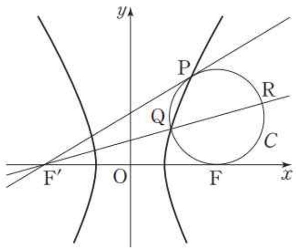
EBS FINAL
기하 선별 23제
by 파급효과

기하 수능특강 p36 2번

[21012-0050]

2 그림과 같이 두 초점이 $\mathrm{F}(c,\ 0)$, $\mathrm{F}'(-c,\ 0)$ $(c>0)$인 쌍곡선 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 위의 제1사분면에 있는 점 P에 대하여 직선 F′P와 점 P에서 접하고 x축과 점 F에서 접하는 원을 C라 하자. 원 C가 쌍곡선과 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하고, 직선 F′Q가 원 C와 만나는 점 중 Q가 아닌 점을 R라 하자. $\overline{\mathrm{F'Q}}\times\overline{\mathrm{F'R}}=64$이고, 점 P의 x좌표가 3일 때, a^2-b^2의 값은?

(단, a, b는 상수이다.)



① -8　② -4　③ 0　④ 4　⑤ 8

문제 Comment

할선정리를 알면 편하다.

기하 수능특강 p36 3번

[21012-0051]

3 두 초점 F, F′이 y축에 대하여 대칭이고, 직선 $y=4\sqrt{5}x$가 한 점근선인 쌍곡선이 포물선 $y^2=40a(x+a)$와 만나는 점 중 제1사분면에 있는 점을 A라 하자. 점 A가 다음 조건을 만족시킬 때, 선분 AF의 길이를 구하시오. (단, a는 양수이다.)

(가) $\overline{\mathrm{AF'}}-\overline{\mathrm{AF}}=2a$
(나) 점 A의 x좌표는 점 F의 x좌표보다 작다.
(다) 삼각형 AF′F의 넓이는 360이다.

문제 Comment
그림이 제시되어 있지 않다. 이차곡선을 그리지 않아도 이차곡선 정의와 관련된 점이나 선들만 모두 표시하면 그림도 깔끔하고 문제도 잘 풀린다.

기하 수능특강 p50 2번

[21012-0075]

2 삼각형 ABC와 등식 $4\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{PB}+3\overrightarrow{CP}$를 만족시키는 점 P에 대하여 직선 AC와 직선 BP의 교점을 D라 하자. 삼각형 DPA의 넓이를 S, 삼각형 PBC의 넓이를 T라 할 때, $\frac{S}{T}$의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

문제 Comment

내분점, 외분점 공식 형태를 찾는다.

기하 수능특강 p66 4번

[21012-0098]

4 평면 위에 $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}}=1$인 삼각형 OAB의 변 AB를 2 : 1로 내분하는 점을 C, 2 : 1로 외분하는 점을 D라 하자. $\angle\mathrm{AOB}=\angle\mathrm{COD}$일 때, $\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}$의 값은?

① $\frac{1}{2}$　② $\frac{2}{3}$　③ $\frac{3}{4}$　④ $\frac{4}{5}$　⑤ $\frac{5}{6}$

문제 Comment

벡터 OC, 벡터 OD를 벡터 OA, 벡터 OB로 표현해보자. $\overrightarrow{\mathrm{OC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OD}}=1$임을 찾으면 끝이다.

기하 수능특강 p67 3번

[21012-0101]

3 좌표평면 위의 두 점 P, Q가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 두 점 P, Q는 원 $x^2+y^2=1$ 위의 점이다.
(나) $\overline{PQ}=\sqrt{2}$

점 R$(2, 3)$에 대하여 $\overrightarrow{RP}\cdot\overrightarrow{RQ}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, Mm의 값은?

① 141 ② 142 ③ 143 ④ 144 ⑤ 145

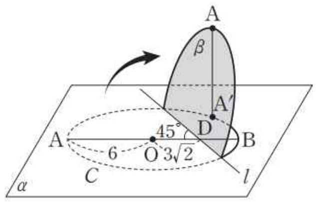
문제 Comment

두 동점의 중점의 자취는 정말 특수한 경우에만 파악할 수 있다. 그런데 이 문제가 바로 그 특수한 경우이다. 선분 PQ의 중점 M의 자취는 중심이 O이고 반지름이 $\sqrt{2}$인 원이다.

기하 수능특강 p82 3번

[21012-0123]

3 그림과 같이 평면 α 위에 놓인 종이에 길이가 12인 선분 AB를 지름으로 하고 중심이 O인 원 C가 그려져 있다. 선분 OB 위에 $\overline{\mathrm{OD}}=3\sqrt{2}$인 점 D를 정하고 점 D를 지나며 선분 AB와 이루는 각의 크기가 45°인 직선 l을 평면 α 위에 그린다. 직선 l을 접는 선으로 하여 점 A를 포함하는 부분을 접을 때, 접힌 도형에서 점 A와 직선 l을 포함하는 평면을 β라 하고, 점 A의 평면 α 위로의 정사영을 A′이라 하자. 점 A′이 원 C 위의 점일 때, 두 평면 α와 β가 이루는 예각의 크기를 θ라 하자. $\cos\theta$의 값은? (단, 종이의 두께는 고려하지 않는다.)



① $3-2\sqrt{2}$ ② $2-\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{2}-1$ ④ $2\sqrt{3}-3$ ⑤ $2-\sqrt{2}$

문제 Comment

점 A의 수선의 발의 자취는 접는 선과 수직임을 꼭 염두에 두자.

기하 수능특강 p97 8번

[21012-0144]

5 좌표공간에 세 점 A$(2, -2, 1)$, B$(1, 0, 3)$, C(a, b, c)가 있다. 점 C를 zx평면에 대하여 대칭이동시킨 점을 D라 할 때, 네 점 A, B, C, D가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $b<0$이고 $\overline{\mathrm{BC}}=6$이다.
(나) 세 점 A, B, D는 한 직선 위에 있다.

$a+b+c$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

문제 Comment
전형적인 삼수선정리 문제이다.

기하 수능특강 p98 1번

[21012-0148]

1 좌표공간에 있는 구 S와 xy평면, yz평면, zx평면이 만나서 생기는 원을 각각 C_1, C_2, C_3이라 하면 세 원 C_1, C_2, C_3이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 세 원 C_1, C_2, C_3의 넓이는 각각 π, 4π, 9π이다.
> (나) 두 원 C_2, C_3은 한 점에서만 만난다.

구 S의 중심의 좌표를 (a, b, c)라 할 때, $a^2+b^2+c^2$의 값을 구하시오.

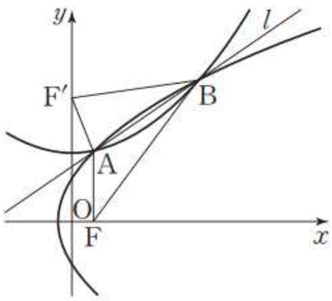
문제 Comment

구를 그릴 필요없이 원의 중심, 원 C_1, C_2, C_3만 그려줘도 충분히 문제가 풀릴 것이다. 평면 α에 의해 잘린 구의 단면인 원의 중심과 구의 중심을 잇는 선은 평면 α에 수직임을 항상 표시하자.

기하 수능완성 p90 4번

04 ▸ 21056-0210

그림과 같이 x축 위의 점 F, y축 위의 점 F′을 각각 초점으로 하는 두 포물선이 만나는 두 점을 A, B라 하자. 두 점 A, B를 지나는 직선 l의 기울기가 $\frac{2}{3}$, $\overline{BF}=\overline{AF}+12$일 때, $\overline{BF'}-\overline{AF'}$의 값은? (단, 두 포물선의 축은 원점에서 만난다.)



① 8　② 9　③ 10　④ 11　⑤ 12

문제 Comment
준선 위치가 정확히 어디인지는 몰라도 일단 그려보면 정의를 이용하여 쉽게 문제가 풀릴 것이다.
이차곡선 문제 중 꽤 참신한 문제였다.

기하 수능완성 p98 28번

28 ▸ 21056-0234

점 P(0, n)에서 쌍곡선 $\frac{x^2}{45}-\frac{y^2}{20}=1$에 그은 두 접선의 접점을 A, B라 하자. 세 점 A, B, P를 꼭짓점으로 하는 삼각형이 둔각삼각형이 되도록 하는 자연수 n의 개수는?

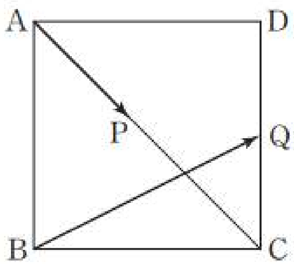
① 2　② 4　③ 6　④ 8　⑤ 10

문제 Comment
둔각이 되려면? 직선 AP와 직선 BP의 기울기의 곱이 -1보다 크고 0보다 작으면 된다. 둔각 조건이 낯설까봐 가져왔다.

기하 수능완성 p102 2번

02 ▸ 21056-0238

그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD의 대각선 AC, 변 CD 위의 점을 각각 P, Q라 하자. $|\overrightarrow{AP}-\overrightarrow{BQ}|$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M \times m$의 값은?



① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 1
④ $\sqrt{2}$ ⑤ 2

문제 Comment
자취를 직접 그려보는 것이 맘 편하다.

기하 수능완성 p105 9번

09 ▸ 21056-0245

좌표평면 위의 세 점 O(0, 0), A(1, 1), B(2, 1)과 직선 $2x-y+4=0$ 위의 점 P, 곡선 $y=-x^2+2$ 위의 점 Q에 대하여 $2\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OQ}=k(2\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB})$를 만족시키는 실수 k의 최솟값은?

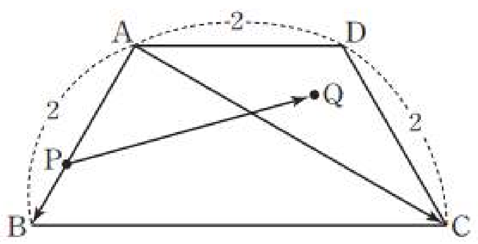
① 5　② $\frac{21}{4}$　③ $\frac{11}{2}$
④ $\frac{23}{4}$　⑤ 6

문제 Comment
표현 때문에 쫄 수도 있으나 좌표를 이용하여 표현하면 매우 간단한 문제 임을 알 수 있다.

기하 수능완성 p109 20번

20 ▸ 21056-0256

그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AD}=\overline{CD}=2$, $\angle ABC=\angle DCB=60°$인 사다리꼴 ABCD가 있다. 변 AB 위의 점 P와 사각형 ABCD의 둘레 또는 내부의 점 Q가 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{PQ}=6$을 만족시킬 때, $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{PQ}$의 최댓값과 최솟값의 곱은?



① -10 ② -12 ③ -14
④ -16 ⑤ -18

문제 Comment

EBS 통틀어 있는 벡터 내적 최대, 최소 문제 중 제일 좋은 문제이다. 각 A가 $\frac{\pi}{2}$임을 찾고 벡터 정사영을 잘 이용하면 깔끔하게 풀린다.

기하 수능완성 p127 31번

31 ▸ 21056-0294

반지름의 길이가 7인 구 S가 x축과 두 점 $\mathrm{A}(-2\sqrt{2},\ 0,\ 0)$, $\mathrm{B}(6\sqrt{2},\ 0,\ 0)$에서 만나고, y축과 두 점 $\mathrm{C}(0,\ -4,\ 0)$, $\mathrm{D}(0,\ 6,\ 0)$에서 만나고, z축과 두 점 E, F에서 만난다. 선분 EF의 길이는?

① 12 ② $4\sqrt{10}$ ③ $4\sqrt{11}$
④ $8\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{13}$

문제 Comment

원의 중심에서 구 위의 두 점을 이은 선분에 수선을 내리면 수직이등분선이 만들어진다.

이를 알아차리면 구의 중심의 좌표가 $(2\sqrt{2}, 1, a)$임을 쉽게 알 수 있다.

기하 수능완성 p128 33번

33

▸ 21056-0296

좌표공간에서 점 A(8, 6, -4)를 중심으로 하고 반지름의 길이가 5인 구가 xy평면과 만나서 생기는 도형을 C_1이라 하자. 점 A를 x축에 대하여 대칭이동시킨 점 A′을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $3\sqrt{5}$인 구가 zx평면과 만나서 생기는 도형을 C_2라 하자. C_1 위의 점 P, C_2 위의 점 Q, x축 위의 점 R에 대하여 $\overline{\mathrm{PR}}+\overline{\mathrm{QR}}$의 최솟값은?

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

문제 Comment
구를 그릴 필요는 없다. 구의 중심과 필요한 길이만 표시하자. 그림을 알아보기 힘들어 뇌절오는 사태가 줄 것이다.

기하 수능완성 p128 34번

34

▸ 21056-0297

좌표공간에서 xy평면에 수직이고
구 $S_1 : (x-3)^2+(y-4)^2+(z-10)^2=1$에 접하는 평면이 구 $S_2 : x^2+y^2+z^2=64$와 만나서 생기는 원의 넓이의 최솟값은 $a\pi$이다. a의 값을 구하시오.

문제 Comment
구 중심 사이의 거리를 파악하고 단면화만 잘 시키면 끝이다.

기하 수능완성 p137 28번

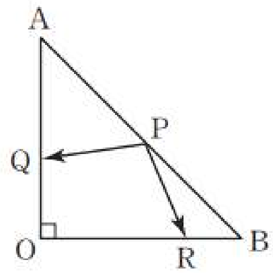
28

▸ 21056-1028

그림과 같이 $\overline{OA}=\overline{OB}=2$이고 $\angle AOB=90°$인 직각이등변삼각형 AOB가 있다. 변 AB 위를 움직이는 점 P, 변 OA 위를 움직이는 점 Q, 변 OB 위를 움직이는 점 R에 대하여

$$\overrightarrow{OX}=\overrightarrow{PQ}+\overrightarrow{PR}$$

를 만족시키는 점 X가 나타내는 영역의 넓이는? [4점]



① 20 ② 22 ③ 24
④ 26 ⑤ 28

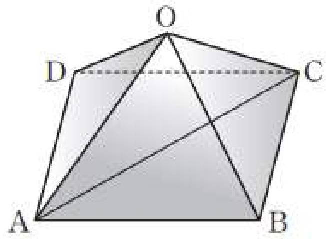
문제 Comment
자취를 그려보자. 주어진 식의 시점을 점 O로 통일하는 것이 편할 것이다.

기하 수능완성 p137 30번

30 ▸ 21056-1030

그림과 같이 밑면 ABCD가 정사각형이고 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OD}=3$인 사각뿔 O$-$ABCD가 있다. 두 점 B, C에서 직선 OA에 내린 수선의 발을 각각 H, I라 하자. $\overline{BH}:\overline{CI}=\sqrt{5}:\sqrt{2}$일 때, 선분 BH의 평면 OAC 위로의 정사영의 길이는 l이다. $l^2=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



문제 Comment

이면각 구하는 문제 중 제일 난이도 있어 들고 왔다. 삼수선 정리, 단면화만 잘 시키면 풀린다.

기하 수능완성 p145 29번

29

▸ 21056-1059

자연수 n에 대하여 점 $(6-n,\ n)$에서 쌍곡선 $x^2-y^2=24$에 그을 수 있는 서로 다른 모든 접선의 개수를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$의 값을 구하시오. [4점]

문제 Comment

직접 접선을 그려가며 판단했는가? 이러면 아마 애매한 지점들도 많고 실수가 많이 할 것이다.

쌍곡선에서 접선개수 변화는 곡선, 점근선을 경계로 이루어진다는 것을 기억해두자.

기하 수능완성 p145 30번

30

▸ 21056-1060

좌표공간에 중심의 x좌표, y좌표, z좌표가 모두 양수이고, xy평면, yz평면, zx평면 중 어느 것과도 만나지 않는 구 S가 있다. 원점 O를 지나는 직선이 구 S와 한 점에서만 만날 때, 만나는 점 중에서 z좌표가 가장 큰 점을 P, 가장 작은 점을 Q라 하면 삼각형 OPQ가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 삼각형 OPQ는 정삼각형이다

(나) 삼각형 OPQ의 무게중심의 좌표는 $\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}, \frac{4}{3}, 2\right)$이다.

선분 PQ의 xy평면 위로의 정사영의 길이를 l이라 할 때, l^2의 값을 구하시오. [4점]

문제 Comment

점 G가 구 위의 점이다. 이것만 알면 단면화도 쉽고 직평각도 금방 구한다.

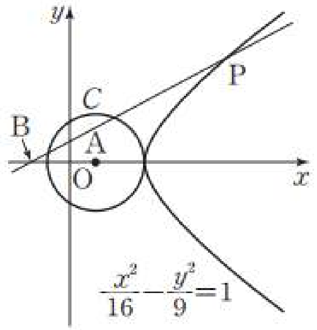
기하 수능완성 p161 27번

27

▸ 21056-1117

그림과 같이 중심이 A$(a,\ 0)$이고 곡선 $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1\ (x>0)$과 한 점에서 만나는 원을 C라 하자. 점 B$(-2,\ 0)$과 곡선 $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1\ (x>0)$ 위를 움직이는 점 P에 대하여 직선 PB가 원 C와 항상 만나도록 하는 a의 최댓값은?

(단, $-2<a<4$) [3점]



① $\dfrac{5}{4}$ ② $\dfrac{11}{8}$ ③ $\dfrac{3}{2}$

④ $\dfrac{13}{8}$ ⑤ $\dfrac{7}{4}$

문제 Comment

쌍곡선의 점근선과 관련된 문제이다. 점근선과 평행하며 점 B를 지나는 직선과 원이 접할 때가 정답 상황이다.

기하 수능완성 p161 28번

28 ▸ 21056-1118

$\overline{\mathrm{OA}}=3\sqrt{2}$, $\overline{\mathrm{OB}}=5$이고 $\angle\mathrm{AOB}=45°$인 삼각형 AOB의 내부의 점 P가

$$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}$$

를 만족시킬 때, $|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|^2$의 값은? [4점]

① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

문제 Comment
주어진 조건을 정리하면 직선 AB는 직선 OP와 수직이고, 직선 AP는 직선 OB와 수직이다.
이후 계산이 편하도록 좌표를 잡으면 쉽게 풀린다.

기하 수능완성 p168 28번

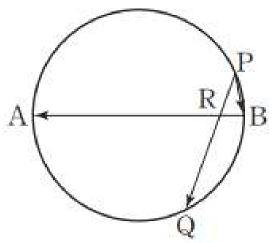
28

▸ 21056-1148

그림과 같이 길이가 6인 선분 AB를 지름으로 하는 원 위의 두 점 P, Q가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $|\overrightarrow{PQ}|=4$
(나) $\overrightarrow{PQ}=3t\overrightarrow{BA}+3\overrightarrow{PB}\ (0<t<1)$

선분 AB와 선분 PQ가 만나는 점을 R라 할 때, $\overline{AR}^2+\overline{RB}^2$의 값은? [4점]



① $\frac{257}{9}$ ② $\frac{260}{9}$ ③ $\frac{263}{9}$ ④ $\frac{266}{9}$ ⑤ $\frac{269}{9}$

문제 Comment
20학년도 수능 기출이 생각나는 좋은 문제이다. 방멱정리를 이용하면 필요한 길이도 금방 구할 것이다.

페이지	답	페이지	답	페이지	답	페이지	답	페이지	답
1	표지	11	2	21	12				
2	1	12	4	22	5				
3	25	13	1	23	4				
4	3	14	2	24	2				
5	3	15	2	25	답지				
6	3	16	2						
7	1	17	28						
8	4	18	1						
9	25	19	17						
10	1	20	18						

EBS는 이 자료에 있는 문제만 푼다면
22학년도 수학 선택과목 기하 EBS 연계 대비로 충분합니다.
올 한해도 수고 많으셨습니다.
내년에는 멋진 대학생활을 하셨으면 합니다.
저도 올해보다 더욱 나은 내년이 되도록 노력하겠습니다.
-파급효과 올림-