EBS FINAL
미적분 선별 13제
by 파급효과

미적분 수능특강 p13 3번

[21011-0016]

3 다항함수 $f(x)$가 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{n\to\infty}\frac{f(n)}{n^2+1}=2$

(나) $\lim_{n\to\infty}(2n+3)f\left(\frac{1}{n}\right)=3$

$f(2)$의 값을 구하시오.

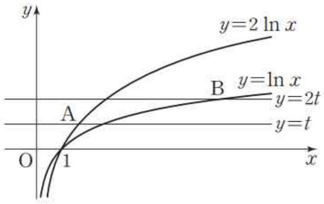
문제 Comment

조건 (나)를 보고 바로 계산에 들어갈 게 아니라 $f(0)=0$이라는 결론과 함께 조건 (가)와 연계하여 $f(x)=2x^2+ax$ (단, a는 실수)임을 알고 $a=\frac{3}{2}$라는 것을 구해야 한다.

미적분 수능특강 p40 2번

[21011-0064]

2 그림과 같이 두 곡선 $y=\ln x$, $y=2\ln x$가 있다. 양수 t에 대하여 곡선 $y=2\ln x$가 직선 $y=t$와 만나는 점을 A, 곡선 $y=\ln x$가 직선 $y=2t$와 만나는 점을 B라 하자. 직선 AB의 기울기를 $f(t)$라 할 때, $\lim_{t\to 0+} f(t)$의 값은?



① $\frac{1}{3}$　② $\frac{2}{3}$　③ 1

④ $\frac{3}{2}$　⑤ 3

문제 Comment

210616(가형)과 비슷한 문제이다. 요새 평가원에서 극한의 기울기를 자주 물어보고 있으므로 무조건 로피탈이나 극한의 상황을 생각하지 말고 평균값 정리 내지 기울기로 해석하는 자세가 필요하다.

미적분 수능특강 p40 4번

[21011-0066]

4 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)=f(x)e^x$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to2}\frac{g(x)}{x-2}=0$

(나) $\lim_{x\to0}\frac{g(2x)-f(2x)}{x}=12$

$f(6)$의 값을 구하시오.

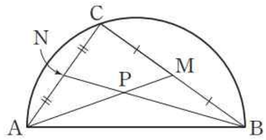
문제 Comment

기출에서 정말 자주 물어본 유형이지만 조건 (가)에서 얻은 결론인 $f(2)=f'(2)=0$에서 $f(x)=a(x-2)^2$을 생각하고 조건 (나)에서 $f(0)$을 구하고 바로 짧게 끝내는 자세가 중요해서 선별하였다. 최대한 간결하게 쓸데없는 연산 없이 해결하자.

미적분 수능특강 p41 6번

[21011-0068]

6 그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 위의 점 C에 대하여 선분 BC의 중점을 M, 선분 AC의 중점을 N, 선분 AM과 선분 BN의 교점을 P라 하자. $\tan(\angle CBN)=\frac{\sqrt{2}}{4}$일 때, $\sin(\angle APB)$의 값은?



① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{7\sqrt{3}}{18}$ ③ $\frac{4\sqrt{3}}{9}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{9}$

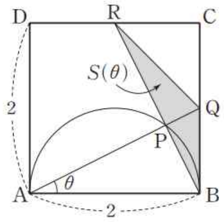
문제 Comment

약간 계산이 있긴 하지만 이런 도형 문제에서 수직인 각을 빠르게 파악하는 것과 길이비를 효율적으로 표현하고 이를 이용해 각에 맞는 삼각비를 구하는 것이 이번 교육과정에서 많이 강화되어 선별했다.

미적분 수능특강 p41 7번

[21011-0069]

7 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 ABCD의 내부에 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 반원의 호 위의 점 P에 대하여 직선 AP가 선분 BC와 만나는 점을 Q, 직선 BP가 선분 CD와 만나는 점을 R라 하고, $\angle PAB=\theta$라 하자. 삼각형 BQR의 넓이를 $S(\theta)$라 할 때, $\lim_{\theta \to 0+} \frac{S(\theta)}{\theta^2}$의 값은? $\left(\text{단, } 0<\theta<\frac{\pi}{4}\right)$



① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1

④ 2 ⑤ 4

문제 Comment

해설지보다 간단한 풀이가 있다. 선분 AQ와 선분 BR이 직교함을 찾으면 선분 BR 길이와 선분 PQ 길이만으로 바로 원하는 넓이를 구할 수 있다. 중등 기하를 최대한 활용하자.

미적분 수능특강 p72 1번

[21011-0116]

1 양수 a에 대하여 곡선 $y=\frac{a}{x^2+1}$ 위의 점 $\mathrm{A}(0,\ a)$에서 이 곡선에 그은 접선 중 기울기가 0이 아닌 두 접선이 x축과 만나는 점을 각각 B, C라 하고, $\angle\mathrm{BAC}=\theta$라 하자. $\tan\theta=\frac{4}{3}$일 때, 상수 a의 값을 구하시오.

문제 Comment

미분없이 그래프를 그리기 쉬운 함수 중 하나이다.

미적분 수능특강 p72 2번

[21011-0117]

2 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{a(x+1)^2}{x^2+1} & (x\le 1) \\ x^3+bx^2+cx+d & (x>1) \end{cases}$$ ($a>0$이고, a, b, c, d는 상수)

일 때, 실수 t에 대하여 방정식 $f(x)=t$의 실근의 개수를 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(-a)\times f(a)$의 값은?

(가) $g(0)=2$

(나) $\lim_{t\to 4-} g(t)-\lim_{t\to 4+} g(t)=2$

① $\frac{4}{5}$　② $\frac{8}{5}$　③ $\frac{12}{5}$　④ $\frac{16}{5}$　⑤ 4

문제 Comment

수2 과정과 미적분 과정을 잘 조합하여 낸 문제이다.

미적분 수능특강 p102 3번

[21011-0174]

3 정의역이 $\{x \mid -3<x<3\}$인 함수 $f(x)=\dfrac{\ln(3+x)+\ln(3-x)}{2}$에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 두 직선 $x=-2$, $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이가 $m\ln 5-4$이다. 자연수 m의 값을 구하시오.

문제 Comment
대칭성에 유의하여 접근하자. 대칭성만 잘 파악해도 문제 절반은 푼 거다.

미적분 수능완성 p91 12번

12 ▸ 21055-0218

실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)=\frac{x-1}{3}$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{\{f(x)\}^{2n+1}+3f(x)+1}{\{f(x)\}^{2n}+1}$$

이라 하자. 방정식 $g(x)=\frac{5}{2}$의 모든 실근의 합을 구하시오.

(단, n은 자연수이다.)

문제 Comment

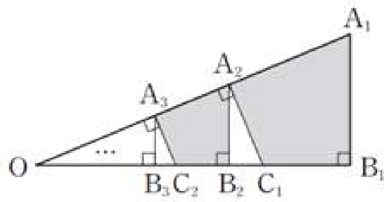
항상 기출에서 나왔던 케이스 분류 문제이다. 어려운 문제는 아니지만 확실히 출제 시 몇 년간 정답률이 높지 않았던 유형이다. 케이스 분류를 두려워하지 말고 차근차근 범위를 나눠서 극한값을 구해보자. 의외로 가형 킬러 30번도 이런 좌극한 우극한의 관계를 이용해 내는 경우가 많았다.

미적분 수능완성 p97 27번

27

▸ 21055-0233

그림과 같이 $\overline{OA_1}=13$, $\overline{OB_1}=12$, $\angle OB_1A_1=\frac{\pi}{2}$인 직각삼각형 A_1OB_1이 있다. 선분 OB_1 위의 점 C_1에 대하여 점 C_1에서 선분 OA_1에 내린 수선의 발을 A_2라 할 때, $\overline{C_1B_1}=\overline{C_1A_2}$를 만족시키도록 두 점 C_1, A_2를 잡고, 점 A_2에서 선분 OB_1에 내린 수선의 발을 B_2라 하자. 또 선분 OB_2 위의 점 C_2에 대하여 점 C_2에서 선분 OA_2에 내린 수선의 발을 A_3이라 할 때, $\overline{C_2B_2}=\overline{C_2A_3}$을 만족시키도록 두 점 C_2, A_3을 잡고, 점 A_3에서 선분 OB_2에 내린 수선의 발을 B_3이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 선분 OB_n 위의 점 C_n에 대하여 점 C_n에서 선분 OA_n에 내린 수선의 발을 A_{n+1}이라 할 때, $\overline{C_nB_n}=\overline{C_nA_{n+1}}$을 만족시키도록 두 점 C_n, A_{n+1}을 잡고, 점 A_{n+1}에서 선분 OB_n에 내린 수선의 발을 B_{n+1}이라 하자. 사각형 $A_nA_{n+1}C_nB_n$의 넓이를 S_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$의 값은?



① $\frac{845}{33}$ ② 26 ③ $\frac{845}{32}$

④ $\frac{1690}{63}$ ⑤ $\frac{845}{31}$

문제 Comment

계산은 좀 지저분하지만 무등비 부분에서 물어볼 거는 다 들어있는 문항이다. ‘합동인 두 삼각형을 찾기’ 이거 상당히 기본적인 중학도형인데 의외로 의식하지 않으면 현장에서 빠르게 생각하기 어렵다. 그냥 계산 문제 정도가 아닌 공비를 구하고 초항을 구하는 순서로 풀되 이에 더 나아가 n과 $n+1$에 대한 관계까지 정리해두면 논술 공부할 때 크게 도움이 될 것이다.

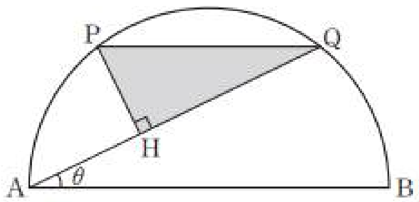
미적분 수능완성 p104 12번

12 ▸ 21055-0245

그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원에서 선분 AB에 평행한 직선이 반원의 호 AB와 만나는 두 점 중 점 A에 가까운 점을 P, 점 B에 가까운 점을 Q라 하고, 점 P에서 선분 AQ에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$\angle QAB=\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{4}\right)$일 때, 삼각형 PHQ의 넓이를 $S(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta\to\frac{\pi}{4}-}\frac{S(\theta)}{(\pi-4\theta)^2}=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



문제 Comment

간단한 계산문제다. 단, 중학도형을 끝까지 활용할 수 있을 때까지 연습해보자. 원주각이 동일하다는 것을 캐치파고 호 PA와 호 QB가 같음을 찾을 수 있어야 한다. 그 이후로는 단순 계산이지만 이런 식을 도형을 볼 때 해당 각과 같은 위치 관계에 있는 게 무엇이 있는지를 찾는 것이 최우선시 되어야 한다. 도형은 이게 빠르게 보이느냐가 풀이에 결정타를 날리는 경우가 많다.

미적분 수능완성 p112 35번

35 ▸ 21055-0268

양의 실수 x에 대하여 부등식 $x\ln x \le x + kx^2$이 항상 성립하도록 하는 실수 k의 최솟값은?

① $\frac{1}{e}$　② $\frac{2}{e}$　③ $\frac{1}{e^2}$

④ $\frac{2}{e^2}$　⑤ $\frac{3}{e^2}$

문제 Comment

단순히 이항해서 미분 후 계산해서 구하지 말고 '양의 실수 x' 조건을 보고 $\frac{\ln x - 1}{x} \le k$ 이런 식으로 변형해서 새로운 함수의 극댓값으로 푸는 것을 시도해야 한다. 해당 발상이 181121(가형), 190721, 200621 등에서 킬러 아이디어로 여럿 등장했고 지금 수능은 이런 킬러 기출 아이디어를 차용한 준킬러 문항을 내고 있다. 이런 아이디어는 바로바로 떠오를 수 있게끔 연습해야 한다.

미적분 수능완성 p119 15번

15 ▸ 21055-0284

구간 $[0, \infty)$에서 연속인 함수 $f(x)$가 $x \geq 0$인 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)=\sqrt{x}e^{x-1}+\int_1^0 f(x^2)dx$$

를 만족시킬 때, $f(1)$의 값은?

① $\frac{1}{4}+\frac{1}{4e}$ ② $\frac{1}{4}+\frac{1}{2e}$ ③ $\frac{1}{2}+\frac{1}{4e}$
④ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2e}$ ⑤ $\frac{3}{4}+\frac{1}{4e}$

문제 Comment

처음에는 $f(x^2)$ 꼴을 보고 '응? 어떻게 하라는 거지?' 하고 뇌절이 올 수도 있다. '치환을 해도 적분할 수 없는데, 어떻게 적분을 하느냐' 싶을 때 대답은 간단하다. '치환을 할 이유가 없다.' 그냥 저 자체가 x에 대한 식이 아닌, 정적분에 의한 상수임을 간파하고 그냥 계산을 들어가면 된다. 수능에서 이 발상 자체를 차용하지는 않겠지만, 만약 수능에서 적분이 안 되는 듯한 함수가 보이면 어떻게 치환하는지를 생각하기에 앞서 '이걸 적분할 필요가 있나?' 라는 생각이 선행되어야 한다.

페이지	답	페이지	답	페이지	답	페이지	답	페이지	답
1	표지	11	4						
2	11	12	5						
3	2	13	3						
4	24	14	3						
5	1	15	답지						
6	4								
7	4								
8	1								
9	5								
10	15								

EBS는 이 자료에 있는 문제만 푼다면
22학년도 수학 선택과목 미적분 EBS 연계 대비로 충분합니다.
올 한해도 수고 많으셨습니다.
내년에는 멋진 대학생활을 하셨으면 합니다.
저도 올해보다 더욱 나은 내년이 되도록 노력하겠습니다.
-파급효과 올림-