제 2 교시

2023학년도 수능대비 무한 등비 급수 기출 모음

수학 영역
(미적분)

성명		수험 번호					—				

○ 자신이 선택한 유형('가' 형/'나' 형)의 문제지인지 확인하시오.

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

미래를 내세워 오늘 할 일을 흐리지 말 것

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 쓰고, 또 수험번호와 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

YoonSol

= 2023학년도 수능대비 무등비 기출 모음 구성 =

• 2006학년도(2005년)부터 2013학년도(2012년)까지는 평가원 기출 문항들만

• 2014학년도(2013년)부터는 평가원, 교육청, 사관학교 기출 문항들도 첨부되어있습니다.

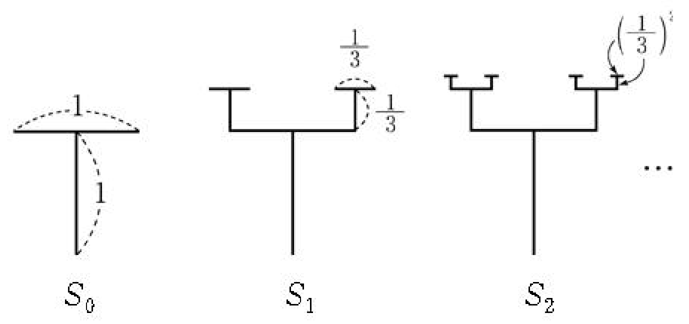
• 평가원과 사관학교 기출은 당해년도 수능을 기준으로 출처가 작성되었으며 교육청 기출은 시행년도를 기준으로 출처가 작성되었습니다.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

1. 그림과 같이 길이가 1인 선분 2개로 만든 ‘ㅜ’ 모양의 도형을 S_0이라 하자. 도형 S_0의 위쪽에 있는 선분의 양끝에 길이가 $\frac{1}{3}$인 선분 2개로 만든 ‘ㅜ’ 모양의 도형을 붙여 도형 S_1을 만든다. 이와 같은 방법으로 도형 S_{n-1}의 가장 위쪽에 있는 각 선분의 양끝에 길이가 $\left(\frac{1}{3}\right)^n$인 선분 2개로 만든 ‘ㅜ’ 모양의 도형을 붙여 도형 S_n을 만든다. 도형 S_n을 이루는 모든 선분의 길이의 합을 l_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} l_n$의 값을 구하시오.

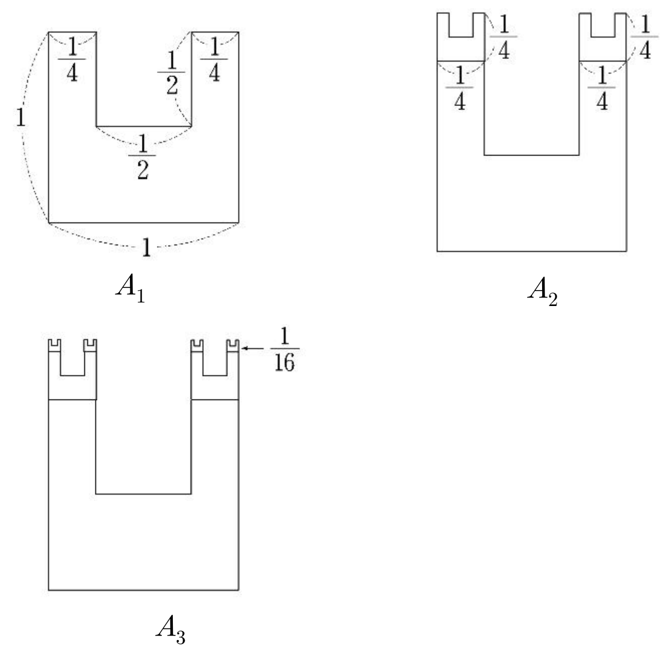
〔4점〕〔2005학년도 6월 가나24〕



2. 아래 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형에서 한 변의 길이가 $\frac{1}{2}$인 정사각형을 잘라낸 후 남은 凹 모양의 도형을 A_1이라 하자. 한 변의 길이가 $\frac{1}{4}$인 정사각형에서 한 변의 길이가 $\frac{1}{8}$인 정사각형을 잘라낸 후 남은 凹 모양의 도형 2개를 A_1의 위쪽 두 변에 각각 붙인 도형을 A_2라 하자. 한 변의 길이가 $\frac{1}{16}$인 정사각형에서 한 변의 길이가 $\frac{1}{32}$인 정사각형을 잘라낸 후 남은 凹 모양의 도형 4개를 A_2의 위쪽 네 변에 각각 붙인 도형을 A_3이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 얻은 n번째 도형을 A_n이라 하고 그 넓이를 S_n이라 하자.

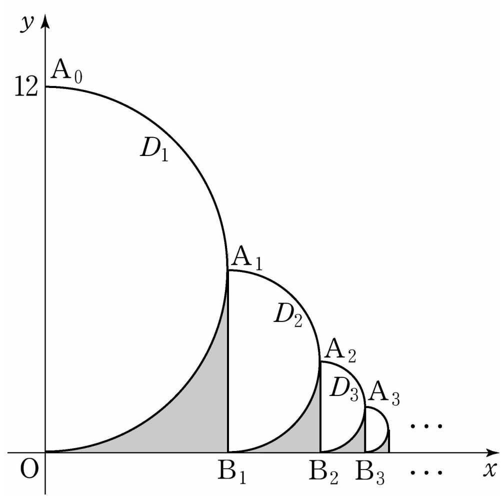
$\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{q}{p}$라 할 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

〔4점〕〔2005학년도 수능 가나25〕



3. 그림과 같이 원점과 점 $A_0(0, 12)$를 지름의 양 끝점으로 하는 원의 오른쪽 반원을 D_1이라 하자. 원점을 지나고 기울기가 1인 직선이 D_1과 제1사분면에서 만나는 점을 A_1, 점 A_1에서 x축에 내린 수선의 발을 B_1이라 하고, 반원 D_1, x축, 선분 A_1B_1으로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_1이라 하자.
선분 A_1B_1을 지름으로 하는 원의 오른쪽 반원을 D_2라 하자. 점 B_1을 지나고 기울기가 1인 직선이 D_2와 제1사분면에서 만나는 점을 A_2, 점 A_2에서 x축에 내린 수선의 발을 B_2라 하고, 반원 D_2, x축, 선분 A_2B_2로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 도형의 넓이를 S_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$의 값은?

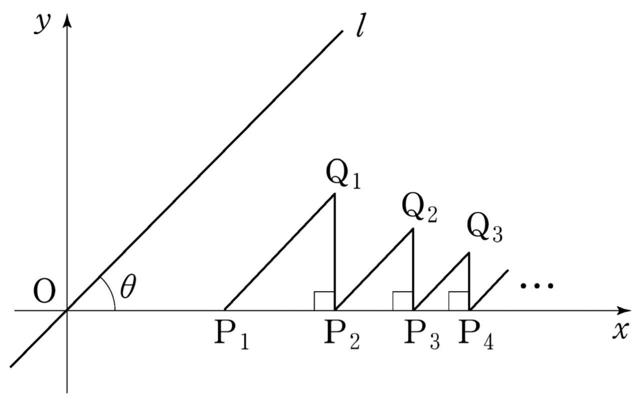
[4점][2006학년도 6월 가나17]



① $9(4-\pi)$ ② $12(4-\pi)$ ③ $15(4-\pi)$
④ $4(8-\pi)$ ⑤ $6(8-\pi)$

4. 그림과 같이 원점을 지나고 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 θ인 직선 l이 있다. 점 $P_1(1, 0)$을 지나고 직선 l과 평행한 직선 위에 선분의 길이가 $\overline{OP_1}=\overline{P_1Q_1}$이 되는 점 Q_1을 선택하자. 점 Q_1에서 x축에 내린 수선의 발을 P_2라 하고, 점 P_2를 지나고 직선 l에 평행한 직선 위에 선분의 길이가 $\overline{P_1P_2}=\overline{P_2Q_2}$가 되는 점 Q_2를 선택하자. 점 Q_2에서 x축에 내린 수선의 발을 P_3이라 하고, 점 P_3을 지나고 직선 l에 평행한 직선 위에 선분의 길이가 $\overline{P_2P_3}=\overline{P_3Q_3}$이 되는 점 Q_3을 선택하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 두 점 P_n, Q_n에 대하여 선분 P_nQ_n의 길이를 a_n이라 하자.
$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 4$ 일 때, $\cos\theta$의 값은? (단, $0<\theta<\frac{\pi}{2}$이다.)

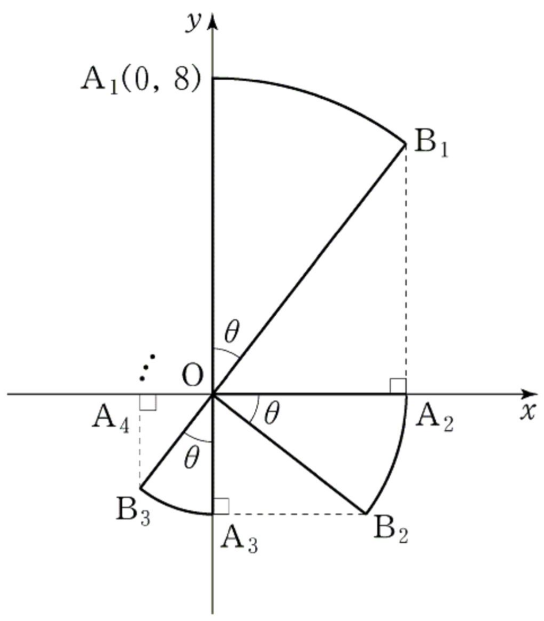
[4점][2006학년도 9월 가나17]



① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. 그림과 같이 원점 O와 점 $A_1(0,\ 8)$을 이은 선분 OA_1을 반지름으로 하고, 중심각의 크기가 θ인 부채꼴 OA_1B_1을 그린다. 점 B_1에서 x축에 내린 수선의 발을 A_2라 하고, 반지름이 선분 OA_2이고 중심각의 크기가 θ인 부채꼴 OA_2B_2를 그린다. 점 B_2에서 y축에 내린 수선의 발을 A_3이라 하고, 반지름이 선분 OA_3이고 중심각의 크기가 θ인 부채꼴 OA_3B_3을 그린다. 이와 같이 시계 방향으로 x축과 y축에 번갈아 수선의 발을 내리는 과정을 계속하여 얻은 부채꼴 OA_nB_n의 호 A_nB_n의 길이를 l_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{\infty} l_n = 12\theta$일 때, $\sin\theta$의 값은? (단, $0<\theta<\frac{\pi}{2}$이다.)

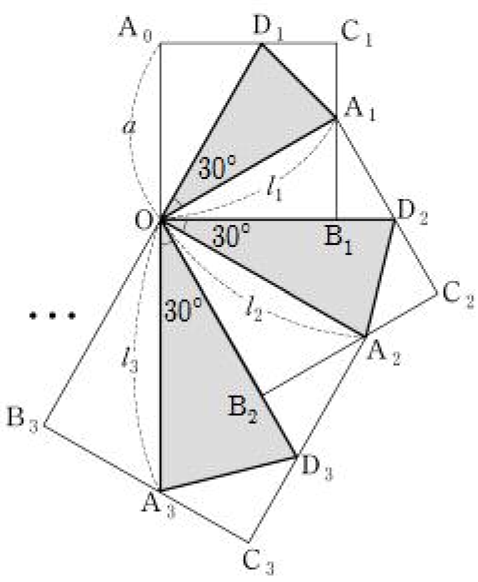
〔4점〕〔2006학년도 수능 가나15〕



① $\frac{1}{7}$　② $\frac{1}{6}$　③ $\frac{1}{5}$　④ $\frac{1}{4}$　⑤ $\frac{1}{3}$

6. 그림과 같이 한 변의 길이가 a인 정사각형 $OB_1C_1A_0$이 있다. 삼각형 OA_1D_1이 $\angle D_1OA_1 = 30°$인 이등변삼각형이 되도록 변 B_1C_1, A_0C_1 위에 각각 점 A_1, D_1을 잡고 변 OA_1의 길이를 l_1이라 하자. 선분 OA_1을 한 변으로 하는 정사각형 $OB_2C_2A_1$에서 삼각형 OA_2D_2가 $\angle D_2OA_2 = 30°$인 이등변삼각형이 되도록 변 B_2C_2, A_1C_2 위에 각각 점 A_2, D_2를 잡고 변 OA_2의 길이를 l_2라 하자. 선분 OA_2를 한 변으로 하는 정사각형 $OB_3C_3A_2$에서 삼각형 OA_3D_3이 $\angle D_3OA_3 = 30°$인 이등변삼각형이 되도록 변 B_3C_3, A_2C_3 위에 각각 점 A_3, D_3을 잡고 변 OA_3의 길이를 l_3이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 얻은 이등변삼각형 OA_nD_n에서 변 OA_n의 길이를 l_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{l_n} = \sqrt{3}$일 때, a의 값은?

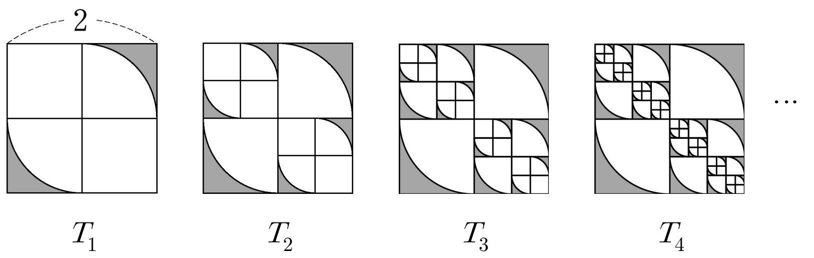
〔4점〕〔2007학년도 6월 가나16〕



① $\sqrt{3}$　② $1+\sqrt{3}$　③ $2+\sqrt{3}$
④ $3+\sqrt{3}$　⑤ $6+\sqrt{3}$

7. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형을 넓이가 같은 4개의 정사각형으로 나누고 반지름의 길이가 1인 사분원 2개의 외부(어두운 부분)를 잘라낸 후 남은 도형을 T_1이라 하자. T_1에서 한 변의 길이가 1인 정사각형 2개를 각각 넓이가 같은 4개의 정사각형으로 나누고 반지름의 길이가 $\frac{1}{2}$인 사분원 4개의 외부(어두운 부분)를 잘라낸 후 남은 도형을 T_2라 하자. T_2에서 한 변의 길이가 $\frac{1}{2}$인 정사각형 4개를 각각 넓이가 같은 4개의 정사각형으로 나누고 반지름의 길이가 $\frac{1}{4}$인 사분원 8개의 외부(어두운 부분)를 잘라낸 후 남은 도형을 T_3이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 도형을 T_n이라 하고 그 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

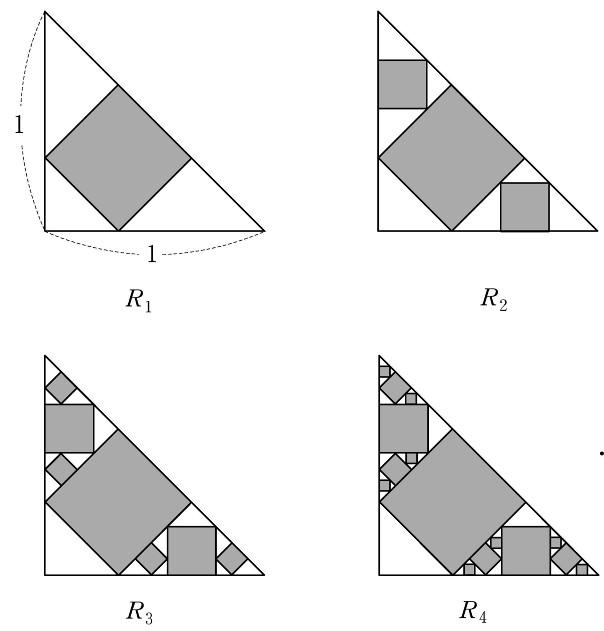
〔4점〕〔2007학년도 9월 가나14〕



① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{2}{3}\pi$ ③ $\frac{3}{4}\pi$ ④ π ⑤ $\frac{5}{4}\pi$

8. 아래와 같이 직각을 낀 두 변의 길이가 1인 직각이등변삼각형이 있다. 이 직각이등변삼각형의 빗변에 2개의 꼭짓점이 있고, 직각을 낀 두 변에 나머지 2개의 꼭짓점이 있는 정사각형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자. 그림 R_1에서 합동인 2개의 직각이등변삼각형의 각 빗변에 2개의 꼭짓점이 있고, 직각을 낀 두 변에 나머지 2개의 꼭짓점이 있는 2개의 정사각형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자. 그림 R_2에서 합동인 4개의 직각이등변삼각형의 각 빗변에 2개의 꼭짓점이 있고, 직각을 낀 두 변에 나머지 2개의 꼭짓점이 있는 4개의 정사각형에 색칠하여 얻은 그림을 R_3이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 모든 정사각형의 넓이의 합을 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

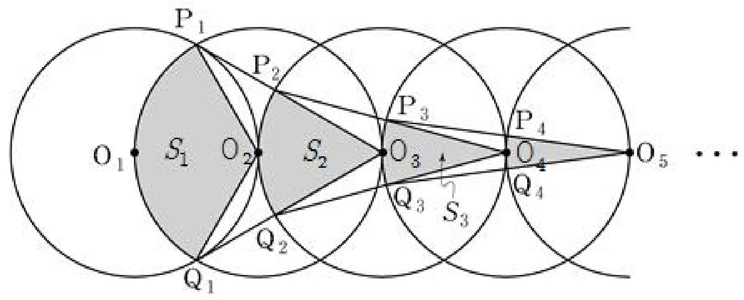
〔4점〕〔2007학년도 수능 가나17〕



① $\frac{3\sqrt{2}}{20}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{5}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

9. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심이 $O_1, O_2, O_3, \cdots$인 원들이 있다. 모든 원들의 중심은 한 직선 위에 있고, $\overline{O_nO_{n+1}}=1(n=1, 2, 3, \cdots)$이다. 두 원 O_1, O_2가 만나는 두 점을 각각 P_1, Q_1이라 하고, 부채꼴 $O_2P_1Q_1$의 넓이를 S_1이라 하자. 두 점 P_1, Q_1에서 원 O_3의 중심과 연결한 선분이 원 O_3과 만나는 두 점을 각각 P_2, Q_2라 하고, 부채꼴 $O_3P_2Q_2$의 넓이를 S_2라 하자. 두 점 P_2, Q_2에서 원 O_4의 중심과 연결한 선분이 원 O_4와 만나는 두 점을 각각 P_3, Q_3이라 하고, 부채꼴 $O_4P_3Q_3$의 넓이를 S_3이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 부채꼴 $O_{n+1}P_nQ_n$의 넓이를 S_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$의 값은?

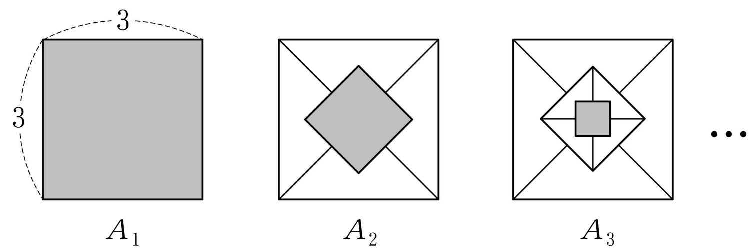
[4점][2008학년도 6월 가나15]



① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{2}{3}\pi$ ③ $\frac{5}{6}\pi$ ④ π ⑤ $\frac{7}{6}\pi$

10. 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정사각형을 A_1, 그 넓이를 S_1이라 하자. 정사각형 A_1에 대각선을 그어 만들어진 4개의 삼각형의 무게중심을 연결한 정사각형을 A_2, 그 넓이를 S_2라 하자. 같은 방법으로 정사각형 A_2에 대각선을 그어 만들어진 4개의 삼각형의 무게중심을 연결한 정사각형을 A_3, 그 넓이를 S_3이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 $(n-1)$번째 얻은 정사각형을 A_n, 그 넓이를 S_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$의 값은?

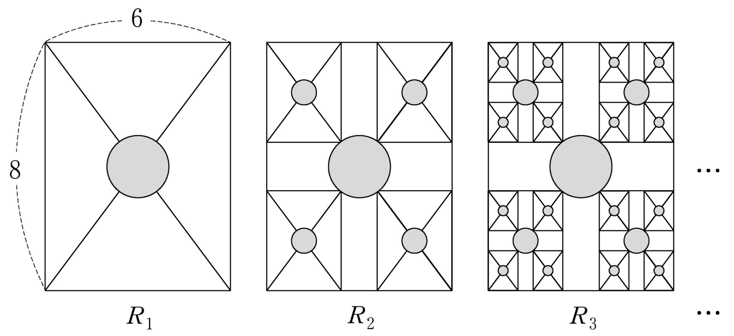
[4점][2008학년도 9월 가나13]



① $\frac{64}{7}$ ② $\frac{21}{2}$ ③ $\frac{72}{7}$ ④ $\frac{27}{2}$ ⑤ $\frac{81}{7}$

11. 아래와 같이 가로의 길이가 6이고 세로의 길이가 8인 직사각형 내부에 두 대각선의 교점을 중심으로 하고, 직사각형 가로 길이의 $\frac{1}{3}$을 지름으로 하는 원을 그려서 얻은 그림을 R_1이라 하자. 그림 R_1에서 직사각형의 각 꼭짓점으로부터 대각선과 원의 교점까지의 선분을 각각 대각선으로 하는 4개의 직사각형을 그린 후, 새로 그려진 직사각형 내부에 두 대각선의 교점을 중심으로 하고, 새로 그려진 직사각형 가로 길이의 $\frac{1}{3}$을 지름으로 하는 원을 그려서 얻은 그림을 R_2라 하자. 그림 R_2에 있는 합동인 4개의 직사각형 각각에서 각 꼭짓점으로부터 대각선과 원의 교점까지의 선분을 각각 대각선으로 하는 4개의 직사각형을 그린 후, 새로 그려진 직사각형 내부에 두 대각선의 교점을 중심으로 하고, 새로 그려진 직사각형 가로 길이의 $\frac{1}{3}$을 지름으로 하는 원을 그려서 얻은 그림을 R_3이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 있는 모든 원의 넓이의 합을 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? (단, 모든 직사각형의 가로와 세로는 각각 서로 평행하다.)

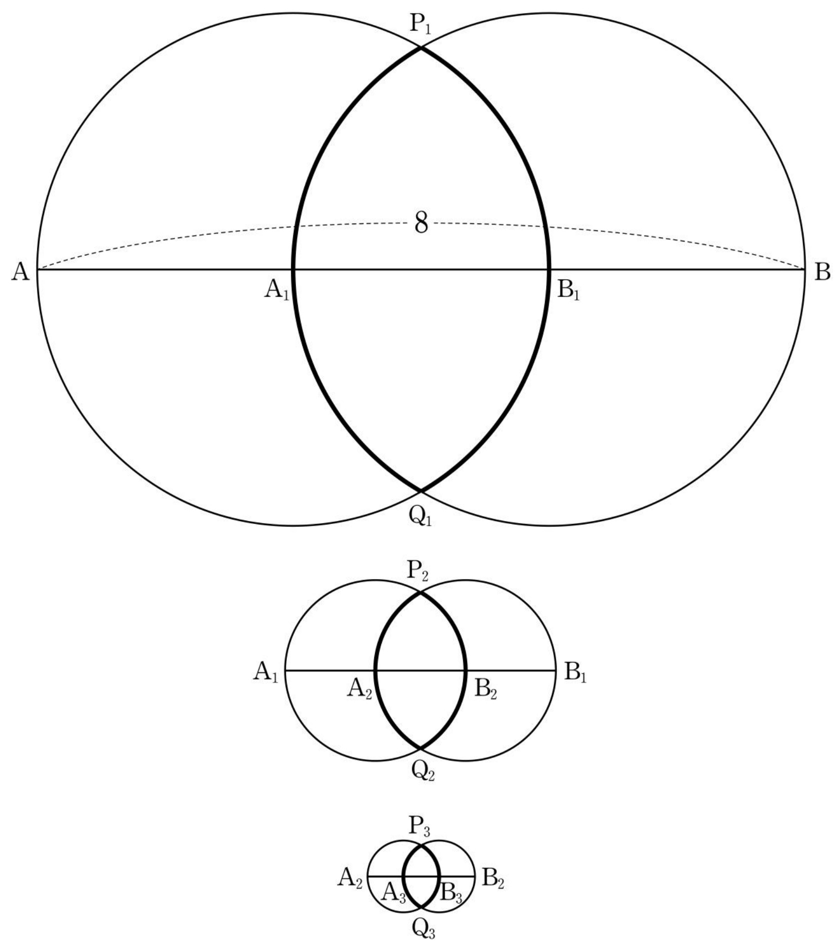
〔4점〕〔2008학년도 수능 가나17〕



① $\frac{37}{9}\pi$ ② $\frac{34}{9}\pi$ ③ $\frac{31}{9}\pi$ ④ $\frac{28}{9}\pi$ ⑤ $\frac{25}{9}\pi$

12. 그림과 같이 길이가 8인 선분 AB가 있다. 선분 AB의 삼등분점 A_1, B_1을 중심으로 하고 선분 A_1B_1을 반지름으로 하는 두 원이 서로 만나는 두 점을 각각 P_1, Q_1 이라고 하자. 선분 A_1B_1의 삼등분점 A_2, B_2를 중심으로 하고 선분 A_2B_2를 반지름으로 하는 두 원이 서로 만나는 두 점을 각각 P_2, Q_2 라고 하자. 선분 A_2B_2의 삼등분점 A_3, B_3을 중심으로 하고 선분 A_3B_3을 반지름으로 하는 두 원이 서로 만나는 두 점을 각각 P_3, Q_3 이라고 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 두 호 $P_nA_nQ_n$, $P_nB_nQ_n$의 길이의 합을 l_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} l_n$의 값은?

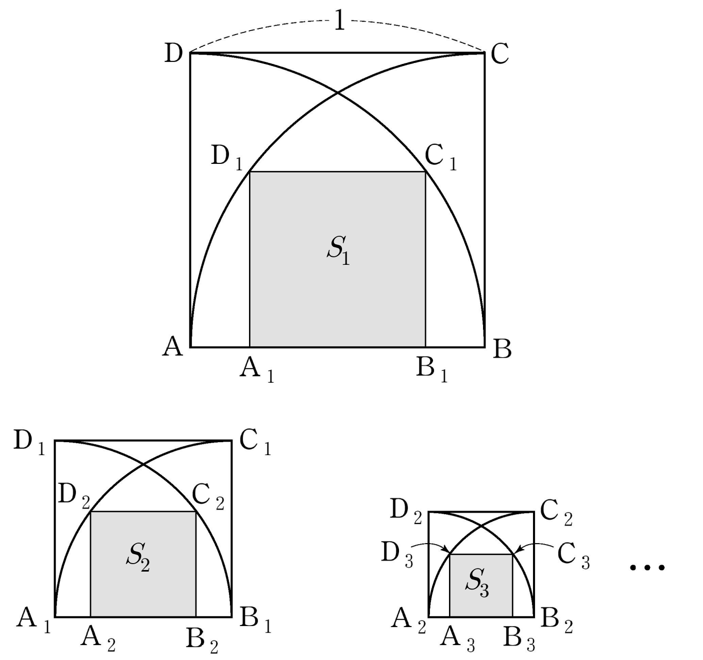
〔4점〕〔2009학년도 6월 가나14〕



① $\frac{10}{3}\pi$ ② 4π ③ $\frac{14}{3}\pi$ ④ $\frac{16}{3}\pi$ ⑤ 6π

13. 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD가 있다. 그림과 같이 정사각형 ABCD 안에 두 점 A, B를 각각 중심으로 하고 변 AB를 반지름으로 하는 2개의 사분원을 그린다. 이 두 사분원의 공통부분에 내접하는 정사각형을 $A_1B_1C_1D_1$이라 하자. 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 안에 두 점 A_1, B_1을 각각 중심으로 하고 변 A_1B_1을 반지름으로 하는 2개의 사분원을 그린다. 이 두 사분원의 공통부분에 내접하는 정사각형을 $A_2B_2C_2D_2$라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 정사각형 $A_nB_nC_nD_n$의 넓이를 S_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$의 값은?

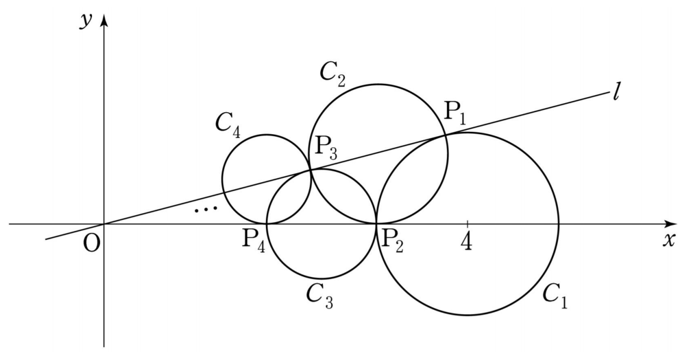
[4점][2009학년도 9월 가나17]



① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{9}{16}$ ③ $\frac{4}{5}$ ④ $\frac{9}{8}$ ⑤ $\frac{23}{16}$

14. 좌표평면에 원 $C_1 : (x-4)^2+y^2=1$이 있다. 그림과 같이 원점에서 원 C_1에 기울기가 양수인 접선 l을 그었을 때 생기는 접점을 P_1이라 하자. 중심이 직선 l 위에 있고 점 P_1을 지나며 x축에 접하는 원을 C_2라 하고 이 원과 x축의 접점을 P_2라 하자. 중심이 x축 위에 있고 점 P_2를 지나며 직선 l에 접하는 원을 C_3이라 하고 이 원과 직선 l의 접점을 P_3이라 하자. 중심이 직선 l 위에 있고 점 P_3을 지나며 x축에 접하는 원을 C_4라 하고 이 원과 x축의 접점을 P_4라 하자. 이와 같은 과정을 계속할 때, 원 C_n의 넓이를 S_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$의 값은? (단, 원 C_{n+1}의 반지름의 길이는 원 C_n의 반지름의 길이보다 작다.)

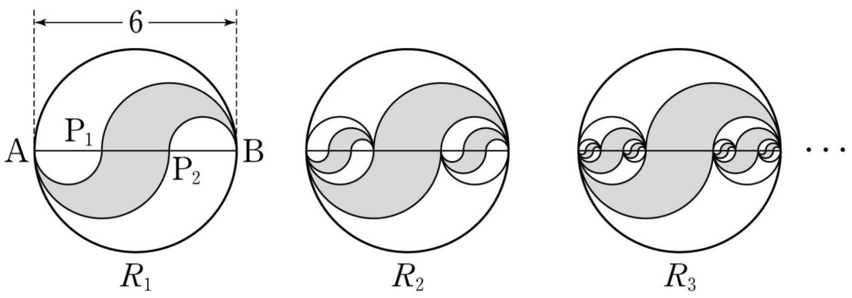
[4점][2009학년도 수능 가나14]



① $\frac{3}{2}\pi$ ② 2π ③ $\frac{5}{2}\pi$ ④ 3π ⑤ $\frac{7}{2}\pi$

15. 그림과 같이 길이가 6인 선분 AB를 지름으로 하는 원을 그리고, 선분 AB의 3등분점을 각각 P_1, P_2라 하고 선분 AP_1을 지름으로 하는 원의 아래쪽 반원, 선분 AP_2를 지름으로 한는 원의 아래쪽 반원, 선분 P_2B를 지름으로 하는 원의 위쪽 반원, 선분 P_1B를 지름으로 하는 원의 위쪽 반원을 경계로 하여 만든 ∽ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자. 그림 R_1에서 선분 AB 위의 색칠되지 않은 두 선분 AP_1, P_2B를 각각 지름으로 하는 두 원을 그리고, 이 두 원 안에 각각 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 두 ∽ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자. 그림 R_2에서 두 선분 AP_1, P_2B 위의 색칠되지 않은 네 선분을 각각 지름으로 하는 네 원을 그리고, 이 네 원 안에 각각 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 네 ∽ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_3이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 모든 ∽ 모양의 도형의 넓이의 합을 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

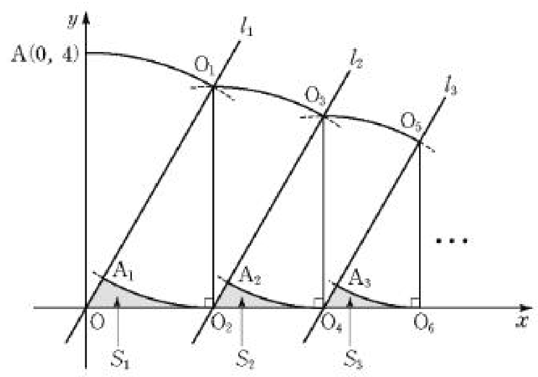
〔3점〕〔2010학년도 6월 가나12〕



① $\frac{25}{7}\pi$ ② $\frac{27}{7}\pi$ ③ $\frac{29}{7}\pi$ ④ $\frac{31}{7}\pi$ ⑤ $\frac{33}{7}\pi$

16. 그림과 같이 원점 O를 지나고 기울기가 $\sqrt{3}$인 직선 l_1과 점 $A(0, 4)$가 있다. 점 O를 중심으로 하고 선분 OA를 반지름으로 하는 원이 직선 l_1과 제1사분면에서 만나는 점을 O_1이라 하자. 점 O_1에서 x축에 내린 수선의 발을 O_2라 하자. 점 O_2을 중심으로 하고 선분 O_1O_2를 반지름으로 하는 원이 선분 OO_1과 만나는 점을 A_1이라 하자. 선분 A_1O, 선분 OO_2, 호 O_2A_1로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_1이라 하자. 점 O_2를 중심으로 하고 선분 O_1O_2를 반지름으로 하는 원이 점 O_2를 지나고 직선 l_1에 평행한 직선 l_2와 제1사분면에서 만나는 점을 O_3이라 하자. 점 O_3에서 x축에 내린 수선의 발을 O_4라 하자. 점 O_3을 중심으로 하고 선분 O_3O_4를 반지름으로 하는 원이 선분 O_2O_3과 만나는 점을 A_2이라 하자. 선분 A_2O_2, 선분 O_2O_4, 호 O_4A_2로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_2이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 도형의 넓이를 S_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$의 값은?

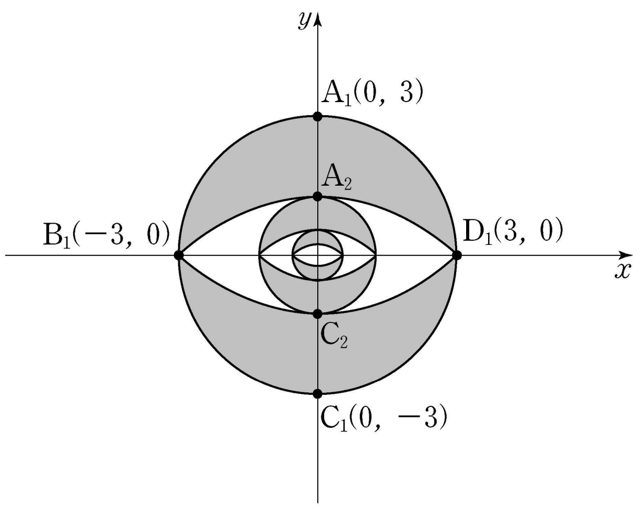
〔3점〕〔2010학년도 9월 가나09〕



① $4\sqrt{3}-2\pi$ ② $8\sqrt{3}-4\pi$ ③ $4\sqrt{3}-\pi$
④ $8\sqrt{3}-2\pi$ ⑤ $16\sqrt{3}-4\pi$

17. 그림과 같이 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 3인 원 O_1을 그리고, 원 O_1이 좌표축과 만나는 네 점을 각각 $A_1(0,\ 3)$, $B_1(-3,\ 0)$, $C_1(0,\ -3)$, $D_1(3,\ 0)$이라 하자. 두 점 B_1, D_1을 모두 지나고 두 점 A_1, C_1을 각각 중심으로 하는 두 원이 원 O_2의 내부에서 y축과 만나는 점을 각각 C_2, A_2라 하자. 호 $B_1A_1D_1$과 호 $B_1A_2D_1$로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_1, 호 $B_1C_1D_1$과 호 $B_1C_2D_1$로 둘러싸인 도형의 넓이를 T_1이라 하자. 선분 A_2C_2를 지름으로 하는 원 O_2를 그리고, 원 O_2가 x축과 만나는 두 점을 각각 B_2, D_2라 하자. 두 점 B_2, D_2를 모두 지나고 두 점 A_2, C_2를 각각 중심으로 하는 두 원이 원 O_2의 내부에서 y축과 만나는 점을 각각 C_3, A_3이라 하자. 호 $B_2A_2D_2$와 호 $B_2A_3D_2$로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_2, 호 $B_2C_2D_2$와 호 $B_2C_3D_2$로 둘러싸인 도형의 넓이를 T_2라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 호 $B_nA_nD_n$과 호 $B_nA_{n+1}D_n$으로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_n, 호 $B_nC_nD_n$과 호 $B_nC_{n+1}D_n$으로 둘러싸인 도형의 넓이를 T_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty}(S_n+T_n)$의 값은?

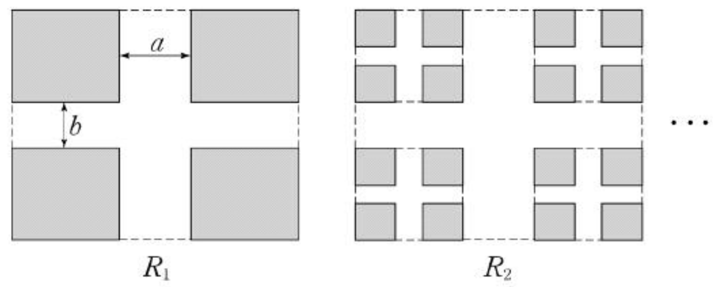
[4점][2010학년도 수능 가나15]



① $6(\sqrt{2}+1)$　② $6(\sqrt{3}+1)$　③ $6(\sqrt{5}+1)$
④ $9(\sqrt{2}+1)$　⑤ $9(\sqrt{3}+1)$

18. 가로의 길이가 5이고 세로의 길이가 4인 직사각형에서 그림과 같이 가로의 폭 a가 직사각형의 가로의 길이의 $\frac{1}{4}$, 세로의 폭 b가 직사각형의 세로의 길이의 $\frac{1}{5}$인 ✚ 모양의 도형을 잘라내어 얻은 4개의 직사각형을 R_1이라 하고, 그 4개의 직사각형의 넓이의 합을 S_1이라 하자. R_1의 각 직사각형에서 가로의 폭이 각 직사각형의 가로의 길이의 $\frac{1}{4}$, 세로의 폭이 각 직사각형의 세로의 길이의 $\frac{1}{5}$인 ✚ 모양의 도형을 잘라내어 얻은 16개의 직사각형을 R_2라 하고, 그 16개의 직사각형의 넓이의 합을 S_2라 하자. 직사각형의 넓이의 합을 S_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty}S_n$의 값은?

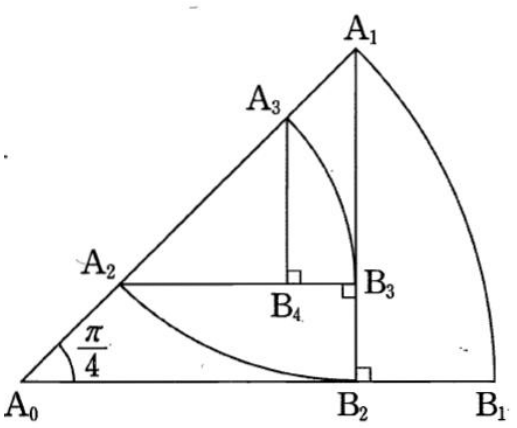
[4점][2011학년도 6월 가나10]



① 26　② 30　③ 34　④ 38　⑤ 42

19. 그림과 같이 반지름의 길이가 4이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{4}$인 부채꼴 $A_0A_1B_1$이 있다. 점 A_1에서 선분 A_0B_1에 내린 수선의 발을 B_2라 하고, 선분 A_0A_1위의 $\overline{A_1B_2}=\overline{A_1A_2}$인 점 A_2에 대하여 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{4}$인 부채꼴 $A_1A_2B_2$를 그린다. 점 A_2에서 선분 A_1B_2에 내린 수선의 발을 B_3이라 하고, 선분 A_1A_2위의 $\overline{A_2B_3}=\overline{A_2A_3}$인 점 A_3에 대하여 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{4}$인 부채꼴 $A_2A_3B_3$을 그린다. 이와 같은 과정을 계속하여 점 A_n에서 선분 $A_{n-1}B_n$에 내린 수선의 발을 B_{n+1}이라 하고, 선분 $A_{n-1}A_n$위의 $\overline{A_nB_{n+1}}=\overline{A_nA_{n+1}}$인 점 A_{n+1}에 대하여 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{4}$인 부채꼴 $A_nA_{n+1}B_{n+1}$을 그린다. 부채꼴 $A_{n-1}A_nB_n$의 호 A_nB_n의 길이를 l_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} l_n$의 값은?

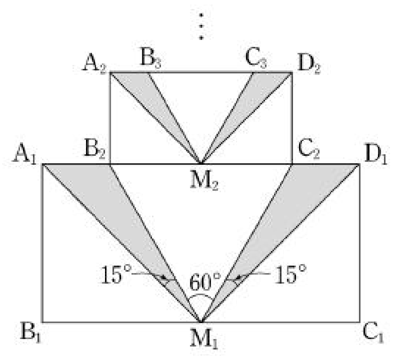
〔3점〕〔2011학년도 9월 가나12〕



① $(4-\sqrt{2})\pi$　② $(2+\sqrt{2})\pi$　③ $(2+2\sqrt{2})\pi$
④ $(4+\sqrt{2})\pi$　⑤ $(4+2\sqrt{2})\pi$

20. $\overline{A_1B_1}=1$, $\overline{B_1C_1}=2$인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$이 있다. 그림과 같이 선분 B_1C_1의 중점을 M_1이라 하고, 선분 A_1D_1위에 $\angle A_1M_1B_2=\angle C_2M_1D_1=15^\circ$, $\angle B_2M_1C_2=60^\circ$가 되도록 두 점 B_2, C_2를 정한다. 삼각형 $A_1M_1B_2$의 넓이와 삼각형 $C_2M_1D_1$의 넓이의 합을 S_1이라 하자. 사각형 $A_2B_2C_2D_2$가 $\overline{B_2C_2}=2\overline{A_2B_2}$인 직사각형이 되도록 그림과 같이 두 점 A_2, D_2를 정한다.
선분 B_2C_2의 중점을 M_2라 하고, 선분 A_2D_2 위에 $\angle A_2M_2B_3=\angle C_3M_2D_2=15^\circ$, $\angle B_3M_2C_3=60^\circ$가 되도록 두 점 B_3, C_3을 정한다. 삼각형 $A_2M_2B_3$의 넓이와 삼각형 $C_3M_2D_2$의 넓이의 합을 S_2라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 얻은 S_n에 대하여 $\sum_{n=1}^{n} S_n$의 값은?

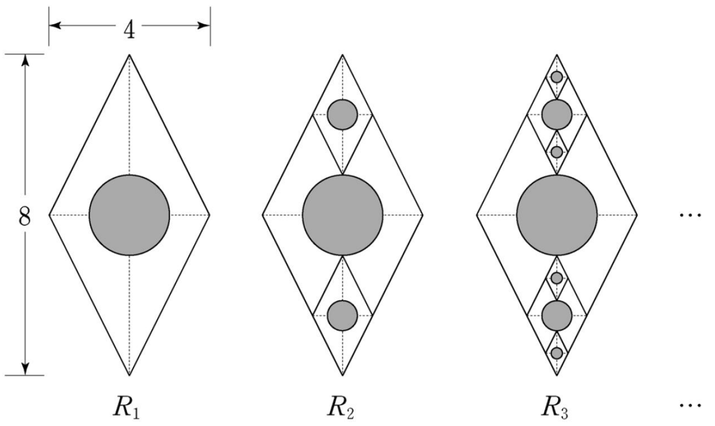
〔4점〕〔2011학년도 수능 가나10〕



① $\frac{2+\sqrt{3}}{6}$　② $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$　③ $\frac{4+\sqrt{3}}{9}$
④ $\frac{5-\sqrt{3}}{5}$　⑤ $\frac{7-\sqrt{3}}{8}$

21. 그림과 같이 두 대각선의 길이가 각각 8, 4 인 마름모 내부에 두 대각선의 교점을 중심으로 하고 짧은 대각선의 길이의 $\frac{1}{2}$ 을 지름으로 하는 원을 그려서 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에 있는 마름모에 긴 대각선의 양 끝점으로부터 그 대각선과 원의 두 교점 중 가까운 점까지의 선분을 각각 긴 대각선으로 하고, 마름모의 이웃하는 두 변 위에 짧은 대각선의 양 끝점이 놓이도록 마름모를 2 개 그린다. 새로 그려진 각 마름모에서, 두 대각선의 교점을 중심으로 하고 짧은 대각선의 길이의 $\frac{1}{2}$ 을 지름으로 하는 원을 그려서 얻은 그림을 R_2 라 하자. 그림 R_2 에 있는 작은 두 마름모에 긴 대각선의 양 끝점으로부터 그 대각선과 원의 두 교점 중 가까운 점까지의 선분을 각각 긴 대각선으로 하고, 마름모의 이웃하는 두 변 위에 짧은 대각선의 양 끝점이 놓이도록 마름모를 4 개 그린다. 새로 그려진 각 마름모에서, 두 대각선의 교점을 중심으로 하고 짧은 대각선의 길이의 $\frac{1}{2}$ 을 지름으로 하는 원을 그려서 얻은 그림을 R_3 이라 하자. 이와 같은 방법으로 n 번째 얻은 그림 R_n 에 있는 모든 원의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$ 의 값은?

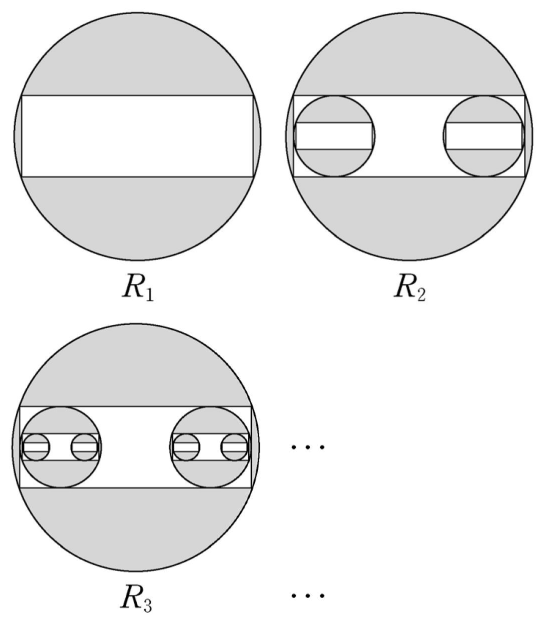
〔3점〕〔2012학년도 9월 나09〕



① $\frac{16}{13}\pi$　② $\frac{32}{25}\pi$　③ $\frac{4}{3}\pi$　④ $\frac{32}{23}\pi$　⑤ $\frac{16}{11}\pi$

22. 반지름의 길이가 1 인 원이 있다. 그림과 같이 가로의 길이와 세로의 길이의 비가 3 : 1 인 직사각형을 이 원에 내접하도록 그리고, 원의 내부와 직사각형의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 직사각형의 세 변에 접하도록 원 2 개를 그린다. 새로 그려진 각 원에 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 직사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 그림 R_2 에서 새로 그려진 직사각형의 세 변에 접하도록 원 4 개를 그린다. 새로 그려진 각 원에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에서 색칠된 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$ 의 값은?

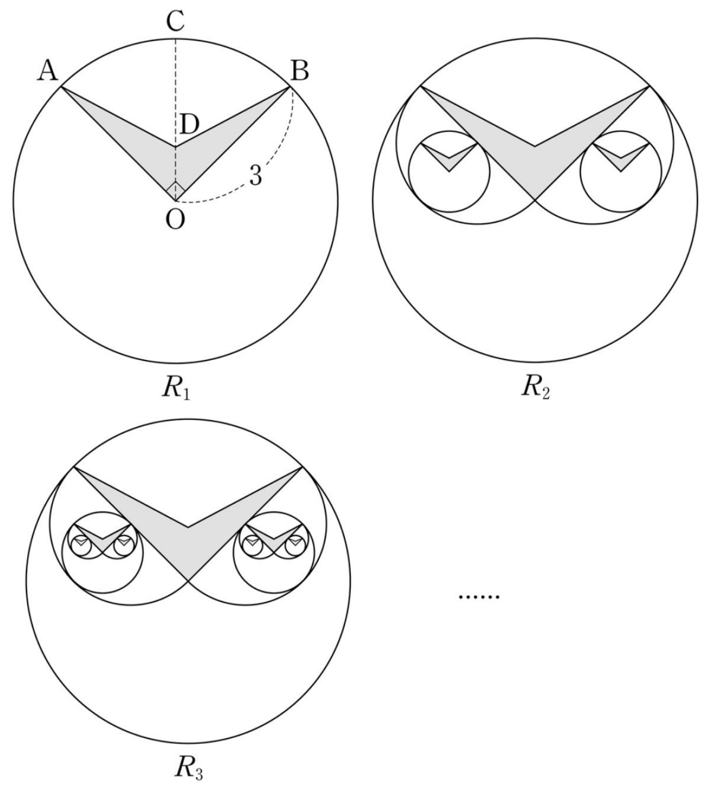
〔4점〕〔2012학년도 수능 가나14〕



① $\frac{5}{4}\pi-\frac{5}{3}$　② $\frac{5}{4}\pi-\frac{3}{2}$　③ $\frac{4}{3}\pi-\frac{8}{5}$
④ $\frac{5}{4}\pi-1$　⑤ $\frac{4}{3}\pi-\frac{16}{15}$

23. 중심이 O 이고 반지름의 길이가 3 인 원이 있다. 그림과 같이 $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$ 인 원 위의 두 점을 A, B 라 하고, 호 AC 와 호 BC 의 길이가 같은 점을 C 라 하자. 선분 OC 를 1 : 2 로 내분하는 점을 D 라 하고, 네 선분 OA, AD, DB, BO 로 둘러싸인 ⩔ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 두 반지름 OA, OB 를 각각 지름으로 하는 두 반원을 그리고, 두 반원 안에 지름의 길이가 최대인 내접원을 각각 그린다. 두 내접원 안에 각각 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 두 ⩔ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 그림 R_2 에서 그린 두 내접원의 4 개의 반지름을 각각 지름으로 하는 4 개의 반원을 그리고, 4 개의 반원 안에 지름의 길이가 최대인 내접원을 각각 그린다. 4 개의 내접원 안에 각각 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 4 개의 ⩔ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 모든 ⩔ 모양의 도형의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \to \infty} S_n$ 의 값은?

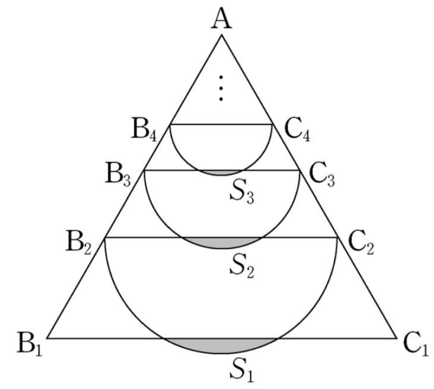
〔4점〕〔2014학년도 예비시행 가14나16〕



① $\frac{11\sqrt{2}}{7}$ ② $\frac{12\sqrt{2}}{7}$ ③ $\frac{13\sqrt{2}}{7}$

④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{15\sqrt{2}}{7}$

24. 한 변의 길이가 3 인 정삼각형 AB_1C_1 이 있다. 그림과 같이 선분 AB_1 과 선분 AC_1 을 2 : 1 로 내분하는 점을 각각 B_2, C_2 이라 하고, 선분 B_2C_2 를 지름으로 하는 원의 호 B_2C_2 와 선분 B_1C_1 로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1 이라 하자. 정삼각형 AB_2C_2 에서 선분 AB_2 과 선분 AC_2 을 2 : 1 로 내분하는 점을 각각 B_3, C_3 이라 하고, 선분 B_3C_3 를 지름으로 하는 원의 호 B_3C_3 와 선분 B_2C_2 로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2 이라 하자.



이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 부분의 넓이를 S_n 이라할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은?

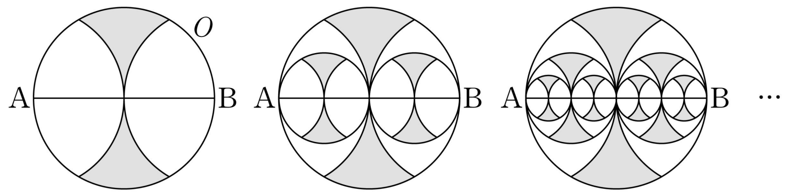
〔3점〕〔2013학년도 6월 가나12〕

① $\frac{3\pi - 5\sqrt{3}}{10}$ ② $\frac{6\pi - 9\sqrt{3}}{20}$ ③ $\frac{4\pi - 5\sqrt{3}}{10}$

④ $\frac{8\pi - 9\sqrt{3}}{20}$ ⑤ $\frac{10\pi - 9\sqrt{3}}{20}$

25. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 원 O가 있다. A, B를 각각 중심으로 하고 원 O와 반지름의 길이가 같은 두 원의 외부와 원 O의 내부의 공통부분인 ⧗ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자. 그림 R_1에 선분 AB를 2등분한 선분을 각각 지름으로 하는 두 원을 그리고, 이 두 원 안에 각각 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 ⧗ 모양의 두 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자. 그림 R_2에 선분 AB를 4등분한 선분을 각각 지름으로 하는 네 원을 그리고, 이 네 원 안에 각각 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 ⧗ 모양의 네 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_3이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 ⧗ 모양의 모든 도형의 넓이의 합을 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

〔3점〕〔2013학년도 9월 가나09〕

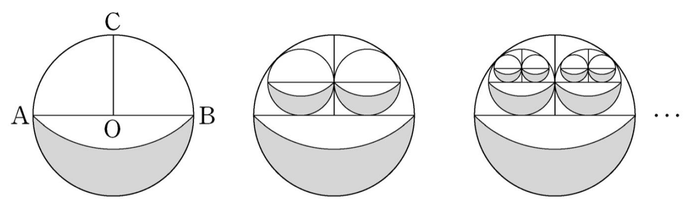


R_1　　R_2　　R_3

① $3\sqrt{3}-\frac{4}{3}\pi$　② $2\sqrt{3}-\frac{2}{3}\pi$　③ $2\sqrt{3}-\frac{\pi}{2}$
④ $3\sqrt{3}-\pi$　⑤ $3\sqrt{3}-\frac{2}{3}\pi$

26. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 원 O가 있다. 원 O의 중심을 지나고 선분 AB와 수직인 직선이 원과 만나는 2개의 점 중 한 점을 C라 하자. 점 C를 중심으로 하고 점 A와 점 B를 지나는 원의 외부와 원 O의 내부의 공통부분인 ◡ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자. 그림 R_1에서 색칠된 부분을 포함하지 않은 원 O의 반원을 이등분한 2개의 사분원에 각각 내접하는 원을 그리고, 이 2개의 원 안에 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 ◡ 모양의 2개의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자. 그림 R_2에서 새로 생긴 2개의 도형에 색칠된 부분을 포함하지 않은 반원을 각각 이등분한 4개의 사분원에 각각 내접하는 원을 그리고, 이 4개의 원 안에 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 ◡ 모양의 4개의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_3이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

〔4점〕〔2013학년도 수능 가나14〕

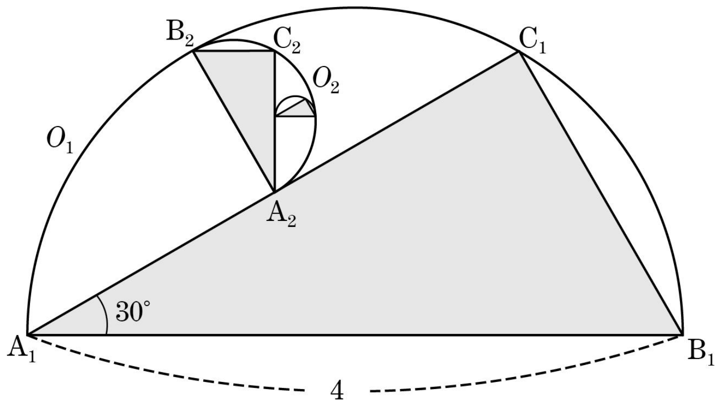


R_1　　R_2　　R_3　…

① $\frac{5+2\sqrt{2}}{7}$　② $\frac{5+3\sqrt{2}}{7}$　③ $\frac{5+4\sqrt{2}}{7}$
④ $\frac{5+5\sqrt{2}}{7}$　⑤ $\frac{5+6\sqrt{2}}{7}$

27. 그림과 같이 길이가 4인 선분 A_1B_1을 지름으로 하는 반원 O_1을 그리고, 반원 O_1 위에 $\angle C_1A_1B_1 = 30°$가 되도록 점 C_1을 정한다. 이때 삼각형 $A_1B_1C_1$의 넓이를 S_1이라 하자.
선분 A_1C_1의 중점을 A_2라 하고, 호 A_1B_2와 호 C_1B_2의 길이가 같도록 점 B_2를 정한다. 선분 A_2B_2를 지름으로 하는 반원 O_2를 그리고, 반원 O_2 위에 $\angle C_2A_2B_2 = 30°$가 되도록 점 C_2를 정한다. 이때 삼각형 $A_2B_2C_2$의 넓이를 S_2라 하자.
선분 A_2C_2의 중점을 A_3이라 하고, 호 A_2B_3과 호 C_2B_3의 길이가 같도록 점 B_3을 정한다. 선분 A_3B_3을 지름으로 하는 반원 O_3을 그리고, 반원 O_3 위에 $\angle C_3A_3B_3 = 30°$가 되도록 점 C_3을 정한다. 이때 삼각형 $A_3B_3C_3$의 넓이를 S_3이라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 얻은 삼각형 $A_nB_nC_n$의 넓이를 S_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$의 값은?

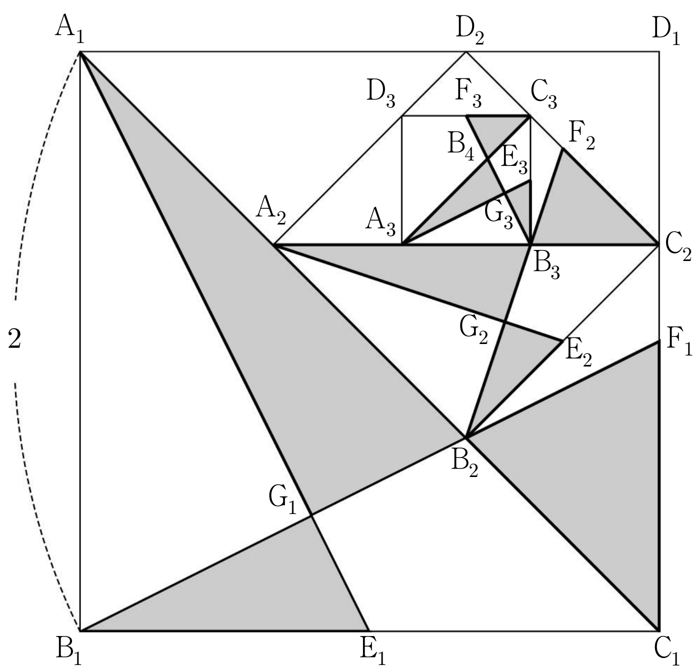
〔3점〕〔2013년 3월 가10나16〕



① $2\sqrt{3}$ ② $\frac{32\sqrt{3}}{15}$ ③ $\frac{34\sqrt{3}}{15}$ ④ $\frac{12\sqrt{3}}{5}$ ⑤ $\frac{38\sqrt{3}}{15}$

28. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$이 있다. 두 선분 B_1C_1, C_1D_1의 중점을 각각 E_1, F_1이라 하고, 두 선분 A_1E_1과 A_1C_1이 선분 B_1F_1과 만나는 두 점을 각각 G_1, B_2라 하자. 이때, 세 삼각형 $A_1G_1B_2$, $B_1E_1G_1$, $C_1F_1B_2$의 넓이의 합을 S_1이라 하자.
점 B_2를 지나고 선분 A_1B_2에 수직인 직선과 선분 C_1D_1이 만나는 점을 C_2라 하자. 점 C_2를 지나고 선분 B_2C_2에 수직인 직선과 선분 A_1D_1이 만나는 점을 D_2라 하고, 점 D_2에서 선분 A_1B_2에 내린 수선의 발을 A_2라 하자. 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$에서 두 선분 B_2C_2, C_2D_2의 중점을 각각 E_2, F_2라 하고, 두 선분 A_2E_2와 A_2C_2가 선분 B_2F_2와 만나는 두 점을 각각 G_2, B_3이라 하자. 이때, 세 삼각형 $A_2G_2B_3$, $B_2E_2G_2$, $C_2F_2B_3$의 넓이의 합을 S_2라 하자.
점 B_3을 지나고 선분 A_2B_3에 수직인 직선과 선분 C_2D_2가 만나는 점을 C_3이라 하자. 점 C_3을 지나고 선분 B_3C_3에 수직인 직선과 선분 A_2D_2가 만나는 점을 D_3이라 하고, 점 D_3에서 선분 A_2B_3에 내린 수선의 발을 A_3이라 하자. 정사각형 $A_3B_3C_3D_3$에서 두 선분 B_3C_3, C_3D_3의 중점을 각각 E_3, F_3이라 하고, 두 선분 A_3E_3과 A_3C_3이 선분 B_3F_3과 만나는 두 점을 각각 G_3, B_4라 하자. 이때, 세 삼각형 $A_3G_3B_4$, $B_3E_3G_3$, $C_3F_3B_4$의 넓이의 합을 S_3이라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 세 삼각형 $A_nG_nB_{n+1}$, $B_nE_nG_n$, $C_nF_nB_{n+1}$의 넓이의 합을 S_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$의 값은?

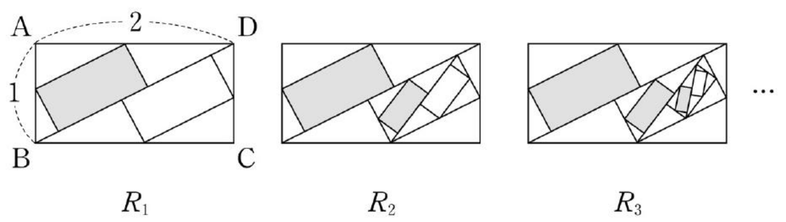
〔4점〕〔2013년 4월 가16나18〕



① $\frac{41}{35}$ ② $\frac{44}{35}$ ③ $\frac{46}{35}$ ④ $\frac{48}{35}$ ⑤ $\frac{51}{35}$

29. 직사각형 ABCD에서 $\overline{\mathrm{AB}}=1$, $\overline{\mathrm{AD}}=2$ 이다. 그림과 같이 직사각형 ABCD의 한 대각선에 의하여 만들어지는 두 직각삼각형의 내부에 두 변의 길이의 비가 1 : 2인 두 직사각형을 긴 변이 대각선 위에 놓이면서 두 직각삼각형에 각각 내접하도록 그리고 새로 그려진 두 직사각형 중 하나에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 새로 그려진 두 직사각형 중 색칠되어 있지 않은 직사각형에 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 두 직사각형 중 하나에 색칠하여 얻은 그림을 R_2이라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim\limits_{n\to\infty} S_n$의 값은?

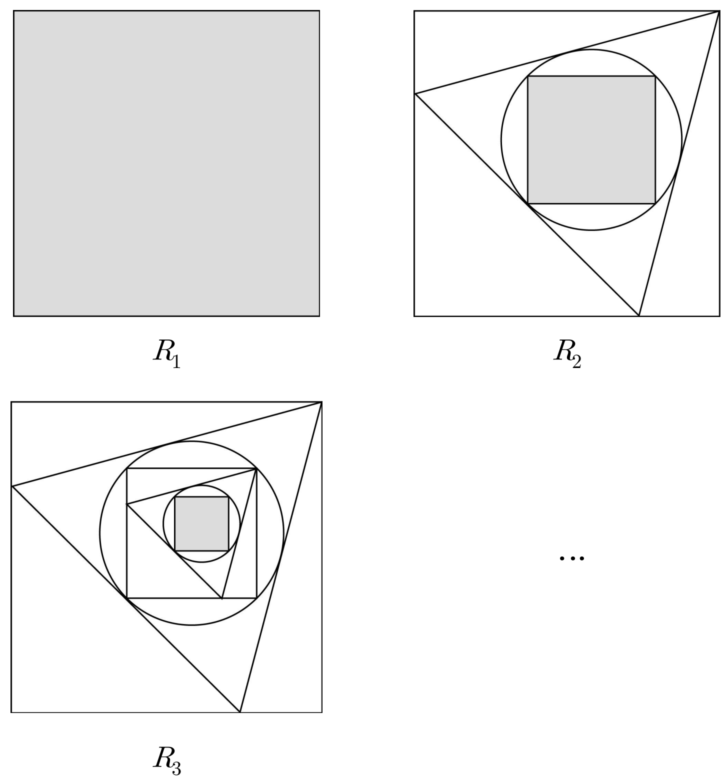
〔4점〕〔2014학년도 6월 나18〕



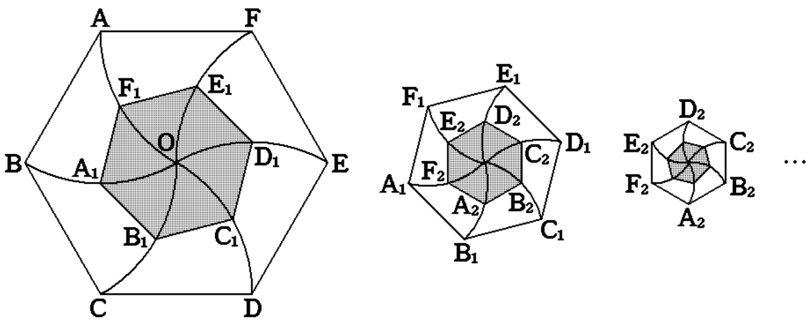
① $\frac{37}{61}$ ② $\frac{38}{61}$ ③ $\frac{39}{61}$ ④ $\frac{40}{61}$ ⑤ $\frac{41}{61}$

30. 한 변의 길이가 1인 정사각형을 R_1이라 하자. 그림과 같이 R_1의 한 꼭짓점과 정사각형 R_1의 변 위의 두 점을 세 꼭짓점으로 하는 정삼각형 하나를 그리고 이 정삼각형에 내접하는 원을 그린 후, 이 원에 내접하는 하나의 정사각형을 R_2라 하자.
정사각형 R_2의 한 꼭짓점과 정사각형 R_2의 변 위의 두 점을 세 꼭짓점으로 하는 정삼각형 하나를 그리고 이 정삼각형에 내접하는 원을 그린 후, 이 원에 내접하는 하나의 정사각형을 R_3이라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 정사각형을 R_n이라 하자. 정사각형 R_n의 넓이를 S_n이라 할 때, $\sum\limits_{n=1}^{\infty} S_n=\frac{a+b\sqrt{3}}{11}$이다. 이때 $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 자연수이다.)

〔4점〕〔2013년 7월 가29나30〕



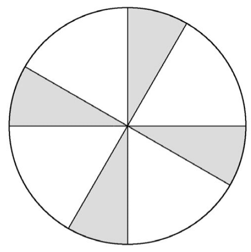
31. 한 변의 길이가 1인 정육각형 ABCDEF에서 길이가 2인 대각선의 교점을 O라 하자. 그림과 같이 꼭짓점 A, B, C, D, E, F를 중심으로 하여 점 O를 시계 방향으로 60°만큼 회전시키면서 호를 그린 다음, 이들 호의 길이를 이등분하는 점을 각각 A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1이라 하자.
정육각형 $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$에서 꼭짓점 A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1을 중심으로 하여 점 O를 시계 방향으로 60°만큼 회전시키면서 호를 그린 다음, 이들 호의 길이를 이등분하는 점을 각각 A_2, B_2, C_2, D_2, E_2, F_2라 하자.
정육각형 $A_2B_2C_2D_2E_2F_2$에서 꼭짓점 A_2, B_2, C_2, D_2, E_2, F_2를 중심으로 하여 점 O를 시계 방향으로 60°만큼 회전시키면서 호를 그린 다음, 이들 호의 길이를 이등분하는 점을 각각 A_3, B_3, C_3, D_3, E_3, F_3이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 정육각형 $A_nB_nC_nD_nE_nF_n$의 넓이를 S_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$의 값은? [4점][2014학년도 사관학교 17가18나]

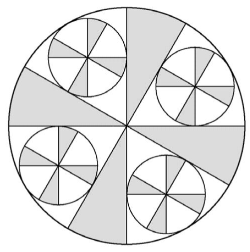


① $\frac{7-3\sqrt{3}}{4}$ ② $\frac{7-2\sqrt{3}}{4}$ ③ $\frac{9-4\sqrt{3}}{4}$
④ $\frac{9-3\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\frac{9-2\sqrt{3}}{4}$

32. 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 원에 중심각의 크기가 60° 이고 반지름의 길이가 1 인 부채꼴을 서로 겹치지 않게 4 개 그린 후 원의 내부와 새로 그린 부채꼴의 외부에 공통으로 속하는 영역을 색칠하여 얻은 그림을 [그림 1] 이라 하자.
[그림 1] 에서 색칠되지 않은 각 부채꼴에 두 반지름과 호에 모두 접하도록 원을 그린다. 새로 그린 각 원에 중심각의 크기가 60° 이고 반지름의 길이가 새로 그린 원의 반지름의 길이와 같은 부채꼴을 서로 겹치지 않게 4 개씩 그린 후 새로 그린 원의 내부와 새로 그린 부채꼴의 외부에 공통으로 속하는 영역을 색칠하여 얻은 그림을 [그림 2] 라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림에서 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$ 의 값은?

[4점][2014학년도 9월 나16]


[그림 1]

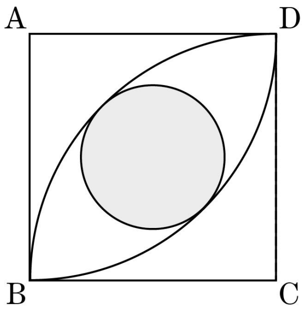

[그림 2]

…

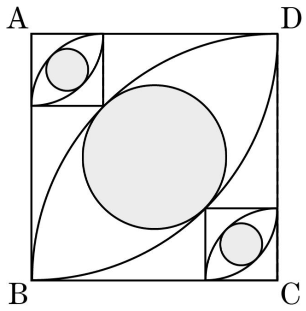
① $\frac{7}{15}\pi$ ② $\frac{8}{15}\pi$ ③ $\frac{3}{5}\pi$ ④ $\frac{2}{3}\pi$ ⑤ $\frac{11}{15}\pi$

33. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 ABCD 안에 꼭짓점 A, C를 중심으로 하고 선분 AB, CD를 반지름으로 하는 사분원을 각각 그린다. 두 사분원의 호로 둘러싸인 부분에 내접하는 가장 큰 원을 그리고, 그 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 두 꼭짓점 A, C로부터 두 사분원의 호와 원이 접하는 두 점 중 가까운 점까지의 선분을 대각선으로 하는 정사각형을 각각 그린다. 이 2개의 정사각형 안에 그림 R_1에서 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 2개의 원의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
그림 R_2에 있는 작은 두 정사각형에서 두 꼭짓점으로부터 사분원과 원의 접점 중 가까운 점까지의 선분을 대각선으로 하는 정사각형을 각각 그린다. 이 4개의 정사각형 안에 그림 R_1에서 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 4개의 원의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_3이라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에서 색칠된 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

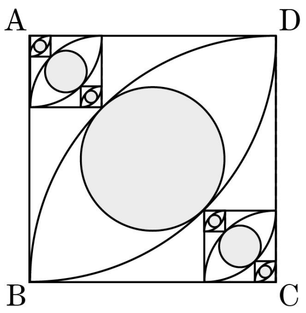
[4점][2013년 10월 나19]



R_1



R_2



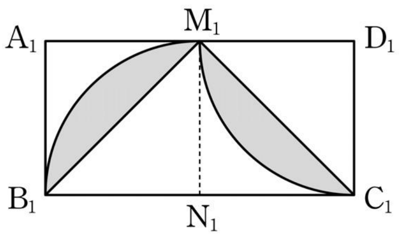
R_3

⋯

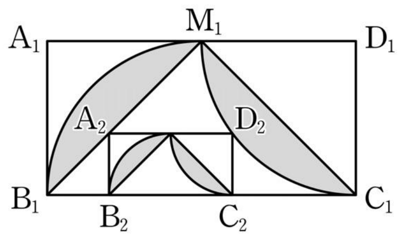
① $(3-2\sqrt{2})\pi$ ② $(2-\sqrt{3})\pi$ ③ $(\sqrt{2}-1)\pi$
④ $(4-2\sqrt{3})\pi$ ⑤ $(2-\sqrt{2})\pi$

34. 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$에서 $\overline{A_1B_1}=1$, $\overline{A_1D_1}=2$이다. 그림과 같이 선분 A_1D_1과 선분 B_1C_1의 중점을 각각 M_1, N_1이라 하자.
중심이 N_1, 반지름의 길이가 $\overline{B_1N_1}$이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 $N_1M_1B_1$을 그리고, 중심이 D_1, 반지름의 길이가 $\overline{C_1D_1}$이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 $D_1M_1C_1$을 그린다.
부채꼴 $N_1M_1B_1$의 호 M_1B_1과 선분 M_1B_1로 둘러싸인 부분과 부채꼴 $D_1M_1C_1$의 호 M_1C_1과 선분 M_1C_1로 둘러싸인 부분인 모양에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에 선분 M_1B_1 위의 점 A_2, 호M_1C_1 위의 점 D_2와 변B_1C_1 위의 두 점 B_2, C_2를 꼭짓점으로 하고 $\overline{A_2B_2}$: $\overline{A_2D_2}$ = 1 : 2인 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$를 그리고, 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$에서 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 모양에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

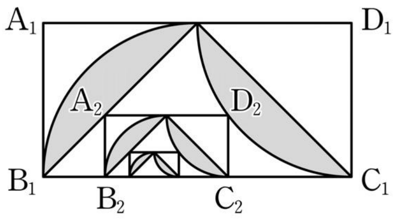
[4점][2014학년도 수능 가15나17]



R_1



R_2



R_3

⋯

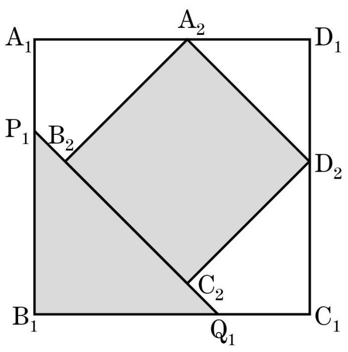
① $\frac{25}{19}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$ ② $\frac{5}{4}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$ ③ $\frac{25}{21}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$
④ $\frac{25}{22}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$ ⑤ $\frac{25}{23}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$

35. 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$에서 선분 A_1B_1을 $1:2$로 내분하는 점을 P_1, 선분 B_1C_1을 $2:1$로 내분하는 점을 Q_1이라 하자. 선분 A_1D_1 위의 점 A_2, 선분 P_1Q_1 위의 두 점 B_2, C_2, 선분 C_1D_1 위의 점 D_2를 네 꼭짓점으로 하는 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$를 그리고 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$의 내부와 삼각형 $P_1B_1Q_1$의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

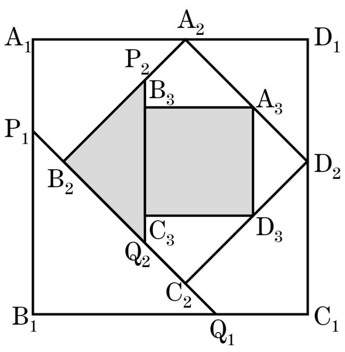
정사각형 $A_2B_2C_2D_2$에서 선분 A_2B_2를 $1:2$로 내분하는 점을 P_2, 선분 B_2C_2를 $2:1$로 내분하는 점을 Q_2라 하자. 선분 A_2D_2 위의 점 A_3, 선분 P_2Q_2 위의 두 점 B_3, C_3, 선분 C_2D_2 위의 점 D_3을 네 꼭짓점으로 하는 정사각형 $A_3B_3C_3D_3$을 그리고 정사각형 $A_3B_3C_3D_3$의 내부와 삼각형 $P_2B_2Q_2$의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$의 값은?

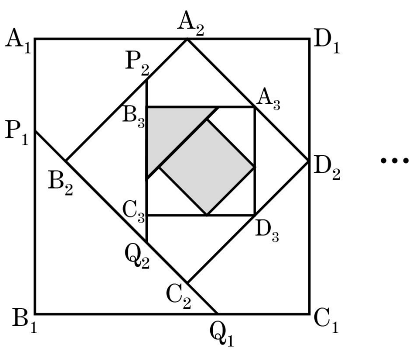
〔4점〕〔2014년 3월 가11나17〕



R_1



R_2



R_3

…

① $\frac{375}{49}$ ② $\frac{400}{49}$ ③ $\frac{425}{49}$ ④ $\frac{450}{49}$ ⑤ $\frac{475}{49}$

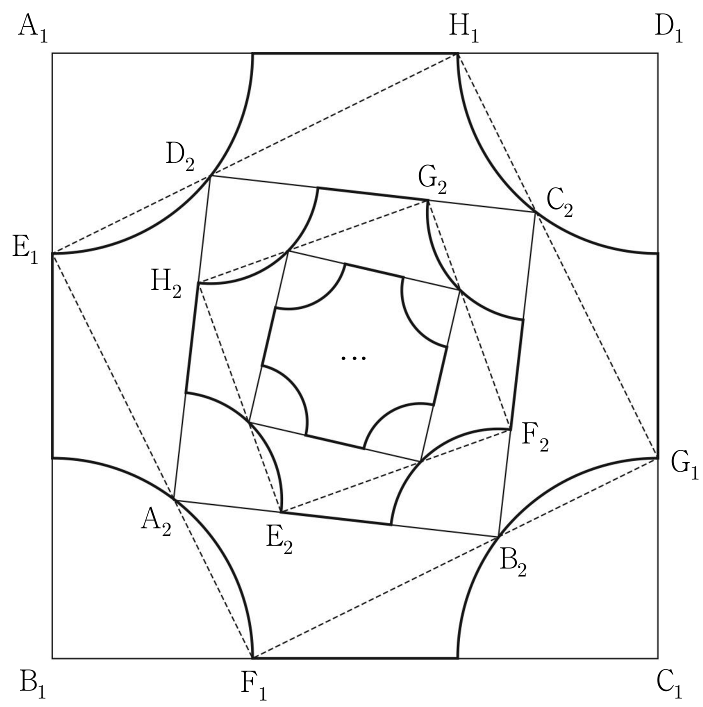
36. 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$이 있다. 네 선분 A_1B_1, B_1C_1, C_1D_1, D_1A_1을 각각 $1:2$로 내분하는 점을 각각 E_1, F_1, G_1, H_1이라 하고, 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$의 네 꼭짓점을 중심으로 하고 네 선분 A_1E_1, B_1F_1, C_1G_1, D_1H_1을 각각 반지름으로 하는 4개의 사분원을 잘라내어 얻은 모양의 도형을 R_1이라 하자.

정사각형 $E_1F_1G_1H_1$과 도형 R_1과의 교점 중 정사각형 $E_1F_1G_1H_1$의 꼭짓점이 아닌 4개의 점을 A_2, B_2, C_2, D_2라 하자. 정사각형$A_2B_2C_2D_2$에서 네 선분 A_2B_2, B_2C_2, C_2D_2, D_2A_2를 각각 $1:2$로 내분하는 점을 각각 E_2, F_2, G_2, H_2라 하고, 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$의 네 꼭짓점을 중심으로 하고 네 선분 A_2E_2, B_2F_2, C_2G_2, D_2H_2를 각각 반지름으로 하는 4개의 사분원을 잘라내어 얻은 모양의 도형을 R_2라 하자.

정사각형 $E_2F_2G_2H_2$에서 도형 R_2를 얻는 것과 같은 방법으로 얻은 모양의 도형을 R_3이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 모양의 도형 R_n의 넓이를 S_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$의 값은?

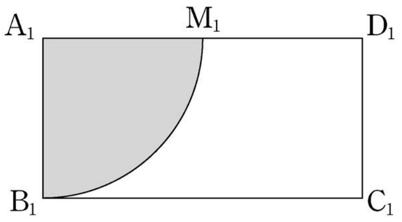
〔4점〕〔2014년 4월 가16나18〕



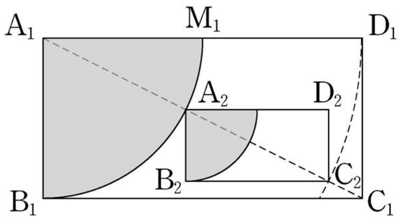
① $\frac{39}{32}(9-\pi)$ ② $\frac{5}{4}(9-\pi)$ ③ $\frac{21}{16}(9-\pi)$
④ $\frac{11}{8}(9-\pi)$ ⑤ $\frac{45}{32}(9-\pi)$

37. 그림과 같이 $\overline{A_1D_1}=2$, $\overline{A_1B_1}=1$인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$에서 선분 A_1D_1의 중점을 M_1이라 하자. 중심이 A_1, 반지름의 길이가 $\overline{A_1B_1}$이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 $A_1B_1M_1$을 그리고, 부채꼴 $A_1B_1M_1$에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 부채꼴 $A_1B_1M_1$의 호 B_1M_1이 선분 A_1C_1과 만나는 점을 A_2라 하고, 중심이 A_1, 반지름의 길이가 $\overline{A_1D_1}$인 원이 선분 A_1C_1과 만나는 점을 C_2라 하자. 가로와 세로의 길이의 비가 $2:1$이고 가로가 선분 A_1D_1과 평행한 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$를 그리고, 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$에서 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 부채꼴에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

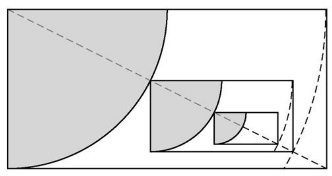
〔4점〕〔2015학년도 6월 가15나18〕



R_1

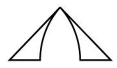
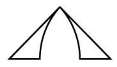
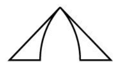


R_2

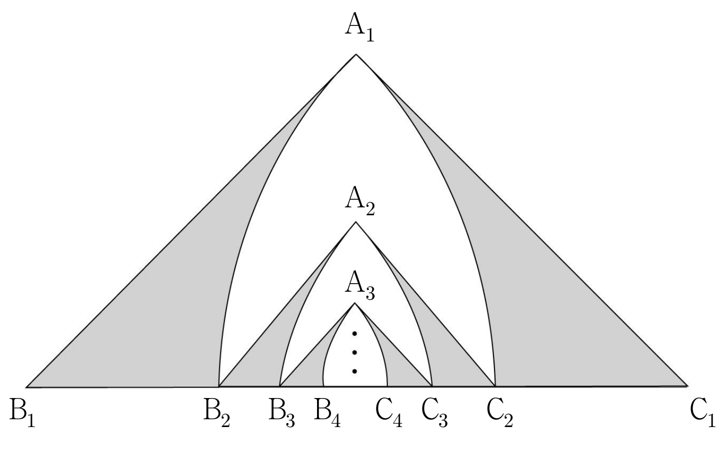

R_3

…

① $\frac{5}{16}\pi$　② $\frac{11}{32}\pi$　③ $\frac{3}{8}\pi$　④ $\frac{13}{32}\pi$　⑤ $\frac{7}{16}\pi$

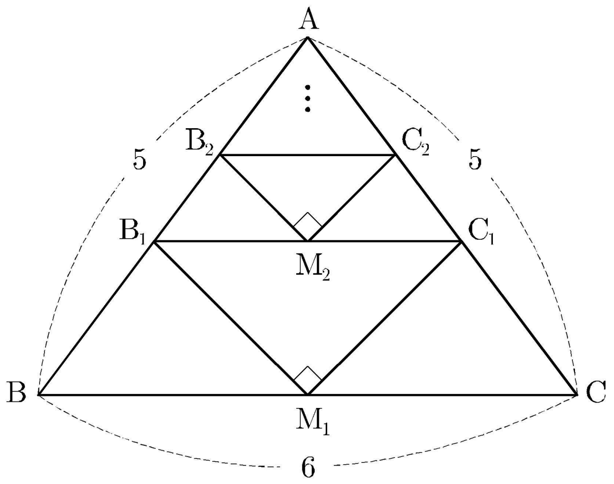
38. 그림과 같이 길이가 4인 선분 B_1C_1을 빗변으로 하고 $\angle B_1A_1C_1=90^\circ$인 직각이등변삼각형 $A_1B_1C_1$을 그린다. $\overline{B_1A_1}=\overline{B_1C_2}$이고 $\overline{C_1A_1}=\overline{C_1B_2}$인 선분 B_1C_1 위의 두 점 C_2와 B_2에 대하여 부채꼴 $B_1A_1C_2$와 부채꼴 $C_1A_1B_2$를 그린 후 생긴  모양에 색칠하고 그 넓이를 S_1이라 하자.
선분 B_2C_2를 빗변으로 하고 삼각형 $A_1B_1C_1$의 내부의 점 A_2에 대하여 $\angle B_2A_2C_2=90^\circ$인 직각이등변삼각형 $A_2B_2C_2$를 그린다. $\overline{B_2A_2}=\overline{B_2C_3}$이고 $\overline{C_2A_2}=\overline{C_2B_3}$인 선분 B_2C_2 위의 두 점 C_3과 B_3에 대하여 부채꼴 $B_2A_2C_3$과 부채꼴 $C_2A_2B_3$을 그린 후 생긴  모양에 색칠하고 그 넓이를 S_2라 하자.
선분 B_3C_3을 빗변으로 하고 삼각형 $A_2B_2C_2$의 내부의 점 A_3에 대하여 $\angle B_3A_3C_3=90^\circ$인 직각이등변삼각형 $A_3B_3C_3$을 그린다. $\overline{B_3A_3}=\overline{B_3C_4}$이고 $\overline{C_3A_3}=\overline{C_3B_4}$인 선분 B_3C_3 위의 두 점 C_4와 B_4에 대하여 부채꼴 $B_3A_3C_4$와 부채꼴 $C_3A_3B_4$를 그린 후 생긴  모양에 색칠하고 그 넓이를 S_3이라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 얻은 S_n에 대하여
$\frac{1}{4-\pi}\sum_{n=1}^{\infty} S_n = a+\sqrt{b}$ (a, b는 정수)일 때, a^2+b^2의 값을 구하시오.

〔4점〕〔2014년 7월 가28나30〕



39. 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}=5$, $\overline{BC}=6$인 이등변삼각형 ABC가 있다. 선분 BC의 중점 M_1을 잡고 두 선분 AB, AC 위에 각각 점 B_1, C_1을 $\angle B_1M_1C_1=90^\circ$이고 $\overline{B_1C_1}//\overline{BC}$가 되도록 잡아 직각삼각형 $B_1M_1C_1$을 만든다. 선분 B_1C_1의 중점 M_2를 잡고 두 선분 AB_1, AC_1 위에 각각 점 B_2, C_2를 $\angle B_2M_2C_2=90^\circ$이고 $\overline{B_2C_2}//\overline{B_1C_1}$이 되도록 잡아 직각삼각형 $B_2M_2C_2$를 만든다. 이와 같은 과정을 계속하여 n번째 만든 직각삼각형 $B_nM_nC_n$의 넓이를 S_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty}S_n$의 값은?

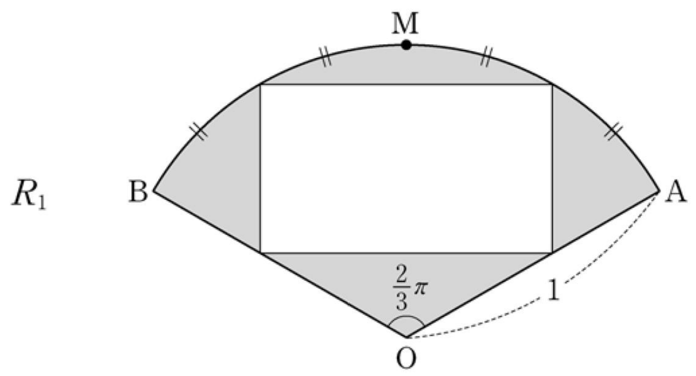
〔4점〕〔2015학년도 사관학교 17가나〕

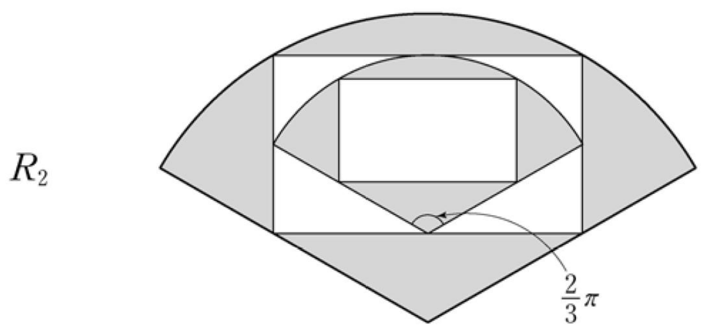


① $\frac{47}{11}$ ② $\frac{48}{11}$ ③ $\frac{49}{11}$ ④ $\frac{50}{11}$ ⑤ $\frac{51}{11}$

40. 중심이 O, 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{2}{3}\pi$인 부채꼴 OAB가 있다. 그림과 같이 호 AB를 이등분하는 점을 M이라 하고 호 AM과 호 MB를 각각 이등분하는 점을 두 꼭짓점으로 하는 직사각형을 부채꼴 OAB에 내접하도록 그리고, 부채꼴의 내부와 직사각형의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자. 그림 R_1에 직사각형의 네 변의 중점을 모두 지나도록 중심각의 크기가 $\frac{2}{3}\pi$인 부채꼴을 그리고, 이 부채꼴에 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
그림 R_2에 새로 그려진 직사각형의 네 변의 중점을 모두 지나도록 중심각의 크기가 $\frac{2}{3}\pi$인 부채꼴을 그리고 이 부채꼴에 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_3이라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}S_n$의 값은?

〔4점〕〔2015학년도 9월 가16나18〕



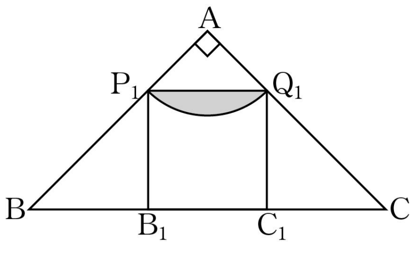


⋮ ⋮

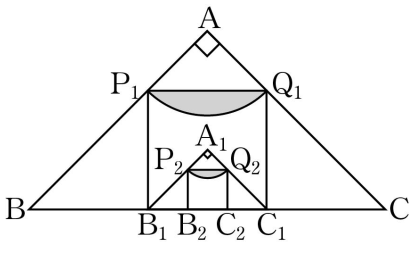
① $\frac{2\pi-3\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{\pi-\sqrt{2}}{3}$ ③ $\frac{2\pi-3\sqrt{2}}{3}$
④ $\frac{\pi-\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{2\pi-2\sqrt{3}}{3}$

41. 빗변 BC의 길이가 2인 직각이등변삼각형 ABC가 있다. 그림과 같이 삼각형 ABC의 직각을 낀 두 변에 내접하고 두 점 B_1, C_1이 선분 BC 위에 놓이도록 정사각형 $P_1B_1C_1Q_1$을 그린다. 중심이 A, 반지름의 길이가 $\overline{AP_1}$이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 AP_1Q_1을 그린 후 부채꼴 AP_1Q_1의 호 P_1Q_1과 선분 P_1Q_1로 둘러싸인 부분인 ⌓ 모양에 색칠하여 얻은 그림을 F_1이라 하자.
그림 F_1에 선분 B_1C_1을 빗변으로 하는 직각이등변삼각형 $A_1B_1C_1$을 그리고, 직각이등변삼각형 $A_1B_1C_1$에서 그림 F_1을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어 지는 ⌓ 모양에 색칠하여 얻은 그림을 F_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 F_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

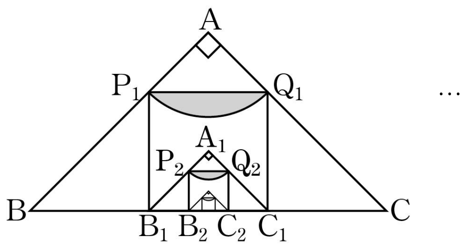
〔4점〕〔2014년 10월 가16나18〕



F_1



F_2

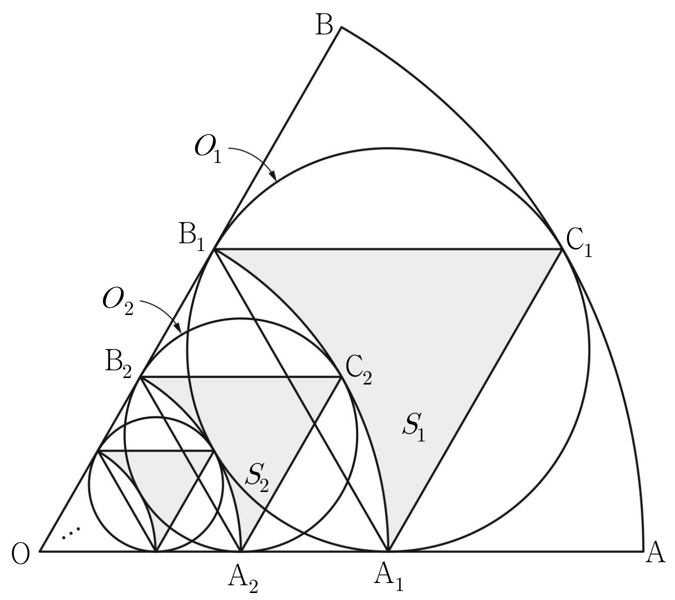


F_3

① $\frac{5(\pi-2)}{16}$ ② $\frac{\pi-2}{4}$ ③ $\frac{3(\pi-2)}{16}$
④ $\frac{\pi-2}{8}$ ⑤ $\frac{\pi-2}{16}$

42. 그림과 같이 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$이고 반지름의 길이가 6인 부채꼴 OAB가 있다. 부채꼴 OAB에 내접하는 원 O_1이 두 선분 OA, OB, 호 AB와 만나는 점을 각각 A_1, B_1, C_1이라 하고, 부채꼴 OA_1B_1의 외부와 삼각형 $A_1C_1B_1$의 내부의 공통부분의 넓이를 S_1이라 하자.
부채꼴 OA_1B_1에 내접하는 원 O_2가 두 선분 OA_1, OB_1, 호 A_1B_1과 만나는 점을 각각 A_2, B_2, C_2라 하고, 부채꼴 OA_2B_2의 외부와
삼각형 $A_2C_2B_2$의 내부의 공통부분의 넓이를 S_2라 하자.
위와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 부채꼴 OA_nB_n의 외부와 삼각형 $A_nC_nB_n$의 내부의 공통부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$의 값은?

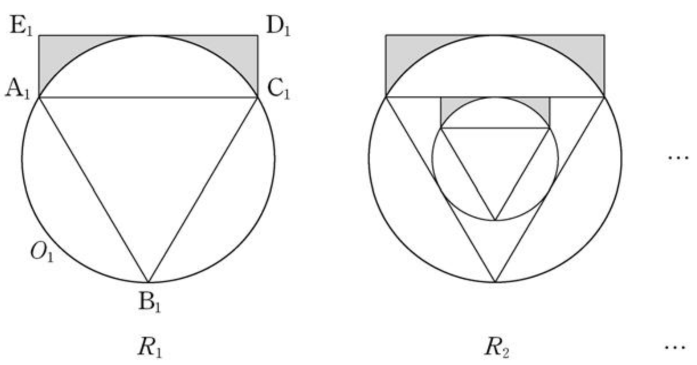
〔4점〕〔2015년 4월 가18〕



① $8\sqrt{3}-3\pi$ ② $8\sqrt{3}-2\pi$ ③ $9\sqrt{3}-3\pi$
④ $9\sqrt{3}-2\pi$ ⑤ $10\sqrt{3}-3\pi$

43. 반지름의 길이가 2인 원 O_1에 내접하는 정삼각형 $A_1B_1C_1$이 있다. 그림과 같이 직선 A_1C_1과 평행하고 점 B_1을 지나지 않는 원 O_1의 접선 위에 두 점 D_1, E_1을 사각형 $A_1C_1D_1E_1$이 직사각형이 되도록 잡고, 직사각형 $A_1C_1D_1E_1$의 내부와 원 O_1의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에 정삼각형 $A_1B_1C_1$에 내접하는 O_2와 원 O_2에 내접하는 정삼각형 $A_2B_2C_2$를 그리고, 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형 $A_2C_2D_2E_2$를 그리고 직사각형 $A_2C_2D_2E_2$의 내부와 원 O_2의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

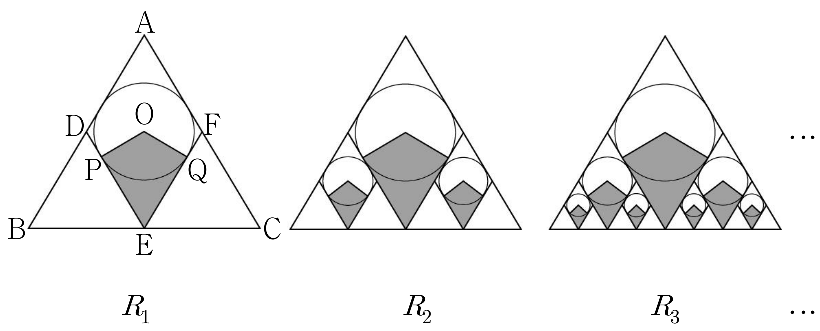
〔4점〕〔2016학년도 6월 가15나18〕



① $4\sqrt{3}-\frac{16}{9}\pi$　② $4\sqrt{3}-\frac{5}{3}\pi$　③ $4\sqrt{3}-\frac{4}{3}\pi$
④ $5\sqrt{3}-\frac{16}{9}\pi$　⑤ $5\sqrt{3}-\frac{5}{3}\pi$

44. 그림과 같이 한 변의 길이가 8인 정삼각형 ABC가 있다. 세 선분 AB, BC, CA의 중점을 각각 D, E, F라 하고 두 정삼각형 BED, ECF를 그린 후 마름모 ADEF에 중심이 O인 원을 내접하도록 그린다. 원과 두 선분 DE, EF의 접점을 각각 P, Q라 할 때, 사각형 OPEQ를 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 새로 그려진 두 개의 정삼각형의 내부에 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 두 개의 사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
그림 R_2에서 새로 그려진 네 개의 정삼각형의 내부에 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 네 개의 사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_3이라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

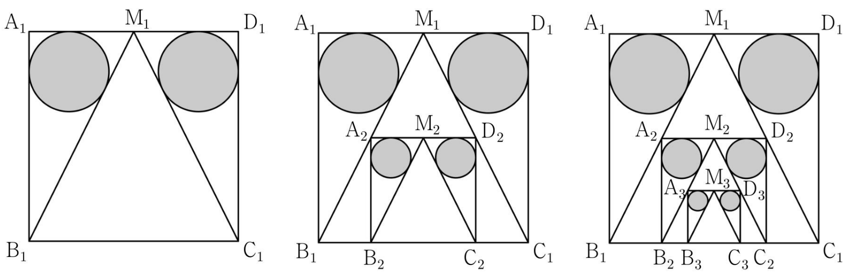
〔4점〕〔2015년 7월 나20〕



① $6\sqrt{3}$　② $\frac{13}{2}\sqrt{3}$　③ $7\sqrt{3}$
④ $\frac{15\sqrt{3}}{2}$　⑤ $8\sqrt{3}$

45. 한 변의 길이가 2인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$이 있다. 그림과 같이 변 A_1D_1의 중점을 M_1이라 할 때, 두 삼각형 $A_1B_1M_1$과 $M_1C_1D_1$에 각각 내접하는 두 원을 그리고, 두 원에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 두 꼭짓점이 변 B_1C_1 위에 있고 삼각형 $M_1B_1C_1$에 내접하는 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$를 그린 후 변 A_2D_2의 중점을 M_2라 할 때, 두 삼각형 $A_2B_2M_2$와 $M_2C_2D_2$에 각각 내접하는 두 원을 그리고, 두 원에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
그림 R_2에서 두 꼭짓점이 변 B_2C_2 위에 있고 삼각형 $M_2B_2C_2$에 내접하는 정사각형 $A_3B_3C_3D_3$을 그린 후 변 A_3D_3의 중점을 M_3이라 할 때, 두 삼각형 $A_3B_3M_3$과 $M_3C_3D_3$에 각각 내접하는 두 원을 그리고, 두 원에 색칠하여 얻은 그림을 R_3이라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

[4점][2016학년도 사관학교 16가나]

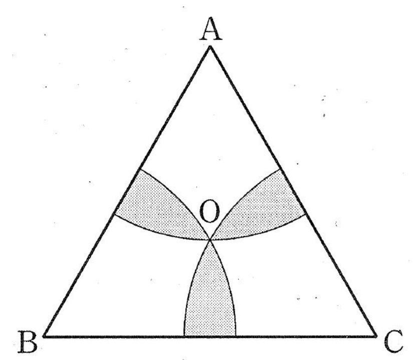


R_1 R_2 R_3

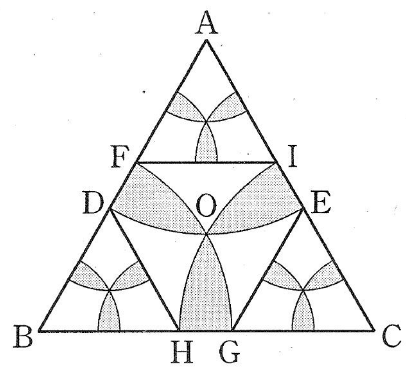
① $\frac{4(7-3\sqrt{5})}{3}\pi$ ② $\frac{4(8-3\sqrt{5})}{3}\pi$ ③ $\frac{5(7-3\sqrt{5})}{3}\pi$
④ $\frac{5(8-3\sqrt{5})}{3}\pi$ ⑤ $\frac{5(9-4\sqrt{5})}{3}\pi$

46. 그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정삼각형 ABC가 있다. 정삼각형 ABC의 외심을 O라 할 때, 중심이 A 이고 반지름의 길이가 $\overline{AO}$인 원을 O_A, 중심이 B이고 반지름의 길이가 $\overline{BO}$인 원을 O_B, 중심이 C이고 반지름의 길이가 $\overline{CO}$인 원을 O_c라 하자.
원 O_A와 원 O_B의 내부의 공통부분, 원 O_A와 원 O_c의 내부의 공통부분, 원 O_B와 원 O_c의 내부의 공통부분 중 삼각형 ABC내부에 있는 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에 원 O_A가 두 선분 AB, AC와 만나는 점을 각각 D, E, 원 O_B가 두 선분 AB, BC와 만나는 점을 각각 F, G, O_C가 두 선분 BC, AC와 만나는 점을 각각 H, I라 하고, 세 정삼각형 AFI, BHD, CEG에서 R_1을 얻는 과정과 같은 방법으로 각각 만들어지는 모양의 도형 3개에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
그림 R_2에 새로 만들어진 세 개의 정삼각형에 각각 R_1에서 R_2를 얻는 과정과 같은 방법으로 만들어지는 모양의 도형 9개에 색칠하여 얻은 그림을 R_3이라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

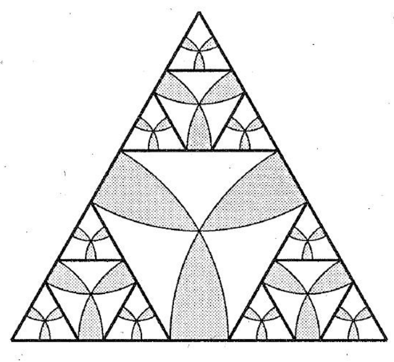
[4점][2016학년도 9월 가20]



R_1



R_2

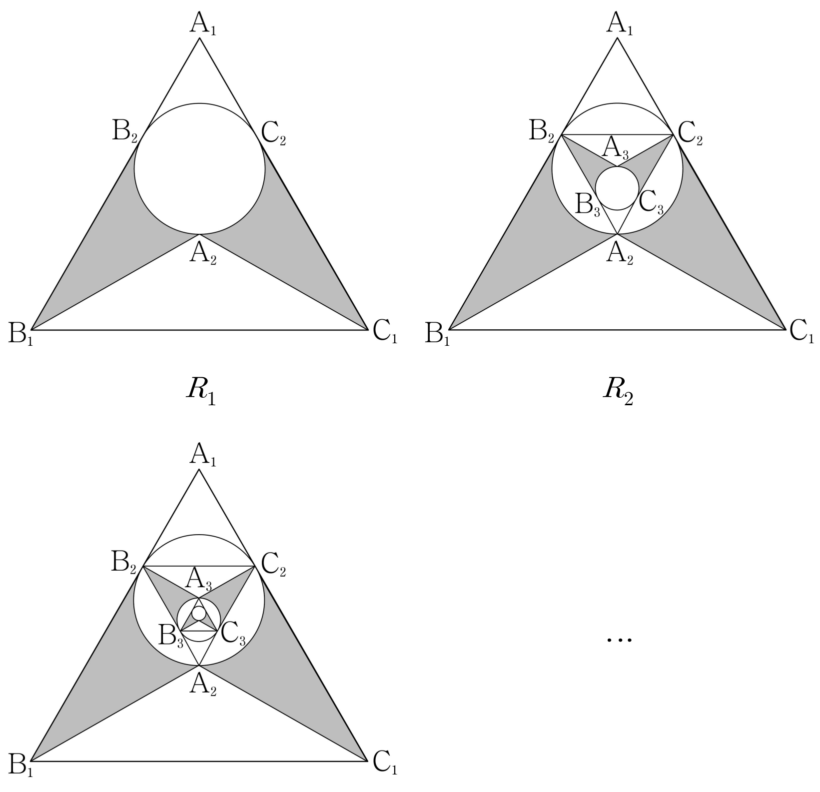


R_3 $\cdots$

① $(2\pi-3\sqrt{3})(\sqrt{3}+3)$ ② $(\pi-\sqrt{3})(\sqrt{3}+3)$
③ $(2\pi-3\sqrt{3})(2\sqrt{3}+3)$ ④ $(\pi-\sqrt{3})(2\sqrt{3}+3)$
⑤ $(2\pi-2\sqrt{3})(\sqrt{3}+3)$

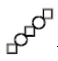
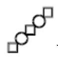
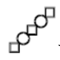
47. 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정삼각형 $A_1B_1C_1$의 무게중심을 A_2, 점 A_2를 지나는 원과 두 변 A_1B_1, A_1C_1의 접점을 각각 B_2, C_2라 하자. 호 A_2B_2, 선분 B_2B_1, 선분 B_1A_2와 호 A_2C_2, 선분 C_2C_1, 선분 C_1A_2로 둘러싸인 부분인  모양의 도형을 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 삼각형 $A_2B_2C_2$의 무게중심을 A_3, 점 A_3을 지나는 원과 두 변 A_2B_2, A_2C_2의 접점을 각각 B_3, C_3이라 하자. 그림 R_1에 호 A_3B_3, 선분 B_3B_2, 선분 B_2A_3과 호 A_3C_3, 선분 C_3C_2, 선분 C_2A_3으로 둘러싸인 부분인  모양의 도형을 색칠하고 추가하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
그림 R_2에서 삼각형 $A_3B_3C_3$의 무게중심을 A_4, 점 A_4를 지나는 원과 두 변 A_3B_3, A_3C_3의 접점을 각각 B_4, C_4라 하자. 그림 R_2에 호 A_4B_4, 선분 B_4B_3, 선분 B_3A_4와 호 A_4C_4, 선분 C_4C_3, 선분 C_3A_4로 둘러싸인 부분인  모양의 도형을 색칠하고 추가하여 얻은 그림을 R_3이라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림을 R_n, 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

[4점][2015년 10월 가17나20]

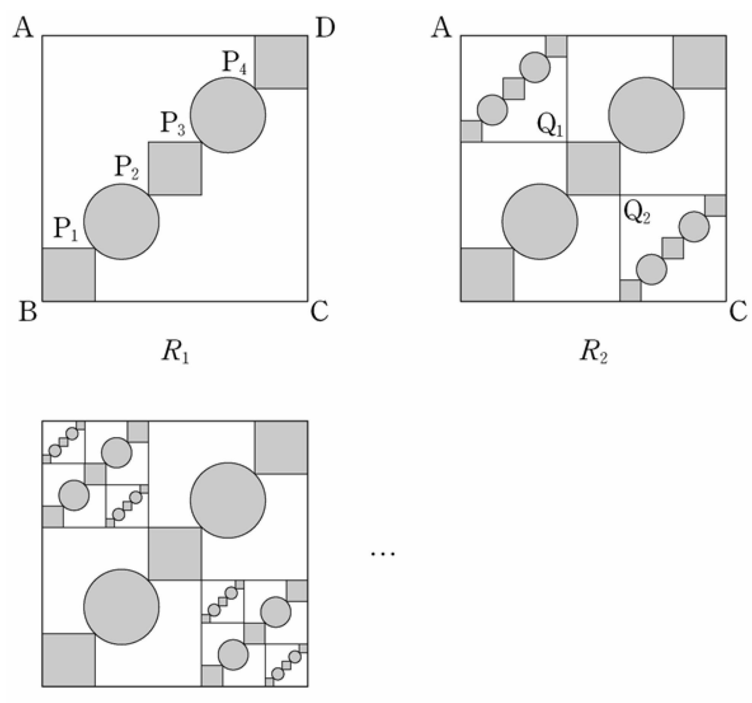


R_1 R_2 R_3

① $\frac{1}{16}(21\sqrt{3}-4\pi)$
② $\frac{1}{16}(7\sqrt{3}-2\pi)$
③ $\frac{1}{8}(21\sqrt{3}-4\pi)$
④ $\frac{1}{8}(7\sqrt{3}-2\pi)$
⑤ $\frac{1}{8}(21\sqrt{3}-2\pi)$

48. 그림과 같이 한 변의 길이가 5인 정사각형 ABCD의 대각선 BD의 5등분점을 점 B에서 가까운 순서대로 각각 P_1, P_2, P_3, P_4라 하고, 선분 BP_1, P_2P_3, P_4D를 각각 대각선으로 하는 정사각형과 선분 P_1P_2, P_2P_3를 각각 지름으로 하는 원을 그린 후,  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 선분 P_2P_3을 대각선으로 하는 정사각형의 꼭짓점 중 점 A와 가장 가까운 점을 Q_1, 점 C와 가장 가까운 점을 Q_2라 하자. 선분 AQ_1을 대각선으로 하는 정사각형과 선분 CQ_2를 대각선으로 하는 정사각형을 그리고, 새로 그려진 2개의 정사각형 안에 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로  모양의 도형을 각각 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
그림 R_2에서 선분 AQ_1을 대각선으로 하는 정사각형과 선분 CQ_2를 대각선으로 하는 정사각형에 그림 R_1에서 그림 R_2를 얻는 것과 같은 방법으로  모양의 도형을 각각 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_3이라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

[3점][2016학년도 수능 가13나15]



R_1 R_2 R_3

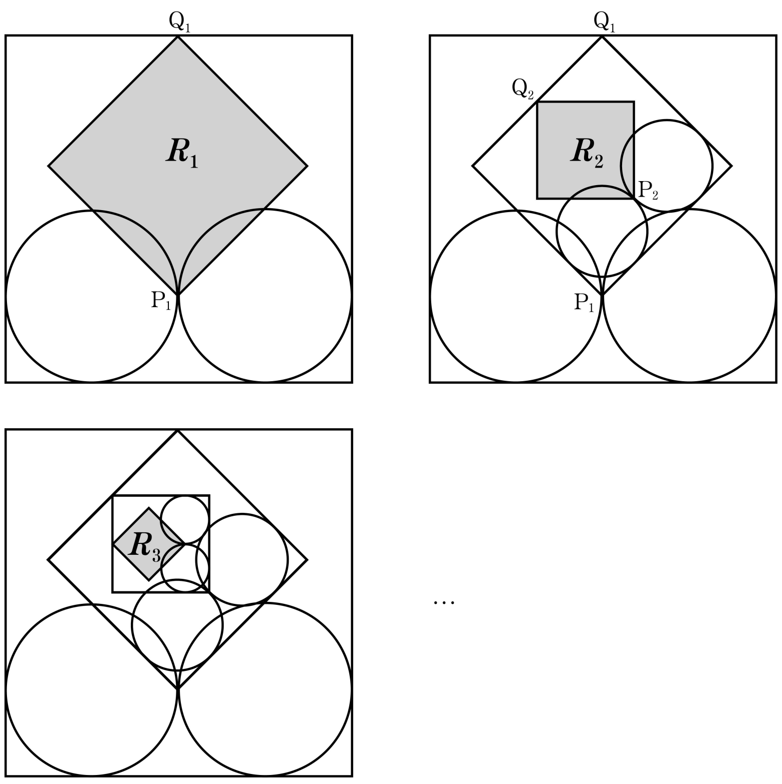
① $\frac{24}{17}(\pi+3)$
② $\frac{25}{17}(\pi+3)$
③ $\frac{26}{17}(\pi+3)$
④ $\frac{24}{17}(2\pi+1)$
⑤ $\frac{27}{17}(2\pi+1)$

49. 한 변의 길이가 4인 정사각형이 있다. 그림과 같이 지름이 2인 두 원이 서로 한 점 P_1에서 만나고 정사각형의 두 변에 각각 접하도록 그린다. 정사각형의 네 변 중 원과 접하지 않는 변의 중점을 Q_1이라 하고, 선분 P_1Q_1을 대각선으로 하는 정사각형 R_1을 그린다. 이때, R_1의 한 변의 길이를 l_1이라 하자.

지름이 $\frac{l_1}{2}$인 두 원이 서로 한 점 P_2에서 만나고 정사각형 R_1의 두 변에 각각 접하도록 그린다. 정사각형 R_1의 네 변 중 원과 접하지 않는 변의 중점을 Q_2라 하고, 선분 P_2Q_2를 대각선으로 하는 정사각형 R_2를 그린다. 이때, R_2의 한 변의 길이를 l_2라 하자.

지름이 $\frac{l_2}{2}$인 두 원이 서로 한 점 P_3에서 만나고 정사각형 R_2의 두 변에 각각 접하도록 그린다. 정사각형 R_2의 네 변 중 원과 접하지 않는 변의 중점을 Q_3이라 하고, 선분 P_3Q_3을 대각선으로 하는 정사각형 R_3을 그린다. 이때, R_3의 한 변의 길이를 l_3이라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 그린 정사각형 R_n의 한 변의 길이를 l_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} l_n$의 값은?

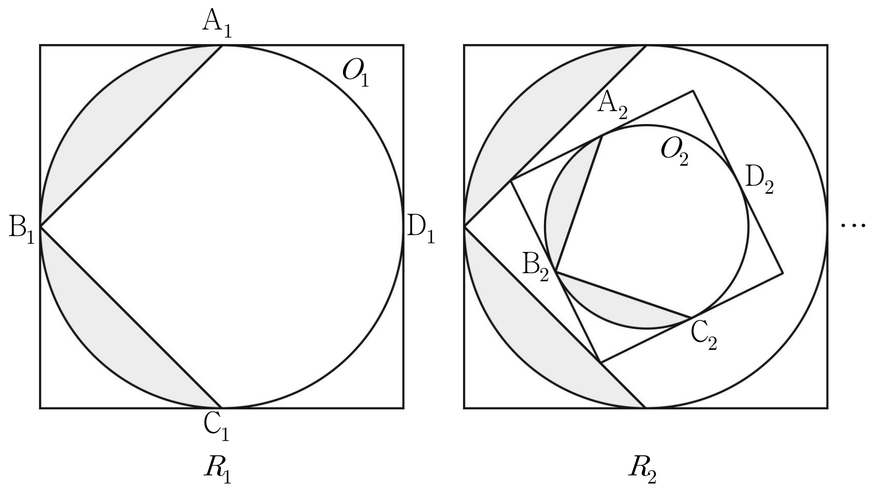
[4점][2016년 3월 나18]



① $\frac{12(3+4\sqrt{2})}{23}$ ② $\frac{24(2+\sqrt{2})}{23}$ ③ $\frac{12(1+4\sqrt{2})}{23}$
④ $\frac{3(3+2\sqrt{2})}{7}$ ⑤ $\frac{3(3+\sqrt{2})}{7}$

50. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형에 내접하는 원 O_1이 있다. 정사각형과 원 O_1의 접점을 각각 A_1, B_1, C_1, D_1이라 할 때, 원 O_1과 두 선분 A_1B_1, B_1C_1로 둘러싸인 ☾ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 두 선분 A_1B_1, B_1C_1을 각각 $3:1$로 내분하는 두 점을 이은 선분을 한 변으로 하는 정사각형을 원 O_1의 내부에 그린다. 이 정사각형에 내접하는 원을 O_2라 하고 그 접점을 각각 A_2, B_2, C_2, D_2라 할 때, 원 O_2와 두 선분 A_2B_2, B_2C_2로 둘러싸인 ☾ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
그림 R_2에서 두 선분 A_2B_2, B_2C_2를 각각 $3:1$로 내분하는 두 점을 이은 선분을 한 변으로 하는 정사각형에 그림 R_1에서 그림 R_2를 얻는 것과 같은 방법으로 만들어진 ☾ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_3이라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

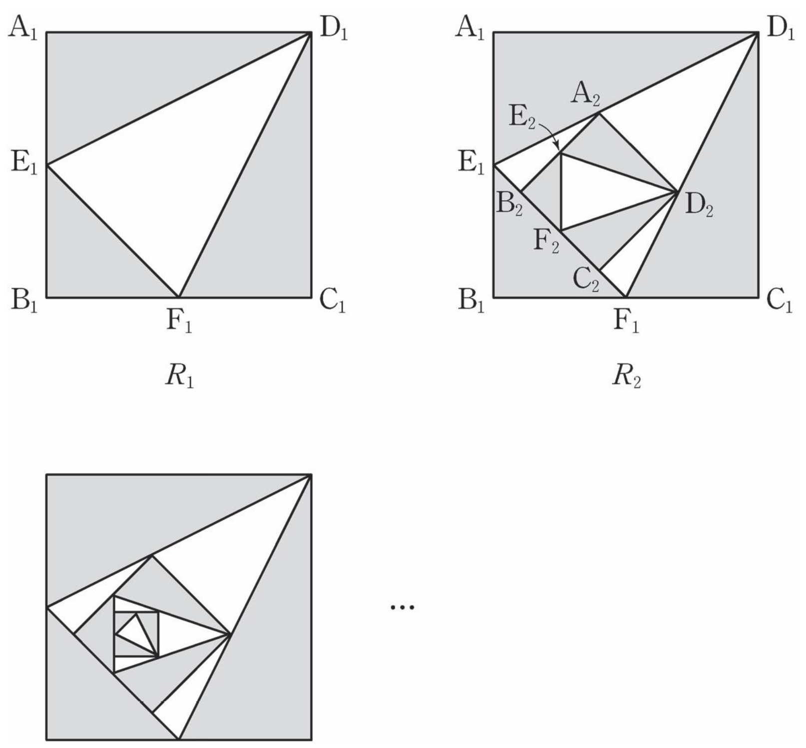
[4점][2016년 4월 나20]



① $\frac{32}{11}(\pi-2)$ ② $\frac{34}{11}(\pi-2)$ ③ $\frac{36}{11}(\pi-2)$
④ $\frac{32}{11}(\pi-1)$ ⑤ $\frac{34}{11}(\pi-1)$

51. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$에서 선분 A_1B_1과 선분 B_1C_1의 중점을 각각 E_1, F_1이라 하자. 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$의 내부와 삼각형 $E_1F_1D_1$의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에 선분 D_1E_1 위의 점 A_2, 선분 D_1F_1 위의 점 D_2와 선분 E_1F_1 위의 두 점 B_2, C_2를 꼭짓점으로 하는 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$를 그리고, 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$에 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 삼각형 $E_2F_2D_2$를 그리고 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$의 내부와 삼각형 $E_2F_2D_2$의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

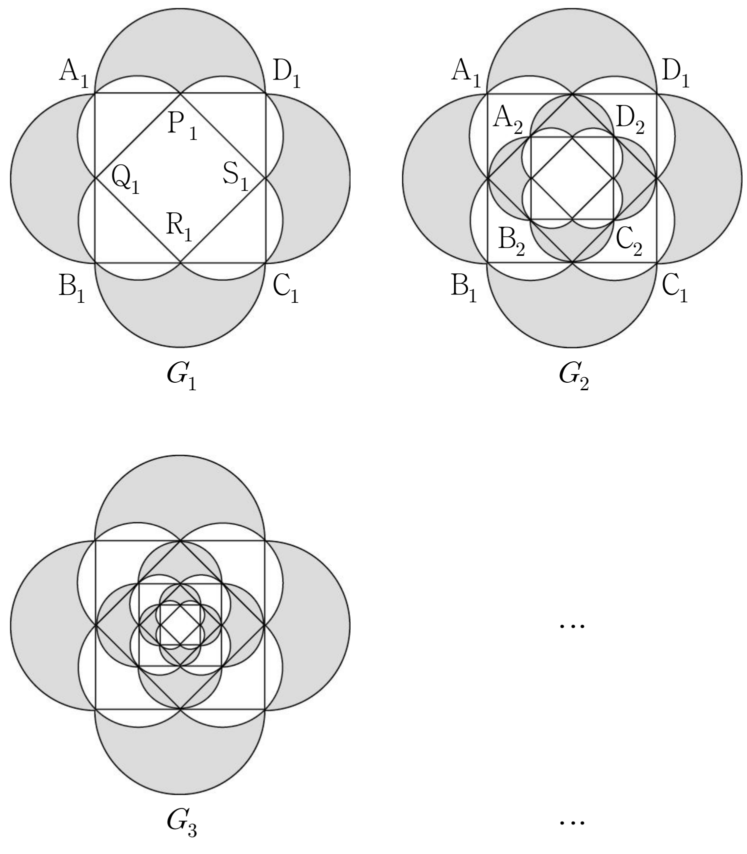
[4점][2017학년도 6월 나17]



① $\frac{125}{37}$　② $\frac{125}{38}$　③ $\frac{125}{39}$
④ $\frac{25}{8}$　⑤ $\frac{125}{41}$

52. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$이 있다. 네 변 A_1B_1, B_1C_1, C_1D_1, D_1A_1을 각각 지름으로 하는 반원을 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$의 외부에 그려 만들어진 4개의 호로 둘러싸인 모양의 도형을 E_1이라 하자. 네 변 D_1A_1, A_1B_1, B_1C_1, C_1D_1의 중점 P_1, Q_1, R_1, S_1을 꼭짓점으로 하는 정사각형에 도형 E_1을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 모양의 도형을 F_1이라 하자. 도형 E_1의 내부와 도형 F_1의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 G_1이라 하자.
그림 G_1에 네 변 P_1Q_1, Q_1R_1, R_1S_1, S_1P_1의 중점 A_2, B_2, C_2, D_2를 꼭짓점으로 하는 정사각형을 그리고 도형 E_1을 얻는 것과 같은 방법으로 새로 만들어지는 모양의 도형을 E_2라 하자. 네 변 D_2A_2, A_2B_2, B_2C_2, C_2D_2의 중점 P_2, Q_2, R_2, S_2를 꼭짓점으로 하는 정사각형을 그리고 도형 E_1을 얻는 것과 같은 방법으로 새로 만들어지는 모양의 도형을 F_2라 하자. 그림 G_1에 도형 E_2의 내부와 도형 F_2의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 G_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 G_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 T_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} T_n$의 값은?

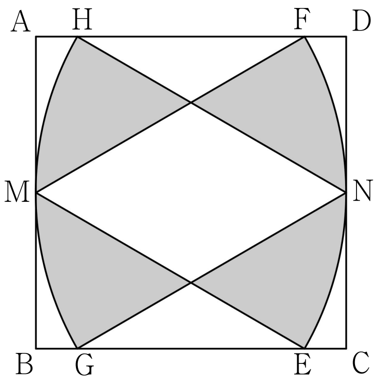
[4점][2016년 7월 나15]



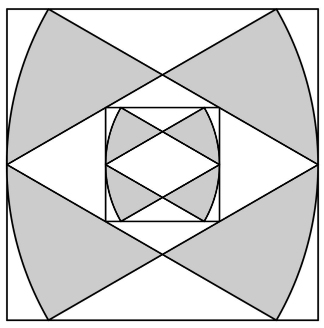
① $\frac{4}{3}(\pi+2)$　② $\frac{3}{2}(\pi+2)$　③ $\frac{5}{3}(\pi+2)$
④ $\frac{4}{3}(\pi+4)$　⑤ $\frac{5}{3}(\pi+4)$

53. 그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정사각형 ABCD가 있다. 두 선분 AB, CD의 중점을 각각 M, N이라 하자. 두 선분 BC, AD 위에 $\overline{\mathrm{ME}}=\overline{\mathrm{MF}}=\overline{\mathrm{AB}}$가 되도록 각각 점 E, F를 잡고, 중심이 M인 부채꼴 MEF를 그린다. 두 선분 BC, AD 위에 $\overline{\mathrm{NG}}=\overline{\mathrm{NH}}=\overline{\mathrm{AB}}$가 되도록 각각 점 G, H를 잡고, 중심이 N인 부채꼴 NHG를 그린다. 두 부채꼴 MEF, NHG의 내부에서 공통부분을 제외한 나머지 부분에 와 같이 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 두 부채꼴 MEF, NHG의 공통부분인 마름모의 각 변에 꼭짓점이 있고, 네 변이 정사각형 ABCD의 네 변과 각각 평행한 정사각형을 그린다. 새로 그려진 정사각형에 그림 R_1을 얻은 방법과 같은 방법으로 2개의 부채꼴을 각각 그린 다음 2개의 부채꼴의 내부에서 공통부분을 제외한 나머지 부분에 와 같이 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에서 색칠된 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

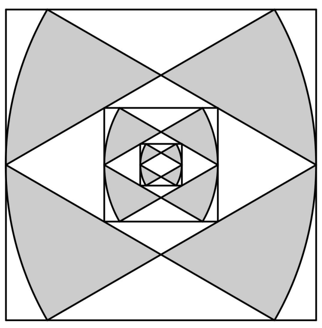
[4점][2017학년도 사관학교 19나]



R_1



R_2

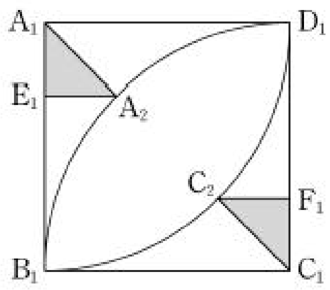


R_3 …

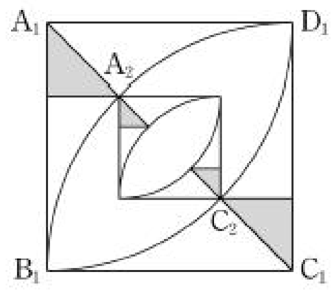
① $8\sqrt{3}(\pi-\sqrt{3})$ ② $9\sqrt{3}(\pi-\sqrt{3})$
③ $10\sqrt{3}(\pi-\sqrt{3})$ ④ $11\sqrt{3}(\pi-\sqrt{3})$
⑤ $12\sqrt{3}(\pi-\sqrt{3})$

54. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 안에 꼭짓점 A_1, C_1을 중심으로 하고 선분 A_1B_1, C_1D_1을 반지름으로 하는 사분원을 각각 그린다. 선분 A_1C_1이 두 사분원과 만나는 점 중 점 A_1과 가까운 점을 A_2, 점 C_1과 가까운 점을 C_2라 하자. 선분 A_1D_1에 평행하고 점 A_2를 지나는 직선이 선분 A_1B_1과 만나는 점을 E_1, 선분 B_1C_1에 평행하고 점 C_2를 지나는 직선이 선분 C_1D_1과 만나는 점을 F_1이라 하자. 삼각형 $A_1E_1A_2$와 삼각형 $C_1F_1C_2$를 그린 후 두 삼각형의 내부에 속하는 영역을 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에 선분 A_2C_2를 대각선으로 하는 정사각형을 그리고, 새로 그려진 정사각형 안에 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 두 개의 사분원과 두 개의 삼각형을 그리고 두 삼각형의 내부에 속하는 영역을 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

[4점][2017학년도 9월 나16]



R_1



R_2 …

① $\frac{1}{12}(\sqrt{2}-1)$ ② $\frac{1}{6}(\sqrt{2}-1)$ ③ $\frac{1}{4}(\sqrt{2}-1)$
④ $\frac{1}{3}(\sqrt{2}-1)$ ⑤ $\frac{5}{12}(\sqrt{2}-1)$

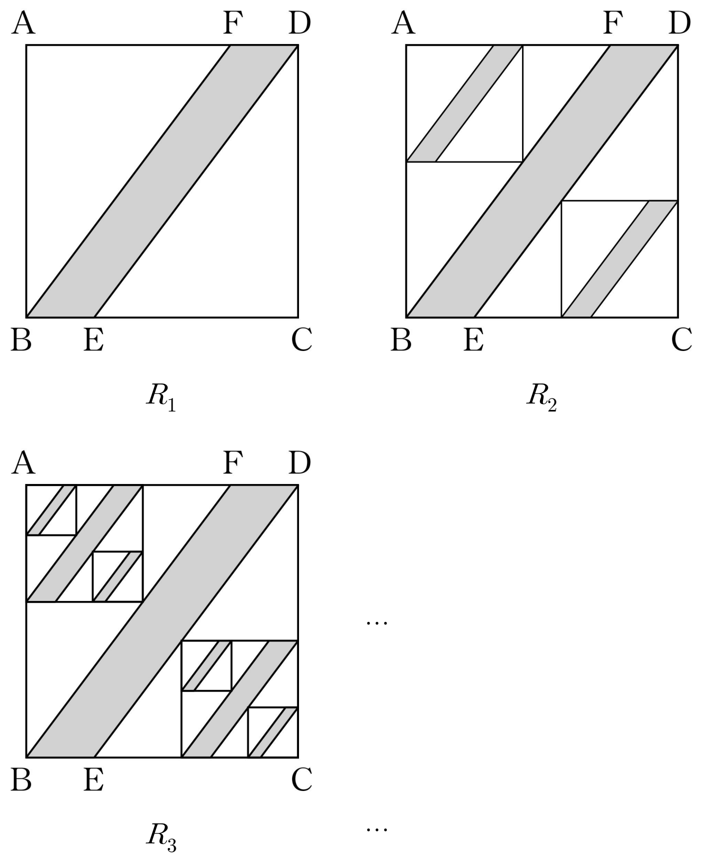
55. 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD가 있다. 그림과 같이 선분 BC를 1 : 3으로 내분하는 점을 E, 선분 DA를 1 : 3으로 내분하는 점을 F라 하고 평행사변형 BEDF를 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에서 정사각형 안에 있는 각 직각삼각형에 내접하는 가장 큰 정사각형을 각각 그리자. 새로 그려진 각 정사각형에 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 평행사변형을 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

그림 R_2에서 새로 그려진 정사각형 안에 있는 각 직각삼각형에 내접하는 가장 큰 정사각형을 각각 그리자. 새로 그려진 각 정사각형에 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 평행사변형을 색칠하여 얻은 그림을 R_3이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 모든 평행사변형의 넓이의 합을 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

〔4점〕〔2016년 10월 나19〕



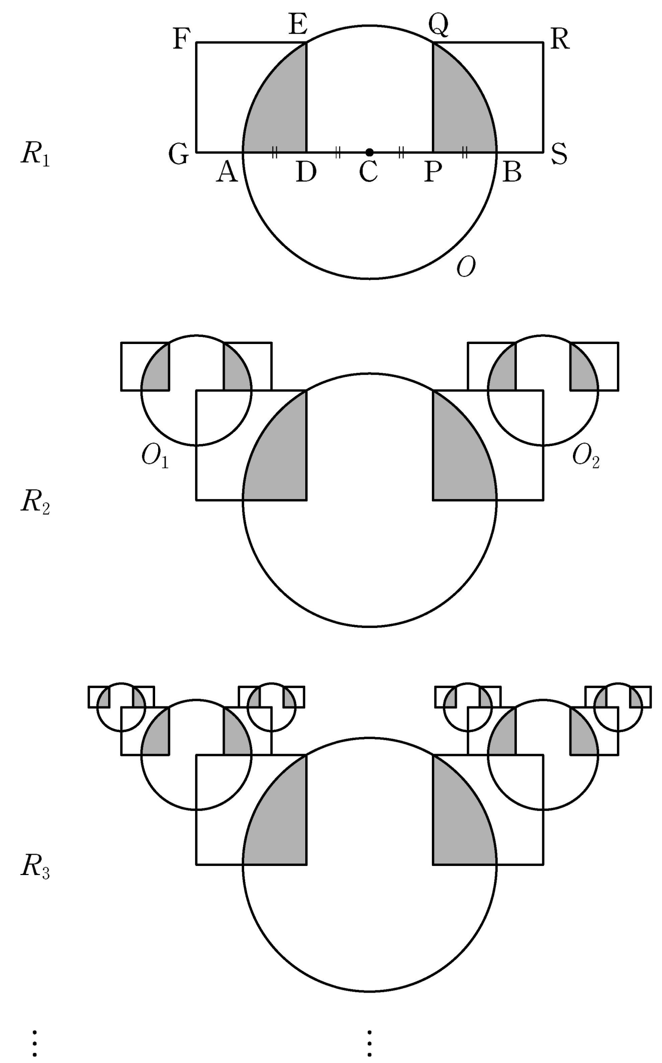
① $\frac{28}{5}$ ② $\frac{98}{17}$ ③ $\frac{196}{33}$ ④ $\frac{49}{8}$ ⑤ $\frac{196}{31}$

56. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 지름으로 하는 원 O가 있다. 원의 중심을 C라 하고, 선분 AC의 중점과 선분 BC의 중점을 각각 D, P라 하자. 선분 AC의 수직이등분선과 선분 BC의 수직이등분선이 원 O의 위쪽 반원과 만나는 점을 각각 E, Q라 하자. 선분 DE를 한 변으로 하고 원 O와 점 A에서 만나며 선분 DF가 대각선인 정사각형 DEFG를 그리고, 선분 PQ를 한 변으로 하고 원 O와 점 B에서 만나며 선분 PR가 대각선인 정사각형 PQRS를 그린다. 원 O의 내부와 정사각형 DEFG의 내부의 공통부분인 ◺모양의 도형과 원 O의 내부와 정사각형 PQRS의 내부의 공통부분인 ◺모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에서 점 F를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\frac{1}{2}\overline{DE}$인 원 O_1, 점 R를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\frac{1}{2}\overline{PQ}$인 원 O_2를 그린다. 두 원 O_1, O_2에 각각 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 ◺모양의 2개의 도형과 ◺모양의 2개의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

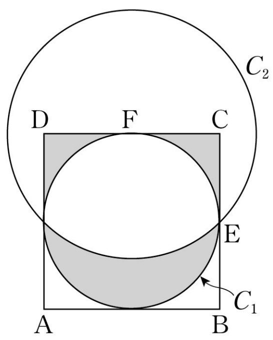
〔4점〕〔2017학년도 수능 나17〕



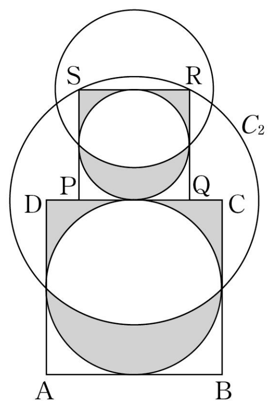
① $\frac{12\pi-9\sqrt{3}}{10}$ ② $\frac{8\pi-6\sqrt{3}}{5}$ ③ $\frac{32\pi-24\sqrt{3}}{15}$
④ $\frac{28\pi-21\sqrt{3}}{10}$ ⑤ $\frac{16\pi-12\sqrt{3}}{5}$

57. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 ABCD가 있다. 이 정사각형에 내접하는 원을 C_1이라 하자. 원 C_1이 변 BC, CD와 접하는 점을 각각 E, F라 하고, 점 F를 중심으로 하고 점 E를 지나는 원을 C_2라 하자. 원 C_1의 내부와 원 C_2의 외부의 공통부분인 모양의 도형과, 원 C_1의 외부와 원 C_2의 내부 및 정사각형 ABCD의 내부의 공통부분인 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 두 꼭짓점이 변 CD 위에 있고 나머지 두 꼭짓점이 정사각형 ABCD의 외부에 있으면서 원 C_2 위에 있는 정사각형 PQRS를 그리고, 이 정사각형 안에 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 모양과 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

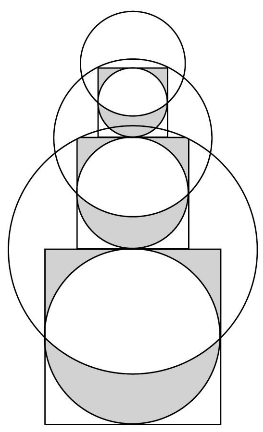
〔4점〕〔2017년 3월 나19〕



R_1



R_2



…

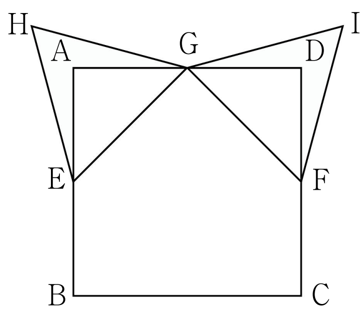
R_3 …

① $\frac{26-5\pi}{6}$ ② $\frac{28-5\pi}{6}$ ③ $\frac{30-5\pi}{6}$
④ $\frac{32-5\pi}{6}$ ⑤ $\frac{34-5\pi}{6}$

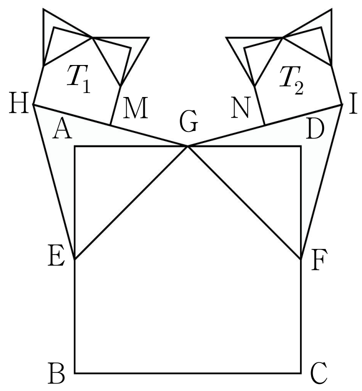
58. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD에서 선분 AB, 선분 CD, 선분 DA의 중점을 각각 E, F, G라 하자. 선분 EG를 한 변으로 하고 점 A가 내부에 있도록 정삼각형 EGH를 그리고, 선분 GF를 한 변으로 하고 점 D가 내부에 있도록 정삼각형 GFI를 그린다. 두 정삼각형 EGH, GFI의 내부와 정사각형 ABCD의 외부의 공통부분인 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 선분 HG의 중점을 M, 선분 IG의 중점을 N이라 하고, 선분 HM을 한 변으로 하는 정사각형 T_1과 선분 IN을 한 변으로 하는 정사각형 T_2를 각각 정사각형 ABCD와 만나지 않게 그린다. 정사각형 T_1, T_2에 각각 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 모양의 2개의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

〔4점〕〔2017년 4월 나18〕

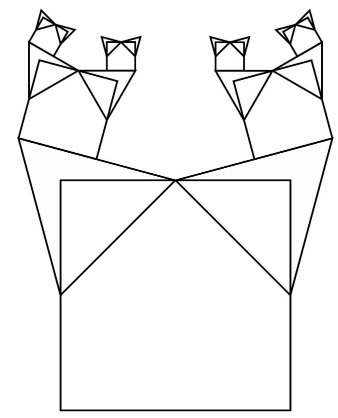
R_1



R_2



R_3



⋮ ⋮

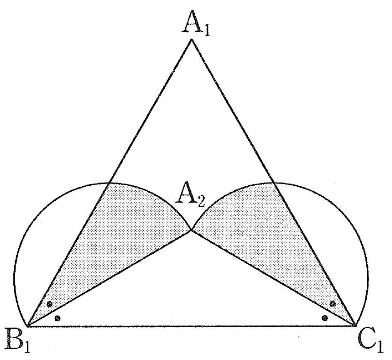
① $\frac{14}{3}(\sqrt{3}-1)$ ② $\frac{16}{3}(\sqrt{3}-1)$ ③ $6(\sqrt{3}-1)$
④ $\frac{20}{3}(\sqrt{3}-1)$ ⑤ $\frac{22}{3}(\sqrt{3}-1)$

59. 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$ 인 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 이 있다. 그림과 같이 $\angle A_1B_1C_1$ 의 이등분선과 $\angle A_1C_1B_1$ 의 이등분선이 만나는 점을 A_2 라 하자. 두 선분 B_1A_2, C_1A_2 를 각각 지름으로 하는 반원의 내부와 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 의 내부의 공통부분인 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

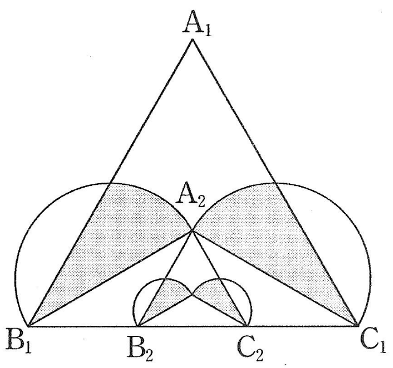
그림 R_1 에서 점 A_2 를 지나고 선분 A_1B_1 에 평행한 직선이 선분 B_1C_1 과 만나는 점을 B_2, 점 A_2 를 지나고 선분 A_1C_1 에 평행한 직선이 선분 B_1C_1 과 만나는 점을 C_2 라 하자. 그림 R_1 에 정삼각형 $A_2B_2C_2$ 를 그리고, 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 정삼각형 $A_2B_2C_2$ 의 내부에 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$ 의 값은?

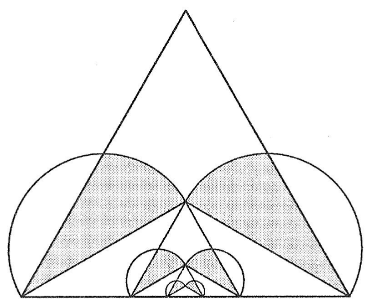
[4점][2018학년도 6월 나18]



R_1



R_2



R_3

⋯

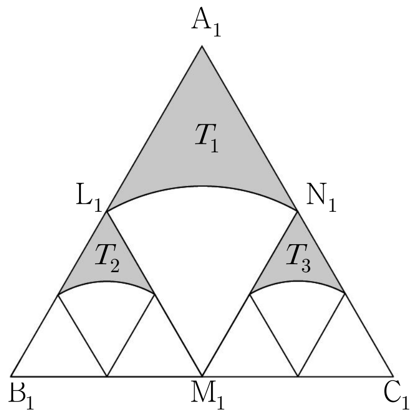
① $\frac{9\sqrt{3}+6\pi}{16}$　② $\frac{3\sqrt{3}+4\pi}{8}$　③ $\frac{9\sqrt{3}+8\pi}{16}$
④ $\frac{3\sqrt{3}+2\pi}{4}$　⑤ $\frac{3\sqrt{3}+6\pi}{8}$

60. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 이 있다. 세 선분 A_1B_1, B_1C_1, C_1A_1 의 중점을 각각 L_1, M_1, N_1 이라 하고, 중심이 M_1, 반지름의 길이가 $\overline{M_1N_1}$ 이고 중심각의 크기가 $60°$ 인 부채꼴 $M_1N_1L_1$ 을 그린 후 부채꼴 $M_1N_1L_1$ 의 호 N_1L_1 과 두 선분 A_1L_1, A_1N_1 로 둘러싸인 부분인 모양의 도형을 T_1 이라 하자. 두 정삼각형 $L_1B_1M_1$ 과 $N_1M_1C_1$ 에 도형 T_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 각각의 부채꼴의 호와 두 선분으로 둘러싸인 부분인 모양의 도형을 각각 T_2, T_3 이라 하자. 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 에서 세 도형 T_1, T_2, T_3 으로 이루어진 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

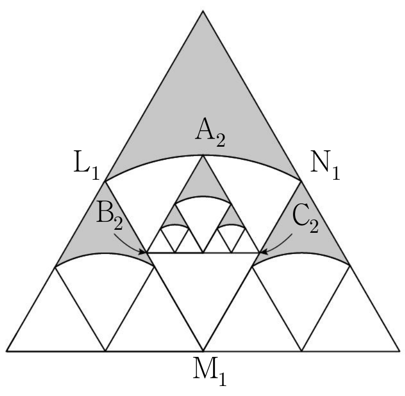
그림 R_1 에서 부채꼴 $M_1N_1L_1$ 의 호 N_1L_1 을 이등분하는 점을 A_2 라 할 때, 부채꼴 $M_1N_1L_1$ 에 내접하는 정삼각형 $A_2B_2C_2$ 를 그리고 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$ 의 값은?

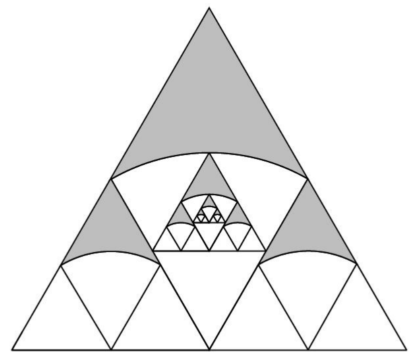
[4점][2017년 7월 나18]



R_1



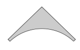
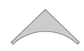
R_2



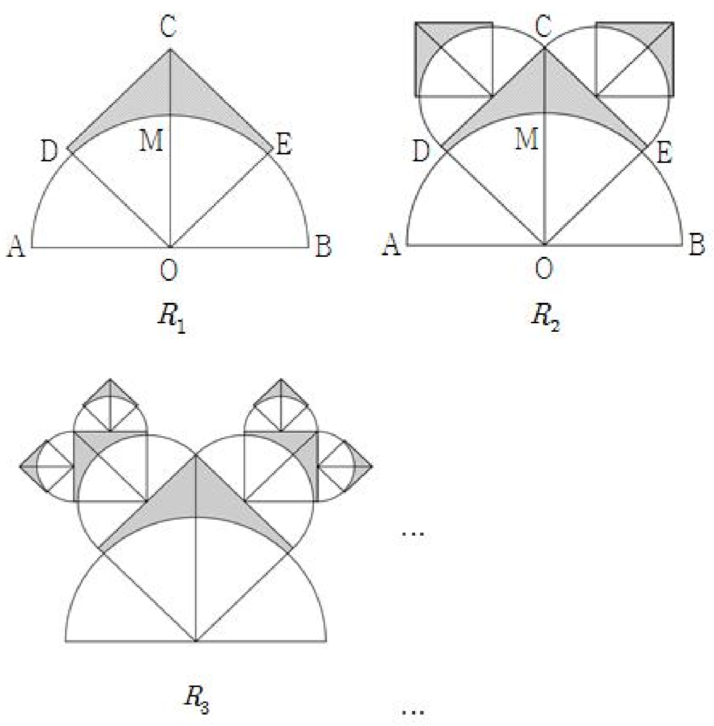
R_3

⋯

① $\frac{3(3\sqrt{3}-\pi)}{11}$　② $\frac{13(3\sqrt{3}-\pi)}{44}$　③ $\frac{7(3\sqrt{3}-\pi)}{22}$
④ $\frac{15(3\sqrt{3}-\pi)}{44}$　⑤ $\frac{4(3\sqrt{3}-\pi)}{11}$

61. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 이 반원의 호 AB를 이등분하는 점을 M이라 하고 선분 OM을 3 : 1로 외분하는 점을 C라 하자. 선분 OC를 대각선으로 하는 정사각형 CDOE를 그리고, 정사각형의 내부와 반원의 외부의 공통부분인  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자. 그림 R_1에 두 선분 CD, CE를 각각 지름으로 하는 두 반원을 정사각형 CDOE의 외부에 그리고, 각각의 두 반원에서 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는  모양의 두 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

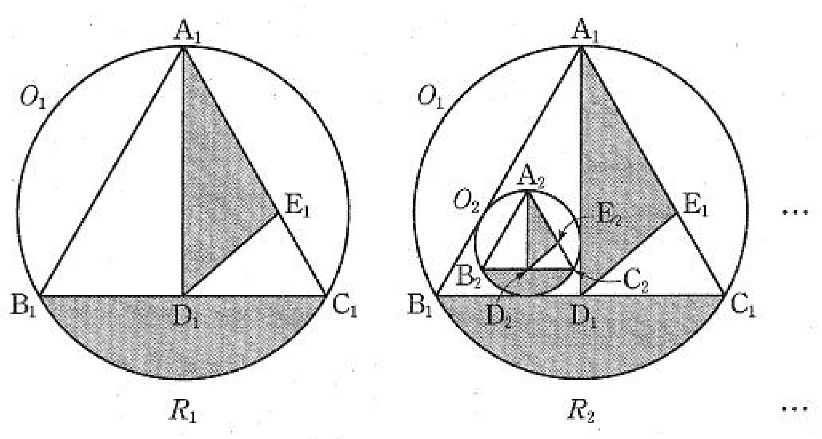
〔4점〕〔2018학년도 사관학교 18나〕



① $\dfrac{36-8\pi}{5}$ ② $\dfrac{58-12\pi}{7}$ ③ $\dfrac{72-16\pi}{7}$
④ $\dfrac{83-18\pi}{8}$ ⑤ $\dfrac{91-20\pi}{8}$

62. 그림과 같이 반지름의 길이가 2인 원 O_1에 내접하는 정삼각형 $A_1B_1C_1$이 있다. 점 A_1에서 선분 B_1C_1에 내린 수선의 발을 D_1이라 하고, 선분 A_1C_1을 2 : 1로 내분하는 점을 E_1이라 하자. 점 A_1을 포함하지 않는 호 B_1C_1과 선분 B_1C_1로 둘러싸인 도형의 내부와 삼각형 $A_1D_1E_1$의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자. 그림 R_1에 삼각형 $A_1B_1D_1$에 내접하는 원 O_2와 원 O_2에 내접하는 정삼각형 $A_2B_2C_2$를 그리고, 점 A_2에서 선분 B_2C_2에 내린 수선의 발을 D_2, 선분 A_2C_2를 2 : 1로 내분하는 점을 E_2라 하자. 점 A_2를 포함하지 않는 호 B_2C_2와 선분 B_2C_2로 둘러싸인 도형의 내부와 삼각형 $A_2D_2E_2$의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

〔4점〕〔2018학년도 9월 나18〕



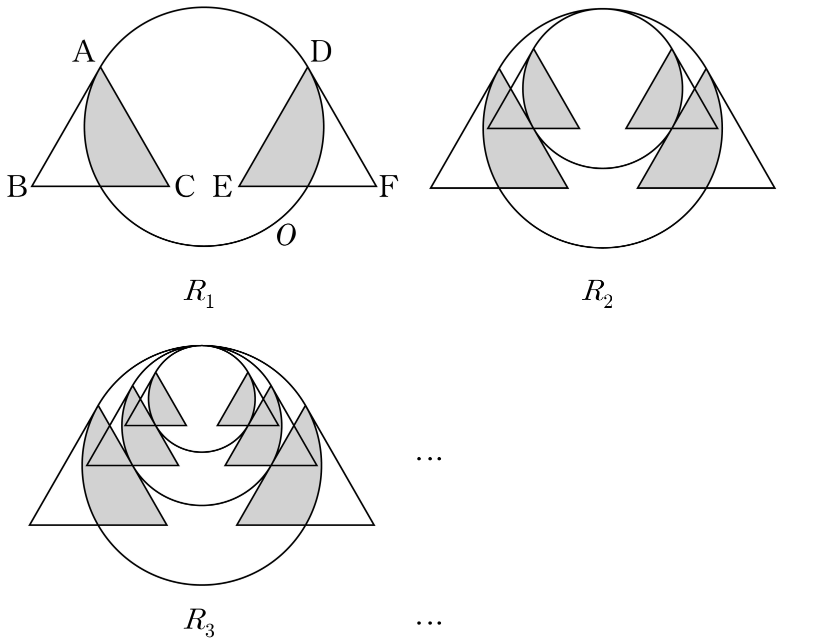
① $\dfrac{16(3\sqrt{3}-2)\pi}{69}$ ② $\dfrac{16(3\sqrt{3}-1)\pi}{65}$ ③ $\dfrac{32(3\sqrt{3}-2)\pi}{69}$
④ $\dfrac{32(3\sqrt{3}-1)\pi}{69}$ ⑤ $\dfrac{32(3\sqrt{3}-1)\pi}{65}$

63. 반지름의 길이가 $\sqrt{3}$ 인 원 O가 있다. 그림과 같이 원 O 위의 한 점 A에 대하여 정삼각형 ABC를 높이가 원 O의 반지름의 길이와 같고 선분 BC의 중점이 원 O 위의 점이 되도록 그린다. 그리고 정삼각형 ABC와 합동인 정삼각형 DEF를 점 D가 원 O 위에 있고 네 점 B, C, E, F가 한 직선 위에 있도록 그린다. 원 O의 내부와 정삼각형 ABC의 내부의 공통부분인 모양의 도형과 원 O의 내부와 정삼각형 DEF의 내부의 공통부분인 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에서 두 선분 AC, DE에 동시에 접하고 원 O에 내접하는 원을 그린 후, 새로 그려진 원에 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 모양의 도형과 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

[4점][2017년 10월 나18]



① $2\pi-\sqrt{3}$　② $\dfrac{4\pi-\sqrt{3}}{3}$　③ $\dfrac{6\pi-3\sqrt{3}}{4}$

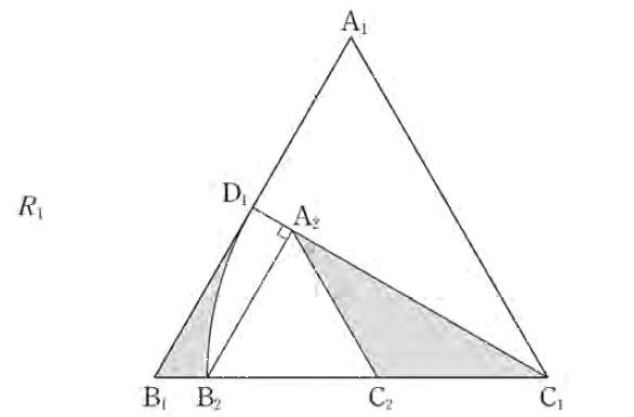
④ $\dfrac{16\pi-4\sqrt{3}}{7}$　⑤ $\dfrac{18\pi-9\sqrt{3}}{10}$

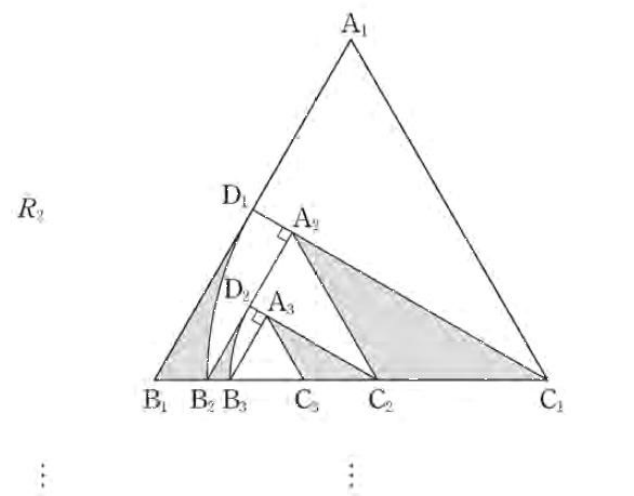
64. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정삼각형 $A_1B_1C_1$이 있다. 선분 A_1B_1의 중점을 D_1이라 하고, 선분 B_1C_1 위의 $\overline{C_1D_1}=\overline{C_1B_2}$인 점 B_2에 대하여 중심이 C_1인 부채꼴 $C_1D_1B_2$를 그린다. 점 B_2에서 선분 C_1D_1에 내린 수선의 발을 A_2, 선분 C_1B_2의 중점을 C_2라 하자. 두 선분 B_1B_2, B_1D_1과 호 D_1B_2로 둘러싸인 영역과 삼각형 $C_1A_2C_2$의 내부에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에서 선분 A_2B_2의 중점을 D_2라 하고, 선분 B_2C_2 위의 $\overline{C_2D_2}=\overline{C_2B_3}$인 점 B_3에 대하여 중심이 C_2인 부채꼴 $C_2D_2B_3$을 그린다. 점 B_3에서 선분 C_2D_2에 내린 수선의 발을 A_3, 선분 C_2B_3의 중점을 C_3이라 하자. 두 선분 B_2B_3, B_2D_2와 호 D_2B_3으로 둘러싸인 영역과 삼각형 $C_2A_3C_3$의 내부에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

[4점][2018학년도 수능 나19]





① $\dfrac{11\sqrt{3}-4\pi}{56}$　② $\dfrac{11\sqrt{3}-4\pi}{52}$　③ $\dfrac{15\sqrt{3}-6\pi}{56}$

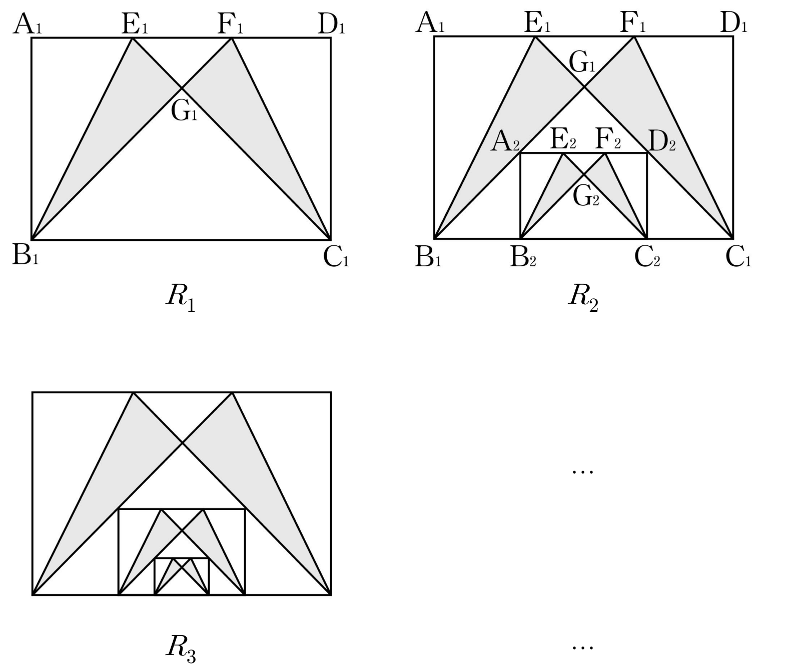
④ $\dfrac{15\sqrt{3}-6\pi}{52}$　⑤ $\dfrac{15\sqrt{3}-4\pi}{52}$

65. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=2$, $\overline{B_1C_1}=3$인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$이 있다. 선분 A_1D_1을 삼등분하는 점 중에서 A_1에 가까운 점부터 차례대로 E_1, F_1이라 하고, 선분 B_1F_1과 선분 C_1E_1의 교점을 G_1이라 하자. 삼각형 $B_1G_1E_1$과 삼각형 $C_1F_1G_1$의 내부에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에서 선분 B_1C_1 위에 두 꼭짓점 B_2, C_2가 있고, 선분 B_1G_1 위에 꼭짓점 A_2, 선분 C_1G_1 위에 꼭짓점 D_2가 있으며 $\overline{A_2B_2}:\overline{B_2C_2}=2:3$인 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$를 그린다. 선분 A_2D_2를 삼등분하는 점 중에서 A_2에 가까운 점부터 차례대로 E_2, F_2라 하고, 선분 B_2F_2와 선분 C_2E_2의 교점을 G_2라 하자. 삼각형 $B_2G_2E_2$와 삼각형 $C_2F_2G_2$의 내부에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

[4점][2018년 3월 나19]



① $\frac{141}{80}$　② $\frac{143}{80}$　③ $\frac{29}{16}$　④ $\frac{147}{80}$　⑤ $\frac{149}{80}$

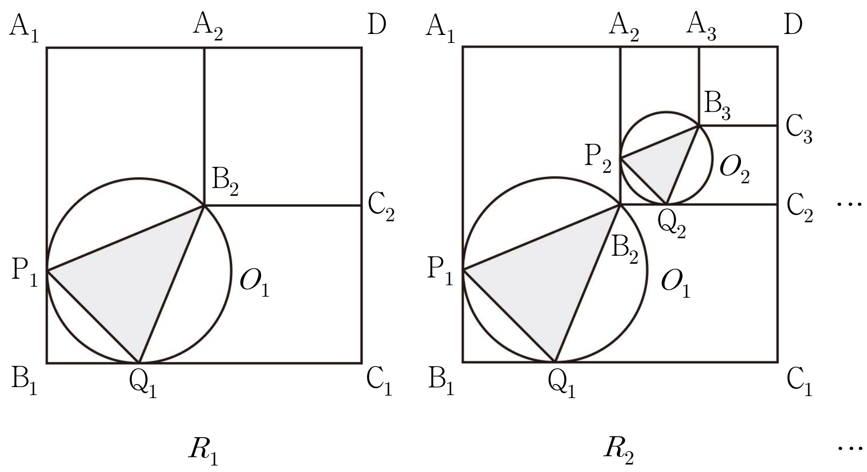
66. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 $A_1B_1C_1D$가 있다. 정사각형 $A_1B_1C_1D$의 두 대각선의 교점을 B_2라 하고, 점 B_2에서 두 변 A_1D, C_1D에 내린 수선의 발을 각각 A_2, C_2라 하자.

점 B_2를 지나고 두 변 A_1B_1, B_1C_1에 동시에 접하는 원을 O_1이라 하고, 원 O_1이 두 변 A_1B_1, B_1C_1에 접하는 점을 각각 P_1, Q_1이라 할 때, 삼각형 $B_2P_1Q_1$의 내부에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에서 정사각형 $A_2B_2C_2D$의 두 대각선의 교점을 B_3이라 하고, 점 B_3에서 두 변 A_2D, C_2D에 내린 수선의 발을 각각 A_3, C_3이라 하자. 점 B_3을 지나고 두 변 A_2B_2, B_2C_2에 동시에 접하는 원을 O_2라 하고, 원 O_2가 두 변 A_2B_2, B_2C_2에 접하는 점을 각각 P_2, Q_2라 할 때, 삼각형 $B_3P_2Q_2$의 내부에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

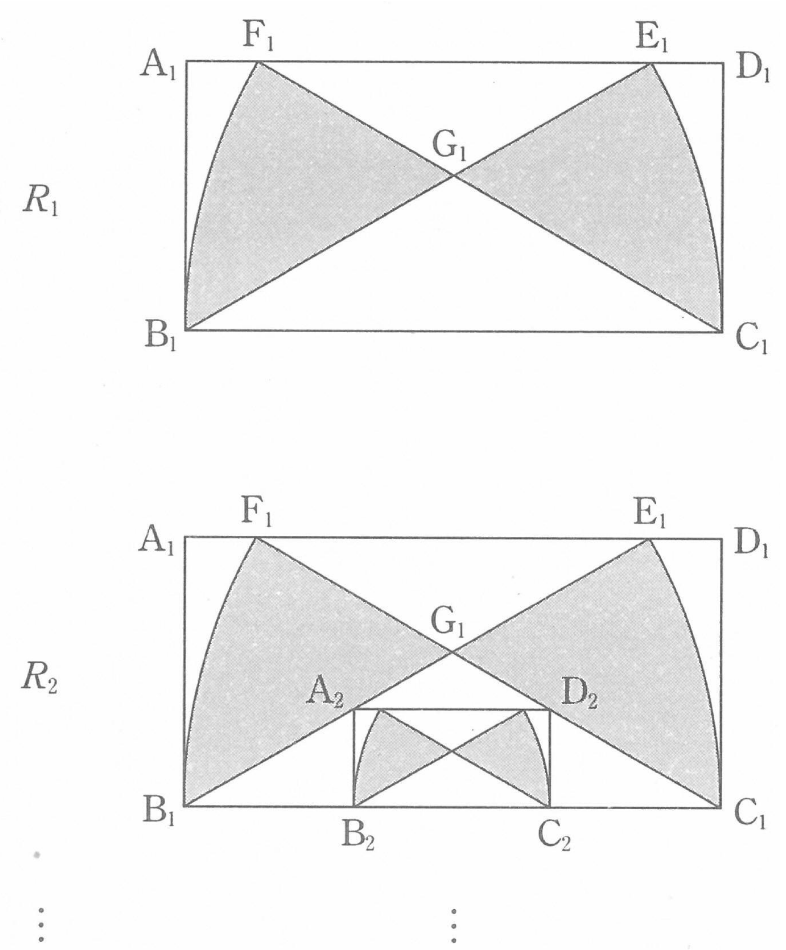
[4점][2018년 4월 나18]



① $\frac{4\sqrt{2}-4}{3}$　② $\frac{4\sqrt{3}-5}{3}$　③ $\frac{8\sqrt{3}-8}{9}$
④ $\frac{4\sqrt{2}-3}{4}$　⑤ $\frac{5\sqrt{2}-3}{6}$

67. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=1$, $\overline{A_1D_1}=2$인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$이 있다. 선분 A_1D_1 위의 $\overline{B_1C_1}=\overline{B_1E_1}$, $\overline{C_1B_1}=\overline{C_1F_1}$인 두 점 E_1, F_1에 대하여 중심이 B_1 인 부채꼴 $B_1E_1C_1$과 중심이 C_1인 부채꼴 $C_1F_1B_1$을 각각 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 내부에 그리고, 선분 B_1E_1과 C_1F_1의 교점을 G_1이라 하자.
두 선분 G_1F_1, G_1B_1과 호 F_1B_1로 둘러싸인 부분과 두 선분 G_1E_1, G_1C_1과 호 E_1C_1로 둘러싸인 부분인 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 선분 B_1G_1 위의 점 A_2, 선분 C_1G_1 위의 점 D_2와 선분 B_1C_1 위의 두 점 B_2, C_2를 꼭짓점으로 하고, $\overline{A_2B_2}:\overline{A_2D_2}=1:2$인 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$를 그리고, 그림 R_1을 얻는것과 같은 방법으로 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 내부에 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}S_n$의 값은?

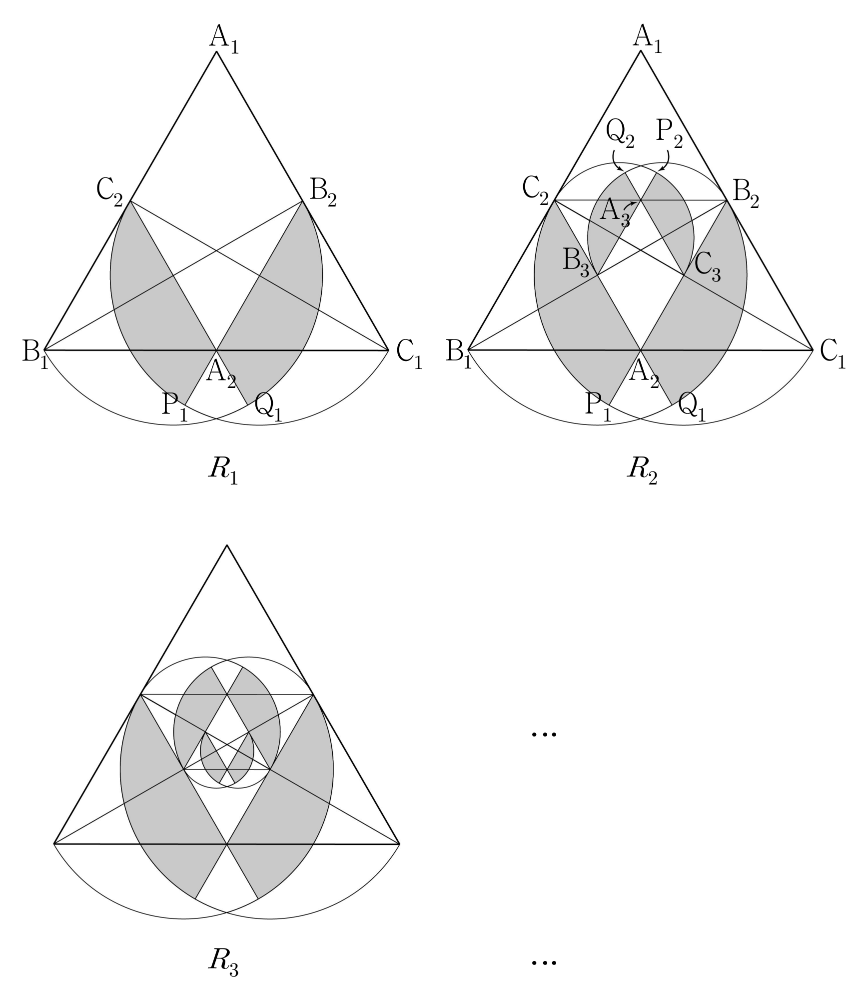
〔4점〕〔2019학년도 6월 나18〕



① $\frac{3\sqrt{3}\pi-7}{9}$　② $\frac{4\sqrt{3}\pi-12}{9}$　③ $\frac{3\sqrt{3}\pi-5}{9}$
④ $\frac{4\sqrt{3}\pi-10}{9}$　⑤ $\frac{4\sqrt{3}\pi-8}{9}$

68. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정삼각형 $A_1B_1C_1$이 있다. 세 선분 B_1C_1, C_1A_1, A_1B_1의 중점을 각각 A_2, B_2, C_2라 하자. 선분 C_1C_2를 지름으로 하는 반원의 호와 선분 B_2A_2의 연장선이 만나는 점을 P_1, 선분 B_1B_2를 지름으로 하는 반원의 호와 선분 C_2A_2의 연장선이 만나는 점을 Q_1이라 하자.
두 선분 C_2A_2, A_2P_1과 호 P_1C_2로 둘러싸인 영역과 두 선분 B_2A_2, A_2Q_1과 호 Q_1B_2로 둘러싸인 영역에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 정삼각형 $A_2B_2C_2$의 세 변 B_2C_2, C_2A_2, A_2B_2의 중점을 각각 A_3, B_3, C_3이라 하자. 선분 C_2C_3을 지름으로 하는 반원의 호와 선분 B_3A_3의 연장선이 만나는 점을 P_2, 선분 B_2B_3을 지름으로 하는 반원의 호와 선분 C_3A_3의 연장선이 만나는 점을 Q_2라 하자. 두 선분 C_3A_3, A_3P_2와 호 P_2C_3으로 둘러싸인 영역과 두 선분 B_3A_3, A_3Q_2와 호 Q_2B_3으로 둘러싸인 영역에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}S_n$의 값은?

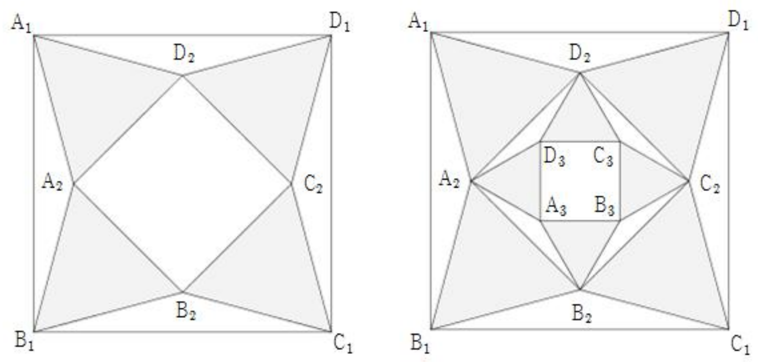
〔4점〕〔2018년 7월 나19〕



① $\frac{6\pi-4\sqrt{3}}{3}$　② $\frac{6\pi-2\sqrt{3}}{3}$　③ $\frac{6\pi-\sqrt{3}}{3}$
④ $\frac{8\pi-4\sqrt{3}}{3}$　⑤ $\frac{8\pi-2\sqrt{3}}{3}$

69. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$의 내부에 네 점 A_2, B_2, C_2, D_2를 네 삼각형 $A_2A_1B_1$, $B_2B_1C_1$, $C_2C_1D_1$, $D_2D_1A_1$이 모두 한 내각의 크기가 150°인 이등변삼각형이 되도록 잡는다. 네 삼각형 $A_1A_2D_2$, $B_1B_2A_2$, $C_1C_2B_2$,
$D_1D_2C_2$의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$의 내부에 네 점 A_3, B_3, C_3, D_3을 네 삼각형 $A_3A_2B_2$, $B_3B_2C_2$, $C_3C_2D_2$, $D_3D_2A_2$가 모두 한 내각의 크기가 150°인 이등변삼각형이 되도록 잡는다. 네 삼각형 $A_2A_3D_3$, $B_2B_3A_3$, $C_2C_3B_3$, $D_2D_3C_3$의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim\limits_{n\to\infty} S_n$의 값은?

〔4점〕〔2019학년도 사관학교 19나〕

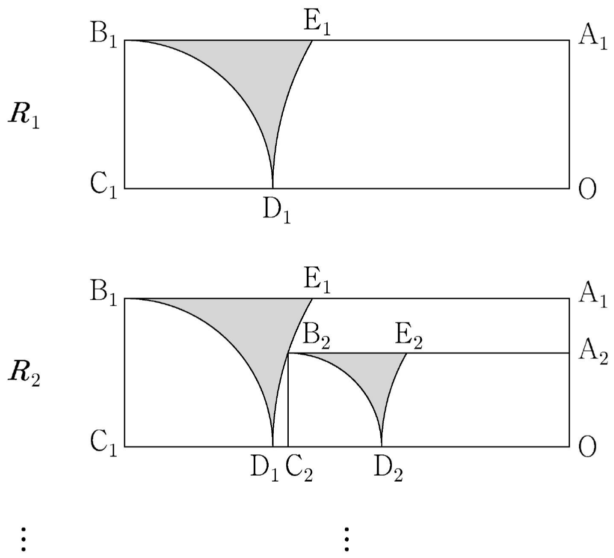


R_1 R_2

① $5-\frac{3}{2}\sqrt{3}$ ② $6-2\sqrt{3}$ ③ $7-\frac{5}{2}\sqrt{3}$
④ $8-3\sqrt{3}$ ⑤ $9-\frac{7}{2}\sqrt{3}$

70. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=3$, $\overline{B_1C_1}=1$인 직사각형 $OA_1B_1C_1$이 있다. 중심이 C_1이고 반지름의 길이가 $\overline{B_1C_1}$인 원과 선분 OC_1의 교점을 D_1, 중심이 O이고 반지름의 길이가 $\overline{OD_1}$인 원과 선분 A_1B_1의 교점을 E_1이라 하자. 직사각형 $OA_1B_1C_1$에 호 B_1D_1, 호 D_1E_1, 선분 B_1E_1로 둘러싸인 ◸ 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에 선분 OA_1 위의 점 A_2와 호 D_1E_1 위의 점 B_2, 선분 OD_1 위의 점 C_2와 점 O를 꼭짓점으로 하고
$\overline{A_2B_2}:\overline{B_2C_2}=3:1$인 직사각형 $OA_2B_2C_2$를 그리고, 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 직사각형 $OA_2B_2C_2$에 ◸ 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim\limits_{n\to\infty} S_n$의 값은?

〔4점〕〔2019학년도 9월 나19〕



① $4-\frac{2\sqrt{3}}{3}-\frac{7}{9}\pi$ ② $5-\frac{5\sqrt{3}}{6}-\frac{35}{36}\pi$
③ $6-\sqrt{3}-\frac{7}{6}\pi$ ④ $7-\frac{7\sqrt{3}}{6}-\frac{49}{36}\pi$
⑤ $8-\frac{4\sqrt{3}}{3}-\frac{14}{9}\pi$

71. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$이 있다. 세 변 A_1B_1, B_1C_1, D_1A_1의 중점을 각각 E_1, F_1, G_1이라 하자. 선분 G_1F_1을 지름으로 하고 선분 D_1C_1에 접하는 반원의 호 G_1F_1과 두 선분 G_1E_1, E_1F_1로 둘러싸인 모양의 도형의 외부와 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$의 내부의 공통부분을 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

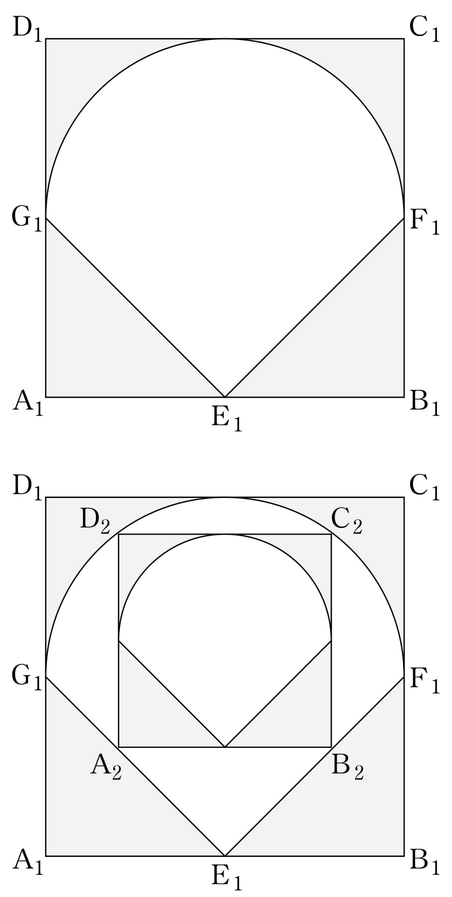
그림 R_1에서 선분 G_1E_1 위의 점 A_2, 선분 E_1F_1 위의 점 B_2와 호 G_1F_1 위의 두 점 C_2, D_2를 꼭짓점으로 하고 선분 A_2B_2가 선분 A_1B_1과 평행한 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$를 그린다. 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$에 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 그린 모양의 도형의 외부와 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$의 내부의 공통부분을 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim\limits_{n\to\infty} S_n$의 값은?

〔4점〕〔2018년 10월 나19〕

R_1

R_2



⋮ ⋮

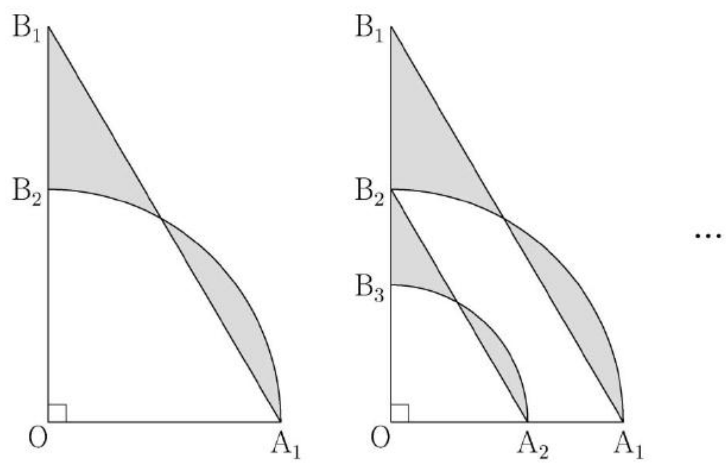
① $\frac{25(6-\pi)}{42}$ ② $\frac{25(6-\pi)}{32}$ ③ $\frac{25(6-\pi)}{24}$
④ $\frac{25(6-\pi)}{21}$ ⑤ $\frac{5(6-\pi)}{4}$

72. 그림과 같이 $\overline{OA_1}=4$, $\overline{OB_1}=4\sqrt{3}$인 직각삼각형 OA_1B_1이 있다. 중심이 O이고 반지름의 길이가 $\overline{OA_1}$인 원이 선분 OB_1과 만나는 점을 B_2라 하자. 삼각형 OA_1B_1의 내부와 부채꼴 OA_1B_2의 내부에서 공통된 부분을 제외한 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에서 점 B_2를 지나고 선분 A_1B_1에 평행한 직선이 선분 OA_1과 만나는 점을 A_2, 중심이 O이고 반지름의 길이가 $\overline{OA_2}$인 원이 선분 OB_2와 만나는 점을 B_3이라 하자. 삼각형 OA_2B_2의 내부와 부채꼴 OA_2B_3의 내부에서 공통된 부분을 제외한 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim\limits_{n\to\infty} S_n$의 값은?

〔4점〕〔2019학년도 수능 나16〕



R_1 R_2 ⋯

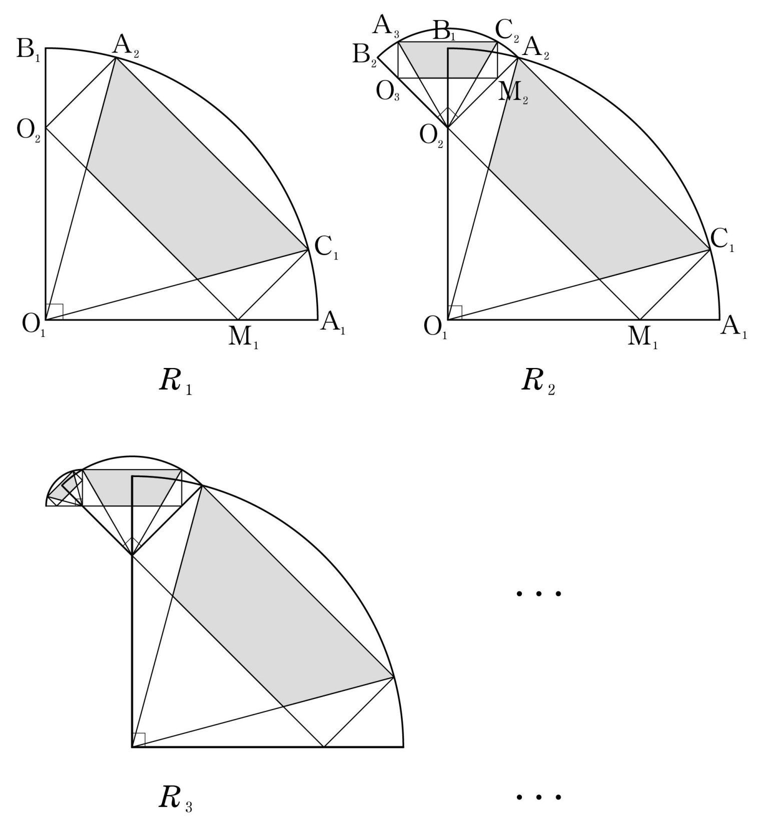
① $\frac{3}{2}\pi$ ② $\frac{5}{3}\pi$ ③ $\frac{11}{6}\pi$ ④ 2π ⑤ $\frac{13}{6}\pi$

73. 그림과 같이 중심이 O_1, 반지름의 길이가 2이고 중심각의 크기가 $90°$인 부채꼴 $O_1A_1B_1$에서 두 선분 O_1A_1, O_1B_1 위에 두 점 M_1, O_2를 각각 $\overline{O_1M_1}=\frac{\sqrt{2}}{2}\overline{O_1A_1}$, $\overline{O_1O_2}=\frac{\sqrt{2}}{2}\overline{O_1B_1}$이 되도록 정하자. 두 점 M_1, O_2와 호 A_1B_1 위의 두 점 C_1, A_2를 꼭짓점으로 하는 직사각형 $O_2M_1C_1A_2$를 그리고, 직사각형 $O_2M_1C_1A_2$와 삼각형 $O_1C_1A_2$의 내부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에 중심이 O_2, 반지름의 길이가 $\overline{O_2A_2}$이고 중심각의 크기가 $90°$인 부채꼴 $O_2A_2B_2$를 점 B_2가 부채꼴 $O_1A_1B_1$의 외부에 있도록 그리고, 두 선분 O_2A_2, O_2B_2 위에 두 점 M_2, O_3을 각각 $\overline{O_2M_2}=\frac{\sqrt{2}}{2}\overline{O_2A_2}$, $\overline{O_2O_3}=\frac{\sqrt{2}}{2}\overline{O_2B_2}$가 되도록 정하자. 두 점 M_2, O_3과 호 A_2B_2 위의 두 점 C_2, A_3을 꼭짓점으로 하는 직사각형 $O_3M_2C_2A_3$을 그리고, 직사각형 $O_3M_2C_2A_3$과 삼각형 $O_2C_2A_3$의 내부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}S_n$의 값은?

[4점][2019년 3월 나19]



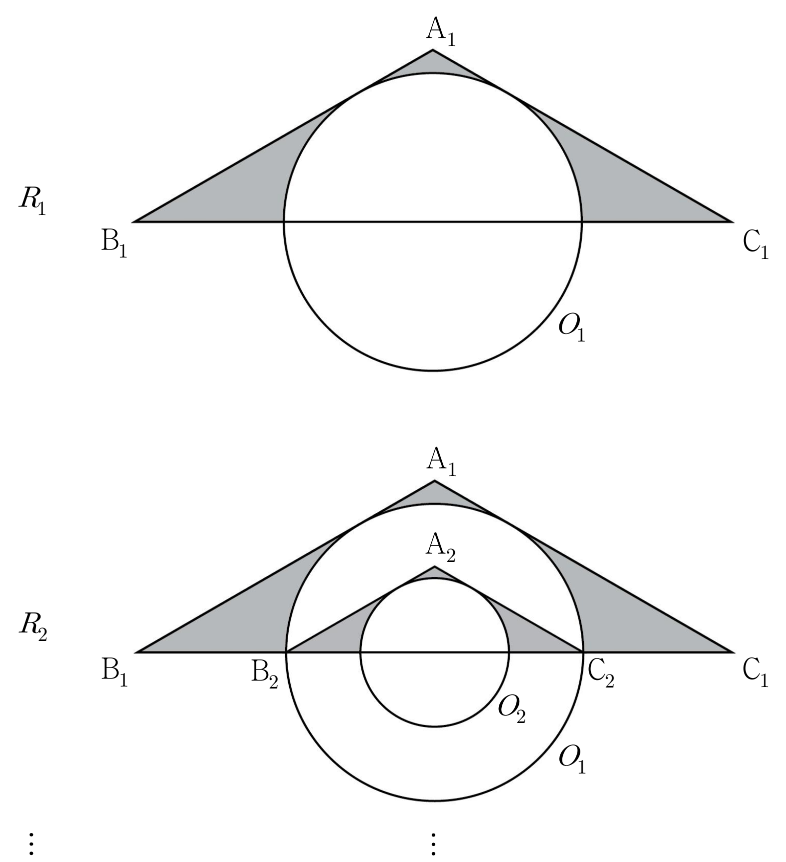
① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

74. $\overline{B_1C_1}=8$이고 $\angle B_1A_1C_1=120°$인 이등변삼각형 $A_1B_1C_1$이 있다. 그림과 같이 중심이 선분 B_1C_1 위에 있고 직선 A_1B_1과 직선 A_1C_1에 동시에 접하는 원 O_1을 그리고 이등변삼각형 $A_1B_1C_1$의 내부와 원 O_1의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

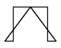
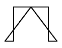
그림 R_1에서 원 O_1과 선분 B_1C_1이 만나는 점을 각각 B_2, C_2라 할 때, 삼각형 $A_1B_1C_1$ 내부의 점 A_2를 삼각형 $A_2B_2C_2$가 $\angle B_2A_2C_2=120°$인 이등변삼각형이 되도록 잡는다. 중심이 선분 B_2C_2 위에 있고 직선 A_2B_2와 직선 A_2C_2에 동시에 접하는 원 O_2를 그리고 이등변삼각형 $A_2B_2C_2$의 내부와 원 O_2의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}S_n$의 값은?

[4점][2019년 4월 나18]

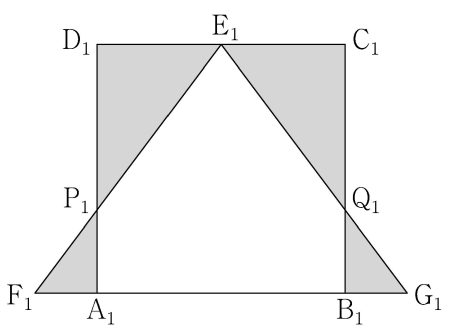


① $\frac{32}{3}\sqrt{3}-\frac{8}{3}\pi$ ② $\frac{32}{3}\sqrt{3}-\frac{4}{3}\pi$ ③ $\frac{64}{9}\sqrt{3}-\frac{8}{3}\pi$ ④ $\frac{64}{9}\sqrt{3}-\frac{5}{3}\pi$ ⑤ $\frac{64}{9}\sqrt{3}-\frac{4}{3}\pi$

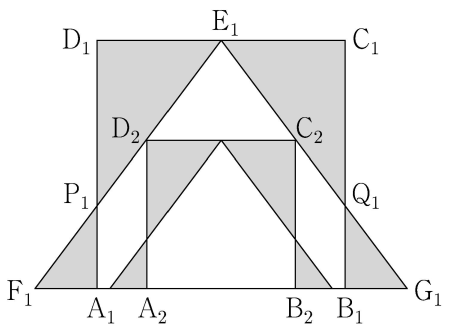
75. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$이 있다. 선분 C_1D_1의 중점을 E_1이라 하고, 직선 A_1B_1 위에 두 점 F_1, G_1을 $\overline{E_1F_1}=\overline{E_1G_1}$, $\overline{E_1F_1}:\overline{F_1G_1}=5:6$이 되도록 잡고 이등변삼각형 $E_1F_1G_1$을 그린다. 선분 D_1A_1과 선분 E_1F_1의 교점을 P_1, 선분 B_1C_1과 선분 G_1E_1의 교점을 Q_1이라 할 때, 네 삼각형 $E_1D_1P_1$, $P_1F_1A_1$, $Q_1B_1G_1$, $E_1Q_1C_1$로 만들어진  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자. 그림 R_1에 선분 F_1G_1 위의 두 점 A_2, B_2와 선분 G_1E_1 위의 점 C_2, 선분 E_1F_1 위의 점 D_2를 꼭짓점으로 하는 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$를 그리고, 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$에  모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}S_n$의 값은?

〔4점〕〔2020학년도 6월 나17〕

R_1



R_2

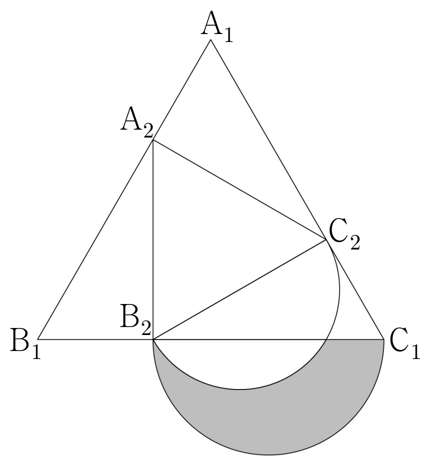


⋮ ⋮

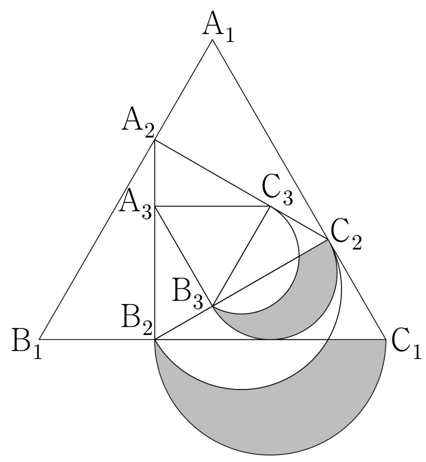
① $\frac{61}{6}$ ② $\frac{125}{12}$ ③ $\frac{32}{3}$ ④ $\frac{131}{12}$ ⑤ $\frac{67}{6}$

76. 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정삼각형 $A_1B_1C_1$이 있다. 세 선분 A_1B_1, B_1C_1, C_1A_1을 $1:2$로 내분하는 점을 각각 A_2, B_2, C_2라 하자. 선분 B_2C_1을 지름으로 하는 반원의 내부와 선분 B_2C_2를 지름으로 하는 반원의 외부의 공통부분인 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 세 선분 A_2B_2, B_2C_2, C_2A_2를 $1:2$로 내분하는 점을 각각 A_3, B_3, C_3이라 하자. 선분 B_3C_2를 지름으로 하는 반원의 내부와 선분 B_3C_3을 지름으로 하는 반원의 외부의 공통부분인 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}S_n$의 값은?

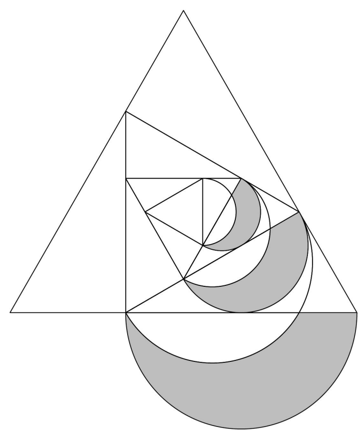
〔4점〕〔2019년 7월 나19〕



R_1



R_2



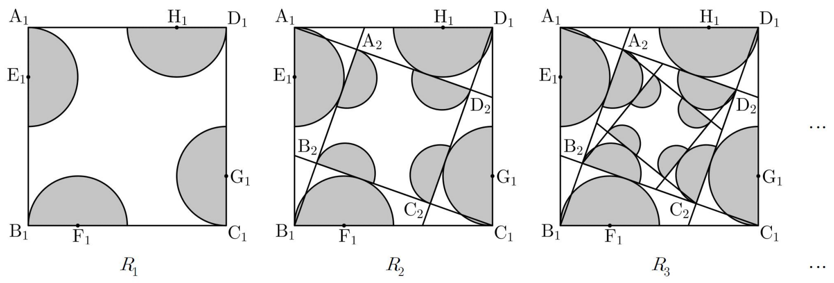
⋯

R_3 ⋯

① $\frac{11\pi+8\sqrt{3}}{32}$ ② $\frac{11\pi+9\sqrt{3}}{32}$ ③ $\frac{3\pi+2\sqrt{3}}{8}$
④ $\frac{12\pi+9\sqrt{3}}{32}$ ⑤ $\frac{3\pi+3\sqrt{3}}{8}$

77. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$이 있다. 4개의 선분 A_1B_1, B_1C_1, C_1D_1, D_1A_1을 1 : 3로 내분하는 점을 각각 E_1, F_1, G_1, H_1이라 하고, 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$의 내부에 점 E_1, F_1, G_1, H_1 각각을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\frac{1}{4}\overline{A_1B_1}$인 4개의 반원을 그린 후 이 4개의 반원의 내부에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 점 A_1을 지나고 중심이 H_1인 색칠된 반원의 호에 접하는 직선과 점 B_1을 지나고 중심이 E_1인 색칠된 반원의 호에 접하는 직선의 교점을 A_2, 점 B_1을 지나고 중심이 E_1인 색칠된 반원의 호에 접하는 직선과 점 C_1을 지나고 중심이 F_1인 색칠된 반원의 호에 접하는 직선의 교점을 B_2, 점 C_1을 지나고 중심이 F_1인 색칠된 반원의 호에 접하는 직선과 점 D_1을 지나고 중심이 G_1인 색칠된 반원의 호에 접하는 직선의 교점을 C_2, 점 D_1을 지나고 중심이 G_1인 색칠된 반원의 호에 접하는 직선과 점 A_1을 지나고 중심이 H_1인 색칠된 반원의 호에 접하는 직선의 교점을 D_2라 하자. 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$의 내부에 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 4개의 반원을 그리고 이 4개의 반원의 내부에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

〔4점〕〔2020학년도 사관학교 18나〕

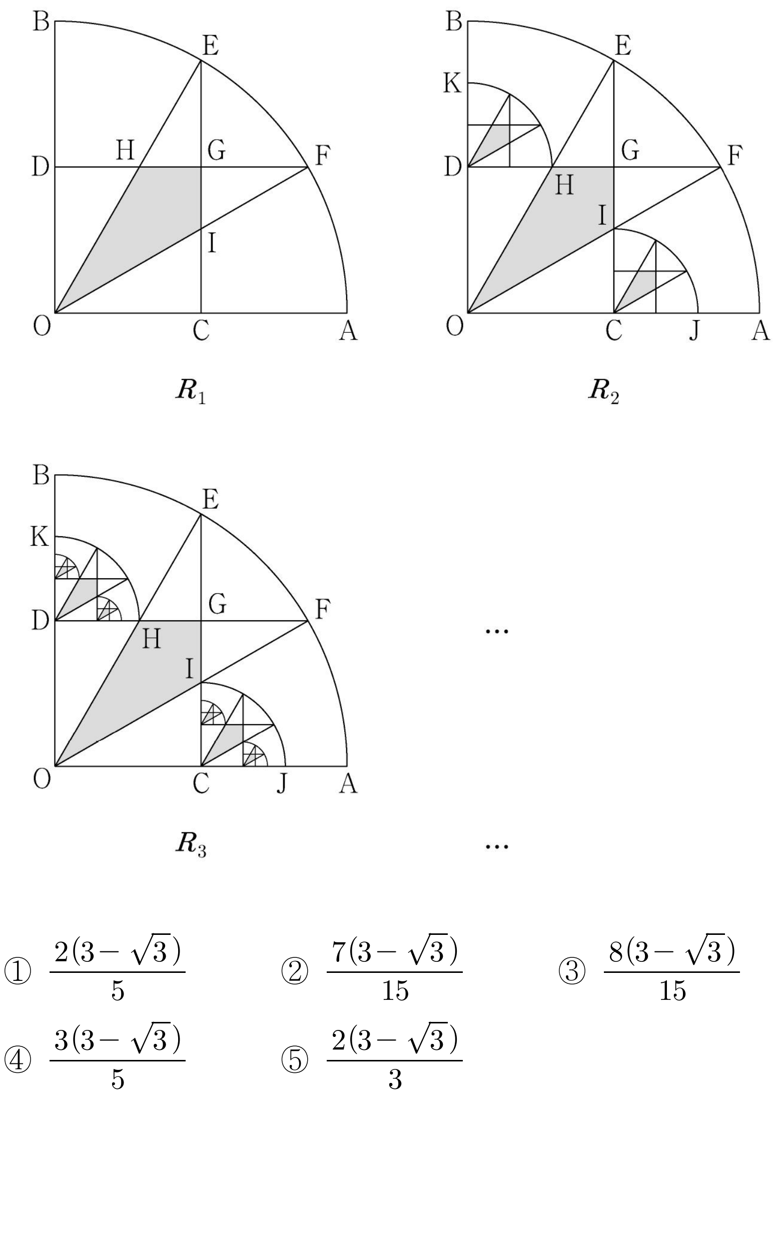


R_1 R_2 R_3 …

① $\frac{9\sqrt{2}\pi}{4}$　② $\frac{19\sqrt{2}\pi}{8}$　③ $\frac{5\sqrt{2}\pi}{2}$
④ $\frac{21\sqrt{2}\pi}{8}$　⑤ $\frac{11\sqrt{2}\pi}{4}$

78. 그림과 같이 중심이 O, 반지름의 길이가 2이고 중심각의 크기가 90°인 부채꼴 OAB가 있다. 선분 OA의 중점을 C, 선분 OB의 중점을 D라 하자. 점 C를 지나고 선분 OB와 평행한 직선이 호 AB와 만나는 점을 E, 점 D를 지나고 선분 OA와 평행한 직선이 호 AB와 만나는 점을 F라 하자.
선분 CE와 선분 DF가 만나는 점을 G, 선분 OE와 선분 DG가 만나는 점을 H, 선분 OF와 선분 CG가 만나는 점을 I라 하자. 사각형 OIGH를 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에 중심이 C, 반지름의 길이가 $\overline{CI}$, 중심각의 크기가 90°인 부채꼴 CJI와 중심이 D, 반지름의 길이가 $\overline{DH}$, 중심각의 크기가 90°인 부채꼴 DHK를 그린다. 두 부채꼴 CJI, DHK에 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 두 개의 사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

〔4점〕〔2020학년도 9월 나18〕

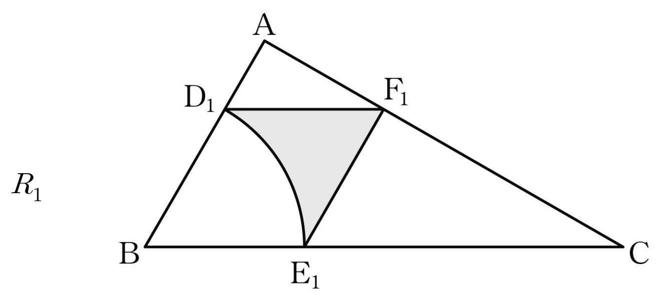


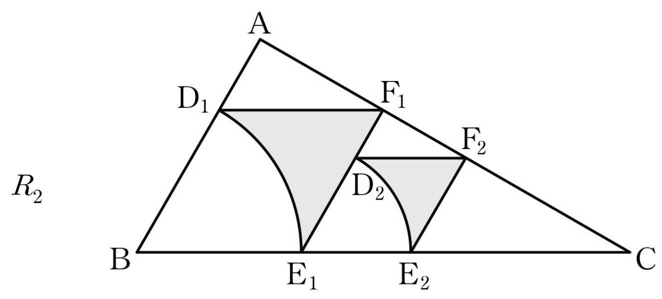
R_1 R_2 R_3 …

① $\frac{2(3-\sqrt{3})}{5}$　② $\frac{7(3-\sqrt{3})}{15}$　③ $\frac{8(3-\sqrt{3})}{15}$
④ $\frac{3(3-\sqrt{3})}{5}$　⑤ $\frac{2(3-\sqrt{3})}{3}$

79. 그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=4$이고 $\angle ABC=60°$인 삼각형 ABC가 있다. 사각형 $D_1BE_1F_1$이 마름모가 되도록 세 선분 AB, BC, CA 위에 각각 점 D_1, E_1, F_1을 잡고, 마름모 $D_1BE_1F_1$의 내부와 중심이 B인 부채꼴 BE_1D_1의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 사각형 $D_2E_1E_2F_2$가 마름모가 되도록 세 선분 F_1E_1, E_1C, CF_1 위에 각각 점 D_2, E_2, F_2를 잡고, 마름모 $D_2E_1E_2F_2$의 내부와 중심이 E_1인 부채꼴 $E_1E_2D_2$의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

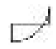
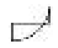
[4점] [2019년 10월 나19]



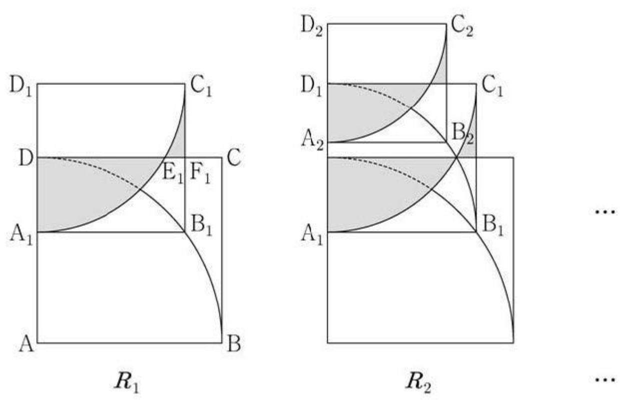


⋮ ⋮

① $\frac{4(3\sqrt{3}-\pi)}{15}$ ② $\frac{4(3\sqrt{3}-\pi)}{9}$ ③ $\frac{8(3\sqrt{3}-\pi)}{15}$
④ $\frac{2(3\sqrt{3}-\pi)}{3}$ ⑤ $\frac{8(3\sqrt{3}-\pi)}{9}$

80. 그림과 같이 한 변의 길이가 5인 정사각형 ABCD에 중심이 A이고 중심각의 크기가 90°인 부채꼴 ABD를 그린다. 선분 AD를 3 : 2로 내분하는 점을 A_1, 점 A_1을 지나고 선분 AB에 평행한 직선이 호 BD 와 만나는 점을 B_1이라 하자.
선분 A_1B_1을 한 변으로 하고 선분 DC와 만나도록 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$을 그린 후, 중심이 D_1이고 중심각의 크기가 90°인 부채꼴 $D_1A_1C_1$을 그린다. 선분 DC가 호 A_1C_1, 선분 B_1C_1과 만나는 점을 각각 E_1, F_1이라 하고, 두 선분 DA_1, DE_1과 호 A_1E_1로 둘러싸인 부분과 두 선분 E_1F_1, F_1C_1과 호 E_1C_1로 둘러싸인 부분인  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$에 중심이 A_1이고 중심각의 크기가 90°인 부채꼴 $A_1B_1D_1$을 그린다. 선분 A_1D_1을 3 : 2로 내분하는 점을 A_2, 점 A_2를 지나고 선분 A_1B_1에 평행한 직선이 호 B_1D_1과 만나는 점을 B_2라 하자. 선분 A_2B_2를 한 변으로 하고 선분 D_1C_1과 만나도록 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$를 그린 후, 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$에  모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

[4점] [2020학년도 수능 나18]

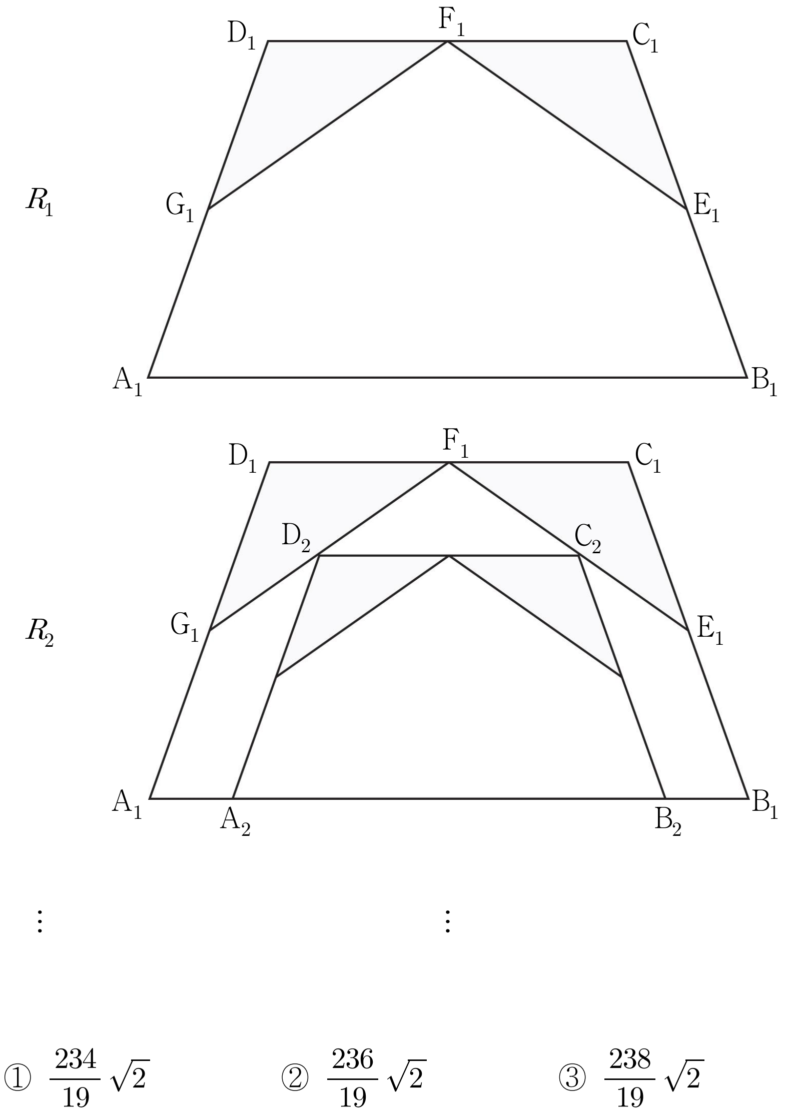


① $\frac{50}{3}\left(3-\sqrt{3}+\frac{\pi}{6}\right)$ ② $\frac{100}{9}\left(3-\sqrt{3}+\frac{\pi}{3}\right)$
③ $\frac{50}{3}\left(2-\sqrt{3}+\frac{\pi}{3}\right)$ ④ $\frac{100}{9}\left(3-\sqrt{3}+\frac{\pi}{6}\right)$
⑤ $\frac{100}{9}\left(2-\sqrt{3}+\frac{\pi}{3}\right)$

81. 그림과 같이 두 선분 A_1B_1, C_1D_1이 서로 평행하고 $\overline{A_1B_1}=10$, $\overline{B_1C_1}=\overline{C_1D_1}=\overline{D_1A_1}=6$인 사다리꼴 $A_1B_1C_1D_1$이 있다. 세 선분 B_1C_1, C_1D_1, D_1A_1의 중점을 각각 E_1, F_1, G_1이라 하고 두 개의 삼각형 $C_1F_1E_1$, $D_1G_1F_1$을 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에 선분 A_1B_1위의 두 점 A_2, B_2와 선분 E_1F_1위의 점 C_2, 선분 F_1G_1위의 점 D_2를 꼭짓점으로 하고 두 선분 A_2B_2, C_2D_2가 서로 평행하며 $\overline{B_2C_2}=\overline{C_2D_2}=\overline{D_2A_2}$, $\overline{A_2B_2}:\overline{B_2C_2}=5:3$인 사다리꼴 $A_2B_2C_2D_2$를 그린다. 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 사다리꼴 $A_2B_2C_2D_2$에 두 개의 삼각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자. 이과 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

[4점][2020년 4월 18가]



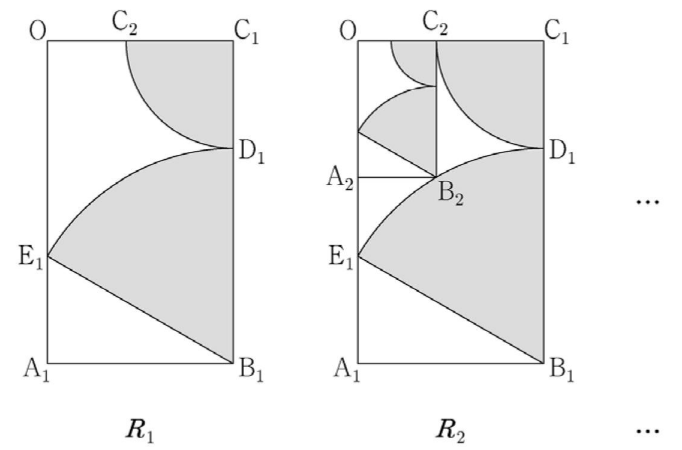
① $\frac{234}{19}\sqrt{2}$ ② $\frac{236}{19}\sqrt{2}$ ③ $\frac{238}{19}\sqrt{2}$
④ $\frac{240}{19}\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{242}{19}\sqrt{2}$

82. 그림과 같이 $\overline{OA_1}=\sqrt{3}$, $\overline{OC_1}=1$인 직사각형 $OA_1B_1C_1$이 있다. 선분 B_1C_1 위의 $\overline{B_1D_1}=2\overline{C_1D_1}$인 점 D_1에 대하여 중심이 B_1이고 반지름의 길가 $\overline{B_1D_1}$인 원과 선분 OA_1의 교점을 E_1, 중심이 C_1이고 반지름의 길이가 $\overline{C_1D_1}$인 원과 선분 OC_1의 교점을 C_2라 하자. 부채꼴 $B_1D_1E_1$의 내부와 부채꼴 $C_1C_2D_1$의 내부로 이루어진 ◁ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에서 선분 OA_1 위의 점 A_2, 호 D_1E_1 위의 점 B_2와 점 C_2, 점 O를 꼭짓점으로 하는 직사각형 $OA_2B_2C_2$를 그리고, 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 직사각형 $OA_2B_2C_2$에 ◁ 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

[3점][2022학년도 예시문항 미적분26]



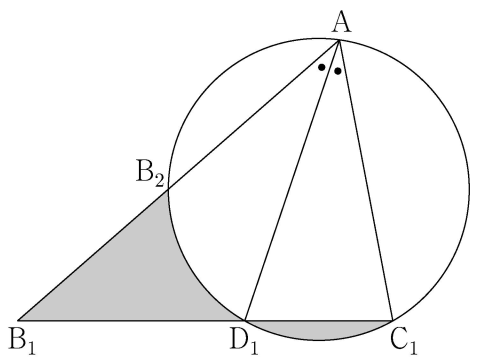
① $\frac{5+2\sqrt{3}}{12}\pi$ ② $\frac{2+\sqrt{3}}{6}\pi$ ③ $\frac{3+2\sqrt{3}}{12}\pi$
④ $\frac{1+\sqrt{3}}{6}\pi$ ⑤ $\frac{1+2\sqrt{3}}{12}\pi$

83. 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB_1}}=3$, $\overline{\mathrm{AC_1}}=2$이고 $\angle \mathrm{B_1AC_1}=\frac{\pi}{3}$인 삼각형 $\mathrm{AB_1C_1}$이 있다. $\angle \mathrm{B_1AC_1}$의 이등분선이 선분 $\mathrm{B_1C_1}$과 만나는 점을 $\mathrm{D_1}$, 세 점 A, $\mathrm{D_1}$, $\mathrm{C_1}$을 지나는 원이 선분 $\mathrm{AB_1}$과 만나는 점 중 A가 아닌 점을 $\mathrm{B_2}$라 할 때, 두 선분 $\mathrm{B_1B_2}$, $\mathrm{B_1D_1}$과 호 $\mathrm{B_2D_1}$로 둘러싸인 부분과 선분 $\mathrm{C_1D_1}$과 호 $\mathrm{C_1D_1}$로 둘러싸인 부분인 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

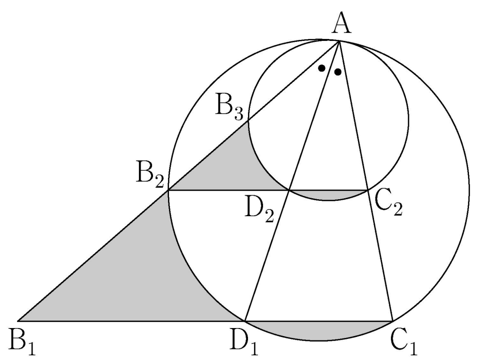
그림 R_1에서 점 $\mathrm{B_2}$를 지나고 직선 $\mathrm{B_1C_1}$에 평행한 직선이 두 선분 $\mathrm{AD_1}$, $\mathrm{AC_1}$과 만나는 점을 각각 $\mathrm{D_2}$, $\mathrm{C_2}$라 하자. 세 점 A, $\mathrm{D_2}$, $\mathrm{C_2}$를 지나는 원이 선분 $\mathrm{AB_2}$와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 $\mathrm{B_3}$이라 할 때, 두 선분 $\mathrm{B_2B_3}$, $\mathrm{B_2D_2}$와 호 $\mathrm{B_3D_2}$로 둘러싸인 부분과 선분 $\mathrm{C_2D_2}$와 호 $\mathrm{C_2D_2}$로 둘러싸인 부분인 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점][2021학년도 6월 20가]

R_1



R_2



⋮ ⋮

① $\frac{27\sqrt{3}}{46}$ ② $\frac{15\sqrt{3}}{23}$ ③ $\frac{33\sqrt{3}}{46}$
④ $\frac{18\sqrt{3}}{23}$ ⑤ $\frac{39\sqrt{3}}{46}$

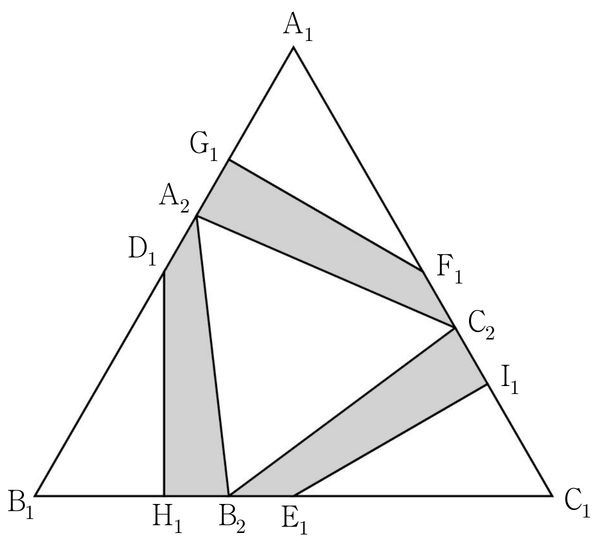
84. 그림과 같이 한 변의 길이가 8인 정삼각형 $\mathrm{A_1B_1C_1}$의 세 선분 $\mathrm{A_1B_1}$, $\mathrm{B_1C_1}$, $\mathrm{C_1A_1}$의 중점을 각각 $\mathrm{D_1}$, $\mathrm{E_1}$, $\mathrm{F_1}$이라 하고, 세 선분 $\mathrm{A_1D_1}$, $\mathrm{B_1E_1}$, $\mathrm{C_1F_1}$의 중점을 각각 $\mathrm{G_1}$, $\mathrm{H_1}$, $\mathrm{I_1}$이라 하고, 세 선분 $\mathrm{G_1D_1}$, $\mathrm{H_1E_1}$, $\mathrm{I_1F_1}$의 중점을 각각 $\mathrm{A_2}$, $\mathrm{B_2}$, $\mathrm{C_2}$라 하자. 세 사각형 $\mathrm{A_2C_2F_1G_1}$, $\mathrm{B_2A_2D_1H_1}$, $\mathrm{C_2B_2E_1I_1}$에 모두 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에서 삼각형 $\mathrm{A_2B_2C_2}$에 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 세 사각형 $\mathrm{A_3C_3F_2G_2}$, $\mathrm{B_3A_3D_2H_2}$, $\mathrm{C_3B_3E_2I_2}$에 모두 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

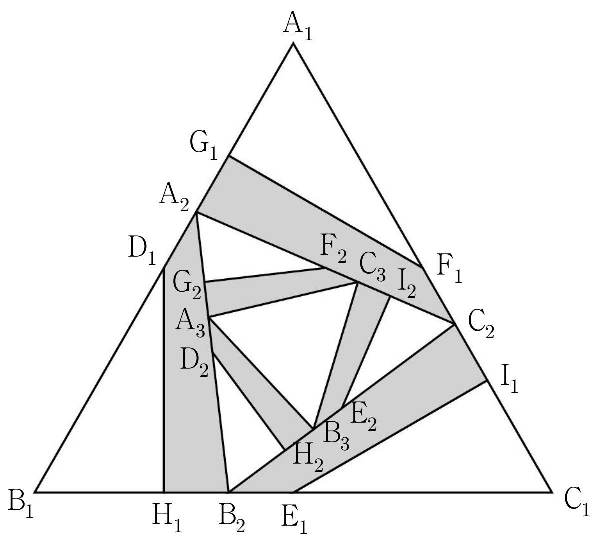
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

[4점][2020년 7월 18가]

R_1



R_2



⋮ ⋮

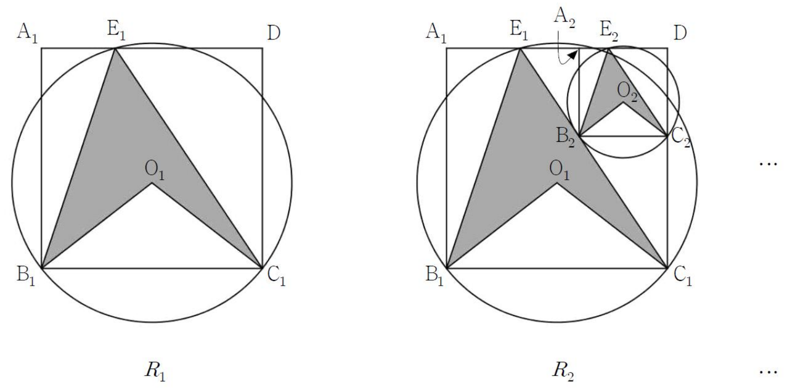
① $\frac{109\sqrt{3}}{15}$ ② $\frac{112\sqrt{3}}{15}$ ③ $\frac{23\sqrt{3}}{3}$
④ $\frac{118\sqrt{3}}{15}$ ⑤ $\frac{121\sqrt{3}}{15}$

85. 그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정사각형 $A_1B_1C_1D$에서 선분 A_1D를 $1:2$로 내분하는 점을 E_1이라 하고, 세 점 B_1, C_1, E_1을 지나는 원의 중심을 O_1이라 하자. 삼각형 $E_1B_1C_1$의 내부와 삼각형 $O_1B_1C_1$의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에서 선분 E_1D 위의 점 A_2, 선분 E_1C_1 위의 점 B_2, 선분 C_1D 위의 점 C_2와 점 D를 꼭짓점으로 하는 정사각형 $A_2B_2C_2D$를 그린다. 정사각형 $A_2B_2C_2D$에서 선분 A_2D를 $1:2$로 내분하는 점을 E_2라 하고, 세 점 B_2, C_2, E_2를 지나는 원의 중심을 O_2라 하자. 삼각형 $E_2B_2C_2$의 내부와 삼각형 $O_2B_2C_2$의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

〔4점〕〔2021학년도 사관학교 19가〕



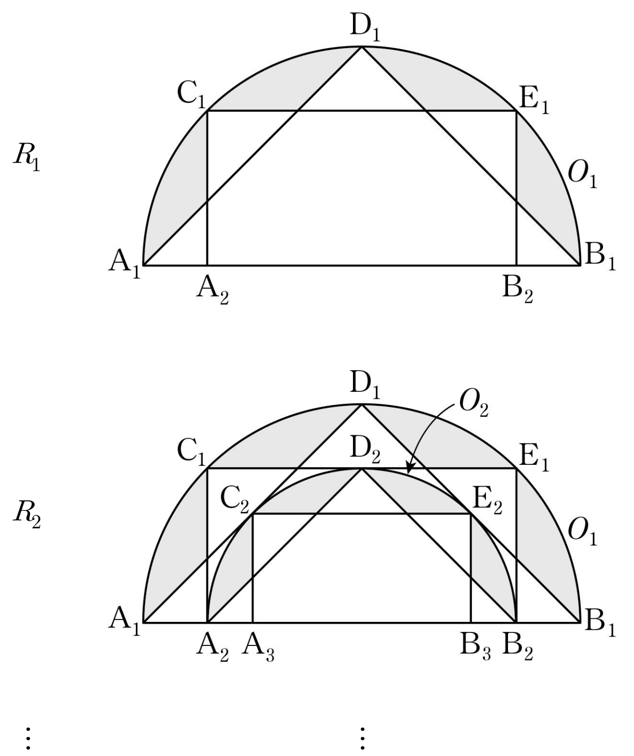
① $\frac{90}{7}$ ② $\frac{275}{21}$ ③ $\frac{40}{3}$ ④ $\frac{95}{7}$ ⑤ $\frac{290}{21}$

86. 그림과 같이 길이가 4인 선분 A_1B_1을 지름으로 하는 반원 O_1의 호 A_1B_1을 4등분하는 점을 점 A_1에서 가까운 순서대로 각각 C_1, D_1, E_1이라 하고, 두 점 C_1, E_1에서 선분 A_1B_1에 내린 수선의 발을 각각 A_2, B_2라 하자. 사각형 $C_1A_2B_2E_1$의 외부와 삼각형 $D_1A_1B_1$의 외부의 공통부분 중 반원 O_1의 내부에 있는 ⌒ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에서 선분 A_2B_2를 지름으로 하는 반원 O_2를 반원 O_1의 내부에 그리고, 반원 O_2의 호 A_2B_2를 4등분하는 점을 점 A_2에서 가까운 순서대로 각각 C_2, D_2, E_2라 하고, 두 점 C_2, E_2에서 선분 A_2B_2에 내린 수선의 발을 각각 A_3, B_3이라 하자. 사각형 $C_2A_3B_3E_2$의 외부와 삼각형 $D_2A_2B_2$의 외부의 공통부분 중 반원 O_2의 내부에 있는 ⌒ 모양의 도형에 색칠을 하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

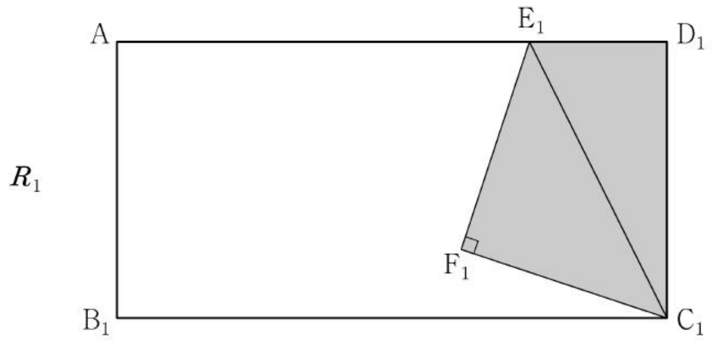
〔4점〕〔2020년 10월 18가〕

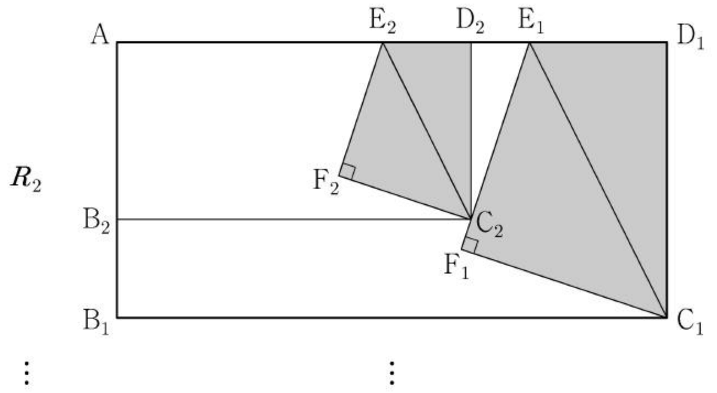


① $4\pi+4\sqrt{2}-16$ ② $4\pi+16\sqrt{2}-32$ ③ $4\pi+8\sqrt{2}-20$
④ $2\pi+16\sqrt{2}-24$ ⑤ $2\pi+8\sqrt{2}-12$

87. 그림과 같이 $\overline{AB_1}=2$, $\overline{AD_1}=4$인 직사각형 $AB_1C_1D_1$이 있다. 선분 AD_1을 $3:1$로 내분하는 점을 E_1이라 하고, 직사각형 $AB_1C_1D_1$의 내부에 점 F_1을 $\overline{F_1E_1}=\overline{F_1C_1}$, $\angle E_1F_1C_1=\frac{\pi}{2}$가 되도록 잡고 삼각형 $E_1F_1C_1$을 그린다. 사각형 $E_1F_1C_1D_1$을 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 선분 AB_1 위의 점 B_2, 선분 E_1F_1 위의 점 C_2, 선분 AE_1 위의 점 D_2와 점 A를 꼭짓점으로 하고 $\overline{AB_2}:\overline{AD_2}=1:2$인 직사각형 $AB_2C_2D_2$를 그린다. 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 직사각형 $AB_2C_2D_2$에 삼각형 $E_2F_2C_2$를 그리고 사각형 $E_2F_2C_2D_2$를 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}S_n$의 값은?

[4점][2021학년도 수능 14가]



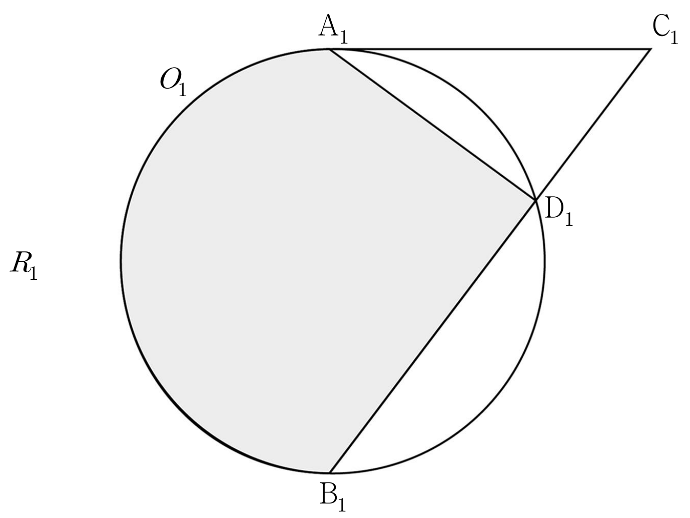


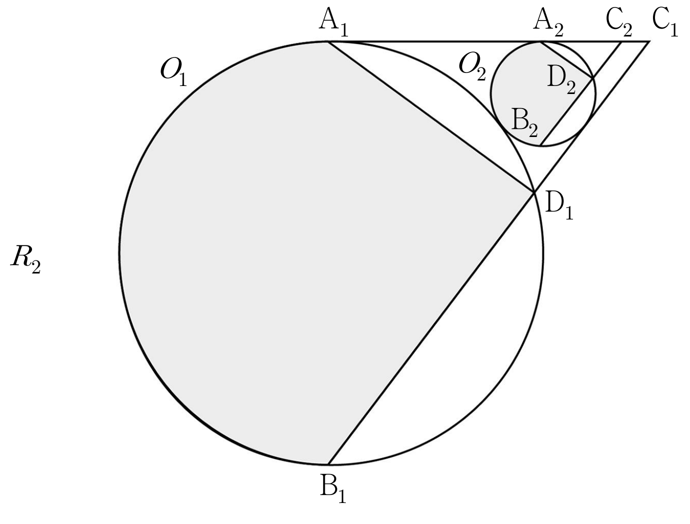
① $\frac{441}{103}$ ② $\frac{441}{109}$ ③ $\frac{441}{115}$ ④ $\frac{441}{121}$ ⑤ $\frac{441}{127}$

88. 그림과 같이 길이가 4인 선분 A_1B_1을 지름으로 하는 원 O_1이

있다. 원 O_1의 외부에 $\angle B_1A_1C_1=\frac{\pi}{2}$, $\overline{A_1B_1}:\overline{A_1C_1}=4:3$이 되도록 점 C_1을 잡고 두 선분 A_1C_1, B_1C_1을 그린다. 원 O_1과 선분 B_1C_1의 교점 중 B_1이 아닌 점을 D_1이라 하고, 점 D_1을 포함하지 않는 호 A_1B_1과 두 선분 A_1D_1, B_1D_1로 둘러싸인 부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 호 A_1D_1과 두 선분 A_1C_1, C_1D_1에 동시에 접하는 원 O_2를 그리고 선분 A_1C_1과 원 O_2의 교점을 A_2, 점 A_2를 지나고 직선 A_1B_1과 평행한 직선이 원 O_2와 만나는 점 중 A_2가 아닌 점을 B_2라 하자. 그림 R_1에서 얻은 것과 같은 방법으로 두 점 C_2, D_2를 잡고, 점 D_2를 포함하지 않는 호 A_2B_2와 두 선분 A_2D_2, B_2D_2로 둘러싸인 부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}S_n$의 값은?

[4점][21학년도 4월 28번]





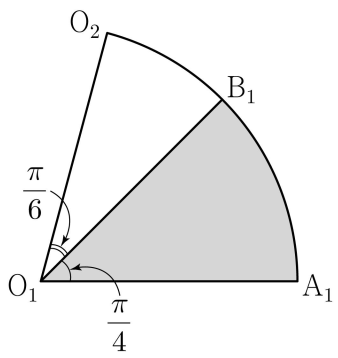
① $\frac{32}{15}\pi+\frac{256}{125}$ ② $\frac{9}{4}\pi+\frac{54}{25}$ ③ $\frac{32}{15}\pi+\frac{512}{125}$
④ $\frac{9}{4}\pi+\frac{108}{25}$ ⑤ $\frac{8}{3}\pi+\frac{128}{25}$

89. 그림과 같이 중심이 O_1, 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{5\pi}{12}$인 부채꼴 $O_1A_1O_2$가 있다. 호 A_1O_2 위에 점 B_1을 $\angle A_1O_1B_1 = \frac{\pi}{4}$가 되도록 잡고, 부채꼴 $O_1A_1B_1$에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

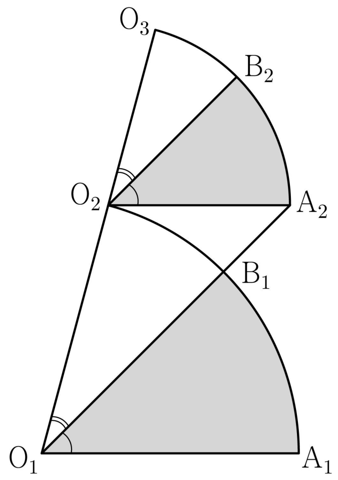
그림 R_1에서 점 O_2를 지나고 선분 O_1A_1에 평행한 직선이 직선 O_1B_1과 만나는 점을 A_2라 하자. 중심이 O_2이고 중심각의 크기가 $\frac{5\pi}{12}$인 부채꼴 $O_2A_2O_3$을 부채꼴 $O_1A_1B_1$과 겹치지 않도록 그린다. 호 A_2O_3 위에 점 B_2를 $\angle A_2O_2B_2 = \frac{\pi}{4}$가 되도록 잡고, 부채꼴 $O_2A_2B_2$에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

[3점][22학년도 6월 26번]



R_1



R_2 ⋯

① $\frac{3\pi}{16}$ ② $\frac{7\pi}{32}$ ③ $\frac{\pi}{4}$ ④ $\frac{9\pi}{32}$ ⑤ $\frac{5\pi}{16}$

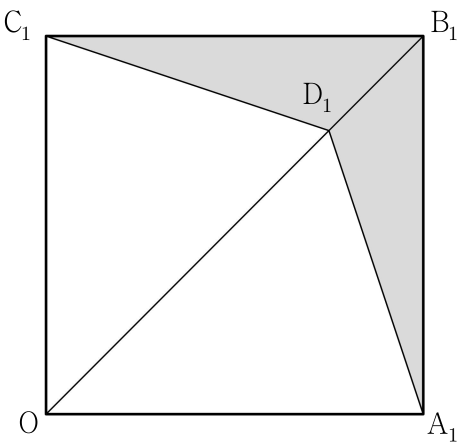
90. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 $OA_1B_1C_1$의 대각선 OB_1을 $3:1$로 내분하는 점을 D_1이라 하고, 네 선분 A_1B_1, B_1C_1, C_1D_1, D_1A_1로 둘러싸인 ⌉ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에서 중심이 O이고 두 직선 A_1D_1, C_1D_1에 동시에 접하는 원과 선분 OB_1이 만나는 점을 B_2라 하자. 선분 OB_2를 대각선으로 하는 정사각형 $OA_2B_2C_2$를 그리고 정사각형 $OA_2B_2C_2$에 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 ⌉ 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

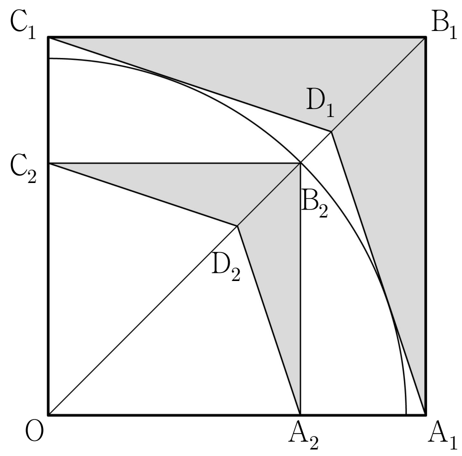
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

[3점][21학년도 7월 26번]

R_1



R_2

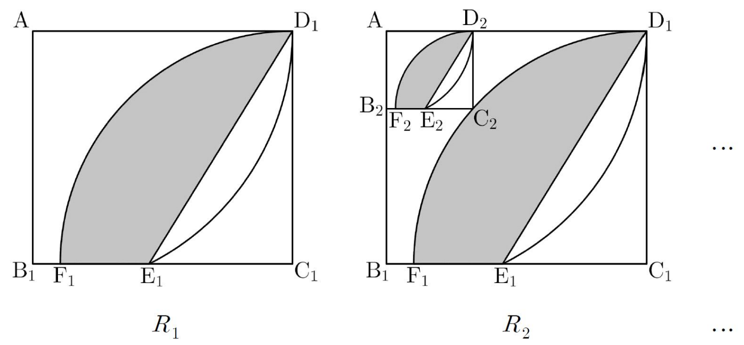


⋮ ⋮

① $\frac{70}{11}$ ② $\frac{75}{11}$ ③ $\frac{80}{11}$ ④ $\frac{80}{9}$ ⑤ $\frac{85}{9}$

91. 그림과 같이 $\overline{AB_1}=2$, $\overline{AD_1}=\sqrt{5}$ 인 직사각형 $AB_1C_1D_1$ 이 있다. 중심이 A 이고 반지름의 길이가 $\overline{AD_1}$ 인 원과 선분 B_1C_1 의 교점을 E_1, 중심이 C_1 이고 반지름의 길이가 $\overline{C_1D_1}$ 인 원과 선분 B_1C_1 의 교점을 F_1 이라 하자. 호 D_1F_1 과 두 선분 D_1E_1, F_1E_1 로 둘러싸인 부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.
그림 R_1 에서 선분 AB_1 위의 점 B_2, 호 D_1F_1 위의 점 C_2, 선분 AD_1 위의 점 D_2 와 점 A 를 꼭짓점으로 하고 $\overline{AB_2}:\overline{AD_2}=2:\sqrt{5}$ 인 직사각형 $AB_2C_2D_2$ 를 그린다. 중심이 A 이고 반지름의 길이가 $\overline{AD_2}$ 인 원과 선분 B_2C_2 의 교점을 E_2, 중심이 C_2 이고 반지름의 길이가 $\overline{C_2D_2}$ 인 원과 선분 B_2C_2 의 교점을 F_2 라 하자. 호 D_2F_2 와 두 선분 D_2E_2, F_2E_2 로 둘러싸인 부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$ 의 값은?

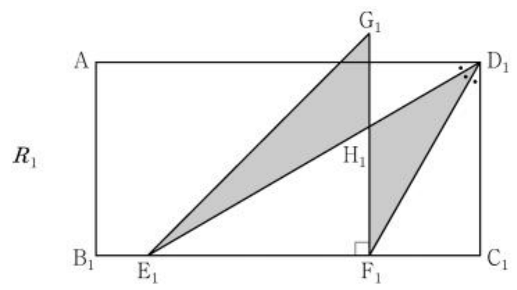
[3점][22학년도 사관학교 26번]

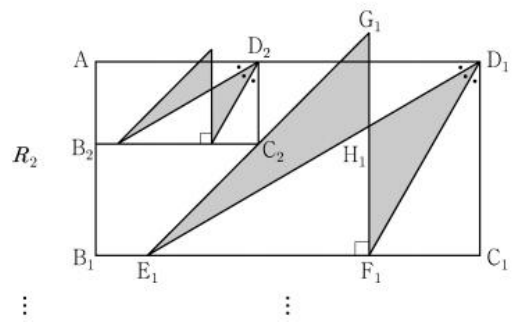


① $\dfrac{8\pi+8-8\sqrt{5}}{7}$ ② $\dfrac{8\pi+8-7\sqrt{5}}{7}$ ③ $\dfrac{9\pi+9-9\sqrt{5}}{8}$
④ $\dfrac{9\pi+9-8\sqrt{5}}{8}$ ⑤ $\dfrac{10\pi+10-10\sqrt{5}}{9}$

92. 그림과 같이 $\overline{AB_1}=1$, $\overline{B_1C_1}=2$인 직사각형 $AB_1C_1D_1$이 있다. $\angle AD_1C_1$을 삼등분하는 두 직선이 선분 B_1C_1과 만나는 점 중 점 B_1에 가까운 점을 E_1, 점 C_1에 가까운 점을 F_1이라 하자. $\overline{E_1F_1}=\overline{F_1G_1}$, $\angle E_1F_1G_1=\dfrac{\pi}{2}$이고 선분 AD_1과 선분 F_1G_1이 만나도록 점 G_1을 잡아 삼각형 $E_1F_1G_1$을 그린다.
선분 E_1D_1과 선분 F_1G_1이 만나는 점을 H_1이라 할 때, 두 삼각형 $G_1E_1H_1$, $H_1F_1D_1$로 만들어진 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에 선분 AB_1 위의 점 B_2, 선분 E_1G_1 위의 점 C_2, 선분 AD_1 위의 점 D_2와 점 A를 꼭짓점으로 하고 $\overline{AB_2}:\overline{B_2C_2}=1:2$인 직사각형 $AB_2C_2D_2$를 그린다. 직사각형 $AB_2C_2D_2$에 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

[3점][22학년도 9월 27번]





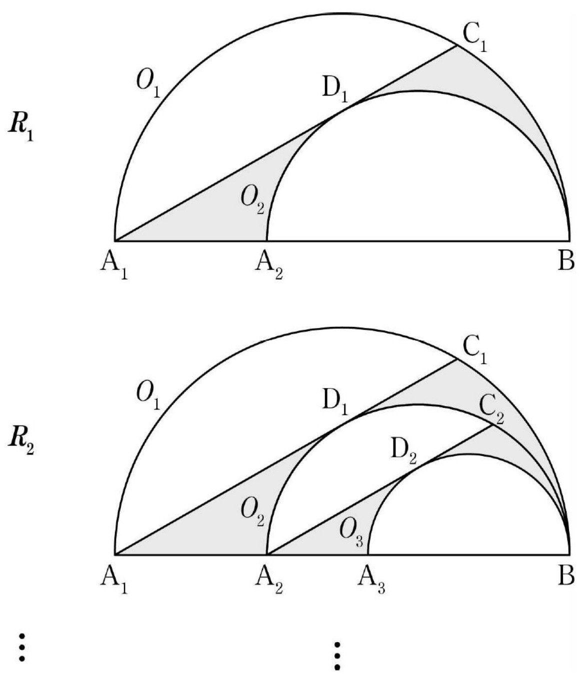
① $\dfrac{2\sqrt{3}}{9}$ ② $\dfrac{5\sqrt{3}}{18}$ ③ $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ④ $\dfrac{7\sqrt{3}}{18}$ ⑤ $\dfrac{4\sqrt{3}}{9}$

93. 그림과 같이 길이가 2 인 선분 $\mathrm{A_1B}$를 지름으로 하는 반원 O_1이 있다. 호 $\mathrm{BA_1}$위에 점 $\mathrm{C_1}$을 $\angle \mathrm{BA_1C_1} = \frac{\pi}{6}$가 되도록 잡고, 선분 $\mathrm{A_2B}$를 지름으로 하는 반원 O_2가 선분 $\mathrm{A_1C_1}$과 접하도록 선분 $\mathrm{A_1B}$위에 점 $\mathrm{A_2}$를 잡는다. 반원 O_2와 선분 $\mathrm{A_1C_1}$의 접점을 $\mathrm{D_1}$이라 할 때, 두 선분 $\mathrm{A_1A_2}$, $\mathrm{A_1D_1}$과 호 $\mathrm{D_1A_2}$로 둘러싸인 부분과 선분 $\mathrm{C_1D_1}$과 두 호 $\mathrm{BC_1}$, $\mathrm{BD_1}$로 둘러싸인 부분인 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에서 호 $\mathrm{BA_2}$위에 점 $\mathrm{C_2}$를 $\angle \mathrm{BA_2C_2} = \frac{\pi}{6}$가 되도록 잡고, 선분 $\mathrm{A_3B}$를 지름으로 하는 반원 O_3이 선분 $\mathrm{A_2C_2}$와 접하도록 선분 $\mathrm{A_2B}$위에 점 $\mathrm{A_3}$을 잡는다. 반원 O_3과 선분 $\mathrm{A_2C_2}$의 접점을 $\mathrm{D_2}$라 할 때, 두 선분 $\mathrm{A_2A_3}$, $\mathrm{A_2D_2}$와 호 $\mathrm{D_2A_3}$으로 둘러싸인 부분과 선분 $\mathrm{C_2D_2}$와 두 호 $\mathrm{BC_2}$, $\mathrm{BD_2}$로 둘러싸인 부분인 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n \to \infty} S_n$의 값은?

[3점][21학년도 10월 26번]



① $\frac{4\sqrt{3}-\pi}{10}$ ② $\frac{9\sqrt{3}-2\pi}{20}$ ③ $\frac{8\sqrt{3}-\pi}{20}$

④ $\frac{5\sqrt{3}-\pi}{10}$ ⑤ $\frac{9\sqrt{3}-\pi}{20}$

2023 수능대비 무한 등비 급수 기출 모음 답지

1	6	*2*	13	*3*	②	*4*	④	*5*	⑤
6	③	*7*	④	*8*	⑤	*9*	②	*10*	⑤
11	⑤	*12*	④	*13*	②	*14*	③	*15*	②
16	②	*17*	④	*18*	②	*19*	②	*20*	②
21	④	*22*	②	*23*	②	*24*	②	*25*	②
26	③	*27*	②	*28*	④	*29*	④	*30*	9
31	④	*32*	③	*33*	③	*34*	③	*35*	④
36	⑤	*37*	①	*38*	5	*39*	②	*40*	④
41	⑤	*42*	③	*43*	①	*44*	①	*45*	①
46	③	*47*	①	*48*	②	*49*	①	*50*	①
51	⑤	*52*	①	*53*	①	*54*	③	*55*	⑤
56	③	*57*	③	*58*	②	*59*	①	*60*	①
61	③	*62*	③	*63*	⑤	*64*	②	*65*	④
66	①	*67*	②	*68*	①	*69*	②	*70*	②
71	②	*72*	④	*73*	②	*74*	③	*75*	②
76	④	*77*	①	*78*	①	*79*	③	*80*	⑤
81	⑤	*82*	⑤	*83*	①	*84*	②	*85*	②
86	②	*87*	③	*88*	③	*89*	③	*90*	③
91	③	*92*	③	*93*	②				

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.