01 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x)=\begin{cases} 2x & (x<2) \\ 2 & (x=2) \\ -\dfrac{1}{2}x+2 & (x>2) \end{cases}$$

가 있다. 두 상수 a, b와 함수 $f(x)$에 대하여 함수 $||f(x)+a|+b|$가 실수 전체의 집합에서 연속이다. $a+b$의 값으로 가능한 모든 값 중 최솟값을 m이라 할 때, $|10m|$의 값을 구하시오. [4점]

19

최고차항의 계수가 a $(a>0)$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\lim_{h\to 0}\frac{|f(x+h)|-|f(x-h)|}{h}$$

가 있다. 함수 $f(x)$와 함수 $g(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $\lvert f(x)-a \rvert$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다. (나) 방정식 $g(x+g(x))=0$은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

a가 최대일 때, $f(1)=\frac{1}{6}$이고 $f(3)=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

41 음의 실수 k와 함수 $f(x)=ax(x+b)$ (a, b는 자연수)에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<0) \\ kf(x-b) & (x \geq 0) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(3)=6$
(나) 방정식 $|g(x)|=b$의 서로 다른 실근의 개수는 5이다.

음의 실수 m에 대하여 직선 $y=mx+9$이 함수 $y=|g(x)|$의 그래프와 세 점에서 만날 때 m의 값을 큰 수부터 크기순으로 나열하면 m_1, m_2, m_3, $\cdots$ 이다. $m_1+m_2=p-q\sqrt{6}-r\sqrt{2}$이다. $p+q+r$의 값을 구하시오. (단, p, q, r은 자연수이다.) [4점]

106 실수 전체의 집합에서 미분 가능한 함수 $f(x)$가 상수 $a\ (a>0)$와 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)=f(-x)$

(나) $\displaystyle\int_{x}^{x+a} f(t)dt = -3x^2-6x$

닫힌구간 $\left[0,\ \dfrac{a}{2}\right]$에서 두 실수 $b,\ c$에 대하여 $f(x)=bx^2+c$ 일 때, $f(x)$의 구간 $(-\infty,\ \infty)$에서 최댓값을 M이라 하자. $M-abc$의 값을 구하시오. [4점]