제 2 교시

2022학년도 EBS 액기스 Final

수학 영역

홀수형

성명		수험 번호					—				

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

무료배포자료

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

본 자료 활용 방법)

1. xxxxx-xxxx 로 구성된 숫자는 교재의 문항번호입니다.
   오타가 있을 수 있으니, 해당 문제를 찾아 교재에서 푸는 것이 제일 Best합니다.

2. 문항번호 옆의 별(중요도)은 '수능출제 확률이 높은 문제'를 의미하기 보다는 '출제할 맛이 나는 문제'라는 의미입니다. 어차피 수능에서 EBS의 연계율이 낮아졌을뿐더러 체감적으로 최대 1~2문제 밖에 안느껴지는 수학에서의 연계성 때문에 똑같은 문제가 나오길 기대한다면 어리석은 행동입니다. 여러분들의 수능을 위한 학습에 최적화된 문제를 골랐다고 생각하고, 본 자료에 있는 EBS 문제들은 반드시 다 보고 수능장에 들어갑시다.
   (총 5개의 파일이 배포될텐데, 다 해봤자 100문제도 안되고 이미 EBS 전체를 1회독 한 친구들은 이 5개 파일 하루컷 가능합니다.)

3. 출제자의 입장에서, 본 문항들이 각색되어 비슷한 난이도로 수능에서 출제된다면 몇 번쯤 배치될 것인지를 문제 말미에 적어두었습니다. 이 표시를 통해 문제의 객관적 난이도를 가늠해보실 수 있을 겁니다.

4. 기대T의 Comment는 채점 후 피드백할 때 읽어보시면 됩니다~

5. 문제/해설에 대한 오타제보는 kidae6150@gmail.com으로 보내주시면 감사히 시정하겠습니다.

특!

1. '21년' 한양대 모의 적중+이화여대 모의논술 수석, '20년' 시립대 수석, '19년' 한양대 모범답안자 배출 등등 보여지는 지표로도 항상 증명하는 참된 Final

21년 한양대 모의논술 적중

2. 극한값 $\lim_{n\to\infty}\left[\sum_{k=1}^{n}\int_{\frac{k-1}{n}}^{\frac{k}{n}} n\left(\frac{k-1}{n}\right)^4\left(\frac{k}{n}-x\right)dx\right]$와 $\lim_{n\to\infty}\left[\sum_{k=1}^{n}\int_{\frac{k-1}{n}}^{\frac{k}{n}} n\left(\frac{k}{n}\right)^4\left(\frac{k}{n}-x\right)dx\right]$을 구하시오.

3. 극한값 $\lim_{n\to\infty}\left[\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{k}{n}\right)^5-n\int_0^1 x^5dx\right]$을 구하시오.

2021년 한양대 모의논술

[제시문 1]

함수 $f(x)=e^x$과 $t\in[\alpha,\beta]$ (단, α, β는 상수) 에 대하여 다음 물음에 답하시오.

[문제 1-1] $f'(\alpha)\times(\beta-t)\le f(\beta)-f(t)\le f'(\beta)\times(\beta-t)$임을 보이시오. [5점]

[문제 1-2] $\lim_{n\to\infty}\left(\sum_{k=1}^{n}f\left(\frac{k}{n}\right)-n\int_0^1 f(x)dx\right)$의 값을 구하시오. [15점]

2020년 기대T 수능 후 Final

이미 예견됐던 적중의 이유 -1

1. 양의 실수로 이루어진 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$은 어떤 자연수 k에 대하여 $\sum_{n=1}^{k}a_n=\sum_{n=1}^{k}b_n$을 만족한다고 하자.
양의 실수 x에 대하여 $x\ln x\ge x-1$이 성립함을 보이고,
부등식 $\sum_{n=1}^{k}a_n\ln b_n\le\sum_{n=1}^{k}a_n\ln a_n$을 보이시오.

19 한양대 의예과 문제

3 正の実数 p_i, q_i $(i=1,2,\cdots,n)$が $\sum_{i=1}^{n}p_i=\sum_{i=1}^{n}q_i=1$ を満たすとき，次の問いに答えなさい。

(1) 不等式 $\log x\le x-1$ が成り立つことを証明しなさい。

(2) 不等式 $\sum_{i=1}^{n}p_i\log p_i\ge\sum_{i=1}^{n}p_i\log q_i$ が成り立つことを証明しなさい。

(3) $F=\sum_{i=1}^{n}p_i\log p_i$ の最小値を求めなさい。

(4) 正の実数 a_i $(i=1,2,\cdots,n)$に対して，$G=\sum_{i=1}^{n}a_i\log a_i$ の最小値を求めなさい。

일본대학 본고사 문제 (15학년도)

초고난도로 알려져있는 한양대 의예과 문제 중 소문제 하나가
일본 본고사 소문제 (2)와 완벽한 판박이!
(일본수학 및 대학교 학부수학에선 $\ln x$를 $\log x$로 씀.)

이토록 일본문제와 유사한 문제를 자주 내니,
한양대 Final의 Base는 일본본고사여야함이 당연하다.
이를 위해 본고사 3천여문제를 검토 및 선별할 정도로,
Final에 쏟은 정성은 무한하다.

21년 이화여대 모의논술 수석

점수

구분	문제1	문제2	문제3	총점
내 점수	34	30	35	99
응시자평균	15.5	10.1	10.5	42.1
응시자최고	35	30	35	99
전체석차 (이상석차)	1	1	1	1
표준편차	9.5	10.1	10.5	23.2
순위분포	2.6%	15.1%	6.1%	0.2%

※ 순위분포 : 등수 / 전체응시생수 * 100%
예) 100명중 10등을 한 경우 상위누적은 10%
순위분포는 "개별응시 인원수" 에 대한 본인 순위의 비율이며, 숫자가 낮을수록 우수한 성적입니다.

2. 압도적 첨삭 시스템!! 비대면 수강생들도 1:1 첨삭 제공!!

첨삭시스템 비교

	일반적 Final	기대T Final
비대면 첨삭제공	첨삭 X	조교와 오픈카톡 매칭으로 1:1 첨삭 시스템 제공
답안 추가작성시간 제공 여부	제공 X → 문제풀기 급급 → 빈 답안지 제출 → 첨삭효율 ↓	제공 O → 추후 빈 답안지 보강 후 제출가능(혹은 못 풀었을시 해설강의 기반으로 답안작성) → 첨삭 받을 내용이 풍부해져 첨삭 효율 ↑
첨삭진 구성	일반 대학 알바생, 작년 합격 제자	Only 수학과/수교과 출신으로 구성된10인 최강 첨삭팀(업계최고수준! 박사과정 3인, 석사 및 학부졸업 5인 포함)

첨삭진이 부실하면 많은 양의 답안지를 첨삭해낼 수 없습니다. 그래서 지금까지의 Final들이 여러분에게 충분한 답안을 쓸 시간을 주지 않았던 거죠.

과거 3년 동안의 수험생활 중 제가 직접 겪었던 Final 첨삭의 불편한 진실을,최강 첨삭진들이 바로 잡아드립니다.

2022 기대모의고사 문제지

제 2 교시 수학 영역

5지선다형

1. 21008 - 0032 / ★★★☆☆

자연수 m에 대하여 집합 A_m을

$A_m = \{(a,\ b) \mid m = a\log_2 b$이고 $a,\ b$는 자연수$\}$

라 할 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [13번]

< 보 기 >

ㄱ. $A_2 = \{(1,\ 4),\ (2,\ 2)\}$

ㄴ. 두 자연수 $p,\ q$에 대하여 $n(A_{pq}) = n(A_p) \times n(A_q)$이다.

ㄷ. $n(A_m) = 4$를 만족시키는 30 이하의 모든 자연수 m의 개수는 9이다.

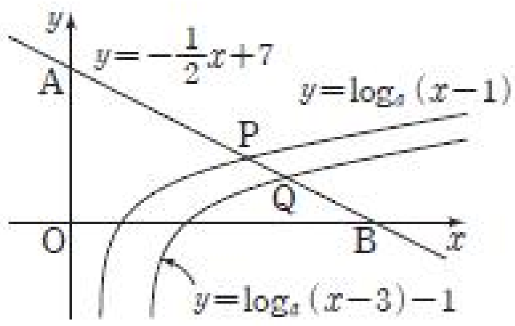
① ㄱ
② ㄱ, ㄴ
③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

기대T Comment

ㄱㄴㄷ 문제를 함수개형도 아니고 단순 지수로그에 양보하긴 쉽지 않으나, ㄷ보기만으로 단독문제구성이 될 수 있으므로 풀어볼만한 문제.

2. 21008 - 0056 / ★★★★★

그림과 같이 직선 $y = -\frac{1}{2}x + 7$이 y축, x축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $y = -\frac{1}{2}x + 7$이 두 함수 $y = \log_a(x-1)$, $y = \log_a(x-3) - 1$의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. $\overline{\mathrm{AP}} = 2\overline{\mathrm{QB}}$ 일 때, 상수 a의 값은? (단, $a > 1$) [12번]



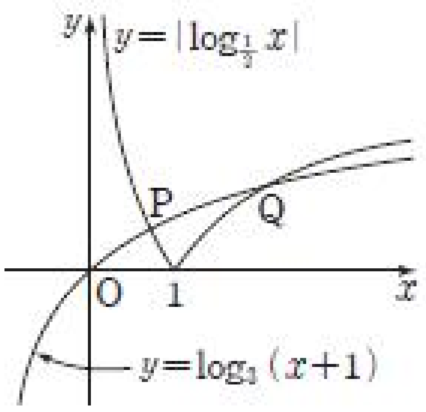
① $\sqrt[3]{5}$
② $\sqrt{3}$
③ $\sqrt[3]{7}$
④ $\sqrt[3]{9}$
⑤ $\sqrt{5}$

기대T Comment

직선 $y = -\frac{1}{2}x + 7$이 두 로그함수 사이의 평행이동 관계와 똑같이 평행이동을 하면 자기자신인 직선 $y = -\frac{1}{2}x + 7$이 된다는 성질을 활용하는 문제. 교육청에서 꽤 자주 나오고 있고 EBS에서는 벌써 4년 연속 나오고 있는 상황이다. 예의주시할 것.

3. 21008 - 0057 / ★★★☆☆

그림과 같이 함수 $y=\log_3(x+1)$의 그래프와 함수 $y=|\log_{\frac{1}{2}}x|$의 그래프가 만나는 두 점을 각각 $P(x_1, y_1)$,$Q(x_2, y_2)$ $(x_1 < x_2)$라 하자. 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [11번]



< 보 기 >

ㄱ. $x_1 > \frac{1}{2}$

ㄴ. $y_2 < 1$

ㄷ. $y_1 < x_1 < 2y_1$

① ㄱ
② ㄱ, ㄴ
③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

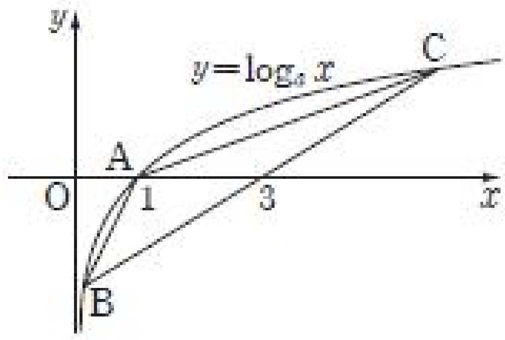
기대T Comment

작년부터 유행하는 지수로그함수개형 ㄱㄴㄷ 문제. 무난하나 요새 트렌드이므로 풀어보고 넘어가자.

ㄷ 보기는 양변을 x_1으로 나누어서 기울기폼을 만들어내는게 센스이나, 이러버리면 x_2, y_2가 너무 안쓰여서 수능에 그대로 나오긴 힘든 문항. 나온다면 ㄴ보기 위치에 어울리는 형식이 되겠다.

4. 21008 - 0058 / ★★★★★

그림과 같이 곡선 $y=\log_a x$ $(a>1)$ 위에 서로 다른 세 점 A(1, 0), $B(x_1, y_1)$, $C(x_2, y_2)$가 있다. $x_1 < 1 < x_2$를 만족시키는 세 수 $x_1, 1, x_2$는 이 순서대로 등비수열을 이룬다. 직선 BC의 x절편이 3이고 삼각형 ABC의 넓이가 4일 때, $a^2 + \frac{1}{a^2}$의 값을 구하시오. [11번]



① $\frac{1}{100}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ 1 ④ 10 ⑤ 100

기대T Comment

① 점 B, C의 x좌표가 역수관계이면 y좌표는 부호만 반대인 관계에 있음은 로그함수의 유명한 성질이다.

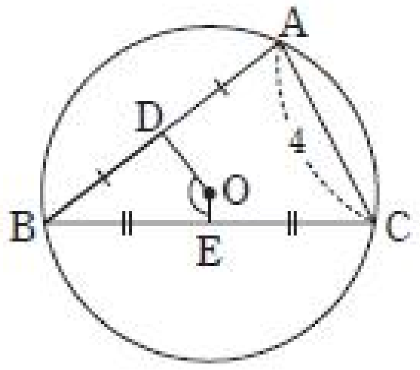
② 삼각형 ABC의 넓이는 점 D(3, 0)에 대하여 삼각형 ABD, ACD의 넓이의 합으로도 구할 수 있다. 이 두 삼각형의 공통밑변을 AD로 생각하면, 두 삼각형의 높이는 각각 점 B, C의 y좌표와 관련돼있음을 알 수 있다.

따라서 삼각형 ABC의 넓이는 $\frac{1}{2}\times\overline{AD}\times$(B, C y좌표의 차) 으로도 구할 수 있음을 알 수 있다.

②의 방식은 수리논술에서도 쓰이는 방법이므로 반드시 터득해두자.

5. 21008 - 0095 / ★★★☆☆

그림과 같이 중심이 O인 원에 내접하는 삼각형 ABC가 있다. 두 선분 AB, BC의 중점을 각각 D, E라 하자. $\overline{AC}=4$이고 $\cos(\angle DOE)=-\dfrac{\sqrt{5}}{3}$일 때, 이 원의 넓이는? [10번]



① $\dfrac{15}{2}\pi$

② 8π

③ $\dfrac{17}{2}\pi$

④ 9π

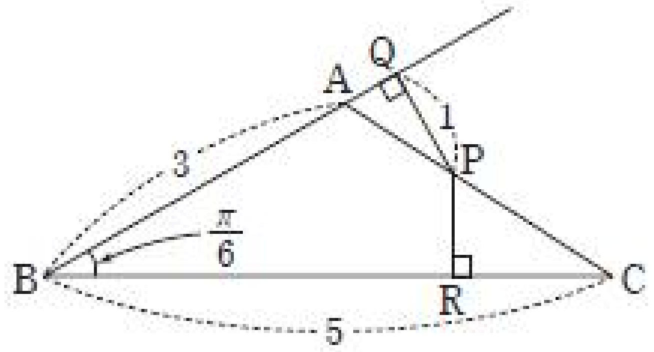
⑤ $\dfrac{19}{2}\pi$

기대T Comment

와꾸만 보면 중심각과 원주각의 관계를 물어볼 것처럼 생겼지만, 전혀 쓰이지 않는 문제이다. 훼이크에 조심할 것.

6. 21008 - 0099 / ★★★★☆

그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=5$, $\angle ABC=\dfrac{\pi}{6}$인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AC 위의 점 P에서 두 직선 AB, BC에 내린 수선의 발을 각각 Q, R라 하자. 선분 PQ의 길이가 1일 때, 선분 PR의 길이는? [12번]



① $\dfrac{4}{5}$

② $\dfrac{17}{20}$

③ $\dfrac{9}{10}$

④ $\dfrac{19}{20}$

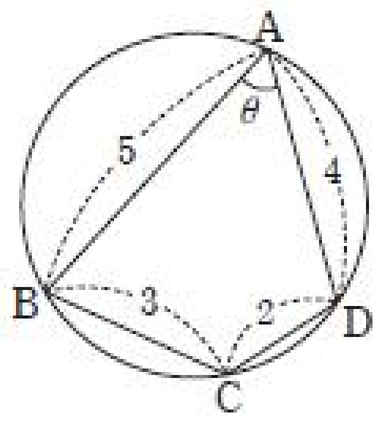
⑤ 1

기대T Comment

앞문제와 비슷한 느낌으로 각 $QPR=150^\circ$ 임을 눈치채는 것 까진 좋은데, 그렇게 해서 풀리질 않는다.
이 문제는 삼각형 ABC 넓이를 선분 BP로 쪼개서 두 삼각형의 넓이합으로 구한다는 마인드가 있어야했다.

7. 21008 - 0112 / ★★★☆☆

그림과 같이 $\overline{AB}=5$, $\overline{BC}=3$, $\overline{CD}=2$, $\overline{DA}=4$인 사각형 ABCD가 원에 내접하고 있다. $\angle BAD=\theta$라 할 때, $\cos\theta$의 값은? [8번]



① $\frac{4}{13}$

② $\frac{5}{13}$

③ $\frac{6}{13}$

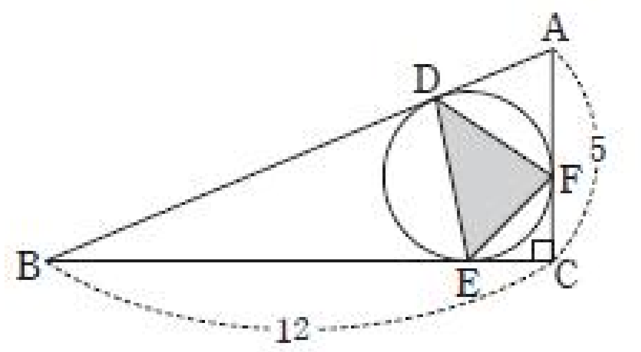
④ $\frac{7}{13}$

⑤ $\frac{8}{13}$

기대T Comment
원에 내접하는 사각형의 대각성질을 활용해줘야하는 문제. 이 상황이 낯설어선 안된다!!

8. 21008 - 0119 / ★★★★☆

그림과 같이 $\overline{AC}=5$, $\overline{BC}=12$, $\angle ACB=\frac{\pi}{2}$인 삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 내접원이 세 변 AB, BC, CA와 접하는 점을 각각 D, E, F라 할 때, 삼각형 DEF의 넓이는? [9번]



① $\frac{54}{13}$

② $\frac{56}{13}$

③ $\frac{58}{13}$

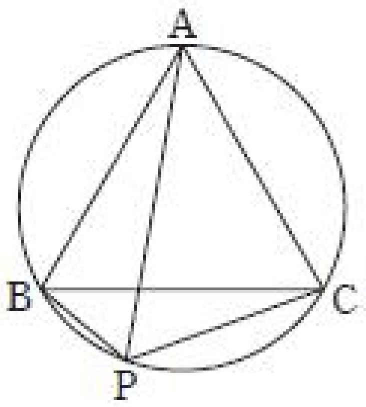
④ $\frac{60}{13}$

⑤ $\frac{62}{13}$

기대T Comment
이 문제를 푸는 여러방법이 있는데, 해설지에서의 방법2)를 추천한다. 반드시 해설지를 읽어볼 것.

9. 21008 - 120 / ★★★☆☆

그림과 같이 반지름의 길이가 $\sqrt{3}$인 원에 내접하는 정삼각형 ABC가 있다. $\angle$BAC를 삼등분하는 직선 중 하나가 점 A를 포함하지 않는 호 BC와 만나는 점을 P라 할 때, $\overline{PA}^2+\overline{PB}^2+\overline{PC}^2$의 값은? [13번]



① 16
② 17
③ 18
④ 19
⑤ 20

기대T Comment
점 P의 위치와 관계없이 일정한 값을 갖는다. 쉬운 학교에서의 수리논술문제로도 제격인 문제가 되겠다. 참고로 비슷한 느낌으로 풀렸던 문제는 10모 29번이 있다. 하지만 수능에는 나오기 힘들다. 점 P의 위치와 관계없이 일정한 정답이 나오기 때문에, 점 P를 구하기 쉬운 점으로 특정해서 정답을 구할 수 있기 때문이다.

10. 21008 - 0151 / ★★★★☆

첫째항이 같고 모든 항이 양수인 두 등비수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$의 공비를 각각 r, r^3 $(r \neq 1)$이라 하고, 두 등비수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 각각 S_n, T_n이라 하자.

$S_{30}=21T_{10}$ 일 때, $\dfrac{T_2}{S_3}=\dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [11번]

기대T Comment
30이 10의 '3배'이고, 공비의 계수가 '3배' 차이이다. 이 '3배'라는 공통점이 괜히 있는 것이 아니다. 무지성계산이 아닌 구조적인 관점에서 $S_{30}=21T_{10}$을 해석해보면 등비수열 고난도 문제를 대비하는데에 좋은 연습이 될 것이다.

11. 21008 - 0156 / ★★★★★★★★★

첫째항이 -30이고 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 하자. d와 S_n은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) d는 $3<d<30$인 자연수이다.
(나) $|S_l|=|S_{l+7}|=|S_m|$을 만족시키는 서로 다른 두 자연수 l, m이 존재한다.

$a_l+a_{l+7}+a_m$의 값을 구하시오. (단, $m>l+7$) [14번, 21번]

기대T Comment

해설지에선 (나)조건을 수식으로 풀어놨는데, 금물.
등차수열의 합 S_n은 원점을 지나는 이차함수꼴임에 착안을 해서, 절댓값이 달린 이차함수 개형을 통해 (나)조건을 해석해야한다.

등차수열에 대하여
a_n은 최고차항 계수가 공차인 일차함수, S_n은 최고차항의 계수가 공차의 절반이고 상수항이 0인 이차함수
명심하자.

12. 21008 - 0187 / ★★★★★

수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k a_{k+1}}{2k+1}=4n^2+16n$

을 만족시킬 때, $\frac{a_9-a_7}{a_9+a_7}=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [12번]

기대T Comment

$S_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k a_{k+1}}{2k+1}$에서 $\frac{a_n a_{n+1}}{2n+1}=S_n-S_{n-1}$을 바로 실행해도 되지만,

그 이전에 구하려고 하는 값인 $\frac{a_9-a_7}{a_9+a_7}$의 값을 $\frac{a_9a_8-a_8a_7}{a_9a_8+a_8a_7}$로

해석하면 $a_n a_{n+1}$모양과 잘 엮여지는 것을 확인할 수 있을 것이다.

또한, 앞의 문제 Comment를 잘 읽었다면, 우변의 식인 $4n^2+16n$을

통해서 $\frac{a_n a_{n+1}}{2n+1}$를 $8n+12$라고 0.5초컷을 할 수 있어야 하겠다.

13. 21008 - 0188 / ★★★☆☆

모든 항이 0이 아닌 정수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=a_n^2-2a_n$$

을 만족시킨다. $a_2 \neq a_3$, $a_4=a_5$일 때, $\sum_{k=1}^{5}a_k$의 값을 구하시오.

[14번]

기대T Comment
바로 뒤의 문제와 수특에서 건져낸 몇안되는 보물문항 중 하나이다. 이 문제의 실제 풀이에선 쓰이지 않았지만, $a_{n+1}=a_n^2-2a_n$의 준식에서 양변에서 +1을 하면 $a_{n+1}+1=(a_n-1)^2$으로 변형가능함을 눈여겨보자.

14. 21008 - 0190 / ★★★★★★★★

수열 $\{a_n\}$은 $a_1=5$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$\begin{cases} a_{2n}=a_n-1 \\ a_{2n+1}=2a_n-3 \end{cases}$$

을 만족시킨다. 집합 $A=\{a_n \mid n\text{은 } 50 \text{ 이하의 자연수}\}$의 원소의 값 중 최댓값은? [15번]

① 35
② 36
③ 37
④ 38
⑤ 39

기대T Comment
아주 좋은 문제. 1등급을 노리는 학생들은 반드시 풀고 시험장에 들어가자.

!!수리논술 Final 신청링크 QR코드!!

1주차 (Live/비대면)	채점 or 첨삭	소개 (1주차 수업은 오직 네이버 Band 비대면으로만 진행, 2,3주차는 대면+비대면 동시진행)
가톨릭 의예과반 (2회)	O	1. 모의고사 1회분 응시 이후 해설강의 수강 + 재출제 가능성 높은 기출 요소 정리 2. 채점 or 첨삭 O
건국대 (이과+수의예과) (2회)	O	1. '기하'가 빠졌지만 기하학 문제는 60% 이상 내왔던 건대 특성 맞춤 모의 2회 응시 및 해설강의 2. 채점 or 첨삭 O
서강대 (1회)	X	1. 수학적 의미가 적으나 복잡한 계산이나 증명을 주로 내는 서강대 타겟 모의고사 1회분 및 재출제 가능성 높은 기출 요소 정리 2. 컴팩트한 수업으로 경향예측 및 실전전략수립
숭실대/항공대 (1회)	X	1. 모의고사 1회분 및 재출제 가능성 높은 기출 요소 정리 2. 컴팩트한 수업으로 경향예측 및 실전전략 수립
경희대A반 (이과전체) -토요일 시험반- (2회)	O (금 제출)	1. 시험일정에 맞춰 반 선택 (모의고사 각각 2, 3회 진행 및 주요 기출 요소 정리) 2. 채점 or 첨삭 O
경희대B반 (이과+약대) -일요일 시험반- (3회)	O (토 제출)	
성균관대 (이과전체+약대) (2회)	O	1. 하나의 제시문에 관련된 소문항을 차근차근 풀어가는 연습이 필요한 학교. 난이도 자체는 높지 않으므로 2번의 특강으로 수리논술 워밍업 후 시험보러가면 큰 소득이 있기에 좋은 학교! 2. 채점 or 첨삭 O
서울과기대 (월요일 시험반)(3회)	O	1. 시험일정에 맞춰 반 선택 (모의고사 각각 2, 3회 진행 및 주요 기출 요소 정리) 2. 채점 or 첨삭 O
서울과기대 (화요일 시험반) (4회)	O	

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

2022 수능특강 수1 선별			
1.	3	11.	35
2.	3	12.	19
3.	3	13.	9
4.	6	14.	1
5.	4		
6.	3		
7.	4		
8.	4		
9.	3		
10.	86		

!!수리논술 Final 신청링크 QR코드!!

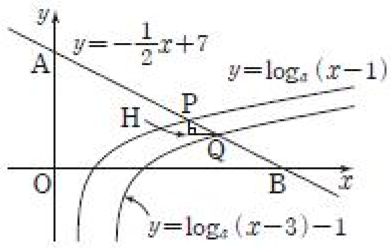
논술 액기스 Final (Only Live/비대면)	강의	내용
* 모든 수업 기본적으로 1.25배속 편집하여 제공 -> 시간절약 효과 * 정규반 강의 중 일부분을 발췌했으며, 첨삭은 포함되지 않습니다.		
논술노베특강 (부제: 유베되기 9시간 전)	1강	증명법 (강한수학적귀납법, 귀류법 등)
	2강	미분 (고난도 미분, 사잇값정리와 평균값 정리)
	3강	적분 (고난도 적분, 삼각치환, 여러 적분테크닉)
* 수능 기하를 응시했다면 필수 수강! 수리논술에서 미적분 비중은 70%에 육박!! * 사실상 모든 학교에 도움이 되는 액기스 Final		
미적심화특강	1강	젠센부등식 활용, 함수방정식, 미분방정식
* 서울 중상위권 대학 논술 지원자거나 의치한약수 지원자라면 수강 강추하는 수업		
확통완성특강 (기본+심화)	1강	확률과 통계 전반적 개념 (조건부확률, 중복조합 등등)
	2강	포함배제의 원리
	3강	조합의 성질
* 확통이 포함되는 모든 학교에 반드시 도움이 되는 액기스 Final		
기하완성특강 (빈출 위주)	1강	기하 교과서 기본개념 톺아보기
	2강	논술용 고난도 주제정리, 문제풀이
* 수능에서 기하를 선택하지 않은 학생들은 1, 2강 모두 수강해야하며, 논술을 따로 준비하지 않은 기하러들은 1강은 빠르게, 2강은 착실히 들을 것		

2주차 (대면+비대면)	소개
한양대 (이과전체)	1. 한양대 모범답안자 배출, 22학년도 모의논술 문항 적중 등 기대T의 시그니쳐 강의 중 하나 2. 철저히 한양대 스러운 문제들로 구성한 모의고사 문제들에 곁들여지는 'Smart, But simple'을 강조하는 해설강의가 핵심 3. 출제스타일이 매우 유사한 이화여대 지원자도 수강 추천
중앙대 (이과+의예+약학)	1. 무난한 난이도로 대부분 출제되나 몇몇 킬러문제에 의해 당락이 결정되는 만큼 충분한 문풀 준비가 필요한 학교 2. 과와 관련없이 비슷한 난이도일 뿐더러 공통된 시험지형식으로 출제되는 학교이므로 의예과나 약학과, 또는 안성캠 지원자들도 상관없이 수강 가능
세종대+광운대 연합반	1. 제시문이 있냐(광운) 없냐(세종)로 난이도가 결정될 뿐 유사한 문제스타일을 가진 두 학교를 분석하면서 기출대비(=지원학교 문제)와 예상문제대비(=상대학교문제)를 동시에 할 수 있는 강좌 2. 두 학교 사이의 미묘한 출제경향차이 또한 강조해주기 때문에 둘 중 한 학교에 지원했더라도 수강 추천 (과년도 [세종:광운:둘다지원] 수강생비율 [3:4:3]) 3. 해설지만 봐서는 억지였던 풀이들이 수업을 들은 후 자연스럽게 익혀지는 신기한 경험 가능!
고려대 세종캠 약대	1. 고려대 본캠 수리논술 합격 출신 강사의 믿을 수 있는 출제예상 문항선별 안목 2. 논술을 처음 시행하는 약대인 만큼 모의논술에서도 무난한 난이도, 유명한 소재들 위주로 출제됐고 실제시험도 그럴 예정. 다른 학교 수리논술을 준비할 때에도 Base가 돼줄 필수주제 위주로 단기간 정리!
경북+부산 연합반 (Only Live + 비대면)	1. 수능형 스타일을 출제하는 학교들의 연합 Final. (의치약 지원자는 전용 Final 수강할 것!) 2. 고려 세종, 한국외대 지원자 수강 추천 (연세 미래캠 지원자도 수강은 가능하나 확통특강 추가하여 들을 것) 3. 1~3회차는 주로 출제될 수학I, II 위주 진행, 4~5회차 강의는 각 학교별 맞춤문제로 진행함으로써 학교별 개성까지 챙겨갈 수 있는 Final (경북, 외대 : 수학I,II / 부산, 고려:미적)
비고	* 전부 5회 수업 * 모든반 첨삭 제공 * 수업장소 : 대치오르비학원 (대면+비대면 전부 진행)

1)
[정답/모범답안]
3

[해설]
ㄱ. 집합 A_2는 $2=a\log_2 b$인 두 자연수 a, b의 순서쌍 $(a,\ b)$를 원소로 하는 집합이다.
$2=a\log_2 b$에서
$\log_2 b^2=2$, 즉 $b^a=4$ …… ㉠
㉠을 만족시키는 순서쌍 $(a,\ b)$는 $(1,\ 4)$, $(2,\ 2)$이므로
$A_2=\{(1,\ 4),\ (2,\ 2)\}$ (참)
ㄴ. [반례] $p=q=2$일 때, $pq=4$
ㄱ에서 $A_2=\{(1,\ 4),\ (2,\ 2)\}$이므로
$n(A_2)=2$ …… ㉡
$4=a\log_2 b$에서
$\log_2 b^2=4$, 즉 $b^a=16$ …… ㉢
㉢을 만족시키는 순서쌍 $(a,\ b)$는
$(1,\ 16)$, $(2,\ 4)$, $(4,\ 2)$이므로
$A_4=\{(1,\ 16),\ (2,\ 4),\ (4,\ 2)\}$
$n(A_4)=3$ …… ㉣
㉡, ㉣에서
$n(A_2)\times n(A_2)\neq n(A_4)$ (거짓)
ㄷ. $m=a\log_2 b$에서 $b=2^{\frac{m}{a}}$
$m\neq 0$이므로 b가 자연수이려면 $\frac{m}{a}$이 자연수이어야 한다.
자연수 k에 대하여 $\frac{m}{a}=k$라 하면 $m=ka$이므로 순서쌍 $(k,\ a)$의 개수는 m의 양의 약수의 개수와 같다.
즉, 집합 A_m의 원소인 순서쌍 $(a,\ b)$의 개수는 m의 양의 약수의 개수와 같다.
따라서 $n(A_m)=4$를 만족시키는 m은 양의 약수의 개수가 4인 수이므로 서로 다른 두 소수가 곱해진 수이거나 어떤 소수의 세제곱인 수이다.
30 이하의 자연수 m 중에서
서로 다른 두 소수가 곱해진 수는
2×3, 2×5, 2×7, 2×11, 2×13, 3×5, 3×7
이고, 어떤 소수의 세제곱인 수는
2^3, 3^3
이므로 $n(A_m)=4$를 만족시키는 30 이하의 모든 자연수 m의 개수는 9이다. (참)
이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.
{참고}
서로 다른 두 소수 a, b와 음이 아닌 두 정수 p, q에 대하여
$A=a^p\times b^q$
이면 자연수 A의 양의 약수의 개수는 $(p+1)(q+1)$이다.
$(p+1)(q+1)$의 값이 4인 경우는
$p=1$, $q=1$일 때 $4=(1+1)(1+1)$
또는 $p=3$, $q=0$일 때 $4=(3+1)(0+1)$이므로
양의 약수의 개수가 4인 자연수는 서로 다른 두 소수 a, b의 곱인 $a\times b$ 꼴이거나 어떤 소수 a의 세제곱인 a^3 꼴인 수이다.

2)
[해설]
점 P를 지나고 x축에 수직인 직선과 점 Q를 지나고 y축에 수직인 직선이 만나는 점을 H라 하면 직선 PQ의 기울기가 $-\frac{1}{2}$이므로 $\overline{\mathrm{PH}}:\overline{\mathrm{HQ}}=1:2$이다.
즉, 점 Q는 점 P를 x축의 방향으로 $2k(k>0)$만큼, y축의 방향으로 $-k$만큼 평행이동한 점이다.



그런데 함수 $y=\log_a(x-3)-1$의 그래프는 함수 $y=\log_a(x-1)$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이고, 두 점 P, Q는 각각 두 그래프 위의 점이므로 $\overline{\mathrm{PH}}=1$, $\overline{\mathrm{HQ}}=2$이다.
$\overline{\mathrm{PQ}}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$
$\mathrm{A}(0,\ 7)$, $\mathrm{B}(14,\ 0)$이므로
$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{7^2+14^2}=7\sqrt{5}$
$\overline{\mathrm{AP}}=2\overline{\mathrm{QB}}$이므로 $\overline{\mathrm{QB}}=b$, $\overline{\mathrm{AP}}=2b$라 하면
$\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QB}}$에서
$7\sqrt{5}=2b+\sqrt{5}+b$
$3b=6\sqrt{5}$
$b=2\sqrt{5}$
따라서 $\overline{\mathrm{AP}}:\overline{\mathrm{PB}}=4\sqrt{5}:3\sqrt{5}=4:3$이므로
점 P의 좌표는
$\left(\frac{4\times14+3\times0}{4+3},\ \frac{4\times0+3\times7}{4+3}\right)$, 즉 $(8,\ 3)$
점 $\mathrm{P}(8,\ 3)$이 함수 $y=\log_a(x-1)$의 그래프 위의 점이므로
$3=\log_a(8-1)$
$a^3=7$
$a=\sqrt[3]{7}$
{참고}
곡선 $y=\log_a(x-1)$위의 임의의 점 C를 x축, y축의 방향으로 각각 2, -1만큼씩 평행이동한 점을 D라 하면 점 D는 곡선 $y=\log_a(x-3)-1$위의 점이고, 직선 CD는 기울기가 $-\frac{1}{2}$인 직선이다.
즉, 기울기가 $-\frac{1}{2}$인 임의의 직선 l이 곡선 $y=\log_a(x-3)-1$과 만나는 점은 직선 l이 곡선 $y=\log_a(x-1)$과 만나는 점을 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 점이다.

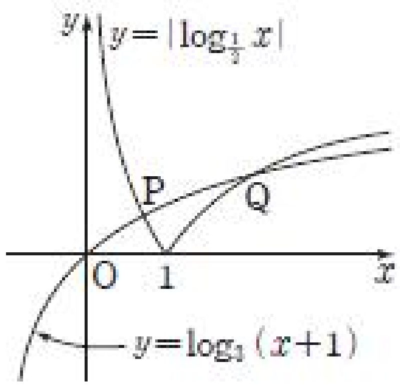
따라서 문제에서 주어진 직선 $y=-\frac{1}{2}x+7$위의 점 Q는 점 P를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 점이다.
즉, $\overline{\mathrm{PH}}=1$, $\overline{\mathrm{HQ}}=2$이다.

3)

[정답/모범답안]

3

[해설]



ㄱ. $\left|\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{2}\right|=1$이고

$\log_3\left(\frac{1}{2}+1\right)=\log_3\frac{3}{2}=\log_3 3-\log_3 2$

$=1-\log_3 2<1$

이므로 점 P는 직선 $x=\frac{1}{2}$의 오른쪽에 있다.

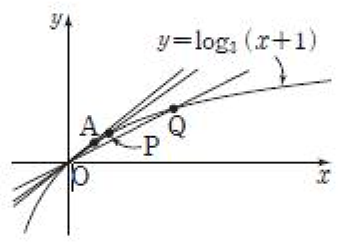
따라서 $x_1>\frac{1}{2}$(참)

ㄴ. $\log_3(x+1)=1$에서 $x+1=3$, 즉 $x=2$이므로
함수 $y=\log_3(x+1)$의 그래프는 점 (2, 1)을 지난다.

$|\log_{\frac{1}{2}}x|=1$에서 $\log_{\frac{1}{2}}x=\pm1$, 즉 $x=\frac{1}{2}$또는 $x=2$
이므로 함수 $y=|\log_{\frac{1}{2}}x|$의 그래프도 점 (2, 1)을 지난다.

따라서 점 Q의 좌표는 (2, 1)이므로
$y_2=1$ (거짓)

ㄷ. 함수 $y=\log_3(x+1)$의 그래프 위의 점 $\left(\frac{1}{2},\log_3\frac{3}{2}\right)$을 A라 하고, 세 직선 OA, OP, OQ의 기울기를 각각 m_1, m_2, m_3이라 하자.



함수 $y=\log_3(x+1)$의 그래프와 세 직선 OA, OP, OQ는 그림과 같으므로
$m_1>m_2>m_3$ …… ㉠

$m_1=\dfrac{\log_3\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}}=2(\log_3 3-\log_3 2),=2-\log_3 4<1$

$m_2=\frac{y_1}{x_1}$, $m_3=\frac{y_2}{x_2}=\frac{1}{2}$이므로 ㉠에서

$1>m_1>\frac{y_1}{x_1}<\frac{1}{2}$

따라서 $y_1<x_1<2y_1$ (참)
이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

4)

[정답/모범답안]

6

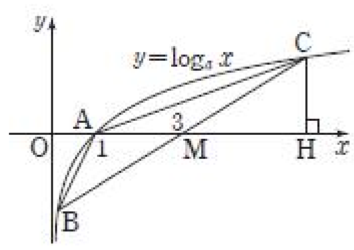
[해설]

두 점 B(x_1, y_1), C(xx_2, y_2)가 곡선 $y=\log_a x$위의 점이므로
$y_1=\log_a x_1$, $y_2=\log_a x_2$
세 수 $x_1, 1, x_2$가 이 순서대로 등비수열을 이루므로
$x_1x_2=1$

이때 $x_2=\frac{1}{x_1}$을 $y_2=\log_a x_2$에 대입하면

$y_2=\log_a\frac{1}{x_1}=-\log_a x_1$

이므로 $y_1+y_2=\log_a x_1+(-\log_a x_1)=0$



따라서 점 (3, 0)을 M이라 하면 점 M은 선분 BC의 중점이므로 두 삼각형 AMC, ABM의 넓이는 같고, 주어진 조건에서 삼각형 ABC의 넓이가 4이므로 삼각형 AMC의 넓이는 2이다.
점 C에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{\mathrm{CH}}=\log_a x_2$이므로

$\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AM}}\times\overline{\mathrm{CH}}=2$에서

$\frac{1}{2}\times(3-1)\times\log_a x_2=2$

즉, $\log_a x_2=2$에서 $x_2=a^2$

$x_1x_2=1$에서 $x_1=\frac{1}{x_2}=\frac{1}{a^2}$

따라서 $\mathrm{B}\left(\frac{1}{a^2}, -2\right)$, $\mathrm{C}(a^2, 2)$이고, 점 $\mathrm{M}(3, 0)$이 선분 BC의 중점이므로

$\dfrac{\frac{1}{a^2}+a^2}{2}=3$

$a^2+\frac{1}{a^2}=6$

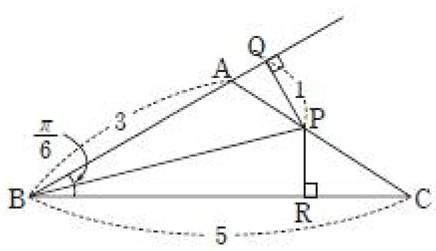
{참고}
두 점 B(x_1, y_1), C(x_2, y_2)를 이은 선분 BC의 중점의 좌표는
$\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$
그런데 $y_1+y_2=0$이므로 선분 BC의 중점은 x축 위에 있다.
따라서 선분 BC와 x축이 만나는 점 (3, 0)은 선분 BC의 중점이다.

5)
[정답/모범답안]
4

[해설]
$\angle\mathrm{ABC}=\theta$라 하면 사각형 ODBE에서
$\angle\mathrm{BDO}=\angle\mathrm{BEO}=\frac{\pi}{2}$이므로 $\theta=\pi-\angle\mathrm{DOE}$
이때
$\cos\theta=\cos(\pi-\angle\mathrm{DOE})=-\cos(\angle\mathrm{DOE})$
$=-\left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right)=\frac{\sqrt{5}}{3}$
이고, $0<\theta<\frac{\pi}{2}$이므로
$\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}$
$=\sqrt{1-\frac{5}{9}}=\frac{2}{3}$
한편, 원의 반지름의 길이를 R라 하면 삼각형 ABC에서 사인법칙에 의하여
$\frac{\overline{\mathrm{AC}}}{\sin\theta}=2R$
이므로
$\frac{4}{\frac{2}{3}}=2R$
$R=6\times\frac{1}{2}=3$
따라서 구하는 원의 넓이는
$\pi R^2=\pi\times 3^2=9\pi$

6)
[정답/모범답안]
3

[해설]



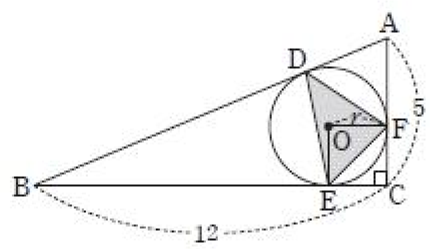
삼각형 ABC의 넓이는
$\frac{1}{2}\times 3\times 5\times\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}\times 3\times 5\times\frac{1}{2}=\frac{15}{4}$
한편, 삼각형 ABP의 넓이는
$\frac{1}{2}\times 3\times 1=\frac{3}{2}$
이고, 삼각형 PBC의 넓이는
$\frac{1}{2}\times 5\times\overline{\mathrm{PR}}=\frac{5}{2}\overline{\mathrm{PR}}$
이므로
$\frac{3}{2}+\frac{5}{2}\overline{\mathrm{PR}}=\frac{15}{4}$
따라서
$\overline{\mathrm{PR}}=\frac{2}{5}\left(\frac{15}{4}-\frac{3}{2}\right)=\frac{9}{10}$

7)
[정답/모범답안]
4

[해설]
삼각형 ABD에서 코사인법칙에 의하여
$\overline{\mathrm{BD}}^2=\overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{AD}}^2-2\times\overline{\mathrm{AB}}\times\overline{\mathrm{AD}}\times\cos\theta$
$=25+16-2\times 5\times 4\times\cos\theta$
$=41-40\cos\theta$ …… ㉠
한편, $\angle\mathrm{BCD}=\pi-\theta$이므로 삼각형 BCD에서 코사인법칙에 의하여
$\overline{\mathrm{BD}}^2=\overline{\mathrm{BC}}^2+\overline{\mathrm{CD}}^2-2\times\overline{\mathrm{BC}}\times\overline{\mathrm{CD}}\times\cos(\pi-\theta)$
$=9+4+2\times 3\times 2\times\cos\theta$
$=13+12\cos\theta$ …… ㉡
㉠, ㉡에서
$41-40\cos\theta=13+12\cos\theta$
$52\cos\theta=28$
따라서 $\cos\theta=\frac{28}{52}=\frac{7}{13}$

8)
[정답/모범답안]
4

[해설]



그림과 같이 삼각형 ABC의 내접원의 중심을 O라 하고 반지름의 길이를 r라 하면 삼각형 OECF는 한 변의 길이가 r인 정사각형이므로
$\overline{\mathrm{CE}}=\overline{\mathrm{CF}}=r$

이때 $\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{5^2+12^2}=13$이고

$\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{AF}}=5-r$, $\overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{BE}}=12-r$이므로

$13=(5-r)+(12-r)$

에서 $r=2$

한편, $\sin A=\dfrac{12}{13}$, $\sin B=\dfrac{5}{13}$이고

$\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{AF}}=3$, $\overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{BE}}=10$이므로

$\triangle\mathrm{ADF}=\dfrac{1}{2}\times3\times3\times\sin A=\dfrac{1}{2}\times3\times3\times\dfrac{12}{13}=\dfrac{54}{13}$

$\triangle\mathrm{BED}=\dfrac{1}{2}\times10\times10\times\sin B=\dfrac{1}{2}\times10\times10\times\dfrac{5}{13}=\dfrac{250}{13}$

또

$\triangle\mathrm{ABC}=\dfrac{1}{2}\times12\times5=30$이고 $\triangle\mathrm{ECF}=\dfrac{1}{2}\times2\times2=2$

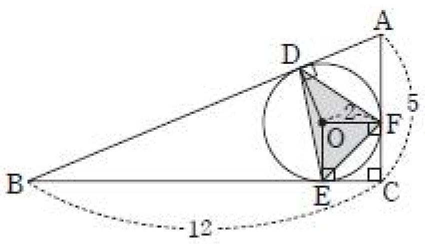
이므로 삼각형 DEF의 넓이는

$\triangle\mathrm{ABC}-(\triangle\mathrm{ADF}+\triangle\mathrm{BED}+\triangle\mathrm{ECF})$

$=30-\left(\dfrac{54}{13}+\dfrac{250}{13}+2\right)=\dfrac{60}{13}$

{다른 풀이}

삼각형 DEF의 넓이를 다음과 같이 구할 수도 있다.



$\triangle\mathrm{DOF}=\dfrac{1}{2}\times2\times2\times\sin(\angle\mathrm{DOF})$

$=\dfrac{1}{2}\times2\times2\times\sin(\pi-A)$

$=2\sin A$

$=2\times\dfrac{12}{13}=\dfrac{24}{13}$

$\triangle\mathrm{DOE}=\dfrac{1}{2}\times2\times2\times\sin(\angle\mathrm{DOE})$

$=\dfrac{1}{2}\times2\times2\times\sin(\pi-B)$

$=2\sin B$

$=2\times\dfrac{5}{13}=\dfrac{10}{13}$

$\triangle\mathrm{EOF}=\dfrac{1}{2}\times2\times2=2$

따라서

$\triangle\mathrm{DEF}=\triangle\mathrm{DOF}+\triangle\mathrm{DOE}+\triangle\mathrm{EOF}$

$=\dfrac{24}{13}+\dfrac{10}{13}+2=\dfrac{60}{13}$

9)

[정답/모범답안]

3

[해설]

$\overline{\mathrm{PA}}=x$, $\overline{\mathrm{PB}}=y$, $\overline{\mathrm{PC}}=z$라 하자.

$\angle\mathrm{APB}=\angle\mathrm{ACB}=\dfrac{\pi}{3}$이므로 삼각형 ABP에서 코사인법칙에 의하여

$\overline{\mathrm{AB}}^2=x^2+y^2-2xy\cos\dfrac{\pi}{3}$

$=x^2+y^2-2xy\times\dfrac{1}{2}$

$=x^2+y^2-xy$

또 $\angle\mathrm{APC}=\angle\mathrm{ABC}=\dfrac{\pi}{3}$이므로 삼각형 APC에서 코사인법칙에 의하여

$\overline{\mathrm{AC}}^2=x^2+z^2-2xz\cos\dfrac{\pi}{3}$

$=x^2+z^2-2xz\times\dfrac{1}{2}$

$=x^2+z^2-xz$

이때 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}$이므로

$x^2+y^2-xy=x^2+z^2-xz$

$y^2-z^2-xy+xz=0$

$(y-z)(y+z)-x(y-z)=0$

$(y-z)(y+z-x)=0$

$y\neq z$이므로 $x=y+z$

한편, 삼각형 BPC에서 $\angle\mathrm{BPC}=\dfrac{2}{3}\pi$이므로 코사인법칙에 의하여

$\overline{\mathrm{BC}}^2=y^2+z^2-2yz\cos\dfrac{2}{3}\pi$

$=y^2+z^2-2yz\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)$

$=y^2+z^2+yz$

즉,

$x^2+y^2+z^2=(y+z)^2+y^2+z^2$

$=(y^2+2yz+z^2)+y^2+z^2$

$=2(y^2+z^2+yz)$

$=2\times\overline{\mathrm{BC}}^2$

이때 삼각형 ABC에서 사인법칙에 의하여

$\dfrac{\overline{\mathrm{BC}}}{\sin\dfrac{\pi}{3}}=2\times\sqrt{3}$

이므로

$\overline{\mathrm{BC}}=2\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3$

따라서 $x^2+y^2+z^2=2\times\overline{\mathrm{BC}}^2=2\times3^2=18$

10)

[정답/모범답안]

86

[해설]

두 등비수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$의 첫째항을 a라 하자.

두 등비수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$의 모든 항이 양수이므로 $a>0$, $r>0$이

고, 공비가 각각 r, r^3 $(r\neq 1)$이므로

$$S_{30}=\frac{a(r^{30}-1)}{r-1}$$

$$T_{10}=\frac{a\{(r^3)^{10}-1\}}{r^3-1}=\frac{a(r^{30}-1)}{r^3-1}$$

$S_{30}=21T_{10}$에서

$$\frac{a(r^{30}-1)}{r-1}=\frac{21a(r^{30}-1)}{r^3-1}$$

$r^3-1=21(r-1)$

$(r-1)(r^2+r+1)=21(r-1)$

$r\neq 1$이므로 $r^2+r+1=21$

$r^2+r-20=0$

$(r+5)(r-4)=0$

$r=-5$ 또는 $r=4$

$r>0$이므로 $r=4$

$$\frac{T_2}{S_3}=\frac{b_1+b_2}{a_1+a_2+a_3}$$

$$=\frac{a(1+4^3)}{a(1+4+4^2)}$$

$$=\frac{65}{21}$$

따라서 $p=21$, $q=65$이므로

$p+q=21+65=86$

11)

[정답/모범답안]

35

[해설]

등차수열 $\{a_n\}$의 공차가 $d(3<d<30)$이고 첫째항이 -30이므로

$a_1<a_k<0\leq a_{k+1}<a_{k+2}<\cdots$

을 만족시키는 자연수 $k(k\geq 2)$가 존재하고, S_n의 최솟값은 S_k이다. 이때

$S_k\leq S_{k+1}<0$

이고, $S_{k+1}<0\leq S_p<S_{p+1}<\cdots$

을 만족시키는 자연수 p가 존재하므로

$|S_l|=|S_{l+7}|=|S_m|$을 만족시키는 서로 다른 세 자연수 $l, l+7, m(m>l+7)$이 존재하기 위해서는

$l<k<l+7<p<m$

즉, $S_l<0$, $S_{l+7}<0$, $S_m>0$

이어야 하므로

$S_l=S_{l+7}=-S_m$

$S_l=S_{l+7}$에서

$$\frac{l\{-60+(l-1)d\}}{2}=\frac{(l+7)\{-60+(l+6)d\}}{2}$$

$dl^2-dl-60l=dl^2+13dl-60l+42d-420$

$14dl+42d=420$

$d(l+3)=30$

이므로 d와 $l+3$은 30의 양의 약수이다.

d는 3보다 크고 30보다 작은 자연수이고, $l+3$은 3보다 크므로

$d=5$, $l+3=6$ 또는 $d=6$, $l+3=5$

(ⅰ) $d=5$, $l+3=6$일 때

$l=3$이므로

$$S_3=\frac{3(-60+2\times 5)}{2}=-75$$

이때 $S_m=75$이어야 하므로

$$S_m=\frac{m\{-60+(m-1)\times 5\}}{2}$$

$$=\frac{5m^2-65m}{2}=75$$

$5m^2-65m-150=0$

$m^2-13m-30=0$

$(m+2)(m-15)=0$

$m=-2$ 또는 $m=15$

m은 자연수이므로 m=15

(ⅱ) $d=6$, $l+3=5$일 때

$l=2$이므로

$$S_2=\frac{2(-60+1\times 6)}{2}=-54$$

이때 $S_m=54$이어야 하므로

$$S_m=\frac{m\{-60+(m-1)\times 6\}}{2}$$

$$=\frac{6m^2-66m}{2}=54$$

$6m^2-66m-108=0$

$m^2-11m-18=0$ …… ㉠

방정식 ㉠을 만족시키는 자연수 m은 없다.

(ⅰ), (ⅱ)에서 $d=5$, $l=3$, $l+7=10$, $m=15$이므로

$a_l=a_3=-30+(3-1)\times 5=-20$

$a_{l+7}=a_{10}=-30+(10-1)\times 5=15$

$a_m=a_{15}=-30+(15-1)\times 5=40$

따라서

$a_l+a_{l+7}+a_m=-20+15+40=35$

12)

[정답/모범답안]

19

[해설]

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{a_ka_{k+1}}{2k+1}=4n^2+16n \quad \cdots\cdots ㉠$$

㉠에서

$$\frac{a_7a_8}{15}=\sum_{k=1}^{7}\frac{a_ka_{k+1}}{2k+1}-\sum_{k=1}^{6}\frac{a_ka_{k+1}}{2k+1}$$

$=(4\times 7^2+16\times 7)-(4\times 6^2+16\times 6)$

$=4\times(7^2-6^2)+16\times(7-6)$

$=68$

$$\frac{a_8a_9}{17}=\sum_{k=1}^{8}\frac{a_ka_{k=1}}{2k+1}-\sum_{k=1}^{7}\frac{a_ka_{k+1}}{2k+1}$$
$=(4\times8^2+16\times8)-(4\times7^2+16\times7)$
$=4\times(8^2-7^2)+16\times(8-7)$
$=76$
이므로
$a_7a_8=68\times15$ ⋯⋯ ㉡
$a_8a_9=76\times17=68\times19$ ⋯⋯ ㉢
㉢−㉡을 하면
$a_8(a_9-a_7)=68\times(19-15)=68\times4$
㉢+㉡을 하면
$a_8(a_9-a_7)=68\times(19-15)=68\times34$
$\frac{a_8(a_9-a_7)}{a_8(a_9+a_7)}=\frac{68\times4}{68\times34}$에서
$\frac{a_9-a_7}{a_9+a_7}=\frac{2}{17}$
따라서 $p=17$, $q=2$이므로
$p=q=17+2=19$

13)
[정답/모범답안]
9

[해설]
$a_{n+1}=a_n{}^2-2a_n$ ⋯⋯ ㉠
㉠의 양변에 $n=4$를 대입하면
$a_5=a_4{}^2-2a_4$
$a_4=a_5$이므로
$a_4=a_4{}^2-2a_4$, $a_4{}^2-3a_4=0$
$a_4(a_4-3)=0$
$a_4=0$ 또는 $a_4=3$
그런데 수열 $\{a_n\}$이 모든 항의 0이 아닌 정수이므로
$a_4=3$
㉠의 양변에 $n=3$을 대입하면
$a_4=a_3{}^2-2a_3$이므로
$a_3{}^2-2a_3=3$, $a_3{}^2-2a_3-3=0$
$(a_3+1)(a_3-3)=0$
$a_3=-1$또는 $a_3=3$
㉠의 양변에 $n=2$를 대입하면
$a_3=a_2{}^2-2a_2$ ⋯⋯㉡
(ⅰ) $a_3=-1$이면 ㉡에서
$a_2{}^2-2a_2=-1$, , $a_2{}^2-2a_2+1=0$
$(a_2-1)^2=0$
$a_2=1$
㉠의 양변에 $n=1$을 대입하면
$a_2=a_1{}^2-2a_1$ ⋯⋯ ㉢
$a_2=1$을 ㉢에 대입하면
$a_1{}^2-2a_1=1$, $a_1{}^2-2a_1-1=0$
그런데 이를 만족시키는 정수 a_1는 없다.
(ⅱ) $a_3=3$이면 ㉡에서
$a_2{}^2-2a_2=3$, $a_2{}^2-2a_2-3=0$
$(a_2+1)(a_2-3)=0$
$a_2=-1$또는 $a_2=3$
$a_2\neq a_3$이므로 $a_2=-1$
㉢에서
$a_1{}^2-2a_1=-1$, $a_1{}^2-2a_1+1=0$
$(a_1-1)^2=0$
$a_1=1$
(ⅰ), (ⅱ)에서 $a_1=1$, $a_2=-1$, $a_3=a_4=a_5=3$이므로
$$\sum_{k=1}^{5}a_k=1+(-1)+3+3+3=9$$

14)
[정답/모범답안]
1

[해설]
$a_1=5$
$a_2=a_1-1=4$
$a_3=2a_1-3=7$
$a_4=a_2-1=3$
$a_5=2a_2-3=5$
$a_6=a_3-1=6$
에서 $3\le n\le5$일 때, $3\le a_n\le7$ ⋯⋯ ㉠
$a_{2n}=a_n-1$, $a_{2n+1}=2a_n-3$이므로 ㉠에 의하여
$6\le n\le11$일 때, $2\le a_n\le11$
$a_{12}=a_6-1=6-1=5$이므로
$6\le n\le12$일 때, $2\le a_n\le11$ ⋯⋯ ㉡
$a_{2n}=a_n-1$, $a_{2n+1}=2a_n-3$이므로 ㉡에 의하여
$12\le n\le25$일 때, $1\le a_n\le19$ ⋯⋯ ㉢
$a_{2n}=a_n-1$, $a_{2n+1}=2a_n-3$이므로 ㉢에 의하여
$24\le n\le51$일 때, $-1\le a_n\le35$
㉠에서 $a_n=7$, 즉 $a_3=7$일 때,
$a_7=2a_3-3=11$, $a_{15}=2a_7-3=19$, $a_{31}=2a_{15}-3=35$
따라서 집합 A의 원소의 값 중 최댓값은 35이다.