$ 에 대하여 점  $P$ 가 곡선  $y = 2x^2$  위를 움직일 때,  $\overline{OP}^2 + \overline{AP}^2$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 7      ②  $\frac{15}{2}$       ③ 8      ④  $\frac{17}{2}$       ⑤ 9

9. 함수  $y = \frac{1}{x+1}$ 의 그래프와 직선  $y = mx + n (m < 0)$ 이 한 점에서 만나고, 그 만나는 점은 제 1사분면에 있다. 직선  $y = mx + n$ 이  $x$ 축과 만나는 점을  $A$ ,  $y$ 축과 만나는 점을  $B$ 라 할 때, 삼각형  $OAB$ 의 넓이가 1이다.  $m+n$ 의 값은? (단,  $m, n$ 은 상수이고,  $O$ 는 원점이다.) [4점]

- ①  $2(3 - 4\sqrt{2})$       ②  $2(3\sqrt{2} - 4)$       ③  $2(4\sqrt{2} - 3)$   
 ④  $3\sqrt{2} - 4$       ⑤  $4\sqrt{2} - 3$

10. 실수  $p$ 에 대하여 이차방정식  $x^2 - 2px + p - 1 = 0$ 의 두 실근을  $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 라 할 때,  $\int_{\alpha}^{\beta} |x-p| dx$ 의 최솟값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{2}{3}$       ⑤  $\frac{3}{4}$

11. 두 점  $A(0, -4)$ ,  $B(3, 0)$ 과 연립부등식  $\begin{cases} y \leq 1-x^2 \\ y \geq x^2-1 \end{cases}$ 의 영역에 속하는 점  $P(x, y)$ 에 대하여 삼각형  $ABP$ 의 넓이의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 하자.  $M - m$ 의 값은? [4점]

- ① 3      ②  $\frac{11}{3}$       ③  $\frac{13}{3}$       ④ 5      ⑤  $\frac{17}{3}$

12. 720의 모든 양의 약수를  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{30}$ 이라고 할 때,  $\sum_{k=1}^{30} \log_2 a_k$ 의 값은? (단,  $\log_{10} 2 = 0.30$ ,  $\log_{10} 3 = 0.48$ 로 계산한다.) [4점]

- ① 140      ② 143      ③ 146      ④ 149      ⑤ 152

13. 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 각각 적힌 5개의 공을 모두 3개의 상자  $A, B, C$ 에 넣으려고 한다. 각 상자에 놓여진 공에 적힌 수의 합이 11 이하가 되도록 공을 상자에 넣는 방법의 수는? (단, 빈 상자의 경우에는 놓여진 공에 적힌 수의 합을 0으로 생각한다.) [4점]

- ① 190      ② 195      ③ 200      ④ 205      ⑤ 210

14. 홀수의 눈이 나올 때까지 주사위를 던지는 시행을 반복한다. 10회 이하에서 1의 눈이 나와 시행을 멈출 확률은? [4점]

- ①  $\frac{335}{1024}$       ②  $\frac{337}{1024}$       ③  $\frac{339}{1024}$   
 ④  $\frac{341}{1024}$       ⑤  $\frac{343}{1024}$

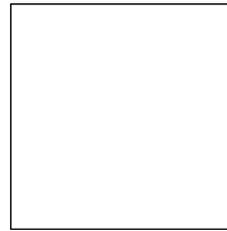
15. 방정식  $2x^2 = x + 3[x]$ 의 실근의 개수를  $p$ , 모든 실근의 합을  $q$ 라 할 때,  $pq$ 의 값은? (단,  $[x]$ 는  $x$ 를 넘지 않는 최대 정수이다.) [4점]

- ① 12      ② 13      ③ 14      ④ 15      ⑤ 16

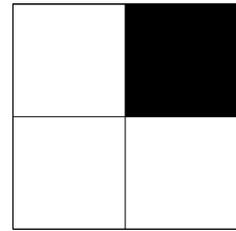
16. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 흰색 정사각형  $R_0$ 을 사등분하여 오른쪽 위의 한 정사각형을 검은색으로 칠한 전체 도형을  $R_1$ 이라 하고,  $R_1$ 의 검은 부분의 넓이를  $S_1$ 이라 하자.

$R_1$ 의 각 정사각형을 사등분하여 얻은 도형이  $\begin{array}{|c|c|} \hline \square & \blacksquare \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}$ 이면  $\begin{array}{|c|c|} \hline \blacksquare & \blacksquare \\ \hline \blacksquare & \square \\ \hline \end{array}$ 으로,  $\begin{array}{|c|c|} \hline \blacksquare & \square \\ \hline \blacksquare & \square \\ \hline \end{array}$ 이면  $\begin{array}{|c|c|} \hline \blacksquare & \blacksquare \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}$ 으로 모두 바꾼 후 얻은 전체 도형을  $R_2$ 라 하고,  $R_2$ 의 검은 부분의 넓이를  $S_2$ 라 하자.

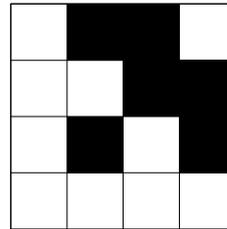
이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 전체 도형  $R_n$ 의 검은 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $S_{10}$ 의 값은? [4점]



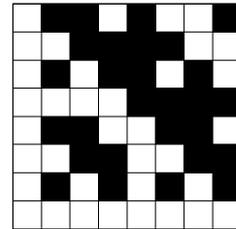
$R_0$



$R_1$



$R_2$



$R_3$

...

- ①  $\frac{257}{512}$       ②  $\frac{511}{1024}$       ③  $\frac{513}{1024}$   
 ④  $\frac{1023}{2048}$       ⑤  $\frac{1025}{2048}$

17. 음이 아닌 정수  $n$ 에 대하여 최고차항의 계수가 1인  $n$ 차 다항함수  $P_n(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $P_0(x) = 1, P_1(x) = x$

(나) 음이 아닌 서로 다른 정수  $m, n$ 에 대하여

$$\int_{-1}^1 P_m(x)P_n(x)dx = 0$$

$\int_0^1 P_3(x)dx$ 의 값은? [5점]

- ①  $-\frac{1}{20}$     ②  $-\frac{1}{10}$     ③  $\frac{1}{5}$     ④  $\frac{1}{10}$     ⑤  $\frac{1}{20}$

18. 함수

$$f(x) = [x] + \left[x + \frac{1}{100}\right] + \left[x + \frac{2}{100}\right] + \dots + \left[x + \frac{99}{100}\right]$$

에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?  
(단,  $[x]$ 는  $x$ 를 넘지 않는 최대 정수이다.) [5점]

<보 기>

ㄱ.  $f\left(\frac{4}{3}\right) = 133$

ㄴ. 자연수  $n$ 에 대하여  $f\left(x + \frac{n}{2}\right) = f(x) + 50n$

ㄷ. 자연수  $n$ 에 대하여  $\frac{n}{100} \leq x < \frac{n+1}{100}$  일 때,

$$f(f(x)-1) = nf(x)-1$$

을 만족시키는 자연수  $n$ 의 개수는 1이다.

- ① ㄴ    ② ㄷ    ③ ㄱ, ㄴ    ④ ㄱ, ㄷ    ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 첫째항이 1이고 공비가  $r(r > 0)$ 인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

함수  $f(x) = \sum_{n=1}^{17} |x - a_n|$ 은  $x = 16$ 에서 최솟값을 갖는다.

그 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $rm$ 의 값은? [5점]

- ①  $15(30 + 31\sqrt{2})$     ②  $15(31 + 30\sqrt{2})$     ③  $15(31 - 15\sqrt{2})$   
④  $30(31 - 15\sqrt{2})$     ⑤  $30(31 + 15\sqrt{2})$

20. 미분가능한 함수  $f(x), g(x)$ 가

$$f(x+y) = f(x)g(y) + f(y)g(x), \quad f(1) = 1$$

$$g(x+y) = g(x)g(y) + f(x)f(y), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)-1}{x} = 0$$

을 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [5점]

<보 기>

ㄱ.  $f'(x) = f'(0)g(x)$

ㄴ.  $g(x)$ 는  $x=0$ 에서 극솟값 1을 갖는다.

ㄷ.  $\{g(x)\}^2 - \{f(x)\}^2 = 1$

- ① ㄴ    ② ㄷ    ③ ㄱ, ㄴ    ④ ㄱ, ㄷ    ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[21~25] 각 문항의 답을 답안지에 기재하시오.

21.  $\log_m 2 = \frac{n}{100}$  을 만족시키는 자연수의 순서쌍  $(m, n)$  의 개수를 구하시오. [3점]

22. 수열  $\{a_n\}$  이

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{a_n}{a_n + 1} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킬 때,  $A = \sum_{k=1}^9 a_k a_{k+1}$ ,  $B = \sum_{k=1}^9 \frac{1}{a_k a_{k+1}}$  이라 하자.

$AB$ 의 값을 구하시오. [4점]

23. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에서 집합  $X$ 로의 함수  $f(x)$ 가

$$(f \circ f \circ f)(x) = x$$

를 만족시킬 때, 함수  $f$ 의 개수를 구하시오. [4점]

24.  $1 \leq k < l < m \leq 10$ 인 세 자연수  $k, l, m$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 의 도함수  $f'(x)$ 가

$$f'(x) = (x+1)^k x^l (x-1)^m$$

일 때,  $x=0$ 에서  $f(x)$ 가 극댓값을 갖도록 하는 순서쌍  $(k, l, m)$ 의 개수를 구하시오. [4점]

25. 함수  $f(x) = (x-1)^4(x+1)$ 에 대하여 이차함수  $g(x), h(x)$ 가

$$f(x) = g(x) + \int_0^x (x-t)^2 h(t) dt$$

를 만족시킬 때,  $g(2) + h(2)$ 의 값을 구하시오. [5점]

※ 확인사항

▷ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입·표기했는지 확인하시오.



# 2019학년도 경찰대학 1차 시험 (수 학)

※ 총 8쪽 25문항(3점 5문항, 4점 15문항, 5점 5문항)입니다.

[1~20] 각 문항의 답을 하나만 고르시오.

1. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_1 + a_3 = 10$ ,  $a_6 + a_8 = 40$ 일 때,  
 $a_{10} + a_{12} + a_{14} + a_{16}$ 의 값은? [3점]

- ① 149      ② 152      ③ 155      ④ 158      ⑤ 161

2. 세 정수  $a, b, c$ 에 대하여

$$1 \leq a \leq |b| \leq |c| \leq 7$$

을 만족시키는 모든 순서쌍  $(a, b, c)$ 의 개수는? [3점]

- ① 300      ② 312      ③ 324      ④ 336      ⑤ 348

3. 명제 ' $x^2 - x - 6 \leq 0$ 인 어떤 실수  $x$ 에 대하여

$x^2 - 2x + k \leq 0$ 이다.'가 거짓일 때, 정수  $k$ 의 최솟값은? [3점]

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

4. 양의 실수  $x, y$ 가  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ 을 만족시킬 때,  $(3x+2y)^2$ 의  
최댓값은? [3점]

- ① 36      ② 48      ③ 60      ④ 72      ⑤ 84

5. 전체집합  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여  $A = \{1, 2, 3\}$ 일 때,  $n(A \cap B) \leq 2$ 를 만족시키는 집합  $B$ 의 개수는? [4점]

- ① 22      ② 24      ③ 26      ④ 28      ⑤ 30

6. 세 양수  $a, b, c$ 에 대하여

$$\begin{cases} \log_{ab} 3 + \log_{bc} 9 = 4 \\ \log_{bc} 3 + \log_{ca} 9 = 5 \\ \log_{ca} 3 + \log_{ab} 9 = 6 \end{cases}$$

이 성립할 때,  $abc$ 의 값은? [4점]

- ① 1      ②  $\sqrt{3}$       ③ 3      ④  $3\sqrt{3}$       ⑤ 9

7. 이차함수  $f(x) = x^2 - 4x + 7$ 의 그래프 위에 두 점  $A(1, 4)$ ,  $B(6, 19)$ 가 있다. 직선  $AB$ 와 평행하고 포물선  $y = f(x)$ 에 접하는 직선이 두 직선  $x = 1, x = 6$ 과 만나는 점을 각각  $D, C$ 라 할 때, 평행사변형  $ABCD$ 의 넓이는? [4점]

- ① 30      ②  $\frac{125}{4}$       ③  $\frac{65}{2}$       ④  $\frac{135}{4}$       ⑤ 35

8. 주머니  $A$ 에는 1, 2, 3, 4의 숫자가 각각 하나씩 적힌 4장의 카드가 들어있고 주머니  $B$ 에는 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 각각 하나씩 적힌 5개의 공이 들어있다. 주머니  $A$ 에서 임의로 한 장의 카드를 꺼내고 주머니  $B$ 에서 임의로 하나의 공을 꺼낼 때 나오는 두 자연수 중 작지 않은 수를 확률변수  $X$ 라 하자. 이때,  $E(X)$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{13}{4}$       ②  $\frac{7}{2}$       ③  $\frac{15}{4}$       ④ 4      ⑤  $\frac{17}{4}$

9. 함수  $f(x) = (x-1)^3 + (x-1)$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때,

$\int_2^{10} g(x)dx$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{51}{4}$       ②  $\frac{59}{4}$       ③  $\frac{67}{4}$       ④  $\frac{75}{4}$       ⑤  $\frac{83}{4}$

10. 곡선  $y = x^2 - 8x + 17$  위의 점  $P(t, t^2 - 8t + 17)$ 에서의 접선이  $y$ 축과 만나는 점을 Q, 점 P를 지나고  $x$ 축에 평행한 직선이  $y$ 축과 만나는 점을 R라 하고 삼각형 PQR의 넓이를  $S(t)$ 라 하자.  $1 \leq t \leq 3$ 일 때,  $S(t)$ 가 최대가 되는  $t$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{4}{3}$       ②  $\frac{5}{3}$       ③ 2      ④  $\frac{7}{3}$       ⑤  $\frac{8}{3}$

11. 백인 80%, 흑인 10%, 동양인 10%의 세 인종의 주민으로 구성된 지역에서 범죄 사건이 일어났다. 목격자는 '범인은 동양인'이라고 진술하였지만 가까이서 정확히 범인의 얼굴을 본 것은 아니고 CCTV도 없었다. 어두워지기 시작하는 저녁 무렵에 벌어진 사건임을 감안하여 수사관은 목격자 진술의 신빙성을 알아볼 필요가 있다고 판단하여 비슷한 조건에서 많은 테스트를 해 보았다. 그 결과 목격자가 인종을 옳게 판단할 확률은 모든 인종에 대해 동일하게 0.9였고, 인종을 잘못 판단하는 경우에는 백인을 동양인으로, 흑인을 동양인으로 판단하였다고 한다. 목격자가 동양인이라고 진술한 범인이 실제로 동양인일 확률은? [4점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{2}{3}$       ③  $\frac{3}{4}$       ④  $\frac{4}{5}$       ⑤  $\frac{5}{6}$

12. 함수  $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$  ( $b-ac \neq 0, c < 0$ )의 그래프와 직선  $y=x+1$ 의 두 교점이  $P(0, 1), Q(3, 4)$ 이다. 두 점  $P, Q$ 와 곡선  $y=f(x)$  위의 다른 두 점  $R, S$ 를 꼭짓점으로 하는 직사각형 PQRS의 넓이가 30일 때,  $f(-2)$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{2}{3}$       ⑤  $\frac{5}{6}$

13. 자연수  $p$ 에 대하여 수열  $\{a_n\}$ 의 일반항이  $a_n = \frac{(n!)^4}{(pn)!}$ 이다.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{a_{n+1}} = \alpha$  ( $\alpha$ 는 0이 아닌 상수)일 때,  $\log_2 \alpha$ 의 값은? [4점]

- ① 0      ② 2      ③ 4      ④ 6      ⑤ 8

14. 원 위에 일정한 간격으로 8개의 점이 놓여있다. 이 중 세 개의 점을 연결하여 삼각형을 만들 때, 이 삼각형이 둔각삼각형일 확률은? [4점]

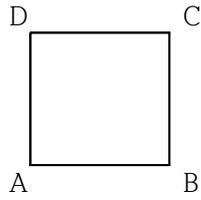
- ①  $\frac{2}{7}$       ②  $\frac{5}{14}$       ③  $\frac{3}{7}$       ④  $\frac{1}{2}$       ⑤  $\frac{4}{7}$

15. 1부터 9까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 9개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 수  $a, b, c, d$ 가 다음 조건을 만족시킬 확률은? [4점]

(가)  $a+b+c+d$ 는 홀수이다.  
 (나)  $a \times b \times c \times d$ 는 15의 배수이다.

- ①  $\frac{4}{21}$       ②  $\frac{3}{14}$       ③  $\frac{5}{21}$       ④  $\frac{11}{42}$       ⑤  $\frac{2}{7}$

16. 양의 실수  $t$ 에 대하여 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD 위의 점  $P_0, P_1, P_2, P_3, \dots$ 은 다음과 같은 규칙을 따라 정해진다.



(규칙1)  $P_0 = A$

(규칙2) 자연수  $n$ 에 대해 점  $P_{n-1}$ 에서 점  $P_n$ 까지 정사각형 ABCD의 변을 반시계방향으로 따라 가는 경로의 길이는  $t^{n-1}$ 이다.

다음을 만족시키는 실수  $k$ 의 최솟값은? [4점]

$k < t < \frac{39}{40}$ 인  $t$ 에 의해 정해지는 점  $P_0, P_1, P_2, P_3, \dots$  중에서 무수히 많은 점들이 변 DA 위에 있다.

- ①  $\frac{30}{31}$     ②  $\frac{32}{33}$     ③  $\frac{34}{35}$     ④  $\frac{36}{37}$     ⑤  $\frac{38}{39}$

17. 곡선  $y = x^3 + 1$ 에 대하여 곡선 밖의 점  $(a, b)$ 에서 곡선에 그은 접선의 개수가 3일 때, 점  $(a, b)$ 가 나타내는 영역의 넓이는? (단,  $0 \leq a \leq 1$ ) [5점]

- ①  $\frac{1}{4}$     ②  $\frac{1}{3}$     ③  $\frac{1}{2}$     ④  $\frac{2}{3}$     ⑤  $\frac{3}{4}$

18. 함수  $f(x) = [4x] - [6x] + \left[\frac{x}{2}\right] - \left[\frac{x}{4}\right]$ 가  $x = a$ 에서 불연속이 되는 실수  $a$  ( $0 < a < 5$ )의 개수는? (단,  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [5점]

- ① 30    ② 31    ③ 32    ④ 33    ⑤ 34

19. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x(x^{2n} - x^{-2n})}{x^{2n} + x^{-2n}} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$

에 대하여 방정식  $f(x) = (x-k)^2$ 의 서로 다른 실근의 개수가 3인 실수  $k$ 의 범위는  $a < k < b$ 이다. 상수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값은? [5점]

- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{2}{3}$       ⑤  $\frac{3}{4}$

20. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $X$ 로의 함수 중에서 다음 조건을 만족시키는 함수  $f$ 의 개수는? [5점]

$$\{(f \circ f)(x) \mid x \in X\} \cup \{4, 5\} = X$$

- ① 402      ② 424      ③ 438      ④ 456      ⑤ 480

[21~25] 각 문항의 답을 답안지에 기재 하시오.

21.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3} \{(n+3)^2 + (n+6)^2 + \dots + (n+3n)^2\}$ 의 값을 구 하시오.  
[3점]

22. 각 항이 양수인 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 할 때  $S_n + S_{n+1} = (a_{n+1})^2$ 이 성립한다.  
 $a_1 = 10$ 일 때,  $a_{10}$ 의 값을 구 하시오. [4점]

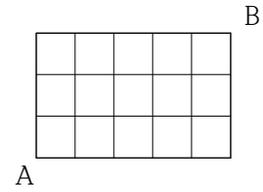
23. 부등식  $10^{10} \leq 2^x 5^y$ 을 만족시키는 양의 실수  $x, y$ 에 대하여  $x^2 + y^2$ 의 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $m$ 의 정수부분을 구 하시오. (단,  $\log 2 = 0.3, \log 5 = 0.7$ 로 계산한다.) [4점]

24. 다항함수  $g(x)$ 와 자연수  $k$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 가 다음과 같다.

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & (x \leq 0) \\ g(x) & (0 < x < 2) \\ k(x-2)+1 & (x \geq 2) \end{cases}$$

함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여 미분가능하도록 하는 가장 낮은 차수의 다항함수  $g(x)$ 에 대하여  $\frac{1}{4} < g(1) < \frac{3}{4}$ 일 때,  $k$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 그림과 같이 인접한 교차로 사이의 거리가 모두 1인 바둑판 모양의 도로가 있다. A지점에서 B지점까지의 최단 경로 중에서 가로 또는 세로의 길이가 3 이상인 직선 구간을 포함하는 경로의 개수를 구하시오. [5점]



※ 확인사항

▷ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입·표기했는지 확인하시오.



# 2020학년도 경찰대학 1차 시험 (수 학)

※ 총 8쪽 25문항(3점 5문항, 4점 15문항, 5점 5문항)입니다.

[1~20] 각 문항의 답을 하나만 고르시오.

1. 실수  $x$ 에 대하여  $2^{3x} = 9$ 일 때,  $3^{\frac{2}{x}}$ 의 값은? [3점]

- ① 4
- ② 8
- ③ 16
- ④ 32
- ⑤ 64

2.  $x > 1$ 일 때,  $\log_x 1000 + \log_{100} x^4$ 이  $x = a$ 에서 최솟값  $m$ 을 갖는다.  $\log_{10} a^m$ 의 값은? [3점]

- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

3. 실수  $x$ 에 대하여  $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n+1} - 2x^{2n} + 1}{x^{2n+2} + x^{2n} + 1}$ 일 때,

$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = a, \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = b$ 라 하자.  $\frac{b}{a+2}$ 의 값은? [3점]

- ①  $-\frac{1}{4}$
- ②  $-\frac{1}{2}$
- ③  $\frac{1}{2}$
- ④ 2
- ⑤ 4

4.  $\sum_{k=308}^{400} {}_{400}C_k \left(\frac{4}{5}\right)^k \left(\frac{1}{5}\right)^{400-k}$ 의 값을 아래 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.6826
- ② 0.7745
- ③ 0.8664
- ④ 0.9332
- ⑤ 0.9772

5. 자연수  $k$ 에 대하여  $a_k = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^{n+1}}{5^n k + 4k^{n+1}}$  이라 할 때,

$\sum_{k=1}^{10} k a_k$ 의 값은? [4점]

- ① 16      ② 20      ③ 21      ④ 25      ⑤ 50

6. 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서  $A$ 로의 함수 중에서

$$f(1) - 1 = f(2) - 2 = f(3) - 3$$

을 만족하는 함수  $f$ 의 개수는? [4점]

- ① 25      ② 50      ③ 75      ④ 100      ⑤ 125

7. 실수  $t$ 에 대하여  $f(x) = x + t$ 라 할 때, 직선  $y = f(x)$ 가 곡선  $y = |x^2 - 4|$ 와 만나는 점의 개수를  $g(t)$ 라 하자.

함수  $y = g(x)$ 의 그래프와 직선  $y = \frac{x}{2} + 2$ 가 만나는

점의 개수는? [4점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

8. 전체집합  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여  $A - B = \{1\}$ 을 만족하는 모든 순서쌍  $(A, B)$ 의 개수는?

[4점]

- ① 81      ② 87      ③ 93      ④ 99      ⑤ 105

9. 다항함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$\int_0^x (x-t)^2 f'(t) dt = \frac{3}{4}x^4 - 2x^3$$

을 만족한다.  $f(0)=1$ 일 때,  $\int_0^1 f(x)dx$ 의 값은? [4점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④  $-\frac{1}{2}$       ⑤  $-\frac{1}{3}$

10. 네 정수  $a, b, c, d$ 에 대하여  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 17$ 을

만족하는  $a, b, c, d$ 의 모든 순서쌍  $(a, b, c, d)$ 의 개수는? [4점]

- ① 124      ② 144      ③ 164      ④ 184      ⑤ 204

11. 삼차함수  $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 가  $0 \leq x \leq 1$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여  $|P'(x)| \leq 1$ 을 만족할 때,  $a$ 의 최댓값은?

(단,  $a, b, c, d$ 는 실수이다.) [4점]

- ①  $\frac{4}{3}$       ②  $\frac{5}{3}$       ③ 2      ④  $\frac{7}{3}$       ⑤  $\frac{8}{3}$

12. 두 실수  $a, b$ 와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} a & (x < -1) \\ |f(x)| & (-1 \leq x \leq 5) \\ b & (x > 5) \end{cases}$$

라 하자.  $g(x)$ 가  $x=-1, x=5$ 에서 미분가능할 때,

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

————— <보기> —————

ㄱ.  $f(x)$ 는  $x=-1$ 에서 극댓값을 갖는다.

ㄴ.  $f(9)=0$ 이면  $a > b$ 이다.

ㄷ.  $a=b$ 이면  $f(0)=46$ 이다.

- ① ㄱ      ② ㄴ      ③ ㄱ, ㄷ  
④ ㄴ, ㄷ      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 한 개의 주사위를 세 번 던질 때, 나온 눈의 수를 차례로  $a, b, c$ 라 하고, 함수  $f(x)$ 를
- $$f(x) = (a-3)(x^2 + 2bx + c)$$
- 로 정의하자. 함수  $g(x) = \begin{cases} 1 & (x > 0) \\ 0 & (x \leq 0) \end{cases}$ 에 대하여 합성함수  $(g \circ f)(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 확률은? [4점]
- ①  $\frac{17}{72}$     ②  $\frac{7}{24}$     ③  $\frac{25}{72}$     ④  $\frac{29}{72}$     ⑤  $\frac{11}{24}$

14. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 와 양수  $a$ 가 다음 조건을 만족할 때,  $a$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수  $t$ 에 대하여  $\int_{a-t}^{a+t} f(x) dx = 0$ 이다.

(나)  $f(a) = f(0)$

(다)  $\int_0^a f(x) dx = 144$

- ①  $2\sqrt{6}$     ②  $3\sqrt{6}$     ③  $4\sqrt{6}$     ④  $5\sqrt{6}$     ⑤  $6\sqrt{6}$

15. 두 곡선  $y = x^3 + 4x^2 - 6x + 5$ ,  $y = x^3 + 5x^2 - 9x + 6$ 이 만나는 점의  $x$ 좌표를  $\alpha, \beta$  ( $\alpha < \beta$ )라 할 때, 곡선  $y = 6x^5 + 4x^3 + 1$ 과 두 직선  $x = \alpha$ ,  $x = \beta$ 와  $x$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는  $a\sqrt{5}$ 이다. 자연수  $a$ 의 값은? [4점]
- ① 160    ② 162    ③ 164    ④ 166    ⑤ 168

16. 사차함수  $f(x) = k(x-1)(x-a)(x-a+1)(x-a+2)$  ( $k > 0$ )이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 사차방정식  $f(x) = 0$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.  
 (나) 함수  $f(x)$ 의 두 극솟값의 곱은 25이다.

두 상수  $a, k$ 에 대하여  $ak$ 의 값은? [4점]

- ① 30      ② 40      ③ 45      ④ 50      ⑤ 60

17. 임의의 두 실수  $x, y$ 에 대하여

$$f(x-y) = f(x) - f(y) + 3xy(x-y)$$

를 만족시키는 다항함수  $f(x)$ 가  $x=2$ 에서 극댓값  $a$ 를 가진다.

$f'(0) = b$ 일 때,  $a-b$ 의 값은? [5점]

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

18. 1부터 12까지의 모든 자연수를 임의로 나열하여

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_{12}$ 라 할 때,

$$|a_1 - a_2| + |a_2 - a_3| + |a_3 - a_4| + \dots + |a_{11} - a_{12}|$$

의 최댓값은? [5점]

- ① 67      ② 68      ③ 69      ④ 70      ⑤ 71

19. 두 실수  $x, y$ 가

$$\log_2(x + \sqrt{2}y) + \log_2(x - \sqrt{2}y) = 2$$

를 만족할 때,  $|x| - |y|$ 의 최솟값은? [5점]

- ①  $\frac{\sqrt{2}}{4}$     ②  $\frac{1}{2}$     ③  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     ④ 1    ⑤  $\sqrt{2}$

20. 두 양수  $a, b$ 가

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \leq 4, (a-b)^2 = 16(ab)^3$$

을 만족할 때,  $a+b$ 의 값은? [5점]

- ① 1    ②  $\sqrt{2}$     ③ 2    ④  $2\sqrt{2}$     ⑤ 4

[21~25] 각 문항의 답을 답안지에 기재하시오.

21. 삼차방정식  $x^3 + ax - 1 = 0$  ( $a > 0$ )의 실근을  $r$ 라 하자.

$$\sum_{n=1}^{\infty} r^{3n-2} = \frac{1}{2} \text{ 일 때, 양수 } a \text{의 값을 구하시오. [3점]}$$

22. 상자  $A$ 에 검은 공 2개와 흰 공 2개가 들어 있고, 상자  $B$ 에 검은 공 1개와 흰 공 3개가 들어 있다. 두 상자  $A, B$  중 임의로 선택한 하나의 상자에서 공을 1개 꺼냈더니 검은 공이 나왔을 때, 그 상자에 남은 공이 모두 흰 공일 확률을  $\frac{q}{p}$ 라 하자.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, 모든 공의 크기와 모양은 같고,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

23. 자연수  $n$ 에 대하여  $\left| n - \sqrt{m - \frac{1}{2}} \right| < 1$ 을 만족하는 자연수  $m$ 의 개수를  $a_n$ 이라 하자.  $\frac{1}{100} \sum_{n=1}^{100} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

24. 자연수  $n$ 에 대하여  $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{2k+1}}$  이라 할 때,  
 $S_{180}$ 의 정수 부분을 구하시오. [4점]

25. 함수  $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} \frac{[x]^2 + x}{[x]} & (1 \leq x < 3) \\ \frac{7}{2} & (x \geq 3) \end{cases}$$

이라 하자. 함수  $f(x)$ 와  $a \geq 3$ 인 실수  $a$ 에 대하여

$$g(a) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(a) + f\left(a - \frac{2}{n}\right) + f\left(a - \frac{4}{n}\right) + \cdots + f\left(a - \frac{2(n-1)}{n}\right)}{n}$$

이라 할 때,  $8 \times g(3)$ 의 값을 구하시오.

(단,  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대 정수이다.) [5점]

※ 확인사항

▷ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입·표기  
 했는지 확인하시오.



# 2021학년도 경찰대학 1차 시험 (수 학)

※ 총 8쪽 25문항(3점 5문항, 4점 15문항, 5점 5문항)입니다.

[1~20] 각 문항의 답을 하나만 고르시오.

1.  $\log_3(\log_{27}x) = \log_{27}(\log_3x)$ 가 성립할 때,  $(\log_3x)^2$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{9}$
- ②  $\frac{1}{27}$
- ③ 3
- ④ 9
- ⑤ 27

2.  $x = \frac{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}{1-\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ 일 때,  $x(x-\sqrt{2})(x-\sqrt{3})$ 의 값은? [3점]

- ①  $2\sqrt{2}+3\sqrt{3}$
- ②  $3\sqrt{2}+2\sqrt{3}$
- ③  $2(\sqrt{2}+\sqrt{3})$
- ④  $3\sqrt{2}+\sqrt{6}$
- ⑤  $\sqrt{6}+2\sqrt{3}$

3. 어느 대학에서 신입생 50명을 모집하는데 5000명이 지원하였다. 지원자 5000명의 입학 시험점수는 평균이 63.7점이고 표준편차가 10점인 정규분포를 따르며, 94.6점 이상인 학생들을 대상으로 장학금을 지급한다고 한다. 아래 표준정규분포표를 이용하여 구한 이 대학에 입학하기 위한 최저 점수를  $a$ 라 하고, 장학금을 받는 학생 수를  $b$ 라 할 때,  $a+b$ 의 값은? [3점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.96	0.475
2.33	0.490
2.75	0.497
3.09	0.499

- ① 92
- ② 94
- ③ 96
- ④ 98
- ⑤ 100

4.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 4$ ,  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)}{x-4} = 2$ 를 만족시키는 다항함수  $f(x)$ 에 대하여 방정식  $f(x) = 0$ 이 구간  $[2, 4]$ 에서 적어도  $m$ 개의 서로 다른 실근을 갖는다.  $m$ 의 값은? [3점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

5. 곡선  $y = x^2 - 1$  위의 점  $(t, t^2 - 1)$ 에서의 접선을  $l$ 이라 하자. 곡선  $y = x^2 - 1$ 과 직선  $l$  및 두 직선  $x = 0, x = 1$ 로 둘러싸인 도형의 넓이의 최솟값은? (단,  $0 < t < 1$ ) [4점]

- ①  $\frac{1}{21}$     ②  $\frac{1}{18}$     ③  $\frac{1}{15}$     ④  $\frac{1}{12}$     ⑤  $\frac{1}{9}$

6. 어느 대학은 방문자가 있을 때 코로나19 발열 검사를 실시하고 그 결과가 정상이면 그날 지정된 색의 종이 밴드를 손목에 채워 들여보낸다. 종이 밴드는 빨간색 밴드, 주황색 밴드, 노란색 밴드, 초록색 밴드, 파란색 밴드가 있고, 그날 사용할 밴드는 전날 사용한 밴드의 색과 다른 한 색을 임의로 선택하여 그 색의 밴드를 사용한다. 첫날 파란색 밴드를 사용하였을 때, 다섯째 날 파란색 밴드를 사용할 확률은? (단, 각각의 밴드의 개수는 충분히 많다.) [4점]

- ①  $\frac{13}{64}$     ②  $\frac{17}{64}$     ③  $\frac{21}{64}$     ④  $\frac{25}{64}$     ⑤  $\frac{29}{64}$

7. 모든 항이 양수이고 공비가 서로 같은 두 등비수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_n b_n = \frac{(a_{n+1})^2 + 4(b_{n+1})^2}{5}$$

를 만족시킬 때, 공비의 최댓값은? [4점]

- ①  $\frac{5\sqrt{5}}{2}$     ②  $\frac{5}{2}$     ③  $\frac{\sqrt{5}}{2}$     ④  $\sqrt{5}$     ⑤ 1

8. 모든 자리의 수의 합이 10인 다섯 자리 자연수 중 숫자 1, 2, 3을 각각 한 번 이상 사용하는 자연수의 개수는? [4점]

- ① 120    ② 132    ③ 146    ④ 158    ⑤ 170

9.  $a_1 = 1$ 인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여  
 $(4 - a_{n+1})(2 + a_n) = 8$   
 을 만족시킬 때,  $\sum_{k=1}^9 \frac{8}{a_k}$ 의 정수 부분은? [4점]
- ① 43      ② 44      ③ 45      ④ 46      ⑤ 47

10.  $n$ 쌍의 부부로 구성된 어느 모임의 모든 사람에게 1, 2, 3  
 중의 한 숫자가 적힌 카드를 한 장씩 임의로 나누어준 후,  
 카드를 받은 사람들이 1, 2, 3 중의 한 숫자를 임의로 적도  
 록 한다. 남편이 적은 수가 아내가 받은 카드에 적힌 수와  
 일치하고, 아내가 적은 수가 남편이 받은 카드에 적힌 수와  
 일치하는 부부에게만 상품을 주기로 한다. 상품을 받는 부  
 부가 2쌍 이하일 확률이  $\frac{57}{32} \left(\frac{8}{9}\right)^n$ 일 때, 자연수  $n$ 의 값은?  
 [4점]
- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

11. 함수  $g(x)$ 와 수열  $\{a_n\}$ 이 음이 아닌 모든 정수  $k$ 와 모든  
 자연수  $m$ 에 대하여  
 $a_1 = 1, a_2 = 3, a_{2k+1} + 2a_m = g(m+k)$   
 를 만족시킬 때,  $\sum_{k=1}^{10} g(k)$ 의 값은? [4점]
- ① 170      ② 180      ③ 190      ④ 200      ⑤ 210

12.  $a > 1$ 인 실수  $a$ 에 대하여 함수  $f(x) = a^{2x} + 4a^x - 2$ 가 구간  
 $[-1, 1]$ 에서 최댓값 10을 갖는다. 구간  $[-1, 1]$ 에서 함수  
 $f(x)$ 의 최솟값은? [4점]
- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $-\frac{1}{4}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $-\frac{1}{2}$       ⑤ 1

13. 곡선  $y = x^3 + 1$  위의 점  $(1, 2)$ 에서의 접선을  $l$ 이라 하자. 중심이  $y$ 축 위에 있는 원이 점  $(1, 2)$ 에서 직선  $l$ 에 접할 때, 이 원의 넓이는? [4점]

- ①  $\frac{5}{9}\pi$     ②  $\frac{8}{9}\pi$     ③  $\pi$     ④  $\frac{10}{9}\pi$     ⑤  $\frac{13}{9}\pi$

14.  $(x - y + 1)^{n+2}$ 의 전개식에서  $x^n y^2$ 의 계수를  $f(n)$ 이라 할 때,

$$\frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(3)} + \dots + \frac{1}{f(2020)} = \frac{a}{b}$$

이다.  $a + b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

- ① 2019    ② 2020    ③ 2021    ④ 2022    ⑤ 2023

15. 함수  $y = 2^x - \sqrt{2}$ 의 그래프 위의 점  $P$ 를 지나고 기울기가  $-1$ 인 직선이  $x$ 축과 만나는 점을  $Q$ 라 하자. 자연수  $n$ 에 대하여  $\overline{PQ} = n$ 일 때, 점  $P$ 의  $x$ 좌표를  $a_n$ 이라 하자.  $\sum_{n=1}^6 a_n$ 의 정수 부분은? (단, 점  $P$ 는 제1사분면에 있다.) [4점]

- ① 10    ② 11    ③ 12    ④ 13    ⑤ 14

16. 점 A(1,0)과 곡선  $y=2-x^2$  위의 점 P에 대하여 선분 AP의 길이를  $k$ 라 하자.  $k^2$ 의 최솟값은? [4점]

- ①  $\frac{5-3\sqrt{3}}{2}$       ②  $\frac{6+\sqrt{3}}{2}$       ③  $\frac{11-6\sqrt{3}}{4}$   
 ④  $\frac{5+3\sqrt{3}}{4}$       ⑤  $\frac{12-5\sqrt{3}}{4}$

17.  $n \geq 2$ 인 자연수  $n$ 에 대하여 직선  $x=n$ 이 함수  $y = \log_{\frac{1}{2}}(2x-m)$ 의 그래프와 한 점에서 만나고, 직선  $y=n$ 이 함수  $y = |2^{-x}-m|$ 의 그래프와 두 점에서 만나도록 하는 모든 자연수  $m$ 의 값의 합을  $a_n$ 이라 하자.  $\sum_{n=5}^{10} \frac{1}{a_n}$ 의 값은? [5점]

- ①  $\frac{1}{10}$       ②  $\frac{1}{20}$       ③  $\frac{1}{30}$       ④  $\frac{1}{40}$       ⑤  $\frac{1}{50}$

18. 두 함수  $f(x)=x^4(x-a)$ ,  $g(x)=k(x-1)(x-b)$ 의 그래프가 직선  $y=x-1$ 에 접한다. 함수  $f(x)$ 의 그래프와  $x$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 함수  $g(x)$ 의 그래프와  $x$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이와 같을 때, 세 상수  $a, b, k$ 에 대하여  $abk$ 의 값은? (단,  $b > 1$ ) [5점]

- ①  $-2-\sqrt{5}$       ②  $-1-\sqrt{5}$       ③  $-\sqrt{5}$   
 ④  $1-\sqrt{5}$       ⑤  $2-\sqrt{5}$

19. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 의 도함수  $f'(x)$ 는  $x=-1$ 에서 최솟값을 갖는다. 방정식

$$|f(x) - f(-3)| = k$$

가 서로 다른 네 실근을 갖도록 하는 실수  $k$ 의 값의 범위는  $0 < k < m$ 이다. 실수  $m$ 의 최댓값은? [5점]

- ① 8      ② 16      ③ 24      ④ 32      ⑤ 40

20.  $\overline{AB}=5$ ,  $\overline{BC}=7$ ,  $\overline{AC}=6$ 인 삼각형  $ABC$ 가 있다. 두 선분  $AB$ ,  $AC$  위에 삼각형  $ADE$ 의 외접원이 선분  $BC$ 에 접하도록 점  $D$ ,  $E$ 를 각각 잡을 때, 선분  $DE$ 의 길이의 최솟값은?

[5점]

- ①  $\frac{64}{15}$       ②  $\frac{81}{20}$       ③ 4      ④  $\frac{121}{30}$       ⑤  $\frac{144}{35}$

[21~25] 각 문항의 답을 답안지에 기재하시오.

21. 자연수  $n$ 에 대하여  $0 \leq x \leq 2\pi$ 에서 방정식  $|\sin nx| = \frac{2}{3}$ 의 서로 다른 실근의 개수를  $a_n$ , 서로 다른 모든 실근의 합을  $b_n$ 이라 할 때,  $a_5 b_6 = k\pi$ 이다. 자연수  $k$ 의 값을 구하시오.

[3점]

22. 두 함수  $f(x) = -x^2 + 4x$ ,  $g(x) = 2x - a$ 에 대하여 함수  $h(x) = \frac{1}{2}\{f(x) + g(x) + |f(x) - g(x)|\}$ 가 극솟값 3을 가질 때,  $\int_0^4 h(x) dx$ 의 값을 구하시오. (단,  $a$ 는 상수이다.) [4점]

23.  $\log_a b = \frac{3}{2}$ ,  $\log_c d = \frac{3}{4}$ 을 만족시키는 자연수  $a, b, c, d$ 에 대하여  $a - c = 19$ 일 때,  $b - d$ 의 값을 구하시오. [4점]

24. 다음 조건을 만족시키는 자연수  $a, b, c, d, e$ 의 모든 순서쌍  $(a, b, c, d, e)$ 의 개수를 구하시오. [4점]

(가)  $ab(c+d+e)=12$

(나)  $a, b, c, d, e$  중에서 적어도 2개는 짝수이다.

25. 좌표평면 위에 5개의 점  $P_1(-2, 1), P_2(-1, 2), P_3(0, 3), P_4(1, 2), P_5(2, 4)$ 가 있다. 점  $P_i (i=1, 2, 3, 4, 5)$ 의  $x$ 좌표를  $x_i, y$ 좌표를  $y_i$ 라 할 때,  $\sum_{i=1}^5 (ax_i + b - y_i)^2$ 의 값이 최소가 되도록 하는 두 실수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값을 구하시오.

[5점]

※ 확인사항

▷ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입·표기했는지 확인하시오.

※ 총 8쪽 25문항(3점 5문항, 4점 15문항, 5점 5문항)입니다.  
[1~20] 각 문항의 답을 하나만 고르시오.

1. 두 양수  $a, b$ 가

$$\log_b a + \log_a b = \frac{26}{5}, ab = 27$$

을 만족시킬 때,  $a^2 + b^2$ 의 값은? (단,  $a \neq 1, b \neq 1$ ) [3점]

- ① 240      ② 242      ③ 244      ④ 246      ⑤ 248

2. 삼각형 ABC에서 선분 BC의 길이가 3이고

$$4\cos^2 A - 5\sin A + 2 = 0$$

일 때, 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이는? [3점]

- ①  $\frac{3}{2}$       ② 2      ③  $\frac{5}{2}$       ④ 3      ⑤  $\frac{7}{2}$

3. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t (t \geq 0)$ 에서의 속도  $v(t)$ 가

$$v(t) = at^2 + bt \quad (a, b \text{는 상수})$$

이다. 시각  $t=1, t=2$ 일 때, 점 P의 속도가 각각 15, 20이다.  
시각  $t=1$ 에서  $t=5$ 까지 점 P가 움직인 거리는? [3점]

- ①  $\frac{166}{3}$       ② 56      ③  $\frac{170}{3}$       ④  $\frac{172}{3}$       ⑤ 58

4. 다항함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $f(2)$ 의 값은?  
(단,  $a$ 는 0이 아닌 상수이다.) [3점]

(가)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - ax^2}{2x^2 + 1} = \frac{1}{2}$   
(나)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2 - ax} = 2$

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

5. 두 양수  $a, b$ 에 대하여  $0 \leq \log_2 a \leq 2, 0 \leq \log_2 b \leq 2$ 이고  $\log_2(a+b)$ 가 정수일 때, 두 점  $(4, 2)$ 와  $(a, b)$  사이의 거리의 최솟값을  $m$ , 최댓값을  $M$ 이라 하자.  $m^2 + M^2$ 의 값은? [4점]

- ① 12      ② 14      ③ 16      ④ 18      ⑤ 20

6. 모든 항이 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = 2a_4, \quad a_3^{\log_2 3} = 27$$

일 때, 집합  $\left\{n \mid \log_4 a_n - \log_2 \frac{1}{a_n} \text{은 자연수}\right\}$ 의 모든 원소의 개수는? [4점]

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

7. 실수  $k$ 에 대하여 함수  $f(x) = x^3 + kx^2 + (2k-1)x + k+3$ 의 그래프가  $k$ 의 값에 관계없이 항상 점  $P$ 를 지난다.

곡선  $y = f(x)$  위의 점  $P$ 에서의 접선이 곡선  $y = f(x)$ 와 오직 한 점에서 만난다고 할 때,  $k$ 의 값은? [4점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

8. 자연수  $n$ 과  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^3}{x^2} = 2$ 인 다항함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 가

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{f(x)} & (f(x) \neq 0) \\ \frac{1}{n} & (f(x) = 0) \end{cases}$$

이다.  $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는  $n$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 7      ② 8      ③ 9      ④ 10      ⑤ 11

9. 삼차함수  $f(x) = x^3 + x^2$  의 그래프 위의 두 점  $(t, f(t))$  와  $(t+1, f(t+1))$  에서의 접선의  $y$  절편을 각각  $g_1(t)$  와  $g_2(t)$  라 하자. 함수  $h(t) = |g_1(t) - g_2(t)|$  의 최솟값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{2}{3}$       ③ 1      ④  $\frac{4}{3}$       ⑤  $\frac{5}{3}$

10. 두 수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$  이

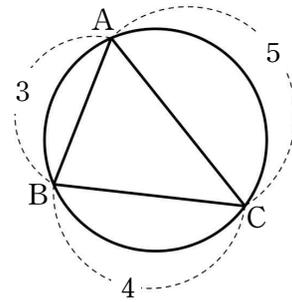
$$a_n = \sum_{k=1}^n k,$$

$$b_1 = 1, b_n = b_{n-1} \times \frac{a_n}{a_n - 1} \quad (n \geq 2)$$

를 만족시킬 때,  $b_{100}$  의 값은? [4점]

- ①  $\frac{44}{17}$       ②  $\frac{46}{17}$       ③  $\frac{48}{17}$       ④  $\frac{50}{17}$       ⑤  $\frac{52}{17}$

11. 그림과 같이 원에 내접하는 삼각형 ABC가 있다. 호 AB, 호 BC, 호 CA의 길이가 각각 3, 4, 5이고 삼각형 ABC의 넓이가  $S$ 일 때,  $\frac{\pi^2 S}{9}$ 의 값은? [4점]



- ①  $2 - \sqrt{3}$       ②  $\sqrt{3}$       ③  $1 + \sqrt{3}$   
 ④  $2 + \sqrt{3}$       ⑤  $3 + \sqrt{3}$

12. 다항함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 상수  $a$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$\frac{d}{dx} \left\{ \int_1^x (f(t) + t^2 + 2at - 3) dt \right\} = \int_1^x \left\{ \frac{d}{dt} (2f(t) - 3t + 7) \right\} dt$$

(나)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3-h)}{h} = 6$

- ① -1      ② -2      ③ -3      ④ -4      ⑤ -5

13. 실수  $r = \frac{3}{\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} + 1}$  에 대하여

$$r + r^2 + r^3 = a\sqrt[3]{4} + b\sqrt[3]{2} + c$$

일 때,  $a+b+c$  의 값은? (단,  $a, b, c$  는 유리수이다.) [4점]

- ① 7      ② 9      ③ 11      ④ 13      ⑤ 15

14. 삼각형 ABC 에서  $\angle A = \frac{2\pi}{3}$  이고  $\overline{AB} = 6$  이다.  $\overline{AC}$  와  $\overline{BC}$

의 합이 24 일 때,  $\cos B$  의 값은? [4점]

- ①  $\frac{19}{28}$       ②  $\frac{5}{7}$       ③  $\frac{21}{28}$       ④  $\frac{11}{14}$       ⑤  $\frac{23}{28}$

15. 실수  $p$  에 대하여 곡선  $y = x^3 - x^2$  과 직선  $y = px - 1$  의 교점의  $x$  좌표 중 가장 작은 값을  $m$  이라 하자.  $m < a < b$  인 모든 실수  $a, b$  에 대하여

$$\int_a^b (x^3 - x^2 - px + 1) dx > 0$$

이 되도록 하는  $m$  의 최솟값은? [4점]

- ①  $-\frac{1}{2}$       ②  $-1$       ③  $-\frac{3}{2}$       ④  $-2$       ⑤  $-\frac{5}{2}$

16. 자연수  $n$ 에 대하여 곡선

$$y = n \sin(n\pi x) \quad (0 \leq x \leq 1)$$

위의 점 중  $y$ 좌표가 자연수인 점의 개수를  $a_n$ 이라 할 때,

$\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 340      ② 350      ③ 360      ④ 370      ⑤ 380

17. 자연수  $n$ 에 대하여 함수

$$f(x) = |x^2 - 4|(x^2 + n)$$

이  $x=a$ 에서 극값을 갖는  $a$ 의 개수가 4 이상일 때,  $f(x)$ 의 모든 극값의 합이 최대가 되도록 하는  $n$ 의 값은? [5점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

18. 실수  $t$  ( $0 < t < 3$ )에 대하여 삼차함수

$$f(x) = 2x^3 - (t+3)x^2 + 2tx$$

가  $x=a$ 에서 극댓값을 가질 때, 세 점  $(0,0)$ ,  $(a,0)$ ,  $(a,f(a))$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를  $g(t)$ 라 하자.

$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{g(t)} \int_0^a f(x) dx$ 의 값은? [5점]

- ① 1      ②  $\frac{13}{12}$       ③  $\frac{7}{6}$       ④  $\frac{5}{4}$       ⑤  $\frac{4}{3}$

19. 두 함수  $f(x)$ 와  $g(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} \cos x & (\cos x \geq \sin x) \\ \sin x & (\cos x < \sin x) \end{cases},$$

$$g(x) = \cos ax \quad (a > 0 \text{인 상수})$$

이다. 닫힌구간  $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ 에서 두 곡선  $y=f(x)$ 와  $y=g(x)$ 의 교점의 개수가 3이 되도록 하는  $a$ 의 최솟값을  $p$ 라 하자.

닫힌구간  $\left[0, \frac{11}{12}\pi\right]$ 에서 두 곡선  $y=f(x)$ 와  $y=\cos px$ 의 교점의 개수를  $q$ 라 할 때,  $p+q$ 의 값은? [5점]

- ① 16      ② 17      ③ 18      ④ 19      ⑤ 20

20. 최고차항의 계수가 1인 두 이차다항식  $P(x), Q(x)$ 에 대하여 두 함수  $f(x)=(x+4)P(x), g(x)=(x-4)Q(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $f'(-4) \neq 0, f(4) \neq 0, g(-4) \neq 0$

(나) 방정식  $f(x)g(x)=0$ 의 서로 다른 모든 해를 크기 순으로 나열한  $-4, a_1, a_2, a_3, 4$ 는 등차수열을 이룬다.

(다)  $f'(a_i)=0$ 인  $i \in \{1, 2, 3\}$ 은 하나만 존재하고 모든  $i \in \{1, 2, 3\}$ 에 대하여  $g'(a_i) \neq 0$ 이다.

두 곡선  $y=f(x)$ 와  $y=g(x)$ 가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 두 교점의  $x$ 좌표의 합은? [5점]

- ①  $-\frac{1}{2}$       ②  $-\frac{1}{4}$       ③ 0      ④  $\frac{1}{4}$       ⑤  $\frac{1}{2}$

[21~25] 각 문항의 답을 답안지에 기재하시오.

21. 방정식  $\log_2(x+4) + \log_{\frac{1}{2}}(x-4) = 1$  을 만족시키는 실수  $x$  의 값을 구하시오. [3점]

22. 이차방정식  $x^2 - x - 1 = 0$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라 하자. 수열  $\{a_n\}$  이 모든 자연수  $n$  에 대하여

$$a_n = \frac{1}{2}(\alpha^n + \beta^n)$$

을 만족시킬 때,  $\sum_{k=1}^3 a_{3k}$  의 값을 구하시오. [4점]

23. 최고차항의 계수가 1인 이차함수  $f(x)$  에 대하여 함수  $g(x)$  는

$$g(x) = \int_{-1}^x f(t) dt$$

이다.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x)}{x-1} = 2$  일 때,  $f(4)$  의 값을 구하시오. [4점]

24. 좌표평면 위에 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원  $C$ 와 두 점  $A(3, 3)$ ,  $B(0, -1)$ 이 있다.  
 실수  $t(0 < t \leq 4)$ 에 대하여  $f(t)$ 를 집합  
 $\{X \mid X \text{는 원 } C \text{ 위의 점이고, 삼각형 } ABX \text{의 넓이는 } t\}$   
 의 원소의 개수라 하자. 함수  $f(t)$ 가 연속하지 않은 모든  $t$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

25. 두 집합  $X, Y$ 를

$$X = \{\{a_n\} \mid \{a_n\} \text{은 모든 항이 자연수인 수열이고,}$$

$$\log a_n + \log a_{n+1} = 2n\},$$

$$Y = \{a_n \mid \{a_n\} \in X\}$$

라 하자. 집합  $Y$ 의 모든 원소의 합이  $p \times 100$ 일 때,  $p$ 의 값을 구하시오. [5점]

※ 확인사항

▷ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입·표기 했는지 확인하시오.