제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $(2^{\sqrt{3}}\times 4)^{\sqrt{3}-2}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$ [✓ ② $\frac{1}{2}$] ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

$(2^{\sqrt{3}}\times 2^{2}) = (2^{2+\sqrt{3}})^{\sqrt{3}-2} = 2^{3-4} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$

2. 함수 $f(x)=x^3+3x^2+x-1$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 [✓ ⑤ 10]

$f'(x) = 3x^2+6x+1$

$f'(1) = 3+6+1 = 10$

3. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2=6,\quad a_4+a_6=36$$

일 때, a_{10} 의 값은? [3점]

① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 [✓ ⑤ 38]

$a+d=6$

$a+3d+a+5d=36$

$2a+8d=36$

$a+4d=18$

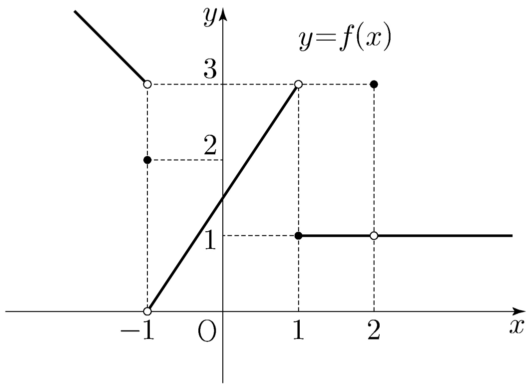
$a+4d=18$
$-\ a+d=6$
$3d=12$

$d=4$

$a=2$

$a_{10} = a+9d = 2+36 = 38$

4. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim\limits_{x\to -1-} f(x)+\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ 의 값은? [3점]

3 1

① 1 ② 2 ③ 3 [✓ ④ 4] ⑤ 5

5. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} 2a_n & (a_n<7) \\ a_n-7 & (a_n\geq 7) \end{cases}$$

일 때, $\sum_{k=1}^{8} a_k$의 값은? [3점]

① 30 ✓ ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

$a_2=\begin{cases} 2a_1 \\ a_1-7 \end{cases}$

$a_1=1$
$a_2=2$
$a_3=4$
$a_4=8$
$a_5=1$
$a_6=2$
$a_7=4$
$a_8=8$

7 3 / 7 / 15

$15\times2=30$

6. 방정식 $2x^3-3x^2-12x+k=0$이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 정수 k의 개수는? [3점]

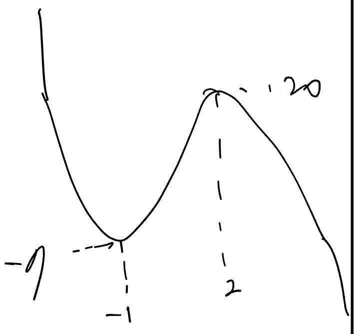
① 20 ② 23 ③ 26 ✓ ④ 29 ⑤ 32

$K=-2x^3+3x^2+12x.$

$-6x^2+6x+12$

$-6(x^2-x-2)$

$(x-2)(x+1)$



$-2\times8+12+24$

-16 36

$20.$

$-7<K<20$

$-6\sim-1$, 0, $1\sim19$

6 1 19

$2+3-12$ -7

5

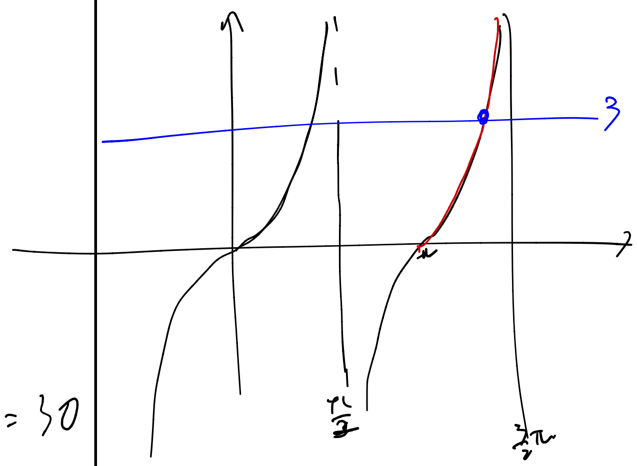
$\boxed{26}$

7. $\pi<\theta<\frac{3}{2}\pi$인 θ에 대하여 $\tan\theta-\frac{6}{\tan\theta}=1$일 때, $\sin\theta+\cos\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{2\sqrt{10}}{5}$ ✓ ② $-\frac{\sqrt{10}}{5}$ ③ 0

④ $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{10}}{5}$

$\tan^2\theta-6=\tan\theta$



$t^2-t-6=0$

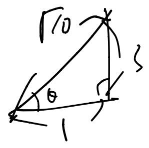
$(t-3)(t+2)=0$

$\tan\theta=-2$

$\tan\theta=3$

20

1+9



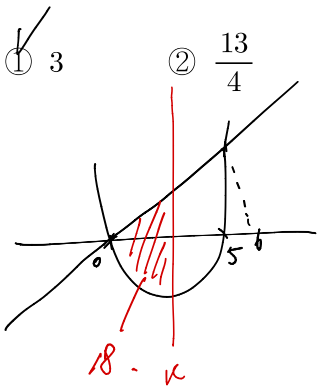
$\sin\theta=-\frac{3}{\sqrt{10}}$

$\cos\theta=-\frac{1}{\sqrt{10}}$

$-\frac{4}{\sqrt{10}}=-\frac{4\sqrt{10}}{10}=-\frac{2\sqrt{10}}{5}$

8. 곡선 $y=x^2-5x$와 직선 $y=x$로 둘러싸인 부분의 넓이를 직선 $x=k$가 이등분할 때, 상수 k의 값은? [3점]

① 3 ② $\frac{13}{4}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ 4



$x^2-5x=x$

$x^2-6x=0$

$x(x-6)=0$

$\frac{|1|}{6}(6-0)^3=36$

$\int_0^k \{x-(x^2-5x)\}\,dx=18.$

$-x^2+6x$

$\left[-\frac{x^3}{3}+3x^2\right]_0^k=18$

$-\frac{k^3}{3}+3k^2=18$

$-k^3+9k^2=54$

$k^3-9k^2+54=0$

$(k-3)(k^2-6k-18)=0$

$3\pm\sqrt{9+18}$

$3\pm3\sqrt{3}$

$3+3\sqrt{3}$

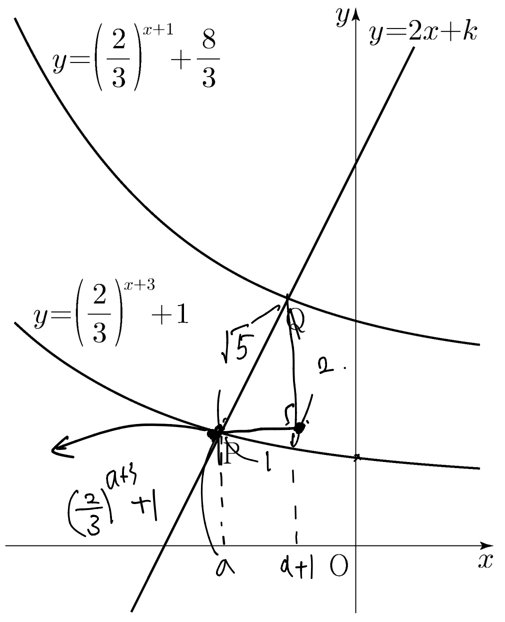
9. 직선 $y=2x+k$가 두 함수

$$y=\left(\frac{2}{3}\right)^{x+3}+1,\quad y=\left(\frac{2}{3}\right)^{x+1}+\frac{8}{3}$$

의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. $\overline{\mathrm{PQ}}=\sqrt{5}$일 때, 상수 k의 값은? [4점]

① $\frac{31}{6}$ ② $\frac{16}{3}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{17}{3}$ ⑤ $\frac{35}{6}$

$\frac{5}{3}$
2



$\left(-2,\frac{5}{3}\right)$

$-4+k=\frac{5}{3}$

$k=\frac{17}{3}$

$\left(\frac{2}{3}\right)^{a+3}+1+2=\left(\frac{2}{3}\right)^{a+2}+\frac{8}{3}$

$\frac{2}{3}\times\left(\frac{2}{3}\right)^{a+2}+3=\left(\frac{2}{3}\right)^{a+2}+\frac{8}{3}$

$\frac{1}{3}=\frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^{a+2}$

$1=\left(\frac{2}{3}\right)^{a+2}$ ⇒ $a=-2$

$\left(\frac{2}{3}\right)^1+1=\frac{5}{3}$

10. 삼차함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0,0)$에서의 접선과 곡선 $y=xf(x)$ 위의 점 $(1,2)$에서의 접선이 일치할 때, $f'(2)$의 값은? [4점]

① -18 ② -17 ③ -16 ④ -15 ⑤ -14

$f(0)=0,$

$f'(0)(x-0)+0$

$f(0)=0.$

$f(1)=2,$

$\boxed{a+b+c=2}.$

$f(x)=ax^3+bx^2+cx$

$f'(x)=3ax^2+2bx+c$

$f'(0)=c$

$xf(x)=ax^4+bx^3+cx^2$

$(xf(x))'=4ax^3+3bx^2+2cx$

$cx=(4a+3b+2c)(x-1)+2$

$4a+3b+2c=c$

$a+b+c=c$
0

$-4a-3b-2c+2=0.$

$-c$

$c=2$

$4a+3b+4=2$

$4a+3b=-2$

$-\ 3a+3b=0$

$a=-2$

$b=2$

$c=2$

$f'(x)=-6x^2+4x+2$

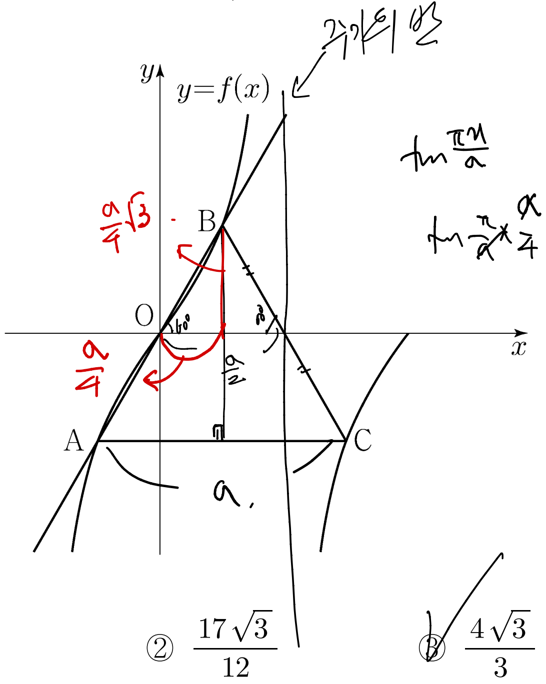
$f'(2)=-24+8+2=-14$

11. 양수 a에 대하여 집합 $\left\{x \,\middle|\, -\frac{a}{2}<x\le a,\ x\ne\frac{a}{2}\right\}$에서 정의된 함수

$$f(x)=\tan\frac{\pi x}{a}$$

주기 $\frac{\pi}{\frac{\pi}{a}} = a$

가 있다. 그림과 같이 함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 세 점 O, A, B를 지나는 직선이 있다. 점 A를 지나고 x축에 평행한 직선이 함수 $y=f(x)$의 그래프와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 C라 하자. 삼각형 ABC가 정삼각형일 때, 삼각형 ABC의 넓이는? (단, O는 원점이다.) [4점]



$\tan\frac{\pi x}{a}$

$\tan\frac{\pi}{\cancel{a}}\times\frac{\cancel{a}}{4} = 1 = \frac{a}{4}\sqrt{3}$

$a=\frac{4}{\sqrt{3}}$

① $\frac{3\sqrt{3}}{2}$　② $\frac{17\sqrt{3}}{12}$　[✓ ③ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$]

④ $\frac{5\sqrt{3}}{4}$　⑤ $\frac{7\sqrt{3}}{6}$

$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{\cancel{4}}\times\frac{\overset{4}{\cancel{16}}}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

12. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\{f(x)\}^3-\{f(x)\}^2-x^2f(x)+x^2=0$$

을 만족시킨다. 함수 $f(x)$의 최댓값이 1이고 최솟값이 0일 때, $f\left(-\frac{4}{3}\right)+f(0)+f\left(\frac{1}{2}\right)$의 값은? [4점]

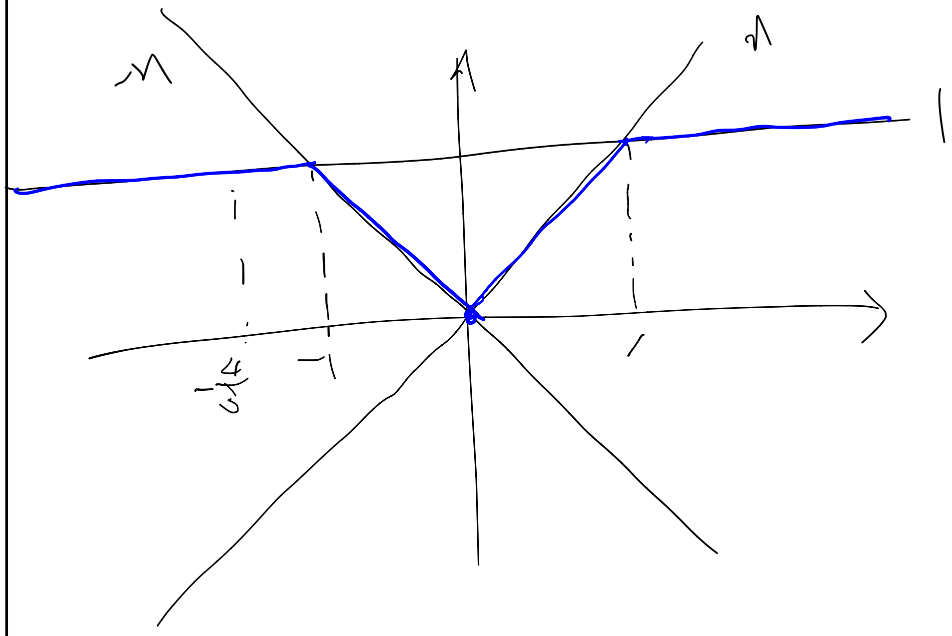
1　0　$\frac{1}{2}$

① $\frac{1}{2}$　② 1　[✓ ③ $\frac{3}{2}$]　④ 2　⑤ $\frac{5}{2}$

$f(x)^2(f(x)-1)-x^2(f(x)-1)=0$

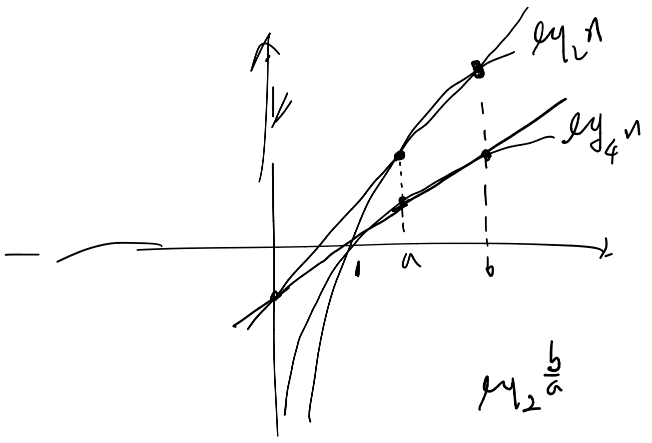
$(f(x)-1)(f(x)^2-x^2)=0$

$(f(x)-1)(f(x)-x)(f(x)+x)=0.$



13. 두 상수 a, b $(1<a<b)$에 대하여 좌표평면 위의 두 점 $(a, \log_2 a)$, $(b, \log_2 b)$를 지나는 직선의 y절편과 두 점 $(a, \log_4 a)$, $(b, \log_4 b)$를 지나는 직선의 y절편이 같다. 함수 $f(x)=a^{bx}+b^{ax}$에 대하여 $f(1)=40$일 때, $f(2)$의 값은? [4점]

① 760 [✓ ② 800] ③ 840 ④ 880 ⑤ 920



$\log_2 \frac{b}{a}$

$f(1)=a^b+b^a=40$

$$y=\frac{\log_2 b-\log_2 a}{b-a}(x-a)+\log_2 a$$

$$y=\frac{\log_4 b-\log_4 a}{b-a}(x-a)+\log_4 a$$

$$-\frac{a\frac{1}{2}\log_2\frac{b}{a}}{b-a}+\frac{1}{2}\log_2 a$$

$$\frac{-a\log_2\frac{b}{a}}{b-a}+\log_2 a=-\frac{a}{2}\frac{\log_2\frac{b}{a}}{(b-a)}+\frac{1}{2}\log_2 a$$

$$-\frac{a}{2}\frac{\log_2\frac{b}{a}}{b-a}=-\frac{1}{2}\log_2 a$$

$$a\frac{\log_2\frac{b}{a}}{b-a}=\log_2 a$$

$$a(\log_2 b-\log_2 a)=(b-a)\log_2 a$$

$$a\log_2 b-\cancel{a\log_2 a}=b\log_2 a-\cancel{a\log_2 a}$$

$$\frac{a}{b}=\frac{\log_2 a}{\log_2 b}$$

$$\boxed{\frac{a}{b}=\log_b a}$$

$$a=b^{\frac{a}{b}}\Rightarrow a^b=b^a$$

$$f(1)=a^b+b^a=2a^b=40=\boxed{a^b=20}$$

$$a^{2b}+b^{2a}$$

$$(a^b)^2+(b^a)^2$$
20 20

$$400+400=\boxed{800}$$

14. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 $x(t)$가 두 상수 a, b에 대하여

$$x(t)=t(t-1)(at+b)\quad(a\neq 0)$$

$\left(-\frac{b}{a}\right)$

이다. 점 P의 시각 t에서의 속도 $v(t)$가 $\int_0^1|v(t)|\,dt=2$를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

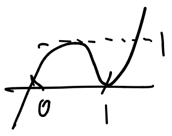
위치변화량

ㄱ. $\int_0^1 v(t)\,dt=0$

ㄴ. $|x(t_1)|>1$인 t_1이 열린구간 $(0,\ 1)$에 존재한다.

ㄷ. $0\le t\le 1$인 모든 t에 대하여 $|x(t)|<1$이면 $x(t_2)=0$인 t_2가 열린구간 $(0,\ 1)$에 존재한다.

반례



① ㄱ ② ㄱ, ㄴ [✓ ③ ㄱ, ㄷ]
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

Case $a>0$

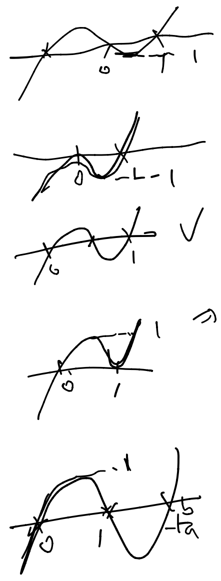
① $-\frac{b}{a}<0$

② $-\frac{b}{a}=0$

③ $0<-\frac{b}{a}<1$ ✓

④ $-\frac{b}{a}=1$

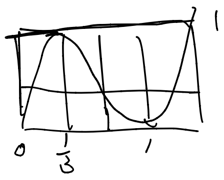
⑤ $1<-\frac{b}{a}$



$a+(b-1)^2$

$-\frac{2}{3}$

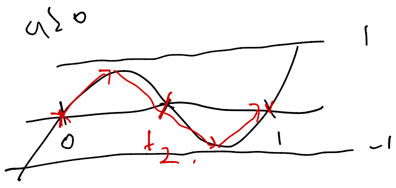
$\frac{1}{3}a\left(\frac{4}{9}\right)$



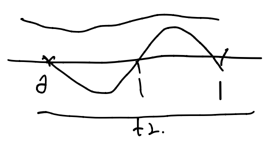
$\frac{4}{27}a=1$

$a=\frac{27}{4}$

ㄷ. $a>0$

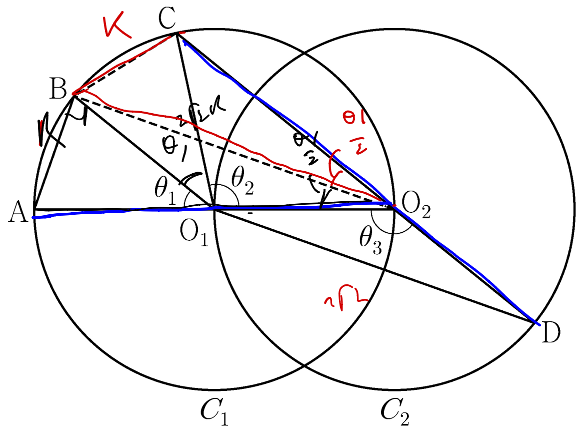


$a<0$



15. 두 점 O_1, O_2를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{O_1O_2}$인 두 원 C_1, C_2가 있다. 그림과 같이 원 C_1 위의 서로 다른 세 점 A, B, C와 원 C_2 위의 점 D가 주어져 있고, 세 점 A, O_1, O_2와 세 점 C, O_2, D가 각각 한 직선 위에 있다.

이때 $\angle BO_1A=\theta_1$, $\angle O_2O_1C=\theta_2$, $\angle O_1O_2D=\theta_3$이라 하자.



다음은 $\overline{AB}:\overline{O_1D}=1:2\sqrt{2}$이고 $\theta_3=\theta_1+\theta_2$일 때, 선분 AB와 선분 CD의 길이의 비를 구하는 과정이다.

> $\angle CO_2O_1+\angle O_1O_2D=\pi$이므로 $\theta_3=\frac{\pi}{2}+\frac{\theta_2}{2}$이고
>
> $\theta_3=\theta_1+\theta_2$에서 $2\theta_1+\theta_2=\pi$이므로 $\angle CO_1B=\theta_1$이다.
>
> 이때 $\angle O_2O_1B=\theta_1+\theta_2=\theta_3$이므로 삼각형 O_1O_2B와
>
> 삼각형 O_2O_1D는 합동이다.
>
> $\overline{AB}=k$라 할 때
>
> $\overline{BO_2}=\overline{O_1D}=2\sqrt{2}k$이므로 $\overline{AO_2}=$ $\boxed{(가)}$이고,
>
> $\angle BO_2A=\frac{\theta_1}{2}$이므로 $\cos\frac{\theta_1}{2}=$ $\boxed{(나)}$이다.
>
> 삼각형 O_2BC에서
>
> $\overline{BC}=k$, $\overline{BO_2}=2\sqrt{2}k$, $\angle CO_2B=\frac{\theta_1}{2}$이므로
>
> 코사인법칙에 의하여 $\overline{O_2C}=$ $\boxed{(다)}$이다.
>
> $\overline{CD}=\overline{O_2D}+\overline{O_2C}=\overline{O_1O_2}+\overline{O_2C}$이므로
>
> $\overline{AB}:\overline{CD}=k:\left(\frac{\boxed{(가)}}{2}+\boxed{(다)}\right)$이다.

$\sqrt{k^2+8k^2}=\sqrt{9k^2}=3k$

$3k$

$\frac{2\sqrt{2}k}{3k}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\cos\frac{\theta_1}{2}=\frac{x^2+8k^2-k^2}{4\sqrt{2}kx}$

$\frac{2\sqrt{2}}{3}\times4\sqrt{2}kx$

$\boxed{\frac{16}{3}kx=x^2+7k^2}$

위의 (가), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$라 하고, (나)에 알맞은 수를 p라 할 때, $f(p)\times g(p)$의 값은? [4점]

$3x^2-16kx+21k^2=0$

$3x \quad -7k$

$x \quad -3k$

① $\frac{169}{27}$ ② $\frac{56}{9}$ ③ $\frac{167}{27}$ ④ $\frac{166}{27}$ ⑤ $\frac{55}{9}$

$x=3k$ or $x=\frac{7k}{3}$

X (다)

$f(k)=3k$

$g(k)=\frac{7}{3}k$

$p=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$2\sqrt{2}\times\frac{14\sqrt{2}}{9}=\frac{56}{9}$

$f(p)=2\sqrt{2}$

$g(p)=\frac{14\sqrt{2}}{9}$

단답형

16. $\log_2 120-\frac{1}{\log_{15}2}$의 값을 구하시오. [3점]

$\log_2 120-\log_2 15=\log_2\frac{120}{15}=\log_2 8=3$

$15\overline{)120}$ 8, 120

17. 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=3x^2+2x$이고 $f(0)=2$일 때, $f(1)$의 값을 구하시오. [3점]

$f(x)=x^3+x^2+C$

$f(x)=x^3+x^2+2$

$f(1)=1+1+2=4$

18. 수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} a_k - \sum_{k=1}^{7} \frac{a_k}{2} = 56, \quad \sum_{k=1}^{10} 2a_k - \sum_{k=1}^{8} a_k = 100$$

일 때, a_8의 값을 구하시오. [3점]

$$2\sum_{n=1}^{10} a_n - \sum_{n=1}^{7} a_n = 112$$

$$- \underline{\left\lfloor 2\sum_{n=1}^{10} a_n - \sum_{n=1}^{8} a_n = 100 \right.}$$

$$\underline{\sum_{n=1}^{8} a_n - \sum_{n=1}^{7} a_n = 12}$$

a_8.

$\bigcirc\!\!\!\!\!\!12$

x [0, 1].

t [1, 2]

19. 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 - (a^2 - 8a)x + 3$이 실수 전체의 집합에서 증가하도록 하는 실수 a의 최댓값을 구하시오. [3점]

$f'(x) = 3x^2 + 2ax - (a^2 - 8a)$

$a^2 + 3(a^2 - 8a) \leq 0$

$\underline{4a^2 - 24a \leq 0}$.

$a^2 - 6a \leq 0$

$a(a-6) \leq 0$

$0 \leq a \leq 6$

$\bigcirc\!\!\!\!\!\!6$

20. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 닫힌구간 $[0, 1]$에서 $f(x) = x$이다.

(나) 어떤 상수 a, b에 대하여 구간 $[0, \infty)$에서
$f(x+1) - xf(x) = ax + b$이다.

$60 \times \displaystyle\int_1^2 f(x)\,dx$의 값을 구하시오. [4점]

$f(0) = 0$

$f(1) = 1$

$f(1) = b = 1$

$[0, \infty)$ $\quad f(x+1) - xf(x) = ax + 1$

$x+1 = t$ 라 치환.

$f(t) - (t-1)f(t-1) = a(t-1) + 1$

$f(t) = (t-1)f(t-1) + a(t-1) + 1$

$= (t-1)(t-1) + a(t-1) + 1$

$= (t-1)^2 + a(t-1) + 1 = t^2 - 2t + 1 + at - a + 1$

$= t^2 + (a-2)t - a + 2$

$$f(x) \begin{cases} x & (0 \leq x \leq 1) \\ x^2 + (a-2)x - a + 2 & (1 < x \leq 2) \end{cases}$$

$2x + (a-2)$

$x = 1$ 에서 미.가 $\Rightarrow$ $1 = \cancel{2} + a - \cancel{2}$

$a = 1$

$$f(x) \begin{cases} x & (0 \leq x \leq 1) \\ x^2 - x + 1 & (1 < x \leq 2) \end{cases}$$

$$\int_1^2 f(x)\,dx = \int_1^2 (x^2 - x + 1)\,dx = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x\right]_1^2$$

$$= \frac{8}{3} - 2 + 2 - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 1\right)$$

$$= \frac{7}{3} - \frac{1}{2} = \frac{14-3}{6} = \frac{11}{6}$$

$$\overset{10}{\cancel{60}} \times \frac{11}{\cancel{6}} = \bigcirc\!\!\!\!\!\!\!\!\!110$$

21. 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $|a_1|=2$ $\left\langle \begin{array}{l} a_1=2 \\ a_1=-2 \end{array}\right.$

(나) 모든 자연수 n에 대하여 $|a_{n+1}|=2|a_n|$이다.

(다) $\sum_{n=1}^{10} a_n=-14$

$a_1+a_3+a_5+a_7+a_9$의 값을 구하시오. [4점]

✓ $|a_1|=2$ 4

$|a_2|=4$ 8

$|a_3|=8$ 16

✓ $|a_4|=16$ 32

$|a_5|=32$

$|a_6|=64$

$|a_7|=128$

$|a_8|=256$

$|a_9|=512$

$\boxed{|a_{10}|=1024}$

이놈기준으로 분류

1022 1024 차이2

꼭n-1

$\frac{2(2^9-1)}{2-1}=\frac{2(511)}{1}$ 1022

1010.

1022.

-4 -8.

$a_1=-2$

$a_2=-4$

-1024

-1038

-1022

2

1024.

조작해도 1일가능. 더 가까이 없가능

$a_1=-2.$ $a_7=128.$

$a_3=8$ $a_9=512.$

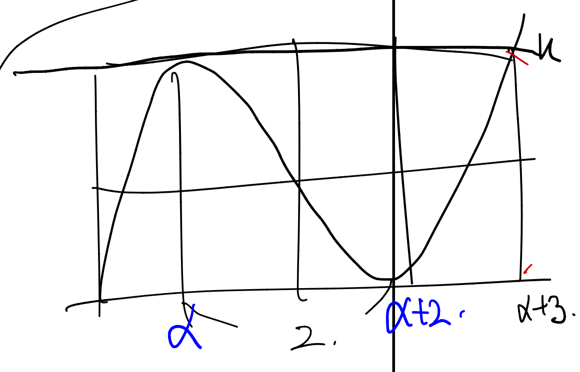
$a_5=32$

6

38+648

38

618

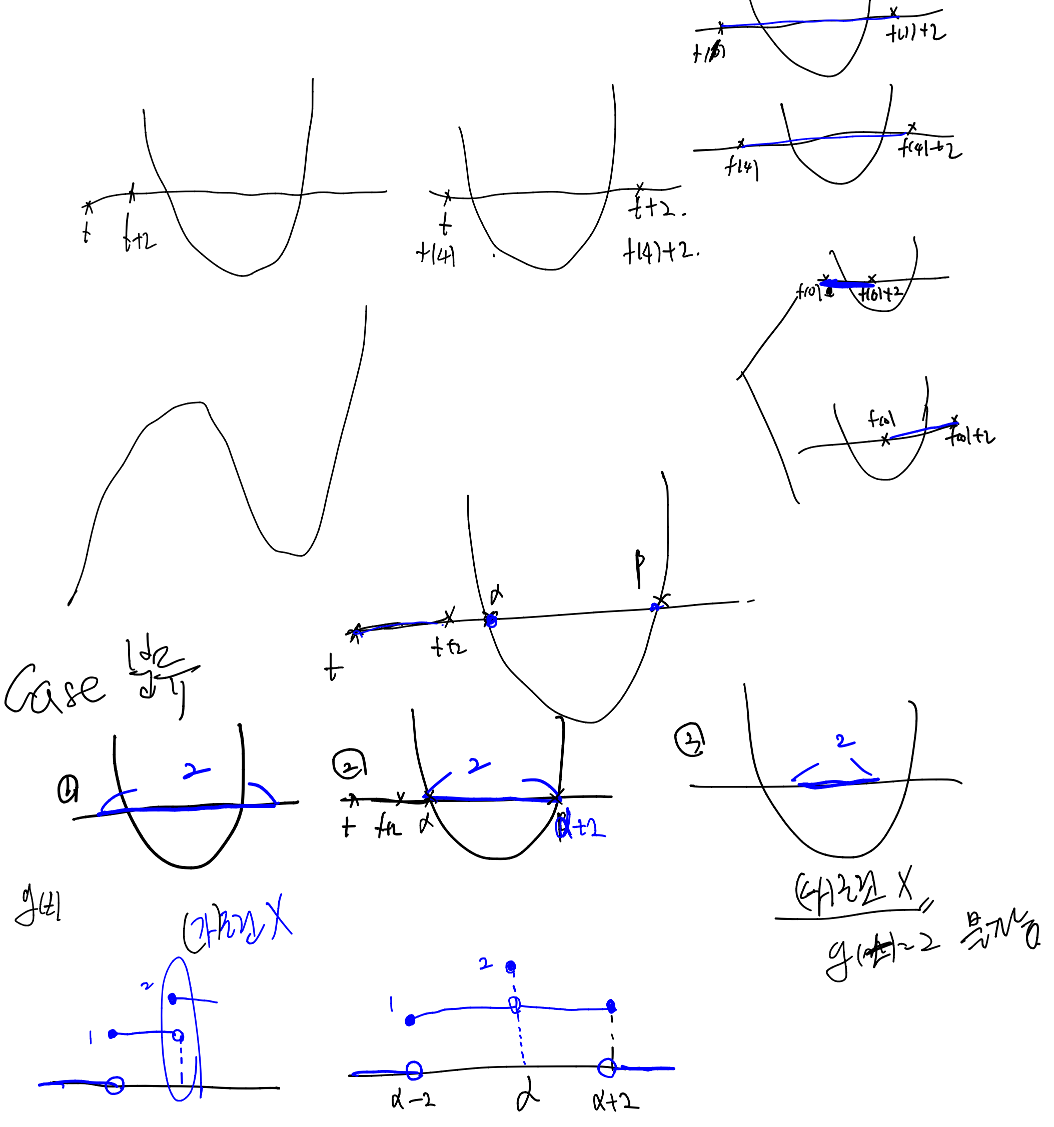


22. 최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$인 삼차함수 $f(x)$와 실수 t에 대하여 방정식 $f'(x)=0$이 닫힌구간 $[t, t+2]$에서 갖는 실근의 개수를 $g(t)$라 할 때, 함수 $g(t)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 a에 대하여 $\lim_{t\to a+} g(t)+\lim_{t\to a-} g(t)\le 2$이다.

(나) $g(f(1))=g(f(4))=2$, $g(f(0))=1$

$f(5)$의 값을 구하시오. [4점]



$f(1)=f(4)=\alpha.$

4-α-3

1-α-3

$f(x)=\frac{1}{2}(x-\alpha)^2(x-(\alpha+3))+k$

$f(x)=\frac{1}{2}(x-1)^2(x-4)+1$

$f(1)=\frac{1}{2}(1-\alpha)^2(-2-\alpha)+k.$

$f(4)=\frac{1}{2}(4-\alpha)^2(1-\alpha)+k$

$f(0)=\frac{1}{2}\cdot1\cdot(-4)=-2+1=-1$

$\therefore f(5)=\frac{1}{2}\times16\times1+1=9$

$(1-\alpha)^2(-2-\alpha)=(4-\alpha)^2(1-\alpha)$

$(1-\alpha)\left((1-\alpha)(-2-\alpha)-(4-\alpha)^2\right)=0.$

$(-2+2\alpha-\alpha+\cancel{\alpha^2}-16+8\alpha-\cancel{\alpha^2})$

$(1-\alpha)(-18+9\alpha)=0$

$\alpha=1 \Rightarrow f(0)=-1$ (0). (나)조건 만족)

$\alpha=2 \Rightarrow f(0)=-6$ (X) (나)조건 만족X)

f(0)

$\frac{1}{2}\times2^2\times(-5)+4$

-10+4

-6.

$f(x)=\frac{1}{2}(x-2)^2(x-5)+4$

$\frac{1}{2}(-1)^2(-4)+k=$

$-2+k=2$

$k=4.$

* 확인 사항

- ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- ○ 이어서, **「선택과목(확률과 통계)」** 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

홀수형

5지선다형

23. 다항식 $(x+2)^7$ 의 전개식에서 x^5 의 계수는? [2점]

① 42　② 56　③ 70　[✓ ④ 84]　⑤ 98

$_7C_5\ x^5\ x^2$　$_7C_2\ \frac{7\cancel{6}3}{\cancel{2}}$

$4\times 21=84$

24. 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(n,\ \frac{1}{3}\right)$을 따르고 $\mathrm{V}(2X)=40$일 때, n의 값은? [3점]

① 30　② 35　③ 40　[✓ ④ 45]　⑤ 50

$\underline{4V(X)=40}$

$\boxed{V(x)=10}$ ✓

$\frac{n}{3}\times\frac{2}{3}=10$

$\frac{2}{9}n=10$

$n=\overset{5}{\cancel{10}}\times\frac{9}{\cancel{2}}=45$

25. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c, d, e의 모든 순서쌍 (a, b, c, d, e)의 개수는? [3점]

(가) $a+b+c+d+e=12$

(나) $|a^2-b^2|=5$

$|(a-b)(a+b)|=5$

[✓ ① 30] ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

-1, 1 ; 5, 5

$a+b=5$
$-a-b=-1$
$2b=6$
$b=3$
$a=2$

$a+b=5$
$+a-b=1$
$2a=6$
$a=3$
$b=2.$

① $a-b=-1$ $a+b=5$
$a=2$. $b=3$

$c+d+e=7$
$c'+d'+e'=4$

$\boxed{{}_3H_4 \times 2}$

${}_{3+4-1}C_4$
${}_6C_4$ ${}_6C_2$ $\frac{6\cdot5}{2}=15$

② $a-b=1$ $a+b=5$
$a=3$, $b=2$.

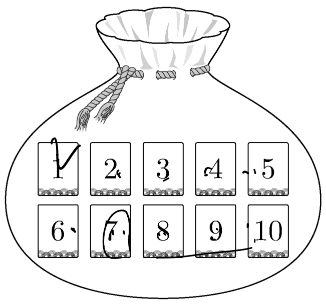
$15\times2=\boxed{30}$

26. 1부터 10까지 자연수가 하나씩 적혀 있는 10장의 카드가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 카드 3장을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 카드에 적혀 있는 세 자연수 중에서 가장 작은 수가 4 이하이거나 7 이상일 확률은? [3점]

① $\frac{4}{5}$ ② $\frac{5}{6}$ [✓ ③ $\frac{13}{15}$] ④ $\frac{9}{10}$ ⑤ $\frac{14}{15}$

$a<b<c.$

$a\le4$ or $a\ge7$



${}_{10}C_3$

$a\le4$
$a=1 \Rightarrow {}_9C_2=36$
$a=2 \Rightarrow {}_8C_2=28$) 64
$a=3 \Rightarrow {}_7C_2=21$
$a=4 \Rightarrow {}_6C_2=15$) 36) 100

$a\ge7$
$a=7 \Rightarrow {}_3C_2=3$
$a=8 \Rightarrow 1$) 4

104

$\frac{10\cdot\cancel{9}\cdot\cancel{8}}{\cancel{6}}$

$\frac{104}{120}=\frac{52}{60}=\frac{13}{15}$

27. 어느 자동차 회사에서 생산하는 전기 자동차의 1회 충전 주행 거리는 평균이 m이고 표준편차가 σ인 정규분포를 따른다고 한다.

이 자동차 회사에서 생산한 전기 자동차 100대를 임의추출하여 얻은 1회 충전 주행 거리의 표본평균이 $\overline{x_1}$일 때, 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a \le m \le b$이다.

이 자동차 회사에서 생산한 전기 자동차 400대를 임의추출하여 얻은 1회 충전 주행 거리의 표본평균이 $\overline{x_2}$일 때, 모평균 m에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간이 $c \le m \le d$이다.

$\overline{x_1} - \overline{x_2} = 1.34$이고 $a = c$일 때, $b - a$의 값은? (단, 주행 거리의 단위는 km이고, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때 $\mathrm{P}(|Z| \le 1.96) = 0.95$, $\mathrm{P}(|Z| \le 2.58) = 0.99$로 계산한다.) [3점]

① 5.88 [✓ ② 7.84] ③ 9.80
④ 11.76 ⑤ 13.72

$a = \overline{x_1} - 1.96 \times \frac{6}{10}$ $b = \overline{x_1} + 1.96 \times \frac{6}{10}$

$c = \overline{x_2} - 2.58 \times \frac{6}{20} = \overline{x_2} - 1.29 \times \frac{6}{10}$ $d = \overline{x_2} + 1.29 \times \frac{6}{10}$

$$\begin{array}{r} 1.96 \\ -1.29 \\ \hline 0.67 \end{array}$$

$\overline{x_1} - 1.96 \times \frac{6}{10} = \overline{x_2} - 1.29 \times \frac{6}{10}$

$\overline{x_1} - \overline{x_2} = 0.67 \times \frac{6}{10} = 1.34$

$\frac{6}{10} = 2$

$6 = 20$

~~20~~

$2 \times 1.96 \times \overline{10}$

$b - a = 2 \times 1.96 \times \frac{\cancel{20}}{\cancel{10}} 2 =$

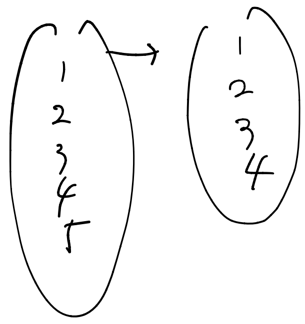
$$\begin{array}{r} 1.96 \\ \times\ 4 \\ \hline 7.84 \end{array}$$

1.84

28. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 X에서 Y로의 함수 f의 개수는? [4점]

> (가) 집합 X의 모든 원소 x에 대하여 $f(x) \ge \sqrt{x}$이다.
>
> (나) 함수 f의 치역의 원소의 개수는 3이다.

[✓ ① 128] ② 138 ③ 148 ④ 158 ⑤ 168

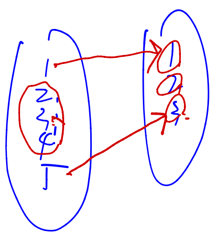


$f(1) \ge 1$
$f(2) \ge \sqrt{2}$ ⇒ $f(2) \ge 2$
$f(3) \ge \sqrt{3}$ ⇒ $f(3) \ge 2$
$f(4) \ge 2.$
$f(5) \ge \sqrt{5}$ ⇒ $f(5) \ge 3.$

$f(1) \ge 1$ $f(2) \ge 2$ $f(3) \ge 2$ $f(4) \ge 2$ $f(5) \ge 3$

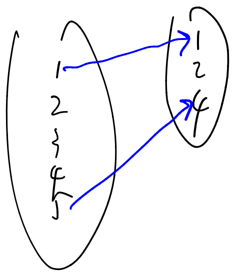
치역. case 분류

① 1. 2. 3
$f(1)$ $f(5)$



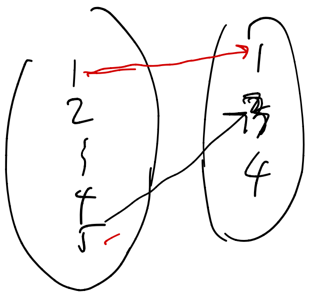
$2^3 - 1 = 7$

② 1 2 4



$2^3 - 1 = 7$

③ 1 3 4



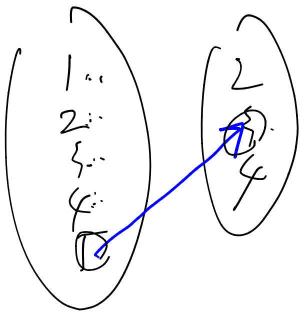
$f(5) = 3$ ⇒ $2^3 - 1 = 7$
$f(5) = 4$ ⇒ $2^3 - 1 = 7$

81

치역 개수 1개 = 1

$3^4 = (\ 31\ )$

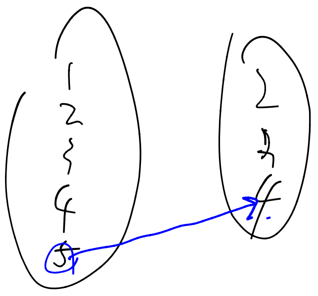
④ 2 3 4



$f(5) = 3$

치역 2개. $= 50$
2 . 3
$2^4 - 1 = 15$
4 . 3
$2^4 - 1 = 15$

$f(5) = 4$

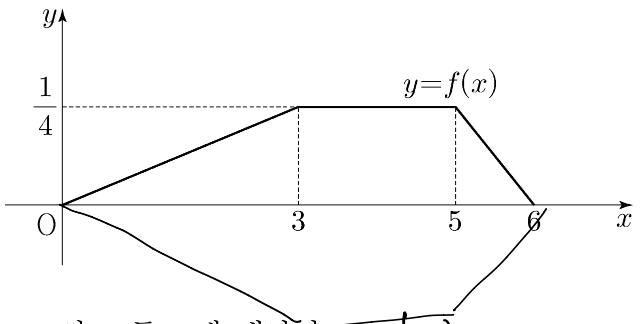


50

128

단답형

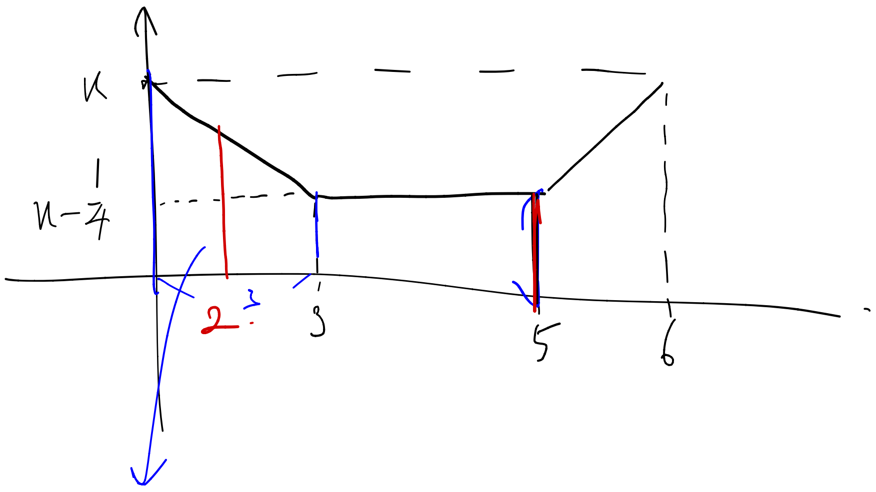
29. 두 연속확률변수 X와 Y가 갖는 값의 범위는 $0 \le X \le 6$, $0 \le Y \le 6$이고, X와 Y의 확률밀도함수는 각각 $f(x)$, $g(x)$이다. 확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프는 그림과 같다.



$0 \le x \le 6$인 모든 x에 대하여

$$f(x)+g(x)=k \quad (k\text{는 상수})$$ $g(x)=k-f(x)$

를 만족시킬 때, $\mathrm{P}(6k \le Y \le 15k)=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



$\frac{3}{2}\left(2k-\frac{1}{4}\right)+2\left(k-\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{2}\left(2k-\frac{1}{4}\right)$

$2\left(2k-\frac{1}{4}\right)+2k-\frac{1}{2}=1$

$4k-\frac{1}{2}+2k-\frac{1}{2}=1$

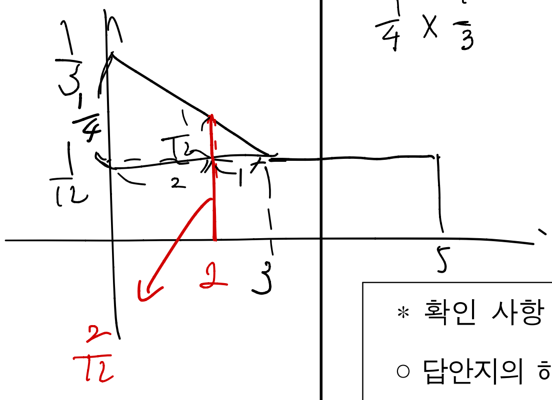
$6k-1=1$

$6k=2$

$k=\frac{1}{3}$

$\frac{1}{3}-\frac{1}{12}=\frac{4-1}{12}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$

$\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}$



$P(2 \le Y \le 5)$

$\frac{1}{2}\times\left(\frac{2}{12}+\frac{1}{12}\right)+2\times\frac{1}{12}$

$\frac{3}{12}$

$\frac{1}{8}+\frac{1}{6}=\frac{3+4}{24}=\frac{7}{24}$

$\boxed{31}$

30. 흰 공과 검은 공이 각각 10개 이상 들어 있는 바구니와 비어 있는 주머니가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

> 주사위를 한 번 던져 5·6
> 나온 눈의 수가 5 이상이면 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ ⇒
> 바구니에 있는 흰 공 2개를 주머니에 넣고,
> 나온 눈의 수가 4 이하이면 $\frac{2}{3}$
> 바구니에 있는 검은 공 1개를 주머니에 넣는다.

흰2 검1

위의 시행을 5번 반복할 때, $n(1 \le n \le 5)$번째 시행 후 주머니에 들어 있는 흰 공과 검은 공의 개수를 각각 a_n, b_n이라 하자. $a_5+b_5 \ge 7$일 때, $a_k=b_k$인 자연수 $k(1 \le k \le 5)$가 존재할 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

흰색공 X. 검은색 Y.

$X+Y=5$

$2X+Y \ge 7$.

$X=0 \quad Y=5. \quad (\times)$
$X=1 \quad Y=4 \quad (\times)$
① $X=2 \quad Y=3 \quad (○) \quad {}_5C_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{80}{243}$
② $X=3 \quad Y=2 \quad (○) \quad {}_5C_3\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{40}{243}$
③ $X=4 \quad Y=1 \quad (○) \quad {}_5C_4\left(\frac{1}{3}\right)^4\left(\frac{2}{3}\right)^1=\frac{10}{243}$
④ $X=5. \quad Y=0 \quad (○) \quad {}_5C_5\left(\frac{1}{3}\right)^5=\frac{1}{243}$

$\frac{131}{243}$

120
11

① $X=2 \quad Y=3.$
흰흰 검검검
검검 흰‖ 흰검

$3\times2 \to 6.\ \times\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{48}{243}$

② $X=3 \quad Y=2$
흰3 검2.
검검흰‖ 흰흰

$3\times1 \Rightarrow 3 \quad \times\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{12}{243}$

$\dfrac{\frac{60}{243}}{\frac{131}{243}}=\frac{60}{131}$

$\to \frac{60}{243}$

$\boxed{191}$

> ＊ 확인 사항
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
> ○ 이어서, **「선택과목(미적분)」** 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

홀수형

5지선다형

23. $\lim_{n\to\infty}\dfrac{\dfrac{5}{n}+\dfrac{3}{n^2}}{\dfrac{1}{n}-\dfrac{2}{n^3}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 [✓ ⑤ 5]

$$\lim_{n\to\infty}\frac{5n^2+3n}{n^2-2}=5$$

24. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x^3+x)=e^x$$

을 만족시킬 때, $f'(2)$의 값은? [3점]

① e ② $\frac{e}{2}$ ③ $\frac{e}{3}$ [✓ ④ $\frac{e}{4}$] ⑤ $\frac{e}{5}$

$(3x^2+1)\,f'(x^3+x)=e^x$

$4\ f'(2)=e$

$\frac{e}{4}$

25. 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\underline{\sum_{n=1}^{\infty}(a_{2n-1}-a_{2n})=3}, \quad \underline{\sum_{n=1}^{\infty}a_n^{\,2}=6}$$

a

일 때, $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$의 값은? [3점]

① 1 [✓ ② 2] ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 \cdots\cdots = 3.$

$\dfrac{a^2}{1-r^2} = 6$ $\qquad \dfrac{a}{1+r} = 3$

$\dfrac{a}{1-r} \times \dfrac{a}{1+r} = 6$

3

$\dfrac{a}{1-r} = 2$

26. $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{k^2+2kn}{k^3+3k^2n+n^3}$ 의 값은? [3점]

① $\ln 5$ ② $\dfrac{\ln 5}{2}$ [✓ ③ $\dfrac{\ln 5}{3}$] ④ $\dfrac{\ln 5}{4}$ ⑤ $\dfrac{\ln 5}{5}$

$$\frac{\frac{k^2}{n^3}+\frac{2kn}{n^3}}{\frac{k^3}{n^3}+\frac{3k^2n}{n^3}+1} = \left(\frac{\left(\frac{k}{n}\right)^2+2\left(\frac{k}{n}\right)}{\left(\frac{k}{n}\right)^3+3\left(\frac{k}{n}\right)^2+1}\right)\frac{1}{n}$$

$$\int_0^1 \frac{x^2+2x}{x^3+3x^2+1}\,dx$$

$3x^2+6x.$

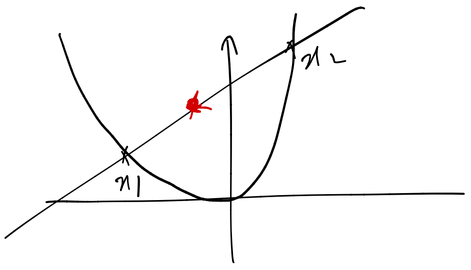
$$\frac{1}{3}\int_0^1 \frac{3x^2+6x}{x^3+3x^2+1}\,dx$$

$$\frac{1}{3}\Big[\ln(x^3+3x^2+1)\Big]_0^1 = \frac{1}{3}(\ln 5)$$

27. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\ (t>0)$에서의 위치가 곡선 $y=x^2$과 직선 $y=t^2x-\frac{\ln t}{8}$가 만나는 서로 다른 두 점의 중점일 때, 시각 $t=1$에서 $t=e$까지 점 P가 움직인 거리는? [3점]

[✓ ① $\frac{e^4}{2}-\frac{3}{8}$] ② $\frac{e^4}{2}-\frac{5}{16}$ ③ $\frac{e^4}{2}-\frac{1}{4}$

④ $\frac{e^4}{2}-\frac{3}{16}$ ⑤ $\frac{e^4}{2}-\frac{1}{8}$



$x^2=t^2x-\frac{\ln t}{8}$

$x^2-t^2x+\frac{\ln t}{8}=0$

$x_1+x_2=t^2$

$\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{t^2}{2}$

$X=\frac{t^2}{2}$ $\quad Y=\frac{t^4}{2}-\frac{\ln t}{8}$

$\frac{dX}{dt}=\frac{2t}{2}=t$ $\quad \frac{dY}{dt}=2t^3-\frac{1}{8t}$

$$\int_1^e \sqrt{\left(\frac{dX}{dt}\right)^2+\left(\frac{dY}{dt}\right)^2}\,dt$$

$$\sqrt{t^2+\left(2t^3-\frac{1}{8t}\right)^2}\,dt$$

$$2t^6+\frac{1}{2}t^2+\frac{1}{64t^2}$$

$$\int_1^e \sqrt{\left(2t^3+\frac{1}{8t}\right)^2}\,dt$$

$$\int_1^e \left|2t^3+\frac{1}{8t}\right|dt=\int_1^e\left(2t^3+\frac{1}{8t}\right)dt$$

$$\left[\frac{t^4}{2}+\frac{1}{8}\ln t\right]_1^e$$

$$\frac{e^4}{2}+\frac{1}{8}-\left(\frac{1}{2}\right)$$

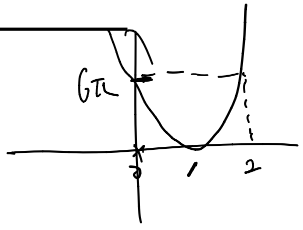
$\frac{1}{8}-\frac{4}{8}$

$$\frac{e^4}{2}-\frac{3}{8}$$

28. 함수 $f(x)=6\pi(x-1)^2$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=3f(x)+4\cos f(x)$$

라 하자. $0<x<2$에서 함수 $g(x)$가 극소가 되는 x의 개수는? [4점]

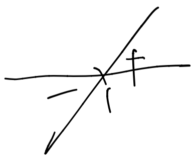


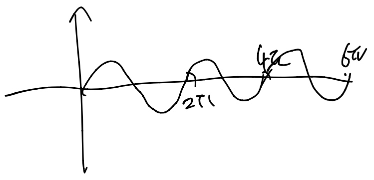
① 6 [✓ ② 7] ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$g'(x)=3f'(x)-4f'(x)\sin f(x)$

$f'(x)=12\pi(x-1)$

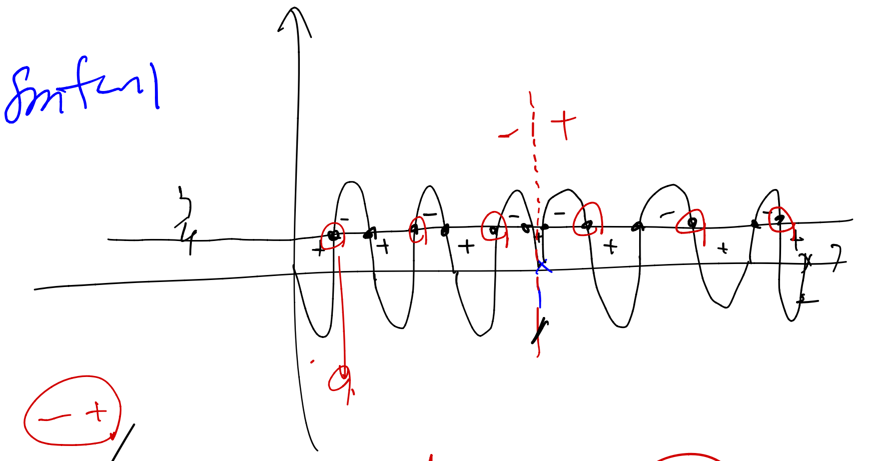
$=f'(x)\left(3-4\sin f(x)\right)$





$4\left(\frac{3}{4}-\sin f(x)\right)$

$h(x)=\sin f(x)$



$-+$

$6+1=⑦$

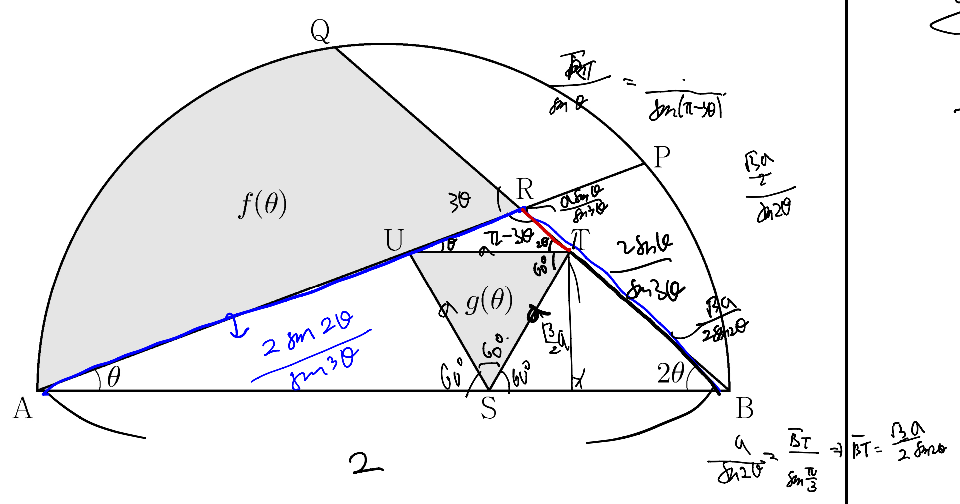
☆ [illegible]
실수 point!

단답형

29. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위에 두 점 P, Q를 $\angle PAB = \theta$, $\angle QBA = 2\theta$가 되도록 잡고, 두 선분 AP, BQ의 교점을 R라 하자.
선분 AB 위의 점 S, 선분 BR 위의 점 T, 선분 AR 위의 점 U를 선분 UT가 선분 AB에 평행하고 삼각형 STU가 정삼각형이 되도록 잡는다. 두 선분 AR, QR와 호 AQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 STU의 넓이를 $g(\theta)$라 할 때,

$\lim_{\theta \to 0+} \frac{g(\theta)}{\theta \times f(\theta)} = \frac{q}{p}\sqrt{3}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



$g(\theta) = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

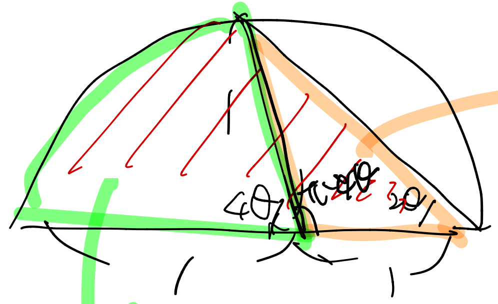
$f(\theta)$

$\frac{\overline{BR}}{\sin\theta} = \frac{2}{\sin(\pi-3\theta)} \Rightarrow \overline{BR} = \frac{2\sin\theta}{\sin 3\theta}$

$\frac{2\sin\theta}{\sin 3\theta} = \frac{a\sin\theta}{\sin 3\theta} + \frac{\sqrt{3}a}{2\sin 2\theta}$

$\frac{2\sin\theta}{\sin 3\theta} = a\left(\frac{\sin\theta}{\sin 3\theta} + \frac{\sqrt{3}}{2\sin 2\theta}\right)$

$a = \frac{2\sin\theta}{\sin 3\theta} \times \frac{1}{\left(\frac{\sin\theta}{\sin 3\theta} + \frac{\sqrt{3}}{2\sin 2\theta}\right)}$



$\frac{1}{2} \times 1^2 \times \sin(\pi-4\theta) = \frac{1}{2}\sin 4\theta$

$\frac{1}{2} \times 1^2 \times 4\theta = 2\theta$

$2\theta + \frac{1}{2}\sin 4\theta - \triangle ABR$

$\Downarrow$

$\frac{1}{2} \times 2 \times \frac{2\sin\theta}{\sin 3\theta} \times \sin 2\theta$

$f(\theta) = 2\theta + \frac{1}{2}\sin 4\theta - \frac{2\sin\theta\sin 2\theta}{\sin 3\theta}$

$$g(\theta) = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{2\sin\theta}{\sin 3\theta}\right)^2 \left(\frac{1}{\frac{\sin\theta}{\sin 3\theta} + \frac{\sqrt{3}}{2\sin 2\theta}}\right)^2$$

$$\frac{}{\theta \times \left(2\theta + \frac{1}{2}\sin 4\theta - \frac{2\sin\theta\sin 2\theta}{\sin 3\theta}\right)}$$

$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{4}{9} \times \left(\frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4\theta}}\right)^2}{2\theta^2 + 2\theta^2 - \frac{4}{3}\theta^2}$$

$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{9}}{\left(\cancel{\frac{1}{9}} + \cancel{\frac{\sqrt{3}}{6\theta}} + \frac{3}{16\theta^2}\right)\frac{8}{3}\theta^2}$$

$\frac{2}{9}\sqrt{3}$

$\frac{1}{2}$

11

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

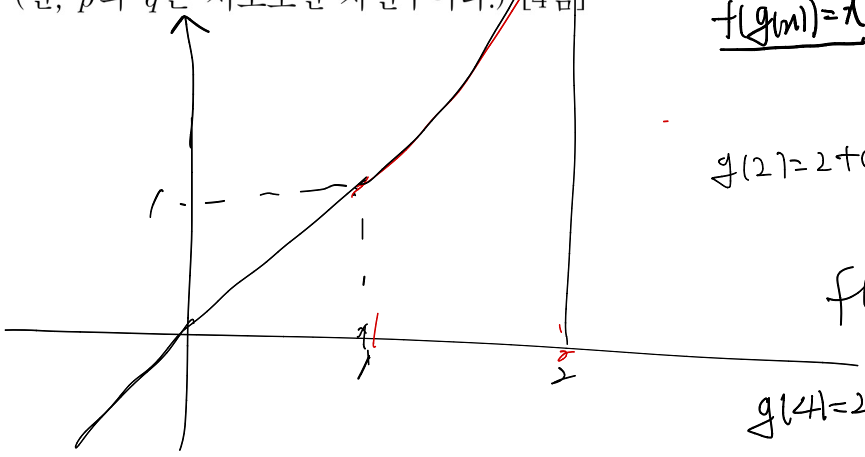
○ 이어서, **「선택과목(기하)」** 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

단답형

30. 실수 전체의 집합에서 증가하고 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(1)=1$, $\int_1^2 f(x)\,dx=\frac{5}{4}$
>
> (나) 함수 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $x\ge 1$인 모든 실수 x에 대하여 $g(2x)=2f(x)$이다.

$\int_1^8 xf'(x)\,dx=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



$f(g(x))=x.$

$g(2)=2f(1)=2.$

2

$f(2)=2$

$g(4)=2f(2)=4$

$g(8)=2f(4)=8.$

$\int_1^2 g(2x)dx.$

$=\int_1^2 2f(x)dx=2\int_1^2 f(x)dx$

$=\frac{5}{2}$

$2dx=dt$ $2x=t$

$\frac{1}{2}\int_2^4 g(t)dt=\frac{5}{2}$

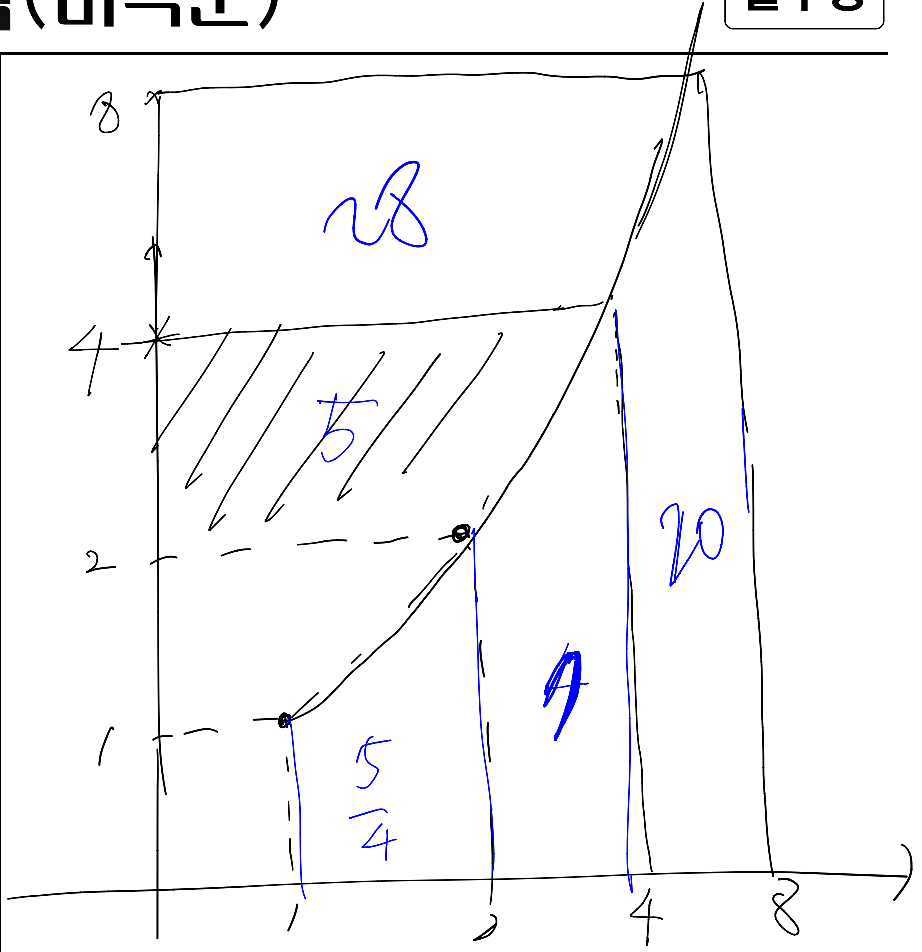
$\int_2^4 g(t)dt=5$

$\int_2^4 g(2x)dx=2\int_2^4 f(x)dx$

$\frac{1}{2}\int_4^8 g(x)dx=2\times 7$

14

28



16−4

12

16 − 4

12

64 − 16.

48

27
×4
108

$27+\frac{5}{4}$

$\frac{113}{4}$

$\int_1^8 xf'(x)dx=[xf(x)]_1^8-\int_1^8 f(x)dx$

$=8f(8)-f(1)-\frac{113}{4}$

$=64-1-\frac{113}{4}$

$=63-\frac{113}{4}=\frac{252-113}{4}=\frac{139}{4}$

143

63
×4
252

12

252
−113
139

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, **「선택과목(기하)」** 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

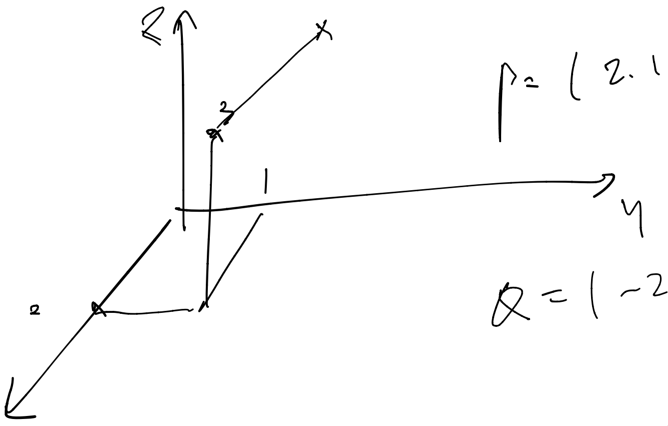
수학 영역(기하)

홀수형

5지선다형

23. 좌표공간의 점 A$(2, 1, 3)$을 xy평면에 대하여 대칭이동한 점을 P라 하고, 점 A를 yz평면에 대하여 대칭이동한 점을 Q라 할 때, 선분 PQ의 길이는? [2점]

① $5\sqrt{2}$ [✓ ② $2\sqrt{13}$] ③ $3\sqrt{6}$
④ $2\sqrt{14}$ ⑤ $2\sqrt{15}$



P = (2. 1. -3)

Q = (-2 , 1 . 3)

$$\sqrt{\underset{4}{(2+2)}^2 + \underset{-6}{(-3-3)}^2}$$

$$\sqrt{16 + 36}$$

$$\sqrt{52}$$

$$\boxed{2\sqrt{13}}$$

24. 한 초점의 좌표가 $(3\overset{}{\underset{a}{\sqrt{2}}}, 0)$인 쌍곡선 $\underline{\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{6} = 1}$의 주축의 길이는? (단, a는 양수이다.) [3점]

① $3\sqrt{3}$ ② $\dfrac{7\sqrt{3}}{2}$ [✓ ③ $4\sqrt{3}$]
④ $\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $5\sqrt{3}$

$a^2 + 6 = 18$

$\underline{a^2 = 12}$

$\underline{a = 2\sqrt{3}}$

25. 좌표평면에서 두 직선

$$\frac{x+1}{2}=y-3, \quad x-2=\frac{y-5}{3}$$

(2,-1) (1, 3)

가 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\cos\theta$의 값은? [3점]

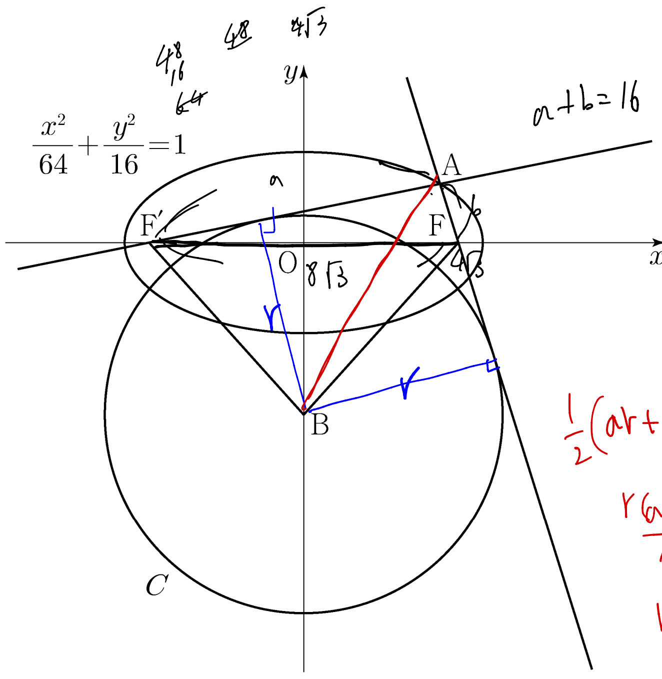
① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{5}}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{4}$ ④ $\frac{\sqrt{7}}{4}$ [✓ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$]

$\cos\theta = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} = \frac{2+3}{\sqrt{5}\sqrt{10}} = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sqrt{5}\sqrt{2}$

26. 두 초점이 F, F$'$인 타원 $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{16}=1$ 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 A가 있다. 두 직선 AF, AF$'$에 동시에 접하고 중심이 y축 위에 있는 원 중 중심의 y좌표가 음수인 것을 C라 하자. 원 C의 중심을 B라 할 때 사각형 AFBF$'$의 넓이가 72이다. 원 C의 반지름의 길이는? [3점]

① $\frac{17}{2}$ [✓ ② 9] ③ $\frac{19}{2}$ ④ 10 ⑤ $\frac{21}{2}$



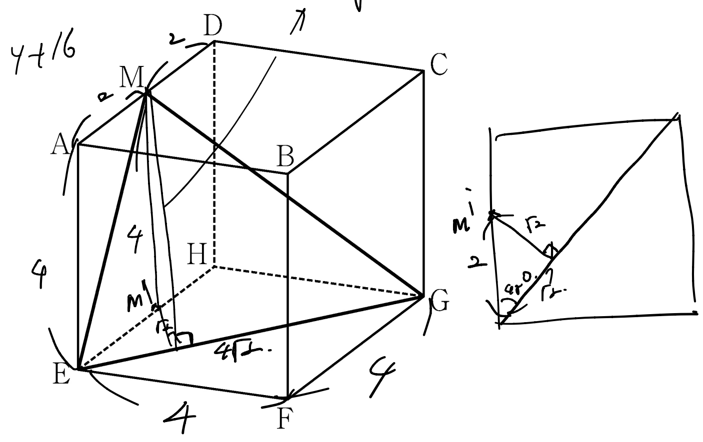
$\frac{1}{2}(ar+br) = 72.$

$\frac{r(a+b)}{16} = 144$

$r=9$

27. 그림과 같이 한 모서리의 길이가 4 인 정육면체 ABCD－EFGH 가 있다. 선분 AD 의 중점을 M 이라 할 때, 삼각형 MEG 의 넓이는? [3점]

$\sqrt{16+2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$.



① $\frac{21}{2}$ ② 11 ③ $\frac{23}{2}$ [✓ ④ 12] ⑤ $\frac{25}{2}$

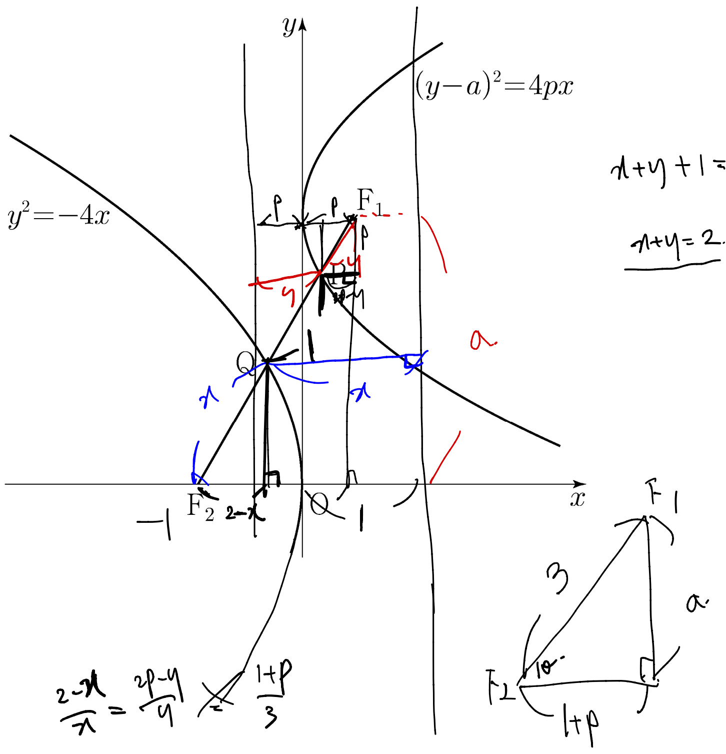
$3\sqrt{2} \times 4\sqrt{2} \times \frac{1}{2}$

$12 \times 2 \times \frac{1}{2} = \boxed{12}$

$\frac{27}{4} + \frac{1}{4} = \boxed{7}$

28. 두 양수 a, p 에 대하여 포물선 $(y-a)^2 = 4px$ 의 초점을 F_1 이라 하고, 포물선 $y^2 = -4x$ 의 초점을 F_2 라 하자. 선분 F_1F_2 가 두 포물선과 만나는 점을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{F_1F_2} = 3$, $\overline{PQ} = 1$ 이다. $a^2 + p^2$ 의 값은? [4점]

① 6 ② $\frac{25}{4}$ ③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{27}{4}$ [✓ ⑤ 7]



$x+y+1=3$

$x+y=2$

$\frac{2-x}{x} = \frac{2p-y}{y} \times \frac{1+p}{3}$

$y=2-x$

$\frac{y}{2-y} = \frac{2p-y}{y}$

$y+py=6p-3y$

$\cancel{y^2} = 4p-2y-2py+\cancel{y^2}$

$py=6p-4y$

$2p-y-py=0$

$2p-y=py$

$2p-y=6p-4y$

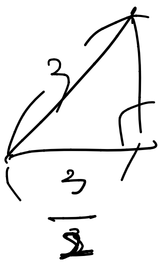
$\boxed{4p=3y}$

$y=\frac{4p}{3}$

$\frac{2p-\frac{4p}{3}}{\frac{4p}{3}} = \frac{\frac{2p}{3}}{\frac{4p}{3}} = \frac{1}{2} = \frac{1+p}{3}$

$3=2+2p$

$p=\frac{1}{2}$



$9-\frac{9}{4} = \frac{36-9}{4} = \frac{27}{4} = a^2$

단답형

29. 좌표평면에서 $\overline{\mathrm{OA}} = \sqrt{2}$, $\overline{\mathrm{OB}} = 2\sqrt{2}$ 이고 $\cos(\angle\mathrm{AOB}) = \frac{1}{4}$ 인 평행사변형 OACB에 대하여 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

m최

(가) $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = s\overrightarrow{\mathrm{OA}} + t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ $(0 \leq s \leq 1,\ 0 \leq t \leq 1)$

(나) $\overrightarrow{\mathrm{OP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB}} + \overrightarrow{\mathrm{BP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BC}} = 2$

$(\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OB})(\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OB}) = \overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OC} - \cancel{\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OB}} - \overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC} + |\overrightarrow{OB}|^2$

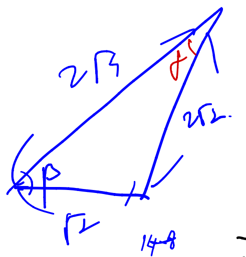
점 O를 중심으로 하고 점 A를 지나는 원 위를 움직이는 점 X에 대하여 $|3\overrightarrow{\mathrm{OP}} - \overrightarrow{\mathrm{OX}}|$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 하자. $M \times m = a\sqrt{6} + b$일 때, $a^2 + b^2$의 값을 구하시오. (단, a와 b는 유리수이다.) [4점]

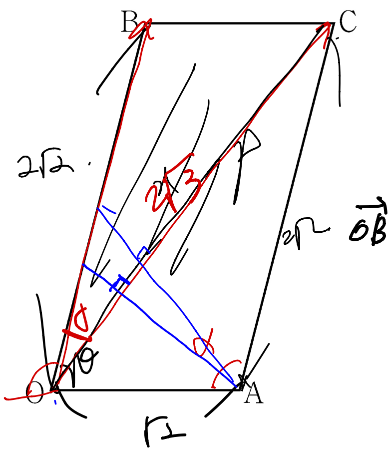
$\boxed{3\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OQ}}$

$|\overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OX}| = |\overrightarrow{XQ}|$

$\cos\theta = \frac{1}{4}$

$\cos\gamma = \frac{12+8-2}{8\sqrt{6}} = \frac{18}{8\sqrt{6}} = \frac{9}{4\sqrt{6}} = \frac{9\sqrt{6}}{24} = \frac{3\sqrt{6}}{8}$





$\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC})$

$= \overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OA} + |\overrightarrow{OB}|^2$

$= 2\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\frac{1}{4} + 8$

$= 1 + 8 = 9$

14−8

$\cos\beta = \frac{12+2-8}{4\sqrt{6}} = \frac{6}{4\sqrt{6}} = \frac{3}{2\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{6}}{12} = \frac{\sqrt{6}}{4}$

$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC} + |\overrightarrow{OB}|^2 = 2$

8

$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC} = -6$

9

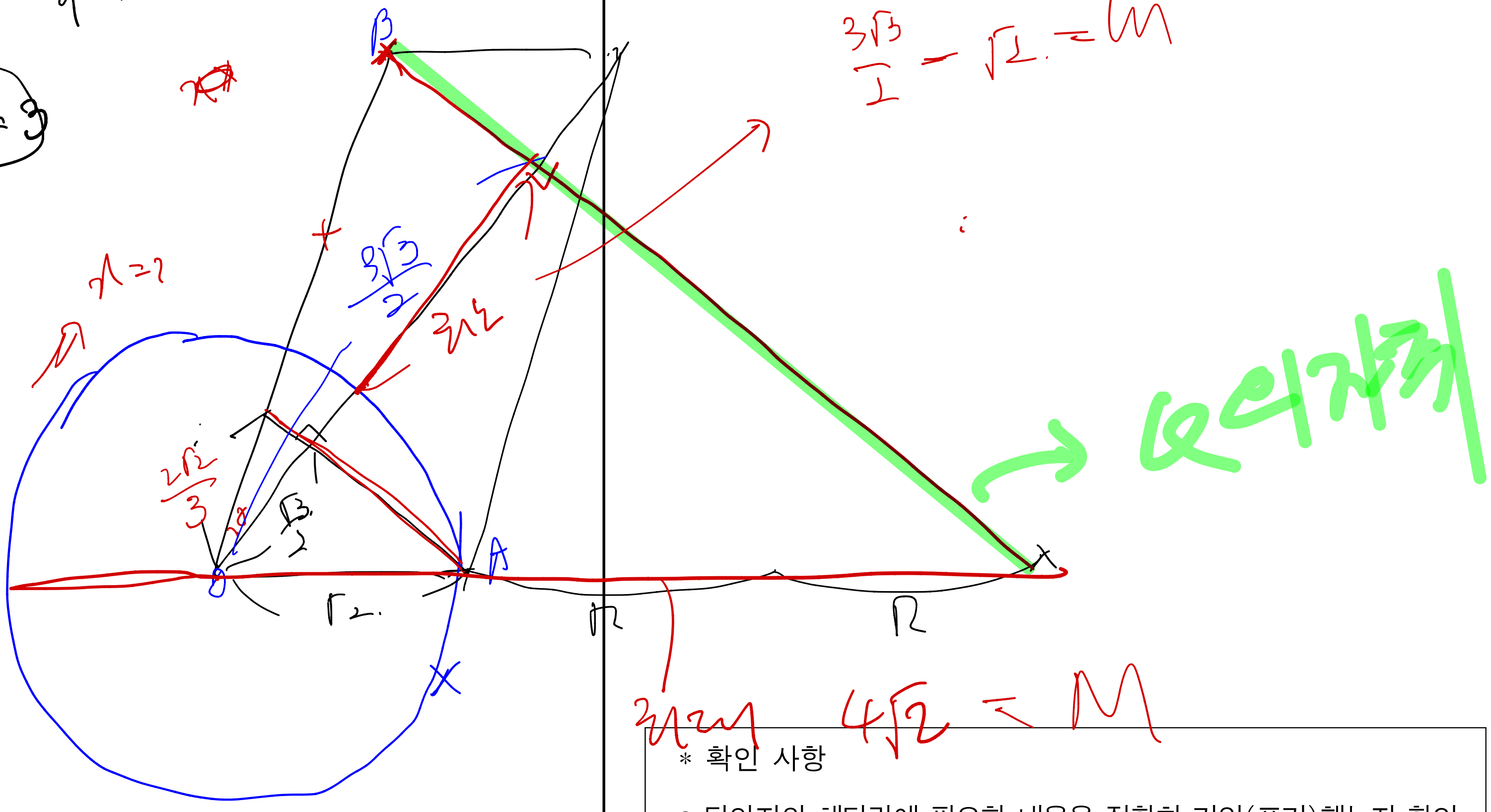
$\boxed{\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OC} = 3}$

$\cos\alpha = -\frac{1}{4}$

$-\frac{1}{4} = \frac{8+2-x^2}{8}$

$-2 = 10 - x^2$

$x^2 = 12$



$\therefore \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} - \sqrt{2}\right) 4\sqrt{2} = 6\sqrt{6} - 8$

36+64

100

$\frac{3\sqrt{3}}{2} - \sqrt{2} = m$

최대 $4\sqrt{2} = M$

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

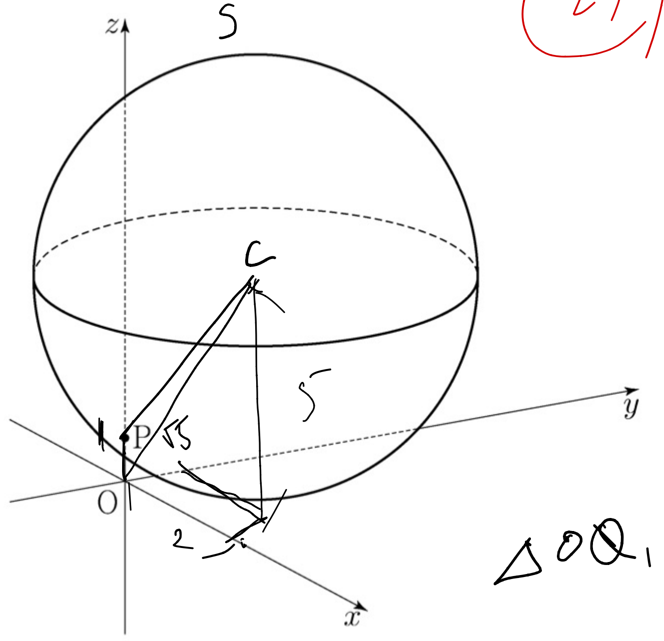
단답형

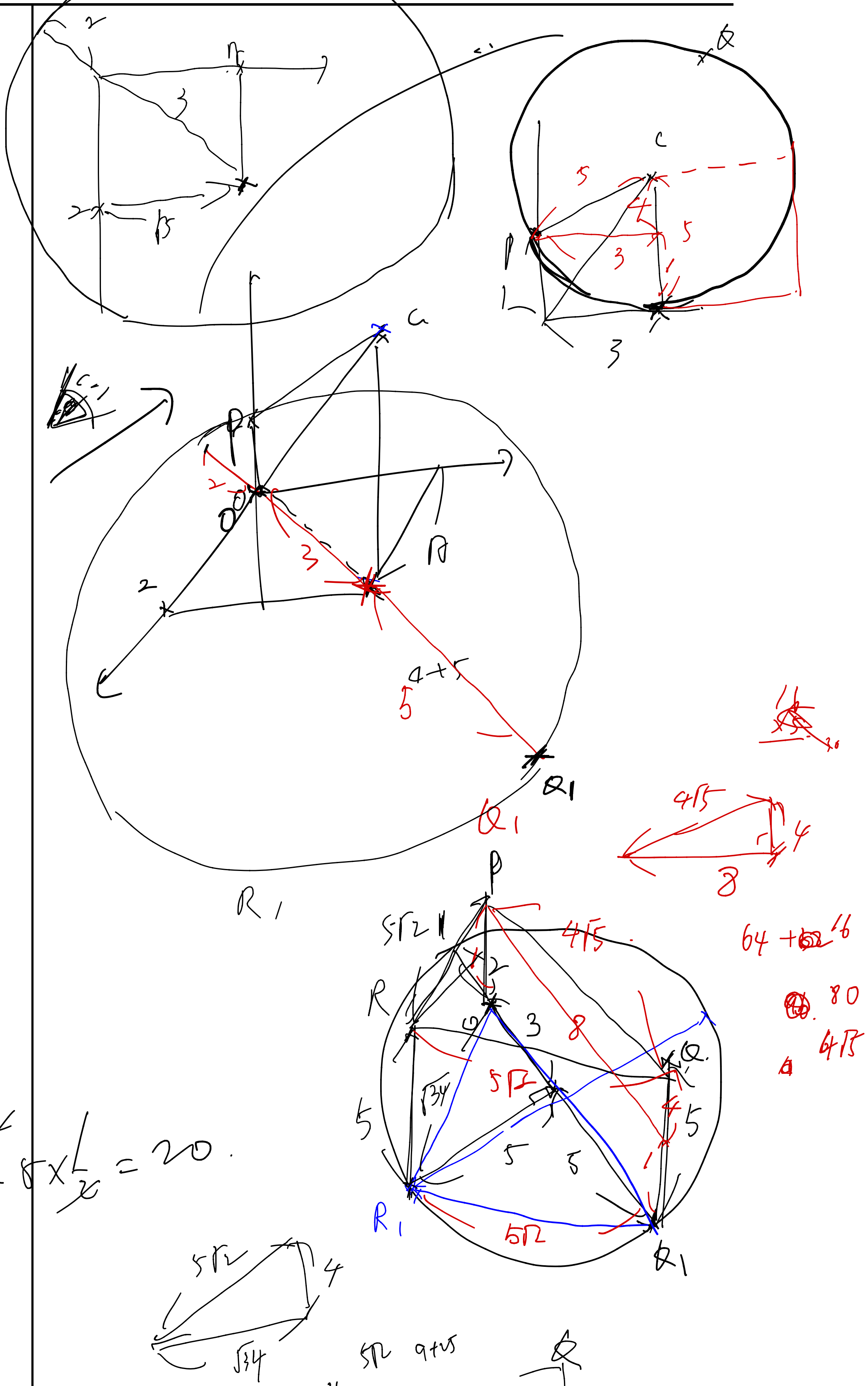
30. 좌표공간에 중심이 $\mathrm{C}(2,\ \sqrt{5},\ 5)$이고 점 $\mathrm{P}(0,\ 0,\ 1)$을 지나는 구

$$S:(x-2)^2+(y-\sqrt{5})^2+(z-5)^2=25$$

가 있다. 구 S가 평면 OPC와 만나서 생기는 원 위를 움직이는 점 Q, 구 S 위를 움직이는 점 R에 대하여 두 점 Q, R의 xy평면 위로의 정사영을 각각 Q_1, R_1이라 하자.
삼각형 $\mathrm{OQ_1R_1}$의 넓이가 최대가 되도록 하는 두 점 Q, R에 대하여 삼각형 $\mathrm{OQ_1R_1}$의 평면 PQR 위로의 정사영의 넓이는 $\frac{q}{p}\sqrt{6}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, O는 원점이고 세 점 O, Q_1, R_1은 한 직선 위에 있지 않으며, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

23

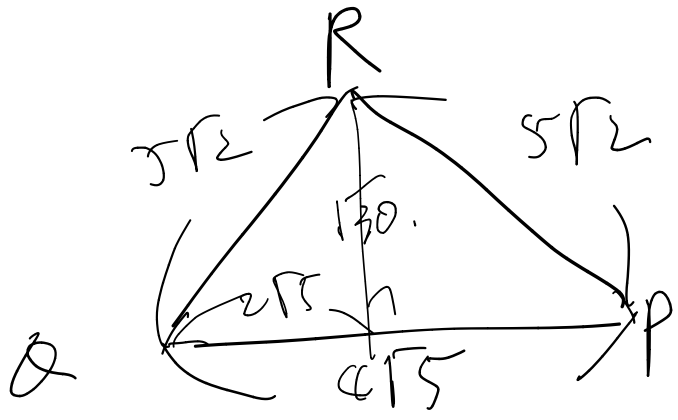




$\triangle \mathrm{OQ_1R_1} = \overset{4}{\cancel{8}}\times 5\times\frac{1}{\cancel{2}} = 20.$

$5\sqrt{2}$ $9+5$

$\frac{9+25}{}$ $\frac{34}{16}$ $\frac{50}{50}$ 50



$\triangle \mathrm{PQR} = \sqrt{30}\times 4\sqrt{5}\times\frac{1}{2} = 2\times 5\times\sqrt{6}$
$\sqrt{5}\times\sqrt{6}$
$= 10\sqrt{6}$

$50-20$

$\sqrt{30}.$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

$\cos\theta = \frac{20}{10\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{6}}.$

$\therefore 20\times\frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{40}{\sqrt{6}} = \frac{40}{6}\times\sqrt{6} = \frac{20}{3}\sqrt{6}$

$\therefore 23$