EBS FINAL 공통과목
수1, 수2 선별 34제
by 파급효과

수학1 수능특강 p50 6번

[21008-0087]

6 정의역이 $\{x \mid 0 \le x < 2\pi\}$인 함수 $y=\sin^2\left(x+\frac{7}{6}\pi\right)+\sin\left(x+\frac{5}{3}\pi\right)+2$가 $x=a\pi$ 또는 $x=b\pi$에서 최댓값 M을 갖고 $x=c\pi$에서 최솟값 m을 갖는다. $a+b+c+M+m$의 값은? (단, $a<b$)

① $\frac{31}{4}$　② $\frac{33}{4}$　③ $\frac{35}{4}$　④ $\frac{37}{4}$　⑤ $\frac{39}{4}$

문제 Comment

기출 Idea이다. $\sin\left(x+\frac{5}{3}\pi\right)$를 $\sin\left(x+\frac{1}{6}\pi+\frac{3}{2}\pi\right)$로 바라보면 금방 방향성을 잡을 것이다.

수학1 수능특강 p51 3번

[21008-0092]

3 실수 k에 대하여 x에 대한 방정식 $4\sin^2 x+\sin^2\left(\frac{3}{2}\pi-x\right)+3\sin(\pi+x)-k=0$ $\left(0\le x<\frac{3}{2}\pi\right)$를 만족시키는 서로 다른 모든 실수 x의 개수를 $f(k)$라 하자. 직선 $y=ax-a+4$와 함수 $y=f(x)$의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 a의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값은?

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ 2 ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{10}{3}$

문제 Comment

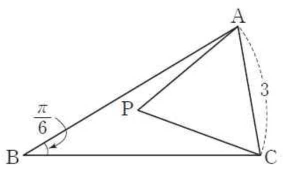
$f(k)$를 차분히 그려보자.

수학1 수능특강 p55 예제 1번

예제 1 사인법칙

그림과 같이 $\overline{AC}=3$, $\angle ABC=\frac{\pi}{6}$인 삼각형 ABC의 내부에 점 P가 있다.

삼각형 APC가 정삼각형이고 $\sin(\angle PCB)=\frac{\sqrt{29}}{15}$일 때, 선분 BC의 길이는?



① 5 ② $\frac{26}{5}$ ③ $\frac{27}{5}$ ④ $\frac{28}{5}$ ⑤ $\frac{29}{5}$

문제 Comment

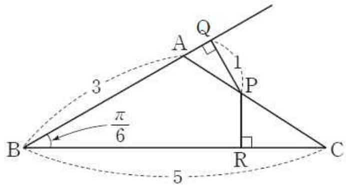
각 ABC가 $\frac{\pi}{6}$이고, 각 APC가 $\frac{\pi}{3}$이다. 중심각, 원주각 관계를 발견하고 삼각형 ABC의 외접원의 중심이 점 P인 것을 알아차리면 금방 풀릴 것이다.

수학1 수능특강 p61 유제 6번

유제 6

[21008-0099]

그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=5$, $\angle ABC=\frac{\pi}{6}$인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AC 위의 점 P에서 두 직선 AB, BC에 내린 수선의 발을 각각 Q, R라 하자. 선분 PQ의 길이가 1일 때, 선분 PR의 길이는?



① $\frac{4}{5}$ ② $\frac{17}{20}$ ③ $\frac{9}{10}$

④ $\frac{19}{20}$ ⑤ 1

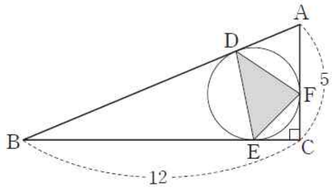
문제 Comment

수1 수능특강에서 한 문제만 뽑아보라면 이걸 뽑을 것이다. 엄청 어려워서가 아니라 기출로 익힐 수 없는 생소한 Idea를 지닌 문제이다. 선분 BP를 그어주자. 삼각형 ABC 넓이, 삼각형 ABP의 넓이는 쉽게 알 수 있다. 이제 삼각형 BCP의 넓이만 표현하면 되는데 선분 BC의 길이 역시 알고 있다. 이걸 알아차리면 금방 푼다.

수학1 수능특강 p66 12번

[21008-0119]

12 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AC}}=5$, $\overline{\mathrm{BC}}=12$, $\angle\mathrm{ACB}=\frac{\pi}{2}$인 삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 내접원이 세 변 AB, BC, CA와 접하는 점을 각각 D, E, F라 할 때, 삼각형 DEF의 넓이는?



① $\frac{54}{13}$ ② $\frac{56}{13}$ ③ $\frac{58}{13}$

④ $\frac{60}{13}$ ⑤ $\frac{62}{13}$

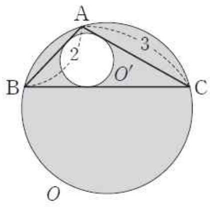
문제 Comment

원의 중심을 꼭 표시하고 접점에 수선의 발을 내리자. 내접원의 반지름은 금방 찾을 것이다. 삼각형의 넓이는? 각 A, 각 B, 각 C의 sin 값을 알기에 $\frac{1}{2}ab\sin\theta$를 이용하면 넓이를 쉽게 구할 수 있다.

수학1 수능특강 p67 3번

[21008-0122]

3 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=2$, $\overline{\mathrm{AC}}=3$인 삼각형 ABC의 외접원을 O, 내접원을 O'이라 하자. $\cos(\angle \mathrm{BAC})=-\frac{1}{4}$일 때, 외접원 O의 내부와 내접원 O'의 외부의 공통부분의 넓이가 $\frac{q}{p}\pi$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



문제 Comment

어렵지는 않다. 내접원의 반지름을 구할 때는

‘ 각형 ABC $=\frac{1}{2}\times$ 삼각형 ABC 둘레 $\times$ 내접원의 반지름’을 이용하면 된다.

수학1 수능특강 p102 3번

[21008-0189]

3 자연수 n에 대하여 곡선 $y=x^2$과 직선 $y=x+n$이 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A_n, B_n이라 하자. 선분 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n$을 지름으로 하는 원이 곡선 $y=x^2$과 만나는 점 중 두 점 A_n, B_n이 아니고 x좌표가 0 이상인 점을 C_n이라 하자. 점 C_n의 x좌표를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10}(a_n^2+a_n-1)$의 값은?

① 25 ② 30 ③ 35 ④ 40 ⑤ 45

문제 Comment

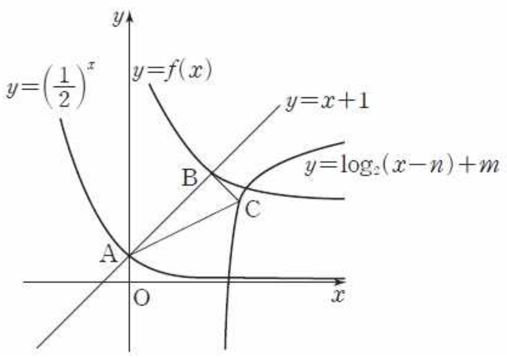
$\mathrm{A}_n(p,p^2)$, $\mathrm{B}_n(q,q^2)$, $\mathrm{C}_n(a_n,a_n^2)$로 두자. p,q는 방정식 $x^2-x-n=0$의 두 근이다.
AC와 AB가 수직임을 이용한 식을 정리하면 $(a_n+p)(a_n+q)=-1$이라는 식을 얻을 수 있다.
이 이후에는 근과 계수의 관계를 이용하면 끝이다.

수학1 수능완성 p16 27번

27 ▸ 21054-0027

함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동하면 함수 $y=f(x)$의 그래프와 일치한다. 함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$의 그래프가 y축과 만나는 점 A는 이 평행이동에 의하여 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=x+1$의 교점 B로 이동된다. 또 점 B를 지나고 기울기가 -1인 직선과 함수 $y=\log_2(x-n)+m$의 그래프의 교점을 C라 하자. 삼각형 ABC의 넓이가 6일 때, $f(2)$의 값을 구하시오.

(단, m, n은 양의 실수이다.)



문제 Comment

22학년도 9평 21번이 이 문제의 순화된 버전이다. $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$와 $y=x+1$의 교점인 점 A가 같은 평행이동으로 점 B로 이동하였다. 이 말은 $n=m$이라는 뜻이다. 따라서 $\mathrm{B}(n,n+1)$이다.

$y=\log_2(x-n)+n$의 역함수는 $y=2^{x-n}+n$이다. $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-n}+n$와 유사하지 않은가?

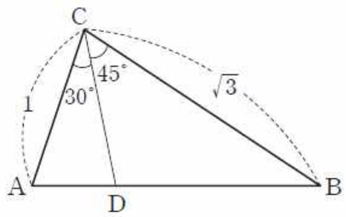
그렇다. $y=2^{x-n}+n$, $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-n}+n$은 $x=n$에 대하여 대칭이다.

따라서 $y=2^{x-n}+n$는 $\mathrm{B}(n,n+1)$를 지난다. 역함수 관계가 등장했으니 $y=x$를 표시해준다.
점 B와 점 C는 $y=x$에 대하여 대칭이므로 선분 BC의 거리는 $\sqrt{2}$이다.

수학1 수능완성 p25 18번

18 ▸ 21054-0048

그림과 같이 삼각형 ABC에서 $\overline{AC}=1$, $\overline{BC}=\sqrt{3}$이다. 선분 AB 위의 점 D에 대하여 $\angle ACD=30°$, $\angle BCD=45°$일 때, $\dfrac{\overline{BD}}{\overline{AD}}$의 값은?



① 2 ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{6}$
④ $\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

문제 Comment
각 ADC를 θ로 두고, 각 CDB를 $\pi-\theta$로 두자. 사인법칙을 이용하면 길이들을 쉽게 표현할 수 있을 것이다. $\sin\theta=\sin(\pi-\theta)$는 도형에서 잘 이용되는 아이디어이니 잘 알아두자.

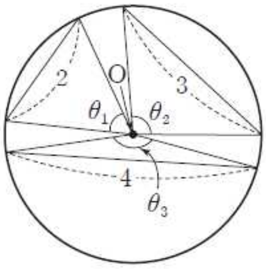
수학1 수능완성 p27 26번

26

▸ 21054-0056

그림과 같이 원에 길이가 각각 2, 3, 4인 세 개의 현이 있다. 이 세 개의 현 각각에 대응하는 중심각의 크기를 각각 θ_1, θ_2, θ_3이라 할 때, $\theta_3=\theta_1+\theta_2$가 성립한다. $\cos\theta_1$의 값은?

(단, $\theta_3<180°$이고 점 O는 원의 중심이다.)



① $\frac{15}{32}$ ② $\frac{17}{32}$ ③ $\frac{19}{32}$

④ $\frac{21}{32}$ ⑤ $\frac{23}{32}$

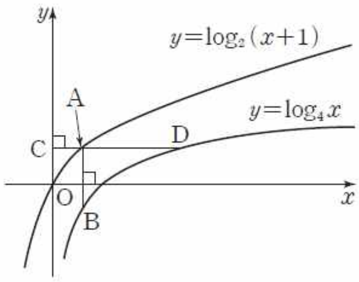
문제 Comment

당황스러울 수도 있는 문제이다. $\theta_3=\theta_1+\theta_2$ 조건으로 이동을 잘 시키면 원에 내접하며 길이의 변이 각각 2, 3, 4인 삼각형을 발견할 수 있다. 이것만 알아보면 이제 평범한 문제로 바뀐다.

수학1 수능완성 p133 13번

13 ▸ 21054-1013

그림과 같이 곡선 $y=\log_2(x+1)$ 위의 점 A의 x좌표는 1보다 작은 양수이다. 점 A를 지나고 y축에 평행한 직선이 곡선 $y=\log_4 x$와 만나는 점을 B라 하고, 점 A를 지나고 x축에 평행한 직선이 y축, 곡선 $y=\log_4 x$와 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 선분 AB의 길이가 자연수 k일 때 세 점 A, C, D를 각각 A_k, C_k, D_k라 하자. k의 최솟값을 l이라 할 때, $\displaystyle\sum_{k=l}^{l+9}\frac{\overline{\mathrm{C}_k\mathrm{D}_k}}{\overline{\mathrm{C}_k\mathrm{A}_k}}$의 값은? [4점]



① $\dfrac{2^{20}-4}{3}$ ② $\dfrac{2^{22}-16}{3}$ ③ $\dfrac{2^{22}-4}{3}$

④ $\dfrac{2^{24}-16}{3}$ ⑤ $\dfrac{2^{24}-4}{3}$

문제 Comment

좌표를 잡을 때 되도록 로그나 루트보단 지수 형태로 들어가게 잡자. 이러는 것이 계산이 훨씬 편하다.

$\mathrm{C}(0,t)$로 잡자. $t-\log_4(2^t-1)=k$, $\dfrac{\mathrm{CD}}{\mathrm{CA}}=\dfrac{4t}{2^t-1}$를 뽑아 낼 수 있다. 여기서 막혔는가?

무서워하지 말고 $t-\log_4(2^t-1)=k$를 정리하면 $\dfrac{4t}{2^t-1}$ 꼴을 금방 발견할 것이다.

수학1 수능완성 p135 21번

21 ▸ 21054-1021

다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$이 존재하도록 하는 자연수 p의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값을 구하시오. [4점]

(가) $a_1=1$, $a_{18}=32$
(나) 모든 자연수 n에 대하여
$$a_{n+1}=\begin{cases} 2a_n & (a_n \le p) \\ \log_2 a_n & (a_n > p) \end{cases}$$
이다.

문제 Comment
일정한 주기로 반복되는 수열이다. 주기 크기를 어떻게 설정하면 $a_{18}=32$가 될지 몇몇 항을 나열하다 보면 쉽게 알 수 있다.

수학1 수능완성 p143 21번

21

▸ 21054-1051

첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 수열 $\{a_n+a_{n+1}\}$은 공차가 3인 등차수열이다.
(나) $a_{20}=32$

$\sum_{k=1}^{20} a_k$의 값을 구하시오. [4점]

문제 Comment
정리하면 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+2}-a_n=3$이다. 이제 $a_2=a$로 잡고 등차수열 합을 적절히 이용하면 구하고자 하는 것을 간단히 나타낼 수 있을 것이다.

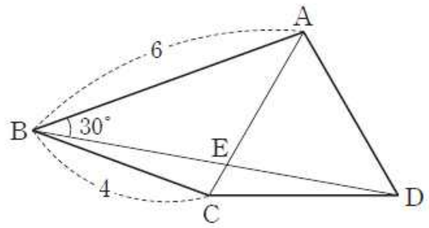
수학1 수능완성 p151 21번

21

▸ 21054-1081

그림과 같이 사각형 ABCD의 두 대각선이 만나는 점을 E라 하자. $\overline{AB}=6$, $\overline{BC}=4$, $\angle ABE=30°$이고 삼각형 ACD가 정삼각형일 때, 삼각형 AED의 외접원의 지름의 길이는 $\frac{q(\sqrt{21}-3)}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



문제 Comment

미적분 과정의 삼각함수 덧셈정리를 이용하면 너무 편해지기에 위 문제처럼 미적분 선택자에게 너무 유리한 문제는 안 낼 듯 싶지만 그래도 선별한 이유가 있다. 각 ACD가 $\frac{\pi}{3}$이므로 각 ACD를 중심각으로, 각 ABD를 원주각으로 바라볼 줄 알았으면 한다.

수학1 수능완성 p156 11번

11

▸ 21054-1101

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_3=3$, $b_2=6$
(나) 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+3}-a_{n+1}=b_{n+2}-b_n=b_{n+3}-b_{n+1}$$

이다.

$\sum_{k=1}^{8}(a_{k+1}-b_{k+1})=48$일 때, $\sum_{k=1}^{8}(a_{2k}-b_{2k+1})$의 값은? [4점]

① 118 ② 120 ③ 122
④ 124 ⑤ 126

문제 Comment
문항 아이디어는 전전 문제와 유사하다. 다만, 이 문제는 점화식을 잘 정리하면 계산이 좀 깔끔해진다. 하지만 점화식을 잘 정리하면 계산이 쉬운 형태인 20학년도 수능 나형 21번만을 고집하고 점화식을 어떻게든 깔끔히 정리하려다가 막히게 되는 경우도 많다. 이럴 때는 무서워하지 말고 적당한 항 하나를 문자로 잡고 '용감하게' 전개해도 풀린다. 비록 멋있는 풀이는 아니겠지만 수능 땐 어떻게든 풀어야 하지 않겠는가? 결론은 최대한 점화식을 정리해보려 하지만 잘 안 되면 몇몇 항을 문자로 잡고 용감하게 전개하는 피지컬도 있어야 한다.

수학2 수능특강 p27 1번

[21009-0042]

1 실수 t에 대하여 원 $(x-t)^2+y^2=4$가 두 직선 $3x+4y-8=0$, $4x-3y+6=0$과 만나는 서로 다른 점의 개수를 $f(t)$라 하자. 함수 $f(t)$가 $t=a$에서 불연속인 모든 실수 a의 개수는?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

문제 Comment

교점 개수 찾기라는 뻔한 소재이다. 다만, 고려해야 할 case가 꽤 많기에 실수 없이 한 번에 답 내긴 어려울 거다. 한 번에 맞췄다고? 잘했다. 수능 때도 실수 안 할거다. 실수했다고? 걱정마라. 수능 땐 실수 안 할거다.

수학2 수능특강 p43 3번

[21009-0076]

6 최고차항의 계수와 상수항이 모두 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여

$$\begin{cases} x^2-4 \le f(x) \le x-2 & (2-t<x<2) \\ x-2 \le f(x) \le x^2-4 & (2<x<2+t) \end{cases}$$

를 만족시키는 양의 실수 t가 존재한다. $\lim_{x \to 1}\{f'(0)-f'(x)\}$의 값이 짝수일 때, $f(1)$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

문제 Comment

$f(2)=0$, $1 \le f'(2) \le 4$ 조건을 뽑아 내면 끝난다. 교점에서의 기울기를 따져 그래프 위아래 관계를 표현하는 문제이다. 어떤 기출이 떠오르지 않는가?

수학2 수능특강 p57 1번

[21009-0096]

1 함수 $f(x)=\begin{cases} x^3-3x & (x<0) \\ \frac{7}{3}x & (x\ge 0) \end{cases}$과 양의 실수 t에 대하여 함수 $g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<a) \\ f(x-t) & (x\ge a) \end{cases}$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a의 개수를 $h(t)$라 하자. 함수 $h(t)$가 $t=\alpha$에서 불연속인 실수 α의 값이 $\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

문제 Comment

$f(a)=f(a-t)$가 되어야 하는 건 알겠는데 다음 방향을 못 잡았나? 이는 a, t가 상수인지 변수인지 구분을 잘못했기 때문일 것이다. $f(a)=f(a-t)$에서 a를 변수로 t를 상수로 바로 보면 된다. 한마디로 $h(t)$는 $f(x)$와 $f(x)$를 x축 방향으로 t만큼 평행이동한 $f(x-t)$의 교점의 개수를 뜻하는 것이다. 이러니 마음이 편하지 않은가? $h(t)$가 불연속이 될 때는 당연히 $y=\frac{7}{3}x$와 $y=f(x-t)$가 접할 때일 것이다. 미적분이란 학문에서 상수, 변수 구별이 매우 중요한데 이것이 교육과정에서 자세히 다루지 않아 아쉬울 따름이다.

수학2 수능특강 p86 1번

[21009-0148]

1 다항함수 $f(x)$와 삼차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$의 값은?

(가) $f(1)=3$, $g(0)=0$
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)+xf'(x)=3x^2-6x+4+g'(x)$이다.
(다) 함수 $y=g(x)$의 그래프는 점 $(p, 0)$ $(p\neq0)$에서 x축에 접한다.

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

문제 Comment
별 많이 할 말이 없다. 곱합수의 미분을 잘 알아보자. 여기서는 $(xf(x))'$을 알아보면 된다.
선별에는 안 넣어뒀지만 $((x^2-4)f(x))'=(x^2-4)f'(x)+2xf(x)$ 형태도 존재한다.
수2 과정에서 뭔가 적분 꼴이 잘 안 보이면 이를 의심해보자. 아마 곱합수 미분을 놓친 것이 맞을 것이다. 미적분 과정은? 미적분은 치환적분, 부분적분 등등 매우 다양하니 더 많은 것을 고려해야 한다.
파이팅이다.

수학2 수능특강 p86 3번

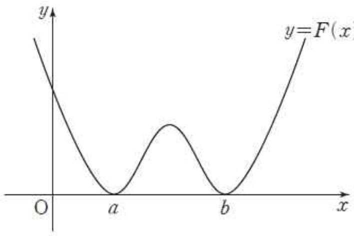
[21009-0150]

3 삼차함수 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 할 때, 함수 $F(x)$의 사차항의 계수는 1이고, 함수 $y=F(x)$의 그래프는 그림과 같이 두 점 $(a, 0)$, $(b, 0)$에서 x축에 접한다. $F(p)=32$일 때, 두 함수

$$S(x)=\int_p^x f(t)dt,\ T(x)=\int_p^x |f(t)|dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다. $f(2)$의 값은?

(단, p는 상수이고, $0<a<3<b$이다.)



(가) 두 함수 $y=F(x)$, $y=|S(x)|$의 그래프의 한 교점 $(k, F(k))$에서의 접선의 기울기가 서로 같다.
(나) $S(3)+T(3)=S(5)+T(5)$

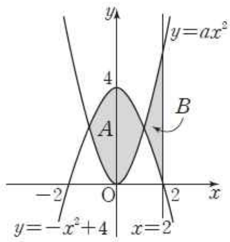
① 12 ② 16 ③ 20 ④ 24 ⑤ 28

문제 Comment
도함수로부터 원함수 그래프 개형 그리기. 끝.

수학2 수능특강 p99 6번

[21009-0164]

6 그림과 같이 두 곡선 $y=ax^2$, $y=-x^2+4$로 둘러싸인 부분의 넓이를 A라 하고, 두 곡선 $y=ax^2\ (x>0)$, $y=-x^2+4\ (x>0)$ 및 직선 $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이를 B라 할 때, $A=2B$이다. 상수 a의 값은? (단, $a>0$)



① $\frac{3}{2}$　　② 2　　③ $\frac{5}{2}$

④ 3　　⑤ $\frac{7}{2}$

문제 Comment

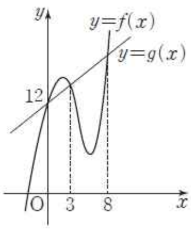
계산 열심히 하지말고 생각해보자. $\int_0^2 ax^2-(-x^2+4)dx=0$임을 이용하면 좋지 않을까?

이차함수가 축대칭이라는 것은 항상 염두에 두어야 한다.

수학2 수능특강 p102 2번

[21009-0177]

2 최고차항의 계수가 양수이고 $f(0)=12$인 삼차함수 $f(x)$와 일차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(1)+g(1)$의 값은? (단, $0 \le x \le 3$에서 $f(x) \ge g(x) \ge 0$이다.)



(가) 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=g(x)$는 서로 다른 세 점에서 만나고 이 세 점의 x좌표는 각각 0, 3, 8이다.
(나) 닫힌구간 $[0, 3]$에서 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=g(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이는 13이다.
(다) 닫힌구간 $[0, 3]$에서 곡선 $y=-f(x)$와 직선 $y=g(x)$ 및 두 직선 $x=0$, $x=3$으로 둘러싸인 부분의 넓이는 94이다.

① $\frac{286}{9}$ ② 32 ③ $\frac{290}{9}$ ④ $\frac{292}{9}$ ⑤ $\frac{98}{3}$

문제 Comment

그래프 그리면 쉽게 알 것이다. $\int_0^3 g(x)-(-f(x))dx = \int_0^3 g(x)dx + 13$인걸 알아차리면 끝.

수학2 수능특강 p102 3번

[21009-0178]

3 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도 $v(t)$가 $v(t)=-t^2+4t$이고, 시각 $t=0$에서 점 P의 위치는 원점이다. 음이 아닌 실수 a에 대하여 시각 $t=a$에서 $t=a+2$까지 점 P가 움직인 거리를 $f(a)$라 할 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

| 보기 |

ㄱ. $f(1)=\frac{22}{3}$

ㄴ. $\lim_{a\to\infty}\frac{f(a)}{a^2}=2$

ㄷ. 함수 $f(a)$는 $a=2+2\sqrt{3}$에서 최솟값을 갖는다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

문제 Comment

물리학 선택자는 변위, 거리 차이를 확실히 알겠지만 나머지는? 그래도 잘 알고 있을 거라 믿는다.

노파심에 말하는 거지만 속도 적분은 거리가 아닌 변위이다.

수학2 수능완성 p56 35번

35 ▸ 21054-0131

모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(x+2)$를 만족시키는 함수

$$f(x)=\begin{cases} x+k & (-1\le x<0) \\ x^2+3 & (0\le x<1) \end{cases}$$

과 $g(x)=f(x)+(k+1)f(x+1)$이 다음 조건을 만족시킬 때, $f\left(-\frac{1}{3}\right)$의 값은? (단, k는 상수이다.)

(가) $f(-1)>0$
(나) 함수 $g(x)$는 $x=1$에서 연속이다.

① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ 2
④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

문제 Comment
연속성을 차분히 잘 따져주면 쉽게 풀 수 있을거다.

수학2 수능완성 p66 17번

17 ▸ 21054-0151

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$의 최댓값은?

(가) $f(0)=f'(1)$
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f'(x) \geq f'(1)$
(다) 열린구간 $(-1, 2)$에 속하는 임의의 서로 다른 두 실수 x_1, x_2에 대하여 $(x_1-x_2)\{f(x_1)-f(x_2)\} \leq 0$이다.

① -31 ② -33 ③ -35
④ -37 ⑤ -39

문제 Comment
$f'(x)$가 $x=1$대칭인 것을 이용하여 $f'(x)$의 식을 작성하면 금방 풀릴거다.

수학2 수능완성 p67 22번

22

▸ 21054-0156

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x\geq 0) \\ f(-x) & (x<0) \end{cases}$$

이라 하자. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

(가) $f(1)=f'(1)=0$

(나) 0이 아닌 실수 k에 대하여 함수 $|g(x)-3|$은 $x=k$, $x=-k$에서만 미분가능하지 않다.

(다) 열린구간 $(0, 1)$에 속하는 임의의 실수 x_1, x_2에 대하여 $f'(x_1)f'(x_2)>0$이다.

보기

ㄱ. $f(0)>0$이면 함수 $|g(x)|$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

ㄴ. 함수 $g(x)$는 항상 극댓값을 갖는다.

ㄷ. $f(2)$의 최댓값은 19이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

문제 Comment

case가 좀 많이 나와 킹받는다. $f(1)=f'(1)=f'(0)=0$을 뽑아내고 케이스를 나누면 접근이 편할 거다.

수학2 수능완성 p72 38번

38 ▸ 21054-0172

사차함수 $f(x)=(x-1)^3(x-3)$과 이차함수 $g(x)=(x-k)^2+m$이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 방정식 $(f\circ g)(x)=0$은 서로 다른 세 실근을 갖는다.
> (나) 모든 실수 x에 대하여 부등식 $(f\circ g)(x)\geq(f\circ g)(2)$가 성립한다.

모든 실수 k의 값의 곱은? (단, m은 상수이다.)

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{2}$
④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

문제 Comment

$g(x)$는 $y=1$과 접한다는 것을 파악하여 조건 (나)에서 사차함수 비율관계를 이용하여 $g(2)=\frac{5}{2}$를 뽑아내면 끝이다. 합성함수 해석이 6평 22번에 등장해서 넣어봤다.

수학2 수능완성 p77 6번

06 ▸ 21054-0181

함수 $f(x)=(x+1)(x-2)$에 대하여 $-1\leq a\leq 0$에서 정의된 함수 $g(a)$가 다음과 같다.

$$g(a)=\int_{a}^{a+3}|f(x)|dx$$

함수 $g(a)$의 최댓값과 최솟값의 합이 $\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

문제 Comment

$g(a)$의 a는 변수이다. 이건 아마 금방 알아볼거다. 만약 $\displaystyle\int_{a}^{a+3}|f(x)|dx$만 나와있었다면?

진짜로 적분하여 식을 표현하는 학생들을 심심치 않게 찾아볼 수 있다.

$\displaystyle\int_{a}^{a+3}|f(x)|dx$만 나와있을 때도 $g(a)$를 도입하여 표현하는 연습도 하길 바란다.

수학2 수능완성 p78 9번

09 ▸ 21054-0184

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)$는 $x=1$에서 극솟값을 갖는다.

(나) $\int_{-1}^{1} x^2 f'(x)dx=0$이다.

함수 $f(x)$가 $x=a$에서 극댓값을 가질 때, a의 값은?

① $-\frac{1}{5}$ ② $-\frac{2}{5}$ ③ $-\frac{3}{5}$

④ $-\frac{4}{5}$ ⑤ -1

문제 Comment

a가 상수이고 $f(x)$가 기함수일 때, $\int_{-a}^{a} f(x)dx=0$이다.

그런데 이 명제의 역인 $\int_{-a}^{a} f(x)dx=0$이라면 $f(x)$는 기함수일까? 그렇지 않다.

$\int_{-a}^{a} f(x)dx=0$를 만족하는 $f(x)$는 꼭 기함수일 필요는 없다. 몇몇 반례를 쉽게 떠올려 볼 수 있을 것이다.

수학2 수능완성 p135 22번

22 ▸ 21054-1022

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 두 함수 $f(x)$, $g(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $f(x)$는 $x=2$에서 극솟값 0을 갖는다.
> (나) $g'(x)=f(x)+(x-2)f'(x)$
> (다) 함수 $g(x)$는 $x=\frac{1}{2}$일 때 최솟값 $-\frac{3}{4}$을 갖는다.

$f(1)+g(1)=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

문제 Comment

알아봤는가? $\{(x-2)f(x)\}'$ 꼴을? 이걸 못 알아봤으면 직접 대입하고 난리 났을 것이다.

곱합수 미분만 잘 알아보면 수2에서 어려운 적분은 없을 것이다. 미적분의 적분이 문제지 ㅋㅋㅋ

수학2 수능완성 p143 22번

22 ▸ 21054-1052

$f(0)=0$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수
$g_n(x)$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$을 다음과 같이 정의한다.

$$g_n(x)=\begin{cases} f(x) & (x<1) \\ f(1) & (1\le x<2) \\ f(x-1) & (2\le x<3) \\ f(2) & (3\le x<4) \\ f(x-2) & (4\le x<5) \\ \vdots & \quad\vdots \\ f(n) & (2n-1\le x<2n) \\ f(x-n) & (x\ge 2n) \end{cases}$$

함수 $g_n(x)$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$과 함수 $f(x)$에 대하여 다음이 성립할 때, $f(10)$의 값을 구하시오. [4점]

(가) 함수 $g_n(x)$가 미분가능하지 않은 점의 개수를 a_n $(n=1, 2, 3, \cdots)$이라 하자. 수열 $\{b_n\}$에 대하여 $b_n=a_{n+p}$일 때, 수열 $\{b_n\}$이 등차수열을 이루게 하는 자연수 p의 최솟값은 5이다.

(나) $\int_0^{q+1} g_6(x)\,dx=\int_0^{q} g_5(x)\,dx$를 만족시키는 자연수 q의 최솟값은 11이다.

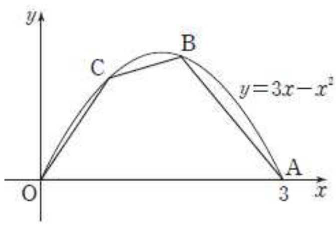
(다) $\int_0^{20} g_6(x)\,dx-\int_0^{14} f(x)\,dx=21$

문제 Comment
문제 길이 봐라 ㅋㅋㅋ 사실 나타내려는 정보는 그리 어렵진 않다.
조건 (가)에서는 k가 자연수일 때, $f'(k)\neq 0$라면 a_n은 공차가 2인 등차수열일 것이다.
b_n이 등차수열이 되기 위한 p의 최솟값이 5이므로 $f'(6)=0$임을 발견할 수 있다.
이를 활용하여 조건 (나)를 보면 $f(6)=0$도 뽑아낼 수 있다.
조건 (다)는 요약하면 '직사각형'들만 남게된다.

수학2 수능완성 p158 19번

19 ▸ 21054-1109

그림과 같이 두 점 O$(0, 0)$, A$(3, 0)$과 곡선 $y=3x-x^2\ (0<x<3)$ 위를 움직이는 서로 다른 두 점 B, C에 대하여 사각형 OABC의 넓이가 최대가 되도록 하는 두 점 B, C의 좌표를 각각 B(α, β), C(γ, δ)라 하자. $\alpha+\beta+\gamma+\delta$의 값을 구하시오. (단, $0<\gamma<\alpha<3$) [3점]



문제 Comment

이게 3점이라고? 믿을 수 없다. 점 B를 먼저 고정해보자. 이 상태에서 넓이가 최대이려면 점 C에서의 접선이 직선 OB와 평행해야할 것이다. 이 때, 점 C의 x좌표는 이차함수 비율관계에 의하여 $\frac{\alpha}{2}$가 된다.

수학2 수능완성 p165 14번

14 ▸ 21054-1134

길이가 5인 선분 AB 위를 움직이는 두 점 P, Q는 점 A에서 동시에 출발하여 점 B에 도달하면 점 A방향으로 움직이고, 점 A에 도달하면 점 B방향으로 움직인다. 출발한 후 t초까지 두 점 P, Q가 움직인 거리가 각각 $2t^3$, $3t^2+12t$일 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

보기

ㄱ. $t=2$일 때, 두 점 P, Q의 운동 방향은 같다.

ㄴ. $0<t\le 2$일 때, 두 점 P, Q가 같은 방향으로 움직이면서 만나는 횟수는 2이다.

ㄷ. $0<t\le 5$일 때, 두 점 P, Q가 만나는 횟수는 55이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

문제 Comment
변위, 속도 관련 문제 중 난이도 원탑 문제 아닐까 싶다.
같은 방향으로 움직이면서 만나려면 점 P와 점 Q의 거리차가 $10k$이면 된다. (k는 음이 아닌 정수.)
다른 방향으로 움직이면서 만나려면 점 P와 점 Q의 거리합이 $10k$이면 된다. (k는 음이 아닌 정수.)

수학2 수능완성 p165 15번

15 ▸ 21054-1135

삼차함수 $f(x)=x^3+kx$에 대하여 다항함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 0이 아닌 임의의 실수 a에 대하여

$$f'(a)=\frac{f(a)-f(g(a))}{a-g(a)}$$

(나) 방정식 $f'(x)\times f'(g(x))=k^2$의 실근 중 0이 아닌 두 실근의 곱은 $-\frac{5}{4}$이다.

0이 아닌 실수 x에 대하여 $g(x)\neq x$일 때, $g(k)$의 값은?
(단, k는 음의 상수이다.) [4점]

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

문제 Comment
조건 (가)는 기울기 함수이다. 위와 같은 상황이 되려면 삼차함수 비율관계에 의해 $g(a)=-2a$가 됨을 쉽게 알 수 있다. 이 문제가 막히는 학생은 아마 '$g(x)$가 구체적 식으로 정말 나오겠어?'라고 생각하며 문제풀이를 진행하다 막혔을 것이다.

질문은 https://cafe.naver.com/spreadeffect 에서 하시면 됩니다.

페이지	답	페이지	답	페이지	답	페이지	답	페이지	답
1	표지	11	2	21	1	31	31		
2	1	12	4	22	2	32	32		
3	3	13	383	23	3	33	7		
4	4	14	330	24	3	34	3		
5	3	15	11	25	2	35	3		
6	4	16	2	26	5	36	답지		
7	97	17	4	27	4	37			
8	3	18	3	28	3	38			
9	22	19	191	29	32	39			
10	3	20	1	30	3	40			

EBS는 이 자료에 있는 34문제만 푼다면
22학년도 수학 공통과목 수1, 수2 EBS 연계 대비로 충분합니다.
올 한해도 수고 많으셨습니다.
내년에는 멋진 대학생활을 하셨으면 합니다.
저도 올해보다 더욱 나은 내년이 되도록 노력하겠습니다.
-파급효과 올림-