

15. 세 실수 a, b, c 에 대하여 사차함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가

$$f'(x) = (x-a)(x-b)(x-c)$$

일 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. $a=b=c$ 이면, 방정식 $f(x)=0$ 은 실근을 갖는다.
 ㄴ. $a=b \neq c$ 이고 $f(a)<0$ 이면, 방정식 $f(x)=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
 ㄷ. $a<b<c$ 이고 $f(b)<0$ 이면, 방정식 $f(x)=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

<https://semosu.com>

6. 최고차항의 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$f'(x)=0$ 이 서로 다른 세 실근 $\alpha, \beta, \gamma (\alpha<\beta<\gamma)$ 를 갖고, $f(\alpha)f(\beta)f(\gamma)<0$ 이다.

<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

<보 기>

- ㄱ. 함수 $f(x)$ 는 $x=\beta$ 에서 극대값을 갖는다.
 ㄴ. 방정식 $f(x)=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
 ㄷ. $f(\alpha)>0$ 이면 방정식 $f(x)=0$ 은 β 보다 작은 실근을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

<https://semosu.com>

12. 서로 다른 두 실수 α, β 가 사차방정식 $f(x)=0$ 의 근일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

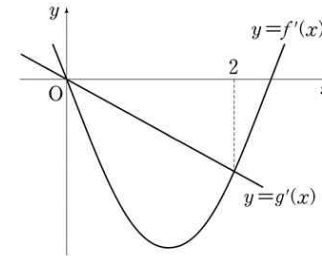
<보 기>

- ㄱ. $f'(\alpha)=0$ 이면 다항식 $f(x)$ 는 $(x-\alpha)^2$ 으로 나누어 떨어진다.
 ㄴ. $f'(\alpha)f'(\beta)=0$ 이면 방정식 $f(x)=0$ 은 허근을 갖지 않는다.
 ㄷ. $f'(\alpha)f'(\beta)>0$ 이면 방정식 $f(x)=0$ 은 서로 다른 네 실근을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

<https://semosu.com>

19. 삼차함수 $f(x)$ 의 도함수의 그래프와 이차함수 $g(x)$ 의 도함수의 그래프가 그림과 같다. 함수 $h(x)$ 를 $h(x)=f(x)-g(x)$ 라 하자. $f(0)=g(0)$ 일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보 기>

- ㄱ. $0<x<2$ 에서 $h(x)$ 는 감소한다.
 ㄴ. $h(x)$ 는 $x=2$ 에서 극솟값을 갖는다.
 ㄷ. 방정식 $h(x)=0$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

<https://semosu.com>

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족시킨다. 방정식 $|f(x)| = 2$ 의 서로 다른 실근의 개수가 4일 때, $f(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

<https://semosu.com>

21. 좌표평면에서 두 함수

$$f(x) = 6x^3 - x, \quad g(x) = |x - a|$$

의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합은? [4점]

- ① $-\frac{11}{18}$ ② $-\frac{5}{9}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{4}{9}$ ⑤ $-\frac{7}{18}$

<https://semosu.com>

20. 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x = -2$ 에서 극댓값을 갖는다.

(나) $f'(-3) = f'(3)$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 도함수 $f'(x)$ 는 $x=0$ 에서 최솟값을 갖는다.

ㄴ. 방정식 $f(x) = f(2)$ 는 서로 다른 두 실근을 갖는다.

ㄷ. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(-1, f(-1))$ 에서의 접선은 점 $(2, f(2))$ 를 지난다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

<https://semosu.com>



30. 실수 k 에 대하여 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 6x + k$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. 방정식 $4f'(x) + 12x - 18 = (f' \circ g)(x)$ 가 닫힌 구간 $[0, 1]$ 에서 실근을 갖기 위한 k 의 최솟값을 m , 최댓값을 M 이라 할 때, $m^2 + M^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

<https://semosu.com>

20. 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = -x + t$ 의 교점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f(x) = x^3$ 이면 함수 $g(t)$ 는 상수함수이다.

ㄴ. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여, $g(1) = 2$ 이면 $g(t) = 3$ 인 t 가 존재한다.

ㄷ. 함수 $g(t)$ 가 상수함수이면, 삼차함수 $f(x)$ 의 극값은 존재하지 않는다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

<https://semosu.com>

21. 상수 a, b 에 대하여 삼차함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(-1) > -1$

(나) $f(1) - f(-1) > 8$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 방정식 $f'(x) = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

ㄴ. $-1 < x < 1$ 일 때, $f'(x) \geq 0$ 이다.

ㄷ. 방정식 $f(x) - f'(k)x = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 k 의 개수는 4이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

<https://semosu.com>



30. 최고차항의 계수가 1이고 $f(2)=3$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} \frac{ax-9}{x-1} & (x < 1) \\ f(x) & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $y=g(x)$ 의 그래프와 직선 $y=t$ 가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 모든 실수 t 의 값의 집합은 $\{t|t=-1 \text{ 또는 } t \geq 3\}$ 이다.

$(g \circ g)(-1)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [4점]

<https://semosu.com>



30. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 $f(x)-x=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
(나) 방정식 $f(x)+x=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

$f(0)=0$, $f'(1)=1$ 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

19. 방정식 $2x^3+6x^2+a=0$ 이 $-2 \leq x \leq 2$ 에서 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 정수 a 의 개수는? [4점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

21. 함수 $f(x)$ 가 다음과 같다.

$$f(x) = \begin{cases} -x+2 & (x \leq 1) \\ x^3 & (x > 1) \end{cases}$$

모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$f(x) \geq k(x-1)+1$$

이 성립하도록 하는 실수 k 의 최대값과 최소값의 합은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

<https://semosu.com>

29. 두 실수 a 와 k 에 대하여 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq a) \\ (x-1)^2(2x+1) & (x > a) \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq k) \\ 12(x-k) & (x > k) \end{cases}$$

이고, 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $f(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq g(x)$ 이다.

k 의 최솟값이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $a+p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

<https://semosu.com>

