

30. 정의역이 $\{x \mid 0 \leq x \leq 8\}$ 이고 다음 조건을 만족시키는 모든 연속함수 $f(x)$ 에 대하여 $\int_0^8 f(x)dx$ 의 최댓값은 $p + \frac{q}{\ln 2}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 자연수이고, $\ln 2$ 는 무리수이다.) [4점]

- (가) $f(0) = 1$ 이고 $f(8) \leq 100$ 이다.
 (나) $0 \leq k \leq 7$ 인 각각의 정수 k 에 대하여
 $f(k+t) = f(k) \quad (0 < t \leq 1)$
 또는
 $f(k+t) = 2^t \times f(k) \quad (0 < t \leq 1)$
 이다.
 (다) 열린 구간 $(0, 8)$ 에서 함수 $f(x)$ 가 미분가능하지 않은 점의 개수는 2이다.

<https://semosu.com>

21. 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} |\sin x| - \sin x & \left(-\frac{7}{2}\pi \leq x < 0\right) \\ \sin x - |\sin x| & \left(0 \leq x \leq \frac{7}{2}\pi\right) \end{cases}$$

라 하자. 닫힌 구간 $\left[-\frac{7}{2}\pi, \frac{7}{2}\pi\right]$ 에 속하는 모든 실수 x 에 대하여 $\int_a^x f(t)dt \geq 0$ 이 되도록 하는 실수 a 의 최솟값을 α , 최댓값을 β 라 할 때, $\beta - \alpha$ 의 값은? (단, $-\frac{7}{2}\pi \leq a \leq \frac{7}{2}\pi$)

[4점]

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{3}{2}\pi$ ③ $\frac{5}{2}\pi$ ④ $\frac{7}{2}\pi$ ⑤ $\frac{9}{2}\pi$

<https://semosu.com>



30. 두 연속함수 $f(x), g(x)$ 가

$$g(e^x) = \begin{cases} f(x) & (0 \leq x < 1) \\ g(e^{x-1}) + 5 & (1 \leq x \leq 2) \end{cases}$$

를 만족시키고, $\int_1^{e^2} g(x)dx = 6e^2 + 4$ 이다.

$\int_1^e f(\ln x)dx = ae + b$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 정수이다.) [4점]

<https://semosu.com>



30. 양의 실수 전체의 집합에서 감소하고 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 양의 실수 x 에 대하여 $f(x) > 0$ 이다.
 (나) 임의의 양의 실수 t 에 대하여 세 점 $(0, 0), (t, f(t)), (t+1, f(t+1))$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이가 $\frac{t+1}{t}$ 이다.
 (다) $\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx = 2$

$\int_{\frac{7}{2}}^{\frac{11}{2}} \frac{f(x)}{x} dx = \frac{q}{p}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

<https://semosu.com>



30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 상수 a ($0 < a < 2\pi$)와 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(x) = f(-x)$
 (나) $\int_x^{x+a} f(t)dt = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

닫힌 구간 $\left[0, \frac{a}{2}\right]$ 에서 두 실수 b, c 에 대하여

$f(x) = b \cos(3x) + c \cos(5x)$ 일 때 $abc = -\frac{q}{p}\pi$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]

<https://semosu.com>

21. 닫힌 구간 $[0, 1]$ 에서 증가하는 연속함수 $f(x)$ 가

$$\int_0^1 f(x)dx = 2, \quad \int_0^1 |f(x)|dx = 2\sqrt{2}$$

를 만족시킨다. 함수 $F(x)$ 가

$$F(x) = \int_0^x |f(t)|dt \quad (0 \leq x \leq 1)$$

일 때, $\int_0^1 f(x)F(x)dx$ 의 값은? [4점]

- ① $4 - \sqrt{2}$ ② $2 + \sqrt{2}$ ③ $5 - \sqrt{2}$
 ④ $1 + 2\sqrt{2}$ ⑤ $2 + 2\sqrt{2}$

<https://semosu.com>



30. 실수 a 와 함수 $f(x) = \ln(x^4 + 1) - c$ ($c > 0$ 인 상수)에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_a^x f(t) dt$$

라 하자. 함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 x 축과 만나는 서로 다른 점의 개수가 2가 되도록 하는 모든 a 의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열하면 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ (m 은 자연수)이다. $a = \alpha_1$ 일 때, 함수 $g(x)$ 와 상수 k 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$ 는 $x = 1$ 에서 극솟값을 갖는다.

(나) $\int_{\alpha_1}^{\alpha_m} g(x) dx = k \alpha_m \int_0^1 |f(x)| dx$

$mk \times e^c$ 의 값을 구하시오. [4점]

<https://semosu.com>



21. 수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 = -1, \quad a_n = 2 - \frac{1}{2^{n-2}} \quad (n \geq 2)$$

이다. 구간 $[-1, 2)$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 모든 자연수 n 에 대하여

$$f(x) = \sin(2^n \pi x) \quad (a_n \leq x \leq a_{n+1})$$

이다. $-1 < \alpha < 0$ 인 실수 α 에 대하여 $\int_{\alpha}^t f(x) dx = 0$ 을 만족시키는 t ($0 < t < 2$)의 값의 개수가 103일 때, $\log_2(1 - \cos(2\pi\alpha))$ 의 값은? [4점]

- ① -48 ② -50 ③ -52 ④ -54 ⑤ -56

<https://semosu.com>



30. 실수 t 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} 1 - |x - t| & (|x - t| \leq 1) \\ 0 & (|x - t| > 1) \end{cases}$$

이라 할 때, 어떤 홀수 k 에 대하여 함수

$$g(t) = \int_k^{k+8} f(x) \cos(\pi x) dx$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $g(t)$ 가 $t = \alpha$ 에서 극소이고 $g(\alpha) < 0$ 인 모든 α 를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ (m 은 자연수)라 할 때, $\sum_{i=1}^m \alpha_i = 45$ 이다.

$k - \pi^2 \sum_{i=1}^m g(\alpha_i)$ 의 값을 구하시오. [4점]

<https://semosu.com>



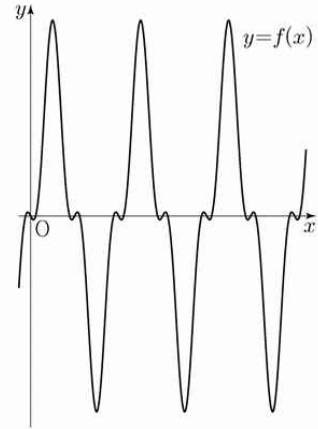
30. 상수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = a \sin^3 x + b \sin x$ 가

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3\sqrt{2}, \quad f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 5\sqrt{3}$$

을 만족시킨다. 실수 t ($1 < t < 14$)에 대하여 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = t$ 가 만나는 점의 x 좌표 중 양수인 것을 작은 수부터 크기순으로 모두 나열할 때, n 번째 수를 x_n 이라 하고

$$c_n = \int_{3\sqrt{2}}^{5\sqrt{3}} \frac{t}{f'(x_n)} dt$$

라 하자. $\sum_{n=1}^{101} c_n = p + q\sqrt{2}$ 일 때, $q - p$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 유리수이다.) [4점]



<https://semosu.com>

29. 함수 $f(x) = e^x + x - 1$ 과 양수 t 에 대하여 함수

$$F(x) = \int_0^x \{t - f(s)\} ds$$

가 $x = \alpha$ 에서 최댓값을 가질 때, 실수 α 의 값을 $g(t)$ 라 하자.

미분가능한 함수 $g(t)$ 에 대하여 $\int_{f(1)}^{f(5)} \frac{g(t)}{1 + e^{g(t)}} dt$ 의 값을 구하시오. [4점]

<https://semosu.com>

18. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq 0) \\ \{\ln(1+x^4)\}^{10} & (x > 0) \end{cases}$$

에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_0^x f(t)f(1-t)dt$$

라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $x \leq 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) = 0$ 이다.

ㄴ. $g(1) = 2g\left(\frac{1}{2}\right)$

ㄷ. $g(a) \geq 1$ 인 실수 a 가 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

<https://semosu.com>

29. 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 에 대하여 정적분

$$\int_0^1 \{f'(x)g(1-x) - g'(x)f(1-x)\} dx$$

의 값을 k 라 하자. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\int_0^1 \{f(x)g'(1-x) - g(x)f'(1-x)\} dx = -k$

ㄴ. $f(0) = f(1)$ 이고 $g(0) = g(1)$ 이면, $k = 0$ 이다.

ㄷ. $f(x) = \ln(1+x^4)$ 이고 $g(x) = \sin \pi x$ 이면, $k = 0$ 이다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

<https://semosu.com>

28. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 있다.

모든 실수 x 에 대하여 $f(2x) = 2f(x)f'(x)$ 이고,

$$f(a) = 0, \int_{2a}^{4a} \frac{f(x)}{x} dx = k \quad (a > 0, 0 < k < 1)$$

일 때, $\int_a^{2a} \frac{\{f(x)\}^2}{x^2} dx$ 의 값을 k 로 나타낸 것은? [3점]

- ① $\frac{k^2}{4}$ ② $\frac{k^2}{2}$ ③ k^2
④ k ⑤ $2k$

<https://semosu.com>

21. 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $-1 \leq x < 1$ 일 때 $f(x) = \frac{(x^2-1)^2}{x^4+1}$ 이다.

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+2) = f(x)$ 이다.

옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\int_{-2}^2 f(x) dx = 4 \int_0^1 f(x) dx$

ㄴ. $1 < x < 2$ 일 때 $f'(x) > 0$ 이다.

ㄷ. $\int_1^3 x |f'(x)| dx = 4$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

<https://semosu.com>

21. 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 모든 양의 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\left(\frac{f(x)}{x}\right)' = x^2 e^{-x^2}$

(나) $g(x) = \frac{4}{e^4} \int_1^x e^{t^2} f(t) dt$

$f(1) = \frac{1}{e}$ 일 때, $f(2) - g(2)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{16}{3e^4}$ ② $\frac{6}{e^4}$ ③ $\frac{20}{3e^4}$ ④ $\frac{22}{3e^4}$ ⑤ $\frac{8}{e^4}$

<https://semosu.com>

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여

곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선의 y 절편을 $g(t)$ 라 하자. 모든 실수 t 에 대하여

$$(1+t^2)\{g(t+1) - g(t)\} = 2t$$

이고, $\int_0^1 f(x) dx = -\frac{\ln 10}{4}$, $f(1) = 4 + \frac{\ln 17}{8}$ 일 때,

$2\{f(4) + f(-4)\} - \int_{-4}^4 f(x) dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

<https://semosu.com>

17. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속이고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)g(x) = x^4 - 1$ 이다.

(나) $\int_{-1}^1 \{f(x)\}^2 g'(x) dx = 120$

$\int_{-1}^1 x^3 f(x) dx$ 의 값은? [4점]

- ① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

<https://semosu.com>