유형 1 거듭제곱근의 뜻과 성질

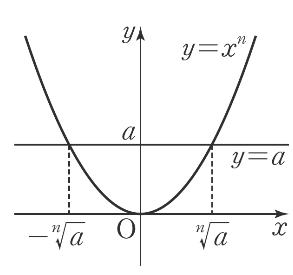
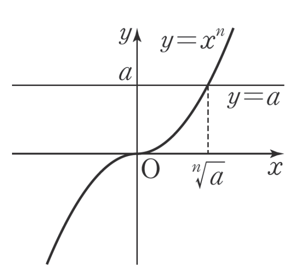
출제유형 | 거듭제곱근의 뜻과 성질을 이용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 거듭제곱근의 뜻과 성질을 이용하는 문제를 해결한다.

(1) 실수 a와 2 이상의 자연수 n에 대하여 $x^n=a$를 만족시키는 실수 x, 즉 a의 n제곱근 중 실수인 것은 다음과 같다.

① n이 짝수인 경우
- $a>0$일 때 : $\sqrt[n]{a}$, $-\sqrt[n]{a}$로 2개다.
- $a=0$일 때 : 0으로 1개다.
- $a<0$일 때 : 없다.

② n이 홀수인 경우
$\sqrt[n]{a}$로 1개뿐이다.

	
⟨n이 짝수일 때⟩	⟨n이 홀수일 때⟩

(2) $a>0$, $b>0$이고 m, n이 2 이상의 자연수일 때,

① $\sqrt[n]{a}\,\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$

② $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

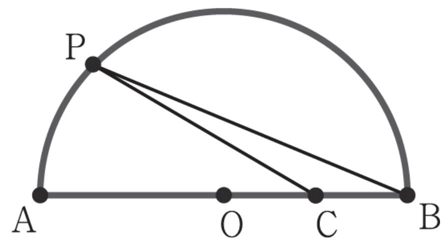
③ $(\sqrt[n]{a})^m=\sqrt[n]{a^m}$

④ $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[mn]{a}$

⑤ $\sqrt[np]{a^{mp}}=\sqrt[n]{a^m}$ (단, p는 자연수)

01

그림과 같이 중심이 O이고 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 선분 AB 위의 점 C와 호 AB 위의 점 P에 대하여 $\overline{AC}:\overline{CB}=\overset{\frown}{BP}:\overset{\frown}{PA}=3:1$이고 $\overline{OC}=\sqrt[3]{16}$이다. 삼각형 PCB의 넓이는? [4점]



① $2^{\frac{13}{6}}$ ② $2^{\frac{11}{6}}$ ③ $2^{\frac{3}{2}}$ ④ $2^{\frac{7}{6}}$ ⑤ $2^{\frac{5}{6}}$

단원 평가

53

$\left(\sqrt{\sqrt[3]{2}\,\sqrt[4]{8}}\right)^n$이 자연수가 되도록 하는 자연수 n의 최솟값을 구하시오. [4점]

54

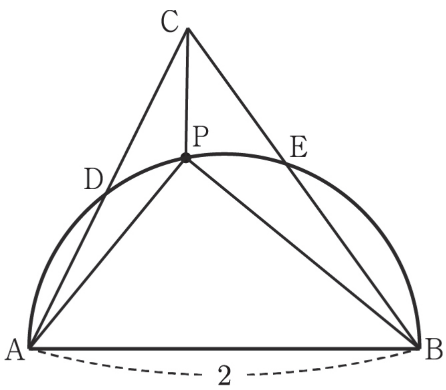
-25의 세제곱근 중 실수인 것의 개수를 a, $\sqrt{23}$의 네제곱근 중 실수인 것의 개수를 b라 할 때, $a+b$의 값을 구하시오. [4점]

140

그림과 같이 $\overline{AB}=2$인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 반원 외부의 점 C에 대하여 직선 AC, 직선 BC가 반원의 원주와 만나는 점을 각각 D, E라 할 때, 호 DE 위의 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

> 삼각형 APC와 삼각형 BPC의 넓이의 비는 1 : 2이다.

$\angle PAB=\alpha$, $\angle BPC=\beta$라 할 때, $\tan\alpha\times\tan\beta$의 값은? [4점]

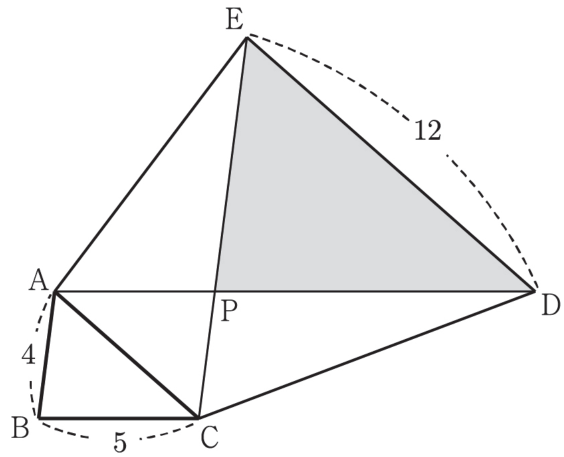


① 2　　② 1　　③ -1

④ -2　　⑤ $-\dfrac{5}{2}$

141

그림과 같이 오각형 ABCDE에서 세 대각선 AD, CE, AC는 각각 세 변 $\overline{BC}$, $\overline{AB}$, $\overline{DE}$와 평행하고 $\overline{AB}=4$, $\overline{BC}=5$, $\overline{DE}=12$, $\cos(\angle ABC)=\dfrac{1}{8}$이다. 두 대각선 AD와 CE의 교점을 P라 할 때, 삼각형 PDE의 넓이는? [4점]



① $15\sqrt{7}$　　② 8　　③ $\sqrt{65}$

④ $\sqrt{66}$　　⑤ $\sqrt{67}$

단원 평가

226

등차수열 $\{a_n\}$의 제1항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 자연수 k의 값을 b_m이라 하자.

(가) $S_k < S_{k+1}$, $S_{k+1} > S_{k+2}$
(나) $S_{2m^2+6} = 0$

$\sum_{m=1}^{5} b_m$의 값을 구하시오. [4점]

227

등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 64$
(나) $a_{m-3} + a_{m-2} + a_{m-1} + a_m = 192$인
자연수 m에 대하여 $\sum_{k=1}^{m} a_k = 640$ (단, $m > 4$)

a_{14}의 값을 구하시오. [4점]