119

[illegible], [illegible]

220913

13. 첫째항이 -45이고 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 자연수 d의 값의 합은? [4점]

(가) $\lvert a_m \rvert = \lvert a_{m+3} \rvert$인 자연수 m이 존재한다.
(나) 모든 자연수 n에 대하여 $\sum_{k=1}^{n} a_k > -100$이다.

① 44 ② 48 ③ 52 ④ 56 ⑤ 60

220914

14. 최고차항의 계수가 1이고 $f'(0)=f'(2)=0$인 삼차함수 $f(x)$와 양수 p에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x)-f(0) & (x \le 0) \\ f(x+p)-f(p) & (x>0) \end{cases}$$

이라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>
ㄱ. $p=1$일 때, $g'(1)=0$이다.
ㄴ. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 양수 p의 개수는 1이다.
ㄷ. $p \ge 2$일 때, $\int_{-1}^{1} g(x)\,dx \ge 0$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

220915

15. 수열 $\{a_n\}$은 $|a_1| \le 1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} -2a_n - 2 & \left(-1 \le a_n < -\frac{1}{2}\right) \\ 2a_n & \left(-\frac{1}{2} \le a_n \le \frac{1}{2}\right) \\ -2a_n + 2 & \left(\frac{1}{2} < a_n \le 1\right) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_5 + a_6 = 0$이고 $\sum_{k=1}^{5} a_k > 0$이 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은? [4점]

① $\frac{9}{2}$ ② 5 ③ $\frac{11}{2}$ ④ 6 ⑤ $\frac{13}{2}$

220920

20. 함수 $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 10x$에 대하여 x에 대한 방정식

$$f(x) + |f(x) + x| = 6x + k$$

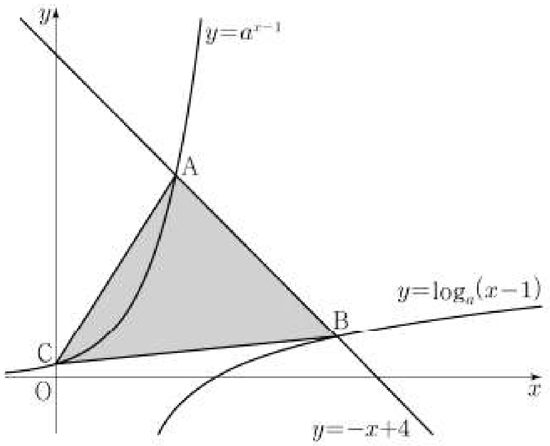
의 서로 다른 실근의 개수가 4가 되도록 하는 모든 정수 k의 값의 합을 구하시오. [4점]

220921

21. $a>1$인 실수 a에 대하여 직선 $y=-x+4$가 두 곡선

$$y=a^{x-1},\quad y=\log_a(x-1)$$

과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 곡선 $y=a^{x-1}$이 y축과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=2\sqrt{2}$일 때, 삼각형 ABC의 넓이는 S이다. $50\times S$의 값을 구하시오. [4점]



220922

22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=f(x-3)\times\lim_{h\to0+}\frac{|f(x+h)|-|f(x-h)|}{h}$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(5)$의 값을 구하시오. [4점]

> (가) 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
>
> (나) 방정식 $g(x)=0$은 서로 다른 네 실근 $\alpha_1,\ \alpha_2,\ \alpha_3,\ \alpha_4$를 갖고 $\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4=7$이다.

220614

14. 두 양수 p, q와 함수 $f(x)=x^3-3x^2-9x-12$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $p+q$의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 x에 대하여 $xg(x)=\lvert xf(x-p)+qx \rvert$이다. (나) 함수 $g(x)$가 $x=a$에서 미분가능하지 않은 실수 a의 개수는 1이다.

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

220615

15. $-1 \le t \le 1$인 실수 t에 대하여 x에 대한 방정식

$$\left(\sin\frac{\pi x}{2}-t\right)\left(\cos\frac{\pi x}{2}-t\right)=0$$

의 실근 중에서 집합 $\{x \mid 0 \le x < 4\}$에 속하는 가장 작은 값을 $\alpha(t)$, 가장 큰 값을 $\beta(t)$라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $-1 \le t < 0$인 모든 실수 t에 대하여 $\alpha(t)+\beta(t)=5$이다.

ㄴ. $\{t \mid \beta(t)-\alpha(t)=\beta(0)-\alpha(0)\}=\left\{t \,\middle|\, 0 \le t \le \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$

ㄷ. $\alpha(t_1)=\alpha(t_2)$인 두 실수 t_1, t_2에 대하여 $t_2-t_1=\frac{1}{2}$이면 $t_1 \times t_2=\frac{1}{3}$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

220620

20. 실수 a와 함수 $f(x)=x^3-12x^2+45x+3$에 대하여 함수

$$g(x)=\int_a^x \{f(x)-f(t)\}\times\{f(t)\}^4 dt$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 모든 a의 값의 합을 구하시오. [4점]

220621

21. 다음 조건을 만족시키는 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가 존재하도록 하는 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) x에 대한 방정식 $(x^n-64)f(x)=0$은
서로 다른 두 실근을 갖고, 각각의 실근은 중근이다.
(나) 함수 $f(x)$의 최솟값은 음의 정수이다.

220622

22. 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
> (나) 방정식 $f(x-f(x))=0$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

$f(1)=4$, $f'(1)=1$, $f'(0)>1$일 때, $f(0)=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

22예시13

13. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 다음은 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{S_k}{k!} = \frac{1}{(n+1)!}$$

이 성립할 때, $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{a_k}$을 구하는 과정이다.

> $n=1$일 때, $a_1=S_1=\frac{1}{2}$이므로 $\frac{1}{a_1}=2$이다.
>
> $n=2$일 때, $a_2=S_2-S_1=-\frac{7}{6}$이므로 $\sum_{k=1}^{2}\frac{1}{a_k}=\frac{8}{7}$이다.
>
> $n \geq 3$인 모든 자연수 n에 대하여
>
> $$\frac{S_n}{n!}=\sum_{k=1}^{n}\frac{S_k}{k!}-\sum_{k=1}^{n-1}\frac{S_k}{k!}=-\frac{\boxed{(가)}}{(n+1)!}$$
>
> 즉, $S_n=-\frac{\boxed{(가)}}{n+1}$이므로
>
> $$a_n=S_n-S_{n-1}=-\left(\boxed{(나)}\right)$$
>
> 이다. 한편 $\sum_{k=3}^{n}k(k+1)=-8+\sum_{k=1}^{n}k(k+1)$이므로
>
> $$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{a_k}&=\frac{8}{7}-\sum_{k=3}^{n}k(k+1)\\&=\frac{64}{7}-\frac{n(n+1)}{2}-\sum_{k=1}^{n}\boxed{(다)}\\&=-\frac{1}{3}n^3-n^2-\frac{2}{3}n+\frac{64}{7}\end{aligned}$$
>
> 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$, $h(k)$라 할 때, $f(5)\times g(3)\times h(6)$의 값은? [4점]

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

22예시 14

14. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 가속도가

$$a(t)=3t^2-12t+9\ (t\geq 0)$$

이고, 시각 $t=0$에서의 속도가 k일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 구간 $(3,\ \infty)$에서 점 P의 속도는 증가한다.

ㄴ. $k=-4$이면 구간 $(0,\ \infty)$에서 점 P의 운동 방향이 두 번 바뀐다.

ㄷ. 시각 $t=0$에서 시각 $t=5$까지 점 P의 위치의 변화량과 점 P가 움직인 거리가 같도록 하는 k의 최솟값은 0이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

22예시 15

15. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{100} a_k$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M-m$의 값은? [4점]

(가) $a_5=5$

(나) 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} a_n-6 & (a_n\geq 0) \\ -2a_n+3 & (a_n<0) \end{cases}$$

이다.

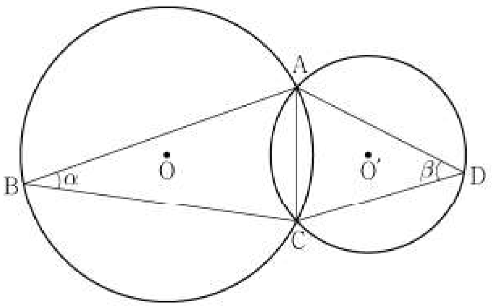
① 64 ② 68 ③ 72 ④ 76 ⑤ 80

22예시21

21. 그림과 같이 한 평면 위에 있는 두 삼각형 ABC, ACD의 외심을 각각 O, O′이라 하고 $\angle \mathrm{ABC}=\alpha$, $\angle \mathrm{ADC}=\beta$라 할 때,

$$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}=\frac{3}{2},\quad \cos(\alpha+\beta)=\frac{1}{3},\quad \overline{\mathrm{OO'}}=1$$

이 성립한다. 삼각형 ABC의 외접원의 넓이가 $\frac{q}{p}\pi$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



22예시22

22. 함수

$$f(x)=x^3-3px^2+q$$

가 다음 조건을 만족시키도록 하는 25 이하의 두 자연수 p, q의 모든 순서쌍 (p, q)의 개수를 구하시오. [4점]

(가) 함수 $\lvert f(x)\rvert$가 $x=a$에서 극대 또는 극소가 되도록 하는 모든 실수 a의 개수는 5이다. (나) 닫힌구간 $[-1, 1]$에서 함수 $\lvert f(x)\rvert$의 최댓값과 닫힌구간 $[-2, 2]$에서 함수 $\lvert f(x)\rvert$의 최댓값은 같다.

211120

20. 실수 $a\,(a>1)$에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=(x+1)(x-1)(x-a)$$

라 하자. 함수

$$g(x)=x^2\int_0^x f(t)\,dt-\int_0^x t^2 f(t)\,dt$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 a의 최댓값은? [4점]

① $\frac{9\sqrt{2}}{8}$ ② $\frac{3\sqrt{6}}{4}$ ③ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

211121

21. 수열 $\{a_n\}$은 $0<a_1<1$이고, 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

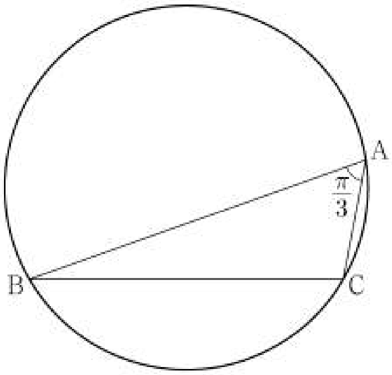
(가) $a_{2n}=a_2\times a_n+1$
(나) $a_{2n+1}=a_2\times a_n-2$

$a_7=2$일 때, a_{25}의 값은? [4점]

① 78 ② 80 ③ 82 ④ 84 ⑤ 86

211128

28. $\angle A = \frac{\pi}{3}$ 이고 $\overline{AB} : \overline{AC} = 3 : 1$ 인 삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이가 7일 때, 선분 AC의 길이를 k라 하자. k^2의 값을 구하시오. [4점]



211130

30. 함수 $f(x)$는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이고, 함수 $g(x)$는 일차함수이다. 함수 $h(x)$를

$$h(x) = \begin{cases} |f(x) - g(x)| & (x < 1) \\ f(x) + g(x) & (x \geq 1) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $h(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고, $h(0) = 0$, $h(2) = 5$일 때, $h(4)$의 값을 구하시오. [4점]

210920

20. 실수 전체의 집합에서 연속인 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x) \geq g(x)$
(나) $f(x)+g(x)=x^2+3x$
(다) $f(x)g(x)=(x^2+1)(3x-1)$

$\int_0^2 f(x)dx$의 값은? [4점]

① $\frac{23}{6}$ ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{29}{6}$ ④ $\frac{16}{3}$ ⑤ $\frac{35}{6}$

210921

21. 수열 $\{a_n\}$은 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2}=\begin{cases} 2a_n+a_{n+1} & (a_n \leq a_{n+1}) \\ a_n+a_{n+1} & (a_n > a_{n+1}) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_3=2$, $a_6=19$가 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은? [4점]

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

210930

30. 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)=f(3)=0$
(나) 집합 $\{x \mid x \geq 1$이고 $f'(x)=0\}$의 원소의 개수는 1이다.

상수 a에 대하여 함수 $g(x)=|f(x)f(a-x)|$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $\dfrac{g(4a)}{f(0)\times f(4a)}$의 값을 구하시오. [4점]

210619

19. 방정식 $2x^3+6x^2+a=0$이 $-2 \leq x \leq 2$에서 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 정수 a의 개수는? [4점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

210G21

21. 두 곡선 $y=2^x$과 $y=-2x^2+2$가 만나는 두 점을 (x_1, y_1), (x_2, y_2)라 하자. $x_1 < x_2$일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $x_2 > \dfrac{1}{2}$

ㄴ. $y_2 - y_1 < x_2 - x_1$

ㄷ. $\dfrac{\sqrt{2}}{2} < y_1 y_2 < 1$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

210G29

29. 집합 $A=\{1, 2, 3, 4\}$에 대하여 A에서 A로의 모든 함수 f 중에서 임의로 하나를 선택할 때, 이 함수가 다음 조건을 만족시킬 확률은 p이다. $120p$의 값을 구하시오. [4점]

(가) $f(1) \times f(2) \geq 9$
(나) 함수 f의 치역의 원소의 개수는 3이다.

210G30

30. 이차함수 $f(x)$는 $x=-1$에서 극대이고, 삼차함수 $g(x)$는 이차항의 계수가 0이다. 함수

$$h(x)=\begin{cases} f(x) & (x \le 0) \\ g(x) & (x>0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시킬 때, $h'(-3)+h'(4)$의 값을 구하시오. [4점]

> (가) 방정식 $h(x)=h(0)$의 모든 실근의 합은 1이다.
> (나) 닫힌구간 $[-2, 3]$에서 함수 $h(x)$의 최댓값과 최솟값의 차는 $3+4\sqrt{3}$이다.

201120

20. 함수

$$f(x)=\begin{cases} -x & (x \le 0) \\ x-1 & (0<x \le 2) \\ 2x-3 & (x>2) \end{cases}$$

와 상수가 아닌 다항식 $p(x)$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 함수 $p(x)f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이면 $p(0)=0$이다.

ㄴ. 함수 $p(x)f(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하면 $p(2)=0$이다.

ㄷ. 함수 $p(x)\{f(x)\}^2$이 실수 전체의 집합에서 미분가능하면 $p(x)$는 $x^2(x-2)^2$으로 나누어떨어진다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

201121

21. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{2n}=a_n-1$
(나) $a_{2n+1}=2a_n+1$

$a_{20}=1$일 때, $\sum_{n=1}^{63} a_n$의 값은? [4점]

① 704 ② 712 ③ 720 ④ 728 ⑤ 736

201128

28. 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $\int_1^x f(t)\,dt=\frac{x-1}{2}\{f(x)+f(1)\}$이다.
(나) $\int_0^2 f(x)\,dx=5\int_{-1}^1 xf(x)\,dx$

$f(0)=1$일 때, $f(4)$의 값을 구하시오. [4점]

201130

30. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 방정식 $f(x)-x=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
> (나) 방정식 $f(x)+x=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

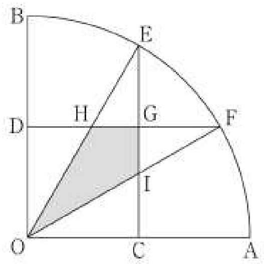
$f(0)=0$, $f'(1)=1$일 때, $f(3)$의 값을 구하시오. [4점]

200918

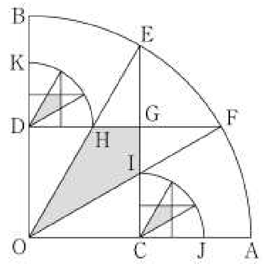
18. 그림과 같이 중심이 O, 반지름의 길이가 2이고 중심각의 크기가 $90°$인 부채꼴 OAB가 있다. 선분 OA의 중점을 C, 선분 OB의 중점을 D라 하자. 점 C를 지나고 선분 OB와 평행한 직선이 호 AB와 만나는 점을 E, 점 D를 지나고 선분 OA와 평행한 직선이 호 AB와 만나는 점을 F라 하자. 선분 CE와 선분 DF가 만나는 점을 G, 선분 OE와 선분 DG가 만나는 점을 H, 선분 OF와 선분 CG가 만나는 점을 I라 하자. 사각형 OIGH를 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에 중심이 C, 반지름의 길이가 $\overline{\mathrm{CI}}$, 중심각의 크기가 $90°$인 부채꼴 CJI와 중심이 D, 반지름의 길이가 $\overline{\mathrm{DH}}$, 중심각의 크기가 $90°$인 부채꼴 DHK를 그린다. 두 부채꼴 CJI, DHK에 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 두 개의 사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

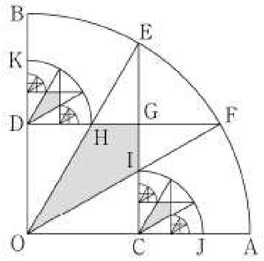
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n \to \infty} S_n$의 값은? [4점]



R_1



R_2



R_3

⋯

⋯

① $\frac{2(3-\sqrt{3})}{5}$　② $\frac{7(3-\sqrt{3})}{15}$　③ $\frac{8(3-\sqrt{3})}{15}$

④ $\frac{3(3-\sqrt{3})}{5}$　⑤ $\frac{2(3-\sqrt{3})}{3}$

200919

19. 함수 $f(x)=4x^4+4x^3$에 대하여 $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{n+k}f\left(\frac{k}{n}\right)$의 값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

200921

21. 함수 $f(x)=x^3+x^2+ax+b$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=f(x)+(x-1)f'(x)$$

라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. 함수 $h(x)$가 $h(x)=(x-1)f(x)$이면 $h'(x)=g(x)$이다.

ㄴ. 함수 $f(x)$가 $x=-1$에서 극값 0을 가지면 $\int_0^1 g(x)\,dx=-1$이다.

ㄷ. $f(0)=0$이면 방정식 $g(x)=0$은 열린 구간 $(0, 1)$에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

200930

30. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$에 대하여 네 개의 수 $f(-1)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$가 이 순서대로 등차수열을 이루고, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-1, f(-1))$에서의 접선과 점 $(2, f(2))$에서의 접선이 점 $(k, 0)$에서 만난다. $f(2k)=20$일 때, $f(4k)$의 값을 구하시오. (단, k는 상수이다.) [4점]

200620

20. 다음 조건을 만족시키는 모든 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)$의 최댓값은? [4점]

$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)-4x^3+3x^2}{x^{n+1}+1}=6$, $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x^n}=4$인 자연수 n이 존재한다.

① 12　② 13　③ 14　④ 15　⑤ 16

200621

21. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

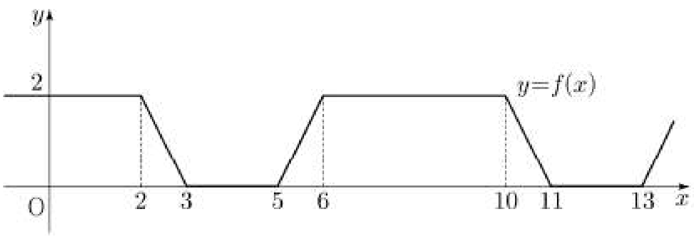
> (가) $f(x)=\begin{cases} 2 & (0 \le x < 2) \\ -2x+6 & (2 \le x < 3) \\ 0 & (3 \le x \le 4) \end{cases}$
>
> (나) 모든 실수 x에 대하여
> $f(-x)=f(x)$이고 $f(x)=f(x-8)$이다.

실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{|x|}{x}+n & (x \ne 0) \\ n & (x=0) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $(f \circ g)(x)$가 상수함수가 되도록 하는 60 이하의 자연수 n의 개수는? [4점]

① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38



200630

30. 최고차항의 계수가 1이고 $f(2)=3$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{ax-9}{x-1} & (x<1) \\ f(x) & (x \ge 1) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

> 함수 $y=g(x)$의 그래프와 직선 $y=t$가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 모든 실수 t의 값의 집합은 $\{t \mid t=-1$ 또는 $t \ge 3\}$이다.

$(g \circ g)(-1)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.) [4점]

191119

19. 다음은 집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$과 함수 $f: X \to X$에 대하여 합성함수 $f \circ f$의 치역의 원소의 개수가 5인 함수 f의 개수를 구하는 과정이다.

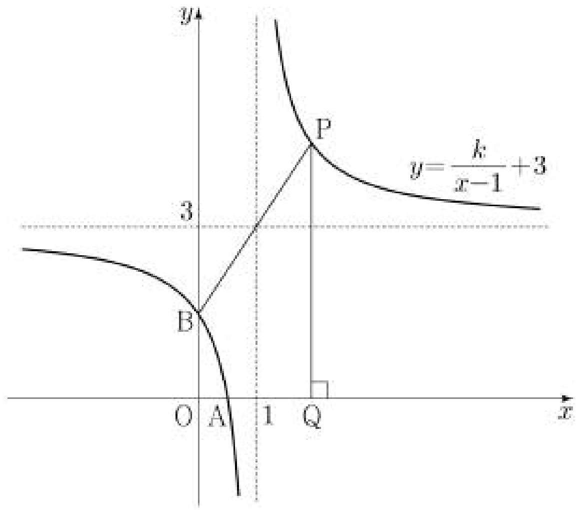
함수 f와 함수 $f \circ f$의 치역을 각각 A와 B라 하자. $n(A)=6$이면 함수 f는 일대일 대응이고, 함수 $f \circ f$도 일대일 대응이므로 $n(B)=6$이다. 또한 $n(A) \leq 4$이면 $B \subset A$이므로 $n(B) \leq 4$이다. 그러므로 $n(A)=5$, 즉 $B=A$인 경우만 생각하면 된다. (i) $n(A)=5$인 X의 부분집합 A를 선택하는 경우의 수는 $\boxed{\text{(가)}}$이다. (ii) (i)에서 선택한 집합 A에 대하여, X의 원소 중 A에 속하지 않는 원소를 k라 하자. $n(A)=5$이므로 집합 A에서 $f(k)$를 선택하는 경우의 수는 $\boxed{\text{(나)}}$이다. (iii) (i)에서 선택한 $A=\{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$와 (ii)에서 선택한 $f(k)$에 대하여, $f(k) \in A$이며 $A=B$이므로 $A=\{f(a_1), f(a_2), f(a_3), f(a_4), f(a_5)\}$ $\cdots$ (*) 이다. (*)을 만족시키는 경우의 수는 집합 A에서 집합 A로의 일대일 대응의 개수와 같으므로 $\boxed{\text{(다)}}$이다. 따라서 (i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 함수 f의 개수는 $\boxed{\text{(가)}} \times \boxed{\text{(나)}} \times \boxed{\text{(다)}}$이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r라 할 때, $p+q+r$의 값은? [4점]

① 131 ② 136 ③ 141 ④ 146 ⑤ 151

191120

20. 그림과 같이 함수 $y=\dfrac{k}{x-1}+3$ $(0<k<3)$의 그래프와 x축, y축과의 교점을 각각 A, B라 하자.



이 그래프의 두 점근선의 교점과 점 B를 지나는 직선이 이 그래프와 만나는 점 중 B가 아닌 점을 P, 점 P에서 x축에 내린 수선의 발을 Q라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $k=1$일 때, 점 P의 좌표는 $(2, 4)$이다.

ㄴ. $0<k<3$인 실수 k에 대하여 직선 AB의 기울기와 직선 AP의 기울기의 합은 0이다.

ㄷ. 사각형 PBAQ의 넓이가 자연수일 때, 직선 BP의 기울기는 0과 1 사이의 값이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

191121

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)g(x)=x(x+3)$이다.
(나) $g(0)=1$

$f(1)$이 자연수일 때, $g(2)$의 최솟값은? [4점]

① $\frac{5}{13}$ ② $\frac{5}{14}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{16}$ ⑤ $\frac{5}{17}$

191129

29. 첫째항이 자연수이고 공차가 음의 정수인 등차수열 $\{a_n\}$과 첫째항이 자연수이고 공비가 음의 정수인 등비수열 $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, a_7+b_7의 값을 구하시오. [4점]

(가) $\sum_{n=1}^{5}(a_n+b_n)=27$
(나) $\sum_{n=1}^{5}(a_n+\lvert b_n\rvert)=67$
(다) $\sum_{n=1}^{5}(\lvert a_n\rvert+\lvert b_n\rvert)=81$

191130

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 -1인 이차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0, 0)$에서의 접선과 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(2, 0)$에서의 접선은 모두 x축이다.
>
> (나) 점 $(2, 0)$에서 곡선 $y=f(x)$에 그은 접선의 개수는 2이다.
>
> (다) 방정식 $f(x)=g(x)$는 오직 하나의 실근을 가진다.

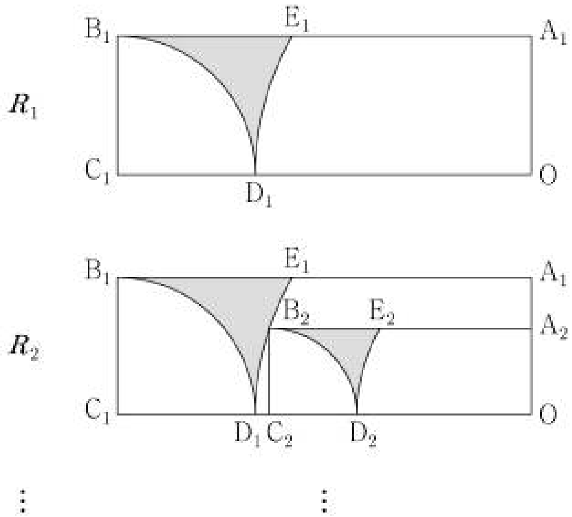
$x>0$인 모든 실수 x에 대하여

$$g(x) \le kx-2 \le f(x)$$

를 만족시키는 실수 k의 최댓값과 최솟값을 각각 α, β라 할 때, $\alpha-\beta=a+b\sqrt{2}$이다. a^2+b^2의 값을 구하시오. (단, a, b는 유리수이다.) [4점]

190919

19. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=3$, $\overline{B_1C_1}=1$인 직사각형 $OA_1B_1C_1$이 있다. 중심이 C_1이고 반지름의 길이가 $\overline{B_1C_1}$인 원과 선분 OC_1의 교점을 D_1, 중심이 O이고 반지름의 길이가 $\overline{OD_1}$인 원과 선분 A_1B_1의 교점을 E_1이라 하자. 직사각형 $OA_1B_1C_1$에 호 B_1D_1, 호 D_1E_1, 선분 B_1E_1로 둘러싸인 ▽ 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에 선분 OA_1 위의 점 A_2와 호 D_1E_1 위의 점 B_2, 선분 OD_1 위의 점 C_2와 점 O를 꼭짓점으로 하고 $\overline{A_2B_2}:\overline{B_2C_2}=3:1$인 직사각형 $OA_2B_2C_2$를 그리고, 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 직사각형 $OA_2B_2C_2$에 ▽ 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]



① $4-\frac{2\sqrt{3}}{3}-\frac{7}{9}\pi$　② $5-\frac{5\sqrt{3}}{6}-\frac{35}{36}\pi$　③ $6-\sqrt{3}-\frac{7}{6}\pi$　④ $7-\frac{7\sqrt{3}}{6}-\frac{49}{36}\pi$　⑤ $8-\frac{4\sqrt{3}}{3}-\frac{14}{9}\pi$

190921

21. 사차함수 $f(x)=x^4+ax^2+b$에 대하여 $x\geq 0$에서 정의된 함수

$$g(x)=\int_{-x}^{2x}\{f(t)-|f(t)|\}dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0<x<1$에서 $g(x)=c_1$ (c_1은 상수)
(나) $1<x<5$에서 $g(x)$는 감소한다.
(다) $x>5$에서 $g(x)=c_2$ (c_2는 상수)

$f(\sqrt{2})$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

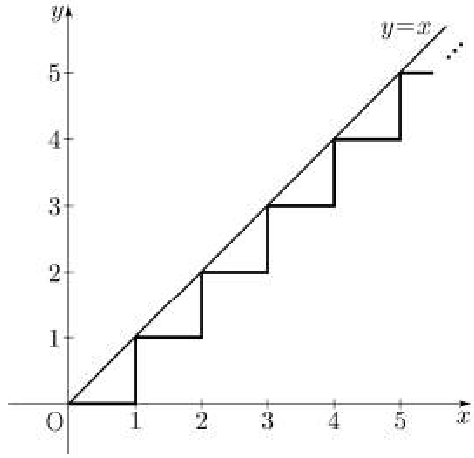
① 40 ② 42 ③ 44 ④ 46 ⑤ 48

190929

29. 좌표평면에서 그림과 같이 길이가 1인 선분이 수직으로 만나도록 연결된 경로가 있다. 이 경로를 따라 원점에서 멀어지도록 움직이는 점 P의 위치를 나타내는 점 A_n을 다음과 같은 규칙으로 정한다.

(ⅰ) A_0은 원점이다.
(ⅱ) n이 자연수일 때, A_n은 점 A_{n-1}에서 점 P가 경로를 따라 $\frac{2n-1}{25}$만큼 이동한 위치에 있는 점이다.

예를 들어, 점 A_2와 A_6의 좌표는 각각 $\left(\frac{4}{25},\ 0\right)$, $\left(1,\ \frac{11}{25}\right)$이다. 자연수 n에 대하여 점 A_n 중 직선 $y=x$ 위에 있는 점을 원점에서 가까운 순서대로 나열할 때, 두 번째 점의 x좌표를 a라 하자. a의 값을 구하시오. [4점]



190930

30. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 방정식

$$(f \circ f)(x) = x$$

의 모든 실근이 0, 1, a, 2, b이다.

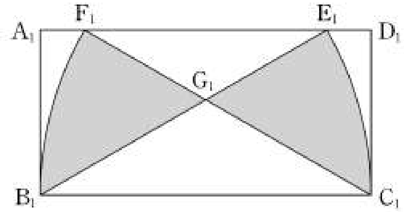
$$f'(1) < 0,\ f'(2) < 0,\ f'(0) - f'(1) = 6$$

일 때, $f(5)$의 값을 구하시오. (단, $1 < a < 2 < b$) [4점]

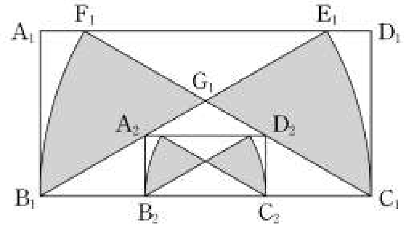
190618

18. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1} = 1$, $\overline{A_1D_1} = 2$인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$이 있다. 선분 A_1D_1 위의 $\overline{B_1C_1} = \overline{B_1E_1}$, $\overline{C_1B_1} = \overline{C_1F_1}$인 두 점 E_1, F_1에 대하여 중심이 B_1인 부채꼴 $B_1E_1C_1$과 중심이 C_1인 부채꼴 $C_1F_1B_1$을 각각 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 내부에 그리고, 선분 B_1E_1과 선분 C_1F_1의 교점을 G_1이라 하자. 두 선분 G_1F_1, G_1B_1과 호 F_1B_1로 둘러싸인 부분과 두 선분 G_1E_1, G_1C_1과 호 E_1C_1로 둘러싸인 부분인  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 선분 B_1G_1 위의 점 A_2, 선분 C_1G_1 위의 점 D_2와 선분 B_1C_1 위의 두 점 B_2, C_2를 꼭짓점으로 하고 $\overline{A_2B_2} : \overline{A_2D_2} = 1:2$인 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$를 그리고, 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 내부에  모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]

R_1



R_2



⋮ ⋮

① $\dfrac{3\sqrt{3}\pi - 7}{9}$ ② $\dfrac{4\sqrt{3}\pi - 12}{9}$ ③ $\dfrac{3\sqrt{3}\pi - 5}{9}$

④ $\dfrac{4\sqrt{3}\pi - 10}{9}$ ⑤ $\dfrac{4\sqrt{3}\pi - 8}{9}$

190621

21. 상수 a, b에 대하여 삼차함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(-1) > -1$
> (나) $f(1)-f(-1) > 8$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 방정식 $f'(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
ㄴ. $-1<x<1$일 때, $f'(x) \ge 0$이다.
ㄷ. 방정식 $f(x)-f'(k)x=0$의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 k의 개수는 4이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

190629

29. 함수

$$f(x)=\begin{cases} ax+b & (x<1) \\ cx^2+\dfrac{5}{2}x & (x \ge 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속이고 역함수를 갖는다. 함수 $y=f(x)$의 그래프와 역함수 $y=f^{-1}(x)$의 그래프의 교점의 개수가 3이고, 그 교점의 x좌표가 각각 -1, 1, 2일 때, $2a+4b-10c$의 값을 구하시오. (단, a, b, c는 상수이다.) [4점]

190630

30. 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 5 이하의 모든 자연수 n에 대하여
> $\sum_{k=1}^{n} f(k) = f(n)f(n+1)$이다.
>
> (나) $n=3, 4$일 때, 함수 $f(x)$에서 x의 값이 n에서 $n+2$까지 변할 때의 평균변화율은 양수가 아니다.

$128 \times f\left(\frac{5}{2}\right)$의 값을 구하시오. [4점]

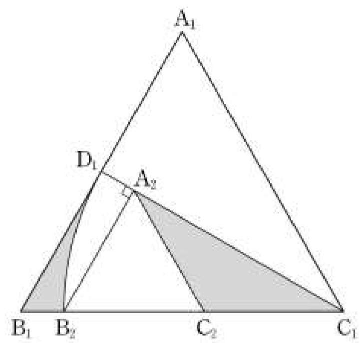
181119

19. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정삼각형 $A_1B_1C_1$이 있다. 선분 A_1B_1의 중점을 D_1이라 하고, 선분 B_1C_1 위의 $\overline{C_1D_1} = \overline{C_1B_2}$인 점 B_2에 대하여 중심이 C_1인 부채꼴 $C_1D_1B_2$를 그린다. 점 B_2에서 선분 C_1D_1에 내린 수선의 발을 A_2, 선분 C_1B_2의 중점을 C_2라 하자. 두 선분 B_1B_2, B_1D_1과 호 D_1B_2로 둘러싸인 영역과 삼각형 $C_1A_2C_2$의 내부에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

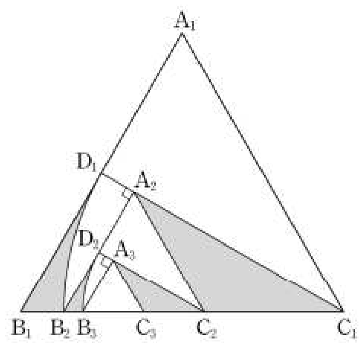
그림 R_1에서 선분 A_2B_2의 중점을 D_2라 하고, 선분 B_2C_2 위의 $\overline{C_2D_2} = \overline{C_2B_3}$인 점 B_3에 대하여 중심이 C_2인 부채꼴 $C_2D_2B_3$을 그린다. 점 B_3에서 선분 C_2D_2에 내린 수선의 발을 A_3, 선분 C_2B_3의 중점을 C_3이라 하자. 두 선분 B_2B_3, B_2D_2와 호 D_2B_3으로 둘러싸인 영역과 삼각형 $C_2A_3C_3$의 내부에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n \to \infty} S_n$의 값은? [4점]

R_1



R_2



⋮ ⋮

① $\frac{11\sqrt{3}-4\pi}{56}$ ② $\frac{11\sqrt{3}-4\pi}{52}$ ③ $\frac{15\sqrt{3}-6\pi}{56}$

④ $\frac{15\sqrt{3}-6\pi}{52}$ ⑤ $\frac{15\sqrt{3}-4\pi}{52}$

181120

20. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f'(0)=0$, $f'(2)=16$
> (나) 어떤 양수 k에 대하여 두 열린 구간 $(-\infty, 0)$, $(0, k)$에서 $f'(x)<0$이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

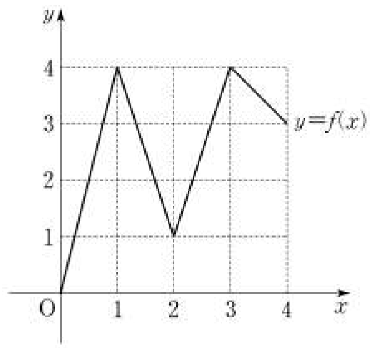
<보 기>

ㄱ. 방정식 $f'(x)=0$은 열린 구간 $(0, 2)$에서 한 개의 실근을 갖는다.
ㄴ. 함수 $f(x)$는 극댓값을 갖는다.
ㄷ. $f(0)=0$이면, 모든 실수 x에 대하여 $f(x) \geq -\frac{1}{3}$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

181121

21. 그림과 같이 닫힌 구간 $[0, 4]$에서 정의된 함수 $f(x)$의 그래프는 점 $(0, 0)$, $(1, 4)$, $(2, 1)$, $(3, 4)$, $(4, 3)$을 이 순서대로 선분으로 연결한 것과 같다.



다음 조건을 만족시키는 집합 $X=\{a, b\}$의 개수는? (단, $0 \leq a < b \leq 4$) [4점]

> X에서 X로의 함수 $g(x)=f(f(x))$가 존재하고 $g(a)=f(a)$, $g(b)=f(b)$를 만족시킨다.

① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

181129

29. 두 실수 a와 k에 대하여 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$는

$$f(x)=\begin{cases}0 & (x\le a)\\ (x-1)^2(2x+1) & (x>a)\end{cases},$$

$$g(x)=\begin{cases}0 & (x\le k)\\ 12(x-k) & (x>k)\end{cases}$$

이고, 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
> (나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)\ge g(x)$이다.

k의 최솟값이 $\frac{q}{p}$일 때, $a+p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

181130

30. 이차함수 $f(x)=\frac{3x-x^2}{2}$에 대하여 구간 $[0, \infty)$에서 정의된 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $0\le x<1$일 때, $g(x)=f(x)$이다.
> (나) $n\le x<n+1$일 때,
> $$g(x)=\frac{1}{2^n}\{f(x-n)-(x-n)\}+x$$
> 이다. (단, n은 자연수이다.)

어떤 자연수 $k\,(k\ge 6)$에 대하여 함수 $h(x)$는

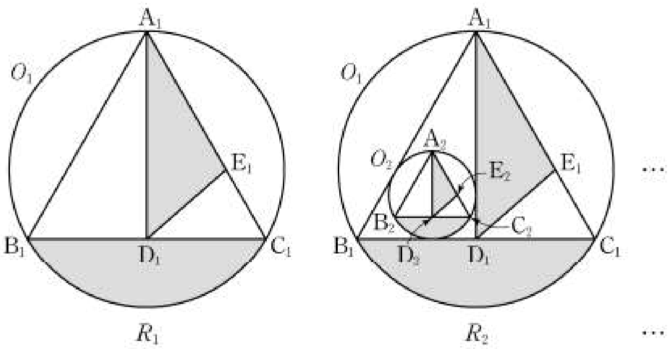
$$h(x)=\begin{cases}g(x) & (0\le x<5 \text{ 또는 } x\ge k)\\ 2x-g(x) & (5\le x<k)\end{cases}$$

이다. 수열 $\{a_n\}$을 $a_n=\int_0^n h(x)dx$라 할 때,

$\lim_{n\to\infty}(2a_n-n^2)=\frac{241}{768}$이다. k의 값을 구하시오. [4점]

180918

18. 그림과 같이 반지름의 길이가 2인 원 O_1에 내접하는 정삼각형 $A_1B_1C_1$이 있다. 점 A_1에서 선분 B_1C_1에 내린 수선의 발을 D_1이라 하고, 선분 A_1C_1을 $2:1$로 내분하는 점을 E_1이라 하자. 점 A_1을 포함하지 않는 호 B_1C_1과 선분 B_1C_1로 둘러싸인 도형의 내부와 삼각형 $A_1D_1E_1$의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에 삼각형 $A_1B_1D_1$에 내접하는 원 O_2와 원 O_2에 내접하는 정삼각형 $A_2B_2C_2$를 그리고, 점 A_2에서 선분 B_2C_2에 내린 수선의 발을 D_2, 선분 A_2C_2를 $2:1$로 내분하는 점을 E_2라 하자. 점 A_2를 포함하지 않는 호 B_2C_2와 선분 B_2C_2로 둘러싸인 도형의 내부와 삼각형 $A_2D_2E_2$의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]



① $\dfrac{16(3\sqrt{3}-2)\pi}{69}$ ② $\dfrac{16(3\sqrt{3}-1)\pi}{65}$ ③ $\dfrac{32(3\sqrt{3}-2)\pi}{69}$
④ $\dfrac{32(3\sqrt{3}-1)\pi}{69}$ ⑤ $\dfrac{32(3\sqrt{3}-1)\pi}{65}$

180919

19. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$은 $a_1 = a_2 = 1$, $b_1 = k$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2} = (a_{n+1})^2 - (a_n)^2, \qquad b_{n+1} = a_n - b_n + n$$

을 만족시킨다. $b_{20} = 14$일 때, k의 값은? [4점]

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

180920

20. 삼차함수 $f(x)$와 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=-x+t$의 교점의 개수를 $g(t)$라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f(x)=x^3$이면 함수 $g(t)$는 상수함수이다.

ㄴ. 삼차함수 $f(x)$에 대하여, $g(1)=2$이면 $g(t)=3$인 t가 존재한다.

ㄷ. 함수 $g(t)$가 상수함수이면, 삼차함수 $f(x)$의 극값은 존재하지 않는다.

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

180921

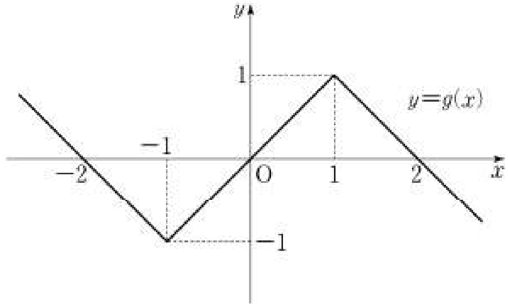
21. 실수 a, b, c와 두 함수

$$f(x)=\begin{cases} x+a & (x<-1) \\ bx & (-1\le x<1) \\ x+c & (x\ge 1) \end{cases},$$

$$g(x)=|x+1|-|x-1|-x$$

에 대하여, 합성함수 $g\circ f$는 실수 전체의 집합에서 정의된 역함수를 갖는다. $a+b+2c$의 값은? [4점]

① 2　② 1　③ 0　④ -1　⑤ -2



180929

29. 두 삼차함수 $f(x)$와 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)g(x)=(x-1)^2(x-2)^2(x-3)^2$$

을 만족시킨다. $g(x)$의 최고차항의 계수가 3이고, $g(x)$가 $x=2$에서 극댓값을 가질 때, $f'(0)=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

180930

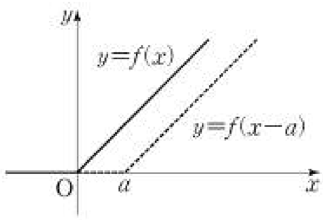
30. 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가

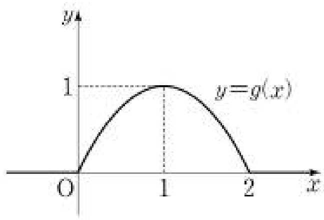
$$f(x)=\begin{cases}0 & (x\le 0)\\ x & (x>0)\end{cases},\quad g(x)=\begin{cases}x(2-x) & (|x-1|\le 1)\\ 0 & (|x-1|>1)\end{cases}$$

이다. 양의 실수 k, a, b $(a<b<2)$에 대하여, 함수 $h(x)$를

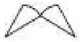
$$h(x)=k\{f(x)-f(x-a)-f(x-b)+f(x-2)\}$$

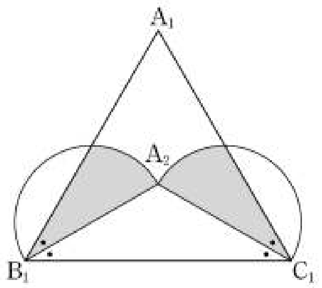
라 정의하자. 모든 실수 x에 대하여 $0\le h(x)\le g(x)$일 때, $\int_0^2\{g(x)-h(x)\}dx$의 값이 최소가 되게 하는 k, a, b에 대하여 $60(k+a+b)$의 값을 구하시오. [4점]



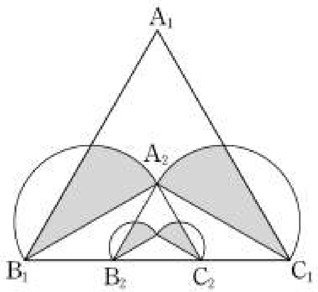


180618

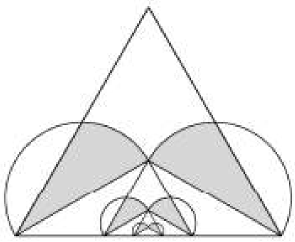
18. 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$ 인 정삼각형 $\mathrm{A_1B_1C_1}$ 이 있다. 그림과 같이 $\angle \mathrm{A_1B_1C_1}$ 의 이등분선과 $\angle \mathrm{A_1C_1B_1}$ 의 이등분선이 만나는 점을 $\mathrm{A_2}$ 라 하자. 두 선분 $\mathrm{B_1A_2}$, $\mathrm{C_1A_2}$ 를 각각 지름으로 하는 반원의 내부와 정삼각형 $\mathrm{A_1B_1C_1}$ 의 내부의 공통부분인  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.
그림 R_1 에서 점 $\mathrm{A_2}$ 를 지나고 선분 $\mathrm{A_1B_1}$ 에 평행한 직선이 선분 $\mathrm{B_1C_1}$ 과 만나는 점을 $\mathrm{B_2}$, 점 $\mathrm{A_2}$ 를 지나고 선분 $\mathrm{A_1C_1}$ 에 평행한 직선이 선분 $\mathrm{B_1C_1}$ 과 만나는 점을 $\mathrm{C_2}$ 라 하자. 그림 R_1 에 정삼각형 $\mathrm{A_2B_2C_2}$ 를 그리고, 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 정삼각형 $\mathrm{A_2B_2C_2}$ 의 내부에  모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim\limits_{n\to\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



R_1



R_2


R_3

…

…

① $\dfrac{9\sqrt{3}+6\pi}{16}$ ② $\dfrac{3\sqrt{3}+4\pi}{8}$ ③ $\dfrac{9\sqrt{3}+8\pi}{16}$
④ $\dfrac{3\sqrt{3}+2\pi}{4}$ ⑤ $\dfrac{3\sqrt{3}+6\pi}{8}$

180620

20. 함수

$$f(x)=\frac{1}{3}x^3-kx^2+1 \quad (k>0 \text{인 상수})$$

의 그래프 위의 서로 다른 두 점 A, B 에서의 접선 l, m 의 기울기가 모두 $3k^2$ 이다. 곡선 $y=f(x)$ 에 접하고 x 축에 평행한 두 직선과 접선 l, m 으로 둘러싸인 도형의 넓이가 24일 때, k 의 값은? [4점]

① $\dfrac{1}{2}$ ② 1 ③ $\dfrac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\dfrac{5}{2}$

180G21

21. 함수

$$f(x)=\frac{k}{x-11}+6\ \ (k\geq 36)$$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수 k의 개수는? [4점]

$\lvert f(x)\rvert \leq y \leq -x+5$인 두 자연수 x, y의 모든 순서쌍 $(x,\ y)$의 개수는 2 이상 4 이하이다.

① 18 ② 21 ③ 24 ④ 27 ⑤ 30

180G29

29. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$이 있다. 수열 $\{b_n\}$은

$$b_1=a_1$$

이고, 2이상의 자연수 n에 대하여

$$b_n=\begin{cases} b_{n-1}+a_n & (n\text{이 3의 배수가 아닌 경우}) \\ b_{n-1}-a_n & (n\text{이 3의 배수인 경우}) \end{cases}$$

이다. $b_{10}=a_{10}$일 때, $\frac{b_8}{b_{10}}=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

180630

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(\alpha)=g(\alpha)$이고 $f'(\alpha)=g'(\alpha)=-16$인 실수 α가 존재한다.
> (나) $f'(\beta)=g'(\beta)=16$인 실수 β가 존재한다.

$g(\beta+1)-f(\beta+1)$의 값을 구하시오. [4점]

171120

20. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 극댓값, $x=k$에서 극솟값을 가진다. (단, k는 상수이다.)
> (나) 1보다 큰 모든 실수 t에 대하여
> $$\int_0^t |f'(x)|\,dx = f(t)+f(0)$$
> 이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\int_0^k f'(x)\,dx<0$
ㄴ. $0<k\le 1$
ㄷ. 함수 $f(x)$의 극솟값은 0이다.

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

171121

21. 좌표평면에서 함수

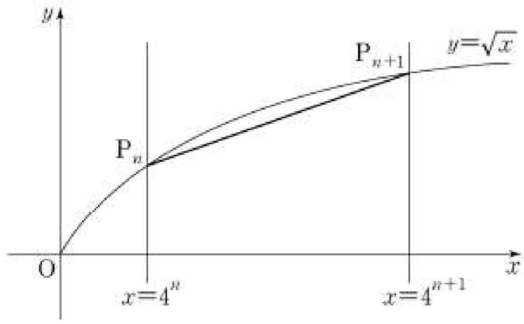
$$f(x)=\begin{cases}-x+10 & (x<10)\\ (x-10)^2 & (x\geq 10)\end{cases}$$

과 자연수 n에 대하여 점 $(n, f(n))$을 중심으로 하고 반지름의 길이가 3인 원 O_n이 있다. x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점 중에서 원 O_n의 내부에 있고 함수 $y=f(x)$의 그래프의 아랫부분에 있는 모든 점의 개수를 A_n, 원 O_n의 내부에 있고 함수 $y=f(x)$의 그래프의 윗부분에 있는 모든 점의 개수를 B_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{20}(A_n-B_n)$의 값은? [4점]

① 19 ② 21 ③ 23 ④ 25 ⑤ 27

171128

28. 자연수 n에 대하여 직선 $x=4^n$이 곡선 $y=\sqrt{x}$와 만나는 점을 P_n이라 하자. 선분 $\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}$의 길이를 L_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{L_{n+1}}{L_n}\right)^2$의 값을 구하시오. [4점]



1711130

30. 실수 k에 대하여 함수 $f(x)=x^3-3x^2+6x+k$의 역함수를 $g(x)$라 하자. 방정식 $4f'(x)+12x-18=(f'\circ g)(x)$가 닫힌 구간 $[0,1]$에서 실근을 갖기 위한 k의 최솟값을 m, 최댓값을 M이라 할 때, m^2+M^2의 값을 구하시오. [4점]

170920

20. 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $x=-2$에서 극댓값을 갖는다.
> (나) $f'(-3)=f'(3)$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 도함수 $f'(x)$는 $x=0$에서 최솟값을 갖는다.
ㄴ. 방정식 $f(x)=f(2)$는 서로 다른 두 실근을 갖는다.
ㄷ. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-1,\ f(-1))$에서의 접선은 점 $(2,\ f(2))$를 지난다.

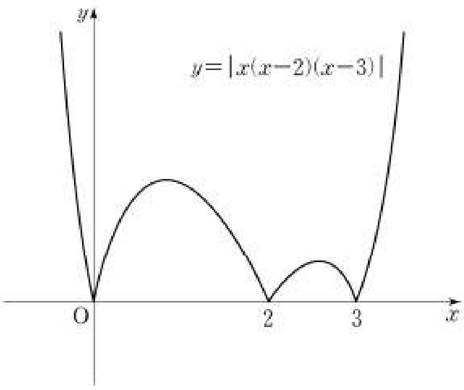
① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

170921

21. 다음 조건을 만족시키며 최고차항의 계수가 음수인 모든 사차함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)$의 최댓값은? [4점]

(가) 방정식 $f(x)=0$의 실근은 0, 2, 3뿐이다. (나) 실수 x에 대하여 $f(x)$와 $\lvert x(x-2)(x-3)\rvert$ 중 크지 않은 값을 $g(x)$라 할 때, 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

① $\frac{7}{6}$　② $\frac{4}{3}$　③ $\frac{3}{2}$　④ $\frac{5}{3}$　⑤ $\frac{11}{6}$

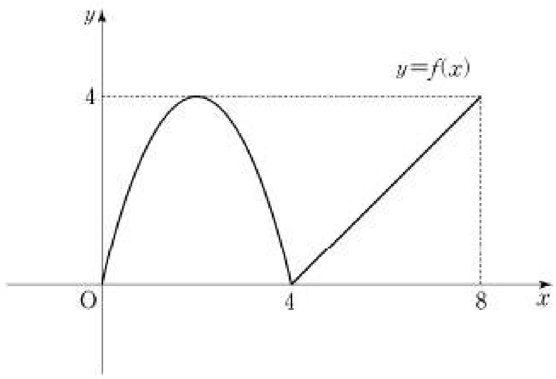


170929

29. 구간 $[0, 8]$에서 정의된 함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases} -x(x-4) & (0 \le x < 4) \\ x-4 & (4 \le x \le 8) \end{cases}$$

이다. 실수 $a\,(0 \le a \le 4)$에 대하여 $\int_{a}^{a+4} f(x)\,dx$의 최솟값은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



170930

30. 좌표평면에서 자연수 n에 대하여 영역

$$\left\{(x,\ y)\ \middle|\ 0 \le x \le n,\ 0 \le y \le \frac{\sqrt{x+3}}{2}\right\}$$

에 포함되는 정사각형 중에서 다음 조건을 만족시키는 모든 정사각형의 개수를 $f(n)$이라 하자.

> (가) 각 꼭짓점의 x좌표, y좌표가 모두 정수이다.
> (나) 한 변의 길이가 $\sqrt{5}$ 이하이다.

예를 들어 $f(14)=15$이다. $f(n) \le 400$을 만족시키는 자연수 n의 최댓값을 구하시오. [4점]

170620

20. 첫째항이 a인 수열 $\{a_n\}$은 모든 자연수 n에 대하여

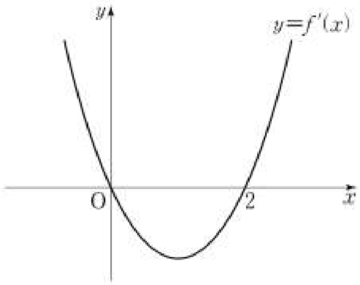
$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + (-1)^n \times 2 & (n\text{이 3의 배수가 아닌 경우}) \\ a_n + 1 & (n\text{이 3의 배수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_{15}=43$일 때, a의 값은? [4점]

① 35 ② 36 ③ 37 ④ 38 ⑤ 39

170621

21. 삼차함수 $f(x)$의 도함수 $y=f'(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보 기>

ㄱ. $f(0)<0$이면 $|f(0)|<|f(2)|$이다.

ㄴ. $f(0)f(2)\geq 0$이면 함수 $|f(x)|$가 $x=a$에서 극소인 a의 값의 개수는 2이다.

ㄷ. $f(0)+f(2)=0$이면 방정식 $|f(x)|=f(0)$의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

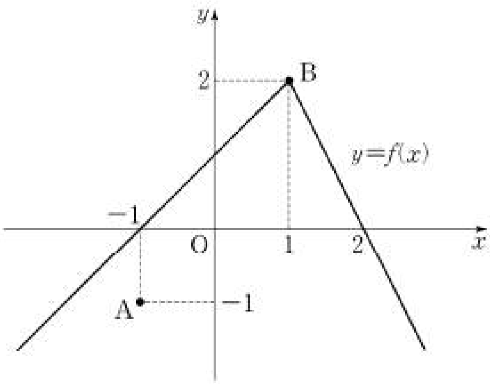
① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

170629

29. 함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases} x+1 & (x<1) \\ -2x+4 & (x\geq 1) \end{cases}$$

이고, 좌표평면 위에 두 점 $\mathrm{A}(-1,\ -1)$, $\mathrm{B}(1,\ 2)$가 있다. 실수 x에 대하여 점 $(x,\ f(x))$에서 점 A까지의 거리의 제곱과 점 B까지의 거리의 제곱 중 크지 않은 값을 $g(x)$라 하자. 함수 $g(x)$가 $x=a$에서 미분가능하지 않은 모든 a의 값의 합이 p일 때, $80p$의 값을 구하시오. [4점]



170630

30. 다음 조건을 만족시키는 20 이하의 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오. [4점]

> $\log_2(na-a^2)$과 $\log_2(nb-b^2)$은 같은 자연수이고
>
> $0 < b-a \le \dfrac{n}{2}$ 인 두 실수 a, b가 존재한다.

161119

19. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = a_2 = 1$이고,

$S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$라 할 때,

$$a_{n+1} = \frac{S_n^2}{S_{n-1}} + (2n-1)S_n \quad (n \ge 2)$$

를 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정이다.

> $a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$이므로 주어진 식으로부터
>
> $$S_{n+1} = \frac{S_n^2}{S_{n-1}} + 2nS_n \quad (n \ge 2)$$
>
> 이다. 양변을 S_n으로 나누면
>
> $$\frac{S_{n+1}}{S_n} = \frac{S_n}{S_{n-1}} + 2n$$
>
> 이다. $b_n = \dfrac{S_{n+1}}{S_n}$이라 하면 $b_1 = 2$이고
>
> $$b_n = b_{n-1} + 2n \quad (n \ge 2)$$
>
> 이다. 수열 $\{b_n\}$의 일반항을 구하면
>
> $$b_n = \boxed{\text{(가)}} \times (n+1) \quad (n \ge 1)$$
>
> 이므로
>
> $$S_n = \boxed{\text{(가)}} \times \{(n-1)!\}^2 \quad (n \ge 1)$$
>
> 이다. 따라서 $a_1 = 1$이고, $n \ge 2$일 때
>
> $$a_n = S_n - S_{n-1}$$
> $$= \boxed{\text{(나)}} \times \{(n-2)!\}^2$$
>
> 이다.

위의 (가)와 (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $f(10)+g(6)$의 값은? [4점]

① 110 ② 125 ③ 140 ④ 155 ⑤ 170

1G1120

20. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(-x)=-f(x),\quad g(-x)=g(x)$$

를 만족시킨다. 함수 $h(x)=f(x)g(x)$에 대하여

$$\int_{-3}^{3}(x+5)h'(x)dx=10$$

일 때, $h(3)$의 값은? [4점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

1G1121

21. 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$에 대하여 $\dfrac{f'(0)}{f(0)}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. Mm의 값은? [4점]

(가) 함수 $|f(x)|$는 $x=-1$에서만 미분가능하지 않다.
(나) 방정식 $f(x)=0$은 닫힌 구간 $[3, 5]$에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

① $\dfrac{1}{15}$　② $\dfrac{1}{10}$　③ $\dfrac{2}{15}$　④ $\dfrac{1}{6}$　⑤ $\dfrac{1}{5}$

161129

29. 이차함수 $f(x)$가 $f(0)=0$이고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\int_{0}^{2}|f(x)|dx=-\int_{0}^{2}f(x)dx=4$

(나) $\int_{2}^{3}|f(x)|dx=\int_{2}^{3}f(x)dx$

$f(5)$의 값을 구하시오. [4점]

161130

30. $x \geq \frac{1}{100}$ 인 실수 x에 대하여 $\log x$의 가수를 $f(x)$라 하자. 다음 조건을 만족시키는 두 실수 a, b의 순서쌍 (a, b)를 좌표평면에 나타낸 영역을 R라 하자.

(가) $a<0$이고 $b>10$이다.

(나) 함수 $y=9f(x)$의 그래프와 직선 $y=ax+b$가 한 점에서만 만난다.

영역 R에 속하는 점 (a, b)에 대하여 $(a+20)^2+b^2$의 최솟값은 $100\times\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

160917

17. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = 10$이고

$$(a_{n+1})^{n+1} = \frac{a_1 + (a_2)^2 + (a_3)^3 + \cdots + (a_n)^n}{n} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정의 일부이다.

> $b_n = (a_n)^n$이라 하면 $b_1 = 10$이고 주어진 식으로부터
>
> $$b_{n+1} = \frac{b_1 + b_2 + \cdots + b_n}{n} \quad (n \geq 1)$$
>
> 이다. $S_n = \sum_{k=1}^{n} b_k$라 하면
>
> $$S_{n+1} = \boxed{(가)} \times S_n$$
>
> 이다.
>
> $S_1 = 10$,
>
> $$S_n = S_1 \times \frac{S_2}{S_1} \times \frac{S_3}{S_2} \times \cdots \times \frac{S_n}{S_{n-1}} \quad (n \geq 2)$$
>
> 를 이용하여 S_n을 구하면
>
> $$S_n = \boxed{(나)} \quad (n \geq 1)$$
>
> 이다.
>
> ⋮

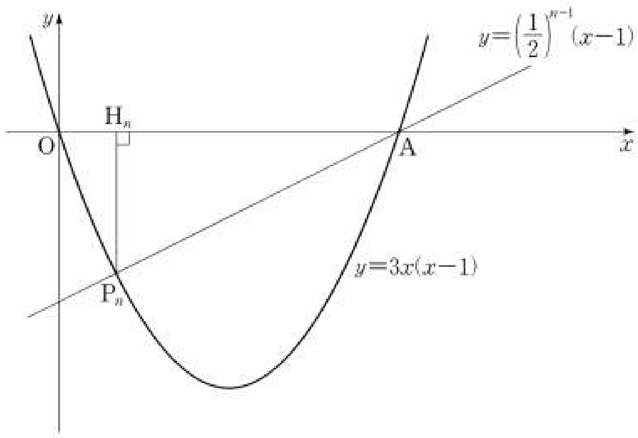
위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $f(5) \times g(6)$의 값은? [4점]

① 72 ② 76 ③ 80 ④ 84 ⑤ 88

160920

20. 자연수 n에 대하여 직선 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}(x-1)$과 이차함수 $y = 3x(x-1)$의 그래프가 만나는 두 점을 $\mathrm{A}(1, 0)$과 P_n이라 하자. 점 P_n에서 x축에 내린 수선의 발을 H_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \overline{\mathrm{P}_n\mathrm{H}_n}$의 값은? [4점]

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{14}{9}$ ③ $\frac{29}{18}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{31}{18}$



160921

21. 실수 t에 대하여 직선 $x=t$가 두 함수

$$y=x^4-4x^3+10x-30,\quad y=2x+2$$

의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 점 A와 점 B 사이의 거리를 $f(t)$라 하자.

$$\lim_{h\to+0}\frac{f(t+h)-f(t)}{h}\times\lim_{h\to-0}\frac{f(t+h)-f(t)}{h}\le 0$$

을 만족시키는 모든 실수 t의 값의 합은? [4점]

① -7 ② -3 ③ 1 ④ 5 ⑤ 9

160930

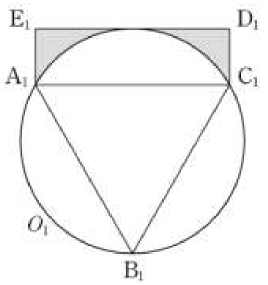
30. 양수 x에 대하여 $\log x$의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$라 하고, $h(x)=x+5f(x)$라 하자. 두 조건

$$f(m)\le f(x),\quad g(h(m))\le g(x)$$

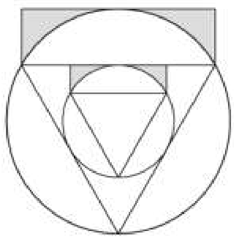
를 만족시키는 자연수 m의 개수를 $p(x)$라 할 때, $\sum_{k=1}^{10}p(2k)$의 값을 구하시오. [4점]

160618

18. 반지름의 길이가 2인 원 O_1에 내접하는 정삼각형 $A_1B_1C_1$이 있다. 그림과 같이 직선 A_1C_1과 평행하고 점 B_1을 지나지 않는 원 O_1의 접선 위에 두 점 D_1, E_1을 사각형 $A_1C_1D_1E_1$이 직사각형이 되도록 잡고, 직사각형 $A_1C_1D_1E_1$의 내부와 원 O_1의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에 정삼각형 $A_1B_1C_1$에 내접하는 원 O_2와 원 O_2에 내접하는 정삼각형 $A_2B_2C_2$를 그리고, 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형 $A_2C_2D_2E_2$를 그리고 직사각형 $A_2C_2D_2E_2$의 내부와 원 O_2의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim\limits_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]



R_1



R_2 $\cdots$

① $4\sqrt{3}-\frac{16}{9}\pi$ ② $4\sqrt{3}-\frac{5}{3}\pi$ ③ $4\sqrt{3}-\frac{4}{3}\pi$
④ $5\sqrt{3}-\frac{16}{9}\pi$ ⑤ $5\sqrt{3}-\frac{5}{3}\pi$

160619

19. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $S_n=\sum_{k=1}^{n} a_k$라 할 때,

$$a_{n+1}=(2^n-1)(S_n+1) \quad (n\ge 1) \qquad \cdots\cdots (*)$$

이 성립한다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정이다.

식 (*)의 양변에 S_n을 더하여 정리하면

$$S_{n+1}+1=2^n(S_n+1)$$

이다. $b_n=\log_2(S_n+1)$이라 하면 $b_1=1$이고

$$b_{n+1}=\boxed{(가)}+b_n$$

이다. 수열 $\{b_n\}$의 일반항을 구하면

$$b_n=\frac{n^2-n+2}{2} \quad (n\ge 1)$$

이므로

$$S_n=2^{\frac{n^2-n+2}{2}}-1 \quad (n\ge 1)$$

이다. 그러므로 $a_1=1$이고, $n\ge 2$일 때

$$a_n=S_n-S_{n-1}$$
$$=2^{\frac{n^2-n+2}{2}}-2^{\boxed{(나)}}$$
$$=2^{\boxed{(나)}}\times(2^{n-1}-1)$$

이다.

위의 (가)와 (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $f(12)-g(5)$의 값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

160620

20. 양수 x에 대하여 $\log x$의 지표를 $f(x)$라 할 때,

$$f(ab)=f(a)f(b)+2$$

를 만족시키는 20 이하의 두 자연수 a, b의 순서쌍 (a, b)에 대하여 $a+b$의 최솟값은? [4점]

① 19 ② 20 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

160621

21. 자연수 n에 대하여 최고차항의 계수가 1이고 다음 조건을 만족시키는 삼차함수 $f(x)$의 극댓값을 a_n이라 하자.

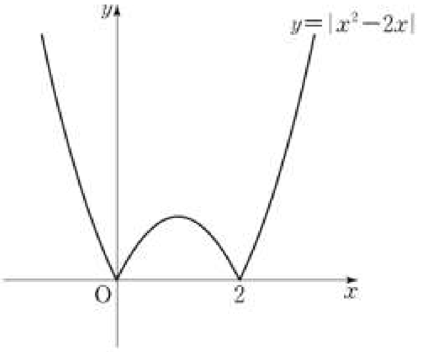
(가) $f(n)=0$ (나) 모든 실수 x에 대하여 $(x+n)f(x) \geq 0$이다.

a_n이 자연수가 되도록 하는 n의 최솟값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

160629

29. 실수 t에 대하여 직선 $y=t$가 곡선 $y=|x^2-2x|$와 만나는 점의 개수를 $f(t)$라 하자. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(t)$에 대하여 함수 $f(t)g(t)$가 모든 실수 t에서 연속일 때, $f(3)+g(3)$의 값을 구하시오. [4점]



160630

30. 2 이상의 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b의 모든 순서쌍 (a, b)의 개수가 300 이상이 되도록 하는 가장 작은 자연수 k의 값을 $f(n)$이라 할 때, $f(2)\times f(3)\times f(4)$의 값을 구하시오. [4점]

(가) $a<n^k$이면 $b\le \log_n a$이다.
(나) $a\ge n^k$이면 $b\le -(a-n^k)^2+k^2$이다.

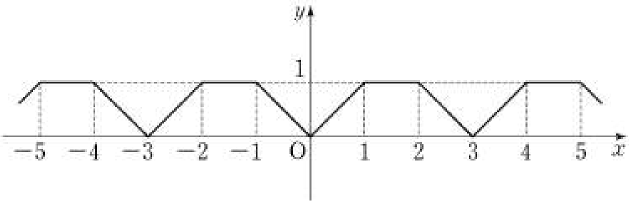
151120

20. 함수 $f(x)$는 모든 실수 x에 대하여 $f(x+3)=f(x)$를 만족시키고,

$$f(x)=\begin{cases} x & (0 \le x < 1) \\ 1 & (1 \le x < 2) \\ -x+3 & (2 \le x < 3) \end{cases}$$

이다. $\int_{-a}^{a} f(x)dx=13$일 때, 상수 a의 값은? [4점]

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18



151121

21. 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$에 대하여 $f(2)$의 최솟값은? [4점]

(가) $f(x)$의 최고차항의 계수는 1이다.
(나) $f(0)=f'(0)$
(다) $x \ge -1$인 모든 실수 x에 대하여 $f(x) \ge f'(x)$이다.

① 28 ② 33 ③ 38 ④ 43 ⑤ 48

151129

29. 두 다항함수 $f(x)$와 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$g(x)=(x^3+2)f(x)$$

를 만족시킨다. $g(x)$가 $x=1$에서 극솟값 24를 가질 때, $f(1)-f'(1)$의 값을 구하시오. [4점]

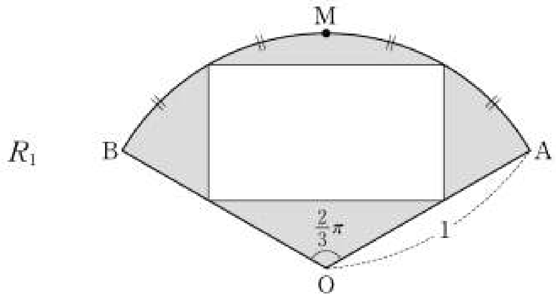
151130

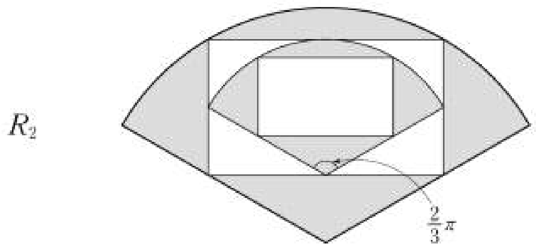
30. 좌표평면에서 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시키는 삼각형 OAB의 개수를 $f(n)$이라 할 때, $f(1)+f(2)+f(3)$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]

(가) 점 A의 좌표는 $(-2,\ 3^n)$이다.
(나) 점 B의 좌표를 $(a,\ b)$라 할 때, a와 b는 자연수이고 $b \leq \log_2 a$를 만족시킨다.
(다) 삼각형 OAB의 넓이는 50 이하이다.

150918

18. 중심이 O, 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{2}{3}\pi$인 부채꼴 OAB가 있다. 그림과 같이 호 AB를 이등분하는 점을 M이라 하고 호 AM과 호 MB를 각각 이등분하는 점을 두 꼭짓점으로 하는 직사각형을 부채꼴 OAB에 내접하도록 그리고, 부채꼴의 내부와 직사각형의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에 직사각형의 네 변의 중점을 모두 지나도록 중심각의 크기가 $\frac{2}{3}\pi$인 부채꼴을 그리고, 이 부채꼴에 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
그림 R_2에 새로 그려진 직사각형의 네 변의 중점을 모두 지나도록 중심각의 크기가 $\frac{2}{3}\pi$인 부채꼴을 그리고, 이 부채꼴에 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_3이라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]





⋮ ⋮

① $\frac{2\pi-3\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{\pi-\sqrt{2}}{3}$ ③ $\frac{2\pi-3\sqrt{2}}{3}$
④ $\frac{\pi-\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{2\pi-2\sqrt{3}}{3}$

150921

21. 최고차항의 계수가 1인 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$의 값은? [4점]

(가) $f(0)=-3$
(나) 모든 양의 실수 x에 대하여 $6x-6\le f(x)\le 2x^3-2$이다.

① 36 ② 38 ③ 40 ④ 42 ⑤ 44

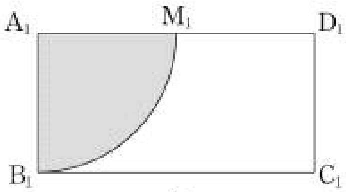
150930

30. 다음 조건을 만족시키는 두 자연수 a, b의 모든 순서쌍 (a, b)의 개수를 구하시오. [4점]

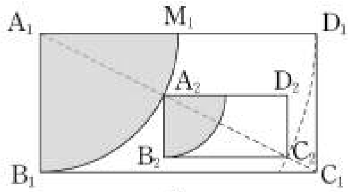
> (가) $1 \leq a \leq 10$, $1 \leq b \leq 100$
> (나) 곡선 $y=2^x$이 원 $(x-a)^2+(y-b)^2=1$과 만나지 않는다.
> (다) 곡선 $y=2^x$이 원 $(x-a)^2+(y-b)^2=4$와 적어도 한 점에서 만난다.

150618

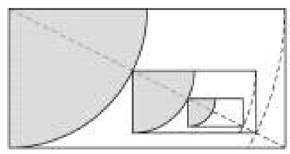
18. 그림과 같이 $\overline{A_1D_1}=2$, $\overline{A_1B_1}=1$인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$에서 선분 A_1D_1의 중점을 M_1이라 하자. 중심이 A_1, 반지름의 길이가 $\overline{A_1B_1}$이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 $A_1B_1M_1$을 그리고, 부채꼴 $A_1B_1M_1$에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 부채꼴 $A_1B_1M_1$의 호 B_1M_1이 선분 A_1C_1과 만나는 점을 A_2라 하고, 중심이 A_1, 반지름의 길이가 $\overline{A_1D_1}$인 원이 선분 A_1C_1과 만나는 점을 C_2라 하자. 가로와 세로의 길이의 비가 $2:1$이고 가로가 선분 A_1D_1과 평행한 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$를 그리고, 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$에서 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 부채꼴에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n \to \infty} S_n$의 값은? [4점]



R_1



R_2


R_3

⋯

① $\frac{5}{16}\pi$　② $\frac{11}{32}\pi$　③ $\frac{3}{8}\pi$　④ $\frac{13}{32}\pi$　⑤ $\frac{7}{16}\pi$

150G20

20. $0<a<1<b$인 두 실수 a, b에 대하여 두 함수

$$f(x)=\log_a(bx-1),\qquad g(x)=\log_b(ax-1)$$

이 있다. 곡선 $y=f(x)$와 x축의 교점이 곡선 $y=g(x)$의 점근선 위에 있도록 하는 a와 b 사이의 관계식과 a의 범위를 옳게 나타낸 것은? [4점]

① $b=-2a+2\ \left(0<a<\frac{1}{2}\right)$

② $b=2a\ \left(0<a<\frac{1}{2}\right)$

③ $b=2a\ \left(\frac{1}{2}<a<1\right)$

④ $b=2a+1\ \left(0<a<\frac{1}{2}\right)$

⑤ $b=2a+1\ \left(\frac{1}{2}<a<1\right)$

150G21

21. 최고차항의 계수가 1인 두 삼차함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(1)=0$ (나) $\lim_{x\to n}\frac{f(x)}{g(x)}=(n-1)(n-2)\quad(n=1,2,3,4)$

$g(5)$의 값은? [4점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

150629

29. 다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-x^3}{x^2}=-11,\quad \lim_{x\to 1}\frac{f(x)}{x-1}=-9$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x\to\infty}xf\left(\frac{1}{x}\right)$의 값을 구하시오. [4점]

150630

30. 양수 x에 대하여 $\log x$의 가수를 $f(x)$라 하자. 다음 조건을 만족시키는 두 자연수 a, b의 모든 순서쌍 (a, b)의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $a \le b \le 20$
(나) $\log b - \log a \le f(a) - f(b)$

141120

20. 양의 실수 x에 대하여 $\log x$의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$라 하자. 자연수 n에 대하여 $f(x)-(n+1)g(x)=n$을 만족시키는 모든 x의 값의 곱을 a_n이라 할 때, $\lim_{n \to \infty} \frac{\log a_n}{n^2}$의 값은? [4점]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

141121

21. 좌표평면에서 삼차함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx$와 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t,\ f(t))$에서의 접선이 y축과 만나는 점을 P라 할 때, 원점에서 점 P까지의 거리를 $g(t)$라 하자. 함수 $f(x)$와 함수 $g(t)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)=2$
(나) 함수 $g(t)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

$f(3)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

① 21 ② 24 ③ 27 ④ 30 ⑤ 33

141129

29. 함수 $f(x)=3x^2-ax$가

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}f\left(\frac{3k}{n}\right)=f(1)$$

을 만족시킬 때, 상수 a의 값을 구하시오. [4점]

141130

30. 좌표평면에서 $a>1$인 자연수 a에 대하여 두 곡선 $y=4^x$, $y=a^{-x+4}$과 직선 $y=1$로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에 포함되고 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점의 개수가 20 이상 40 이하가 되도록 하는 a의 개수를 구하시오. [4점]

140920

20. 자연수 n에 대하여 실수 a가 $10^n < a < 10^{n+1}$을 만족시킨다. $\log a$의 가수와 $\log \sqrt[n]{a}$의 가수의 합이 정수이고 $(n+1)\log a = n^2+8$일 때, $\dfrac{\log a}{n}$의 값은? [4점]

① $\dfrac{57}{56}$ ② $\dfrac{22}{21}$ ③ $\dfrac{11}{10}$ ④ $\dfrac{6}{5}$ ⑤ $\dfrac{17}{12}$

140921

21. 사차함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가

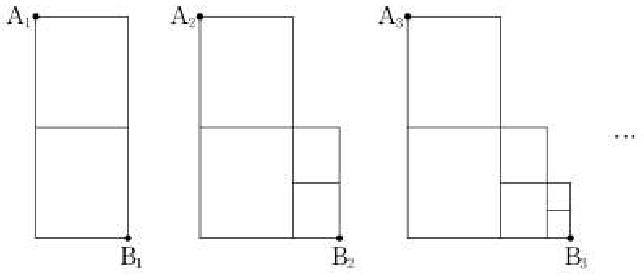
$$f'(x) = (x+1)(x^2+ax+b)$$

이다. 함수 $y=f(x)$가 구간 $(-\infty, 0)$에서 감소하고 구간 $(2, \infty)$에서 증가하도록 하는 실수 a, b의 순서쌍 (a, b)에 대하여, a^2+b^2의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $M+m$의 값은? [4점]

① $\dfrac{21}{4}$ ② $\dfrac{43}{8}$ ③ $\dfrac{11}{2}$ ④ $\dfrac{45}{8}$ ⑤ $\dfrac{23}{4}$

140929

29. 그림과 같이 직사각형에서 세로를 각각 이등분하는 점 2개를 연결하는 선분을 그린 그림을 [그림 1]이라 하자.
[그림 1]을 $\frac{1}{2}$ 만큼 축소시킨 도형을 [그림 1]의 오른쪽 맨 아래 꼭짓점을 하나의 꼭짓점으로 하여 오른쪽에 이어 붙인 그림을 [그림 2]라 하자.
이와 같이 3 이상의 자연수 k에 대하여 [그림 1]을 $\frac{1}{2^{k-1}}$ 만큼 축소시킨 도형을 [그림 $k-1$]의 오른쪽 맨 아래 꼭짓점을 하나의 꼭짓점으로 하여 오른쪽에 이어 붙인 그림을 [그림 k]라 하자.
자연수 n에 대하여 [그림 n]에서 왼쪽 맨 위 꼭짓점을 A_n, 오른쪽 맨 아래 꼭짓점을 B_n이라 할 때, 점 A_n에서 점 B_n까지 선을 따라 최단거리로 가는 경로의 수를 a_n이라 하자.
a_7의 값을 구하시오. [4점]



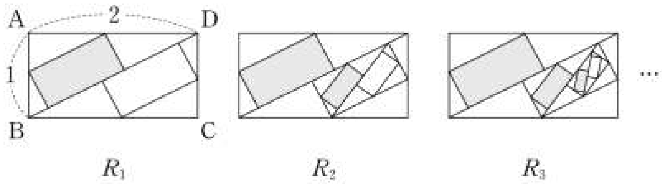
[그림 1]　　[그림 2]　　[그림 3]　　…

140930

30. 자연수 n에 대하여 부등식 $4^k-(2^n+4^n)2^k+8^n \le 1$을 만족시키는 모든 자연수 k의 합을 a_n이라 하자.
$\sum_{n=1}^{20} \frac{1}{a_n} = \frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

140618

18. 직사각형 ABCD에서 $\overline{AB}=1$, $\overline{AD}=2$이다.
그림과 같이 직사각형 ABCD의 한 대각선에 의하여 만들어지는 두 직각삼각형의 내부에 두 변의 길이의 비가 1:2인 두 직사각형을 긴 변이 대각선 위에 놓이면서 두 직각삼각형에 각각 내접하도록 그리고, 새로 그려진 두 직사각형 중 하나에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 새로 그려진 두 직사각형 중 색칠되어 있지 않은 직사각형에 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 두 직사각형 중 하나에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]



① $\frac{37}{61}$ ② $\frac{38}{61}$ ③ $\frac{39}{61}$ ④ $\frac{40}{61}$ ⑤ $\frac{41}{61}$

140619

19. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=2$이고,

$$n^2 a_{n+1}=(n^2-1)a_n+n(n+1)2^n \quad (n\ge 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정이다.

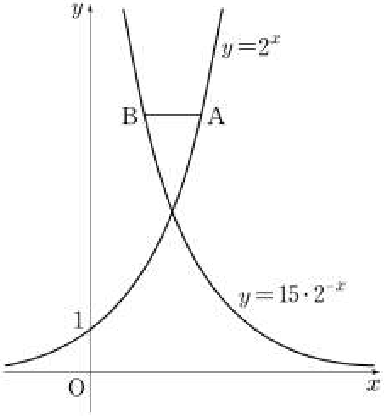
> 주어진 식에 의하여
> $$a_{n+1}=\frac{(n+1)(n-1)}{n^2}a_n+\frac{n+1}{n}2^n$$
> 이다. $b_n=\frac{n-1}{n}a_n$이라 하면
> $$b_{n+1}=b_n+\boxed{\text{(가)}} \quad (n\ge 1)$$
> 이고, $b_1=0$이므로
> $$b_n=\boxed{\text{(나)}} \quad (n\ge 1)$$
> 이다. 그러므로
> $$a_n=\begin{cases} 2 & (n=1) \\ \frac{n}{n-1}\times\left(\boxed{\text{(나)}}\right) & (n\ge 2)\end{cases}$$
> 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $f(5)+g(10)$의 값은? [4점]

① 1014 ② 1024 ③ 1034 ④ 1044 ⑤ 1054

140G20

20. 그림과 같이 함수 $y=2^x$의 그래프 위의 한 점 A를 지나고 x축에 평행한 직선이 함수 $y=15\cdot2^{-x}$의 그래프와 만나는 점을 B라 하자. 점 A의 x좌표를 a라 할 때, $1<\overline{\mathrm{AB}}<100$을 만족시키는 2 이상의 자연수 a의 개수는? [4점]



① 40　② 43　③ 46　④ 49　⑤ 52

140G21

21. 함수

$$f(x)=\begin{cases} a(3x-x^3) & (x<0) \\ x^3-ax & (x\ge 0) \end{cases}$$

의 극댓값이 5일 때, $f(2)$의 값은? (단, a는 상수이다.) [4점]

① 5　② 7　③ 9　④ 11　⑤ 13

14OG30

30. 자연수 k에 대하여 $\log k$의 지표와 가수를 각각 x좌표와 y좌표로 갖는 점을 P_k라 하자. 다음 조건을 만족시키는 자연수 m, n의 모든 순서쌍 (m, n)의 개수를 구하시오. [4점]

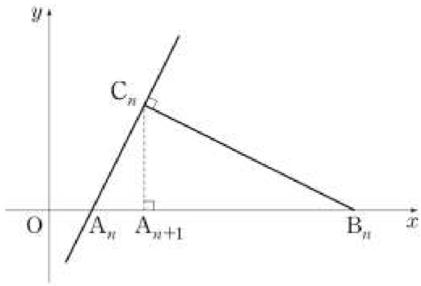
> (가) $1 \le m < n < 100$
> (나) $\overline{\mathrm{P}_m \mathrm{P}_n} = \sqrt{1+(\log 2)^2}$

14예비19

19. 좌표평면에서 점 A_1의 좌표가 $(1, 0)$일 때, 모든 자연수 n에 대하여 점 A_{n+1}을 다음 규칙에 따라 정한다.

> (가) 점 A_n을 x축의 방향으로 n만큼 평행이동시킨 점을 B_n이라 한다.
> (나) 점 B_n에서 기울기가 2이고 점 A_n을 지나는 직선에 내린 수선의 발을 C_n이라 한다.
> (다) 점 C_n에서 x축에 내린 수선의 발을 A_{n+1}이라 한다.

점 A_n의 x좌표를 a_n이라 할 때, $\lim_{n \to \infty} \frac{a_n}{n^2}$의 값은? [4점]



① $\frac{1}{10}$　② $\frac{1}{5}$　③ $\frac{3}{10}$　④ $\frac{2}{5}$　⑤ $\frac{1}{2}$

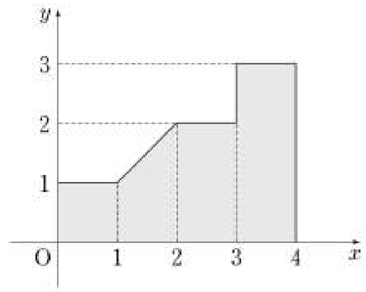
14예비20

20. 정의역이 $\{x \mid 1 \le x < 100\}$이고 함숫값이 $\log x$의 가수인 함수를 $f(x)$라 하자. 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=2-\dfrac{x}{n}$가 만나는 점의 개수가 2가 되도록 하는 자연수 n의 개수는? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14예비21

21. 좌표평면 위에 그림과 같이 어두운 부분을 내부로 하는 도형이 있다. 이 도형과 네 점 $(0,\ 0)$, $(t,\ 0)$, $(t,\ t)$, $(0,\ t)$를 꼭짓점으로 하는 정사각형이 겹치는 부분의 넓이를 $f(t)$라 하자.

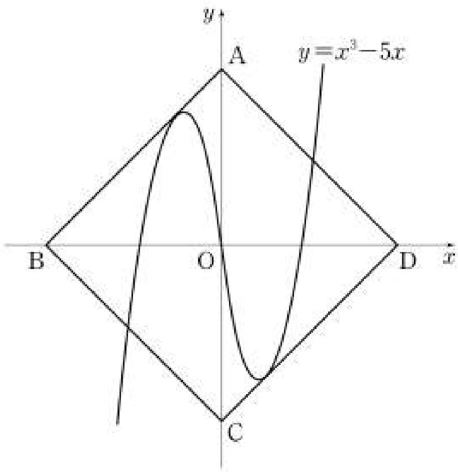


열린 구간 $(0,\ 4)$에서 함수 $f(t)$가 미분가능하지 않은 모든 t의 값의 합은? [4점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

14예비30

30. 그림과 같이 정사각형 ABCD의 두 꼭짓점 A, C는 y축 위에 있고, 두 꼭짓점 B, D는 x축 위에 있다. 변 AB와 변 CD가 각각 삼차함수 $y=x^3-5x$의 그래프에 접할 때, 정사각형 ABCD의 둘레의 길이를 구하시오. [4점]



131119

19. 수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(na_n-\frac{n^2+1}{2n+1}\right)=3$$

일 때, $\lim_{n\to\infty}(a_n^2+2a_n+2)$의 값은? [4점]

① $\frac{13}{4}$ ② 3 ③ $\frac{11}{4}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{9}{4}$

131120

20. 두 함수

$$f(x)=\begin{cases}-1 & (|x|\geq 1)\\ 1 & (|x|<1)\end{cases},\quad g(x)=\begin{cases}1 & (|x|\geq 1)\\ -x & (|x|<1)\end{cases}$$

에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\lim_{x\to 1} f(x)g(x)=-1$

ㄴ. 함수 $g(x+1)$은 $x=0$에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $f(x)g(x+1)$은 $x=-1$에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

131121

21. 삼차함수 $f(x)=x^3-3x+a$에 대하여 함수

$$F(x)=\int_0^x f(t)\,dt$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 양수 a의 최솟값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

131130

30. 좌표평면에서 자연수 n에 대하여 영역

$$\{(x,\ y)\,|\,2^x - n \le y \le \log_2(x+n)\}$$

에 속하는 점 중 다음 조건을 만족시키는 점의 개수를 a_n이라 하자.

> (가) x좌표와 y좌표는 서로 같다.
> (나) x좌표와 y좌표는 모두 정수이다.

예를 들어, $a_1 = 2$, $a_2 = 4$이다. $\sum_{n=1}^{30} a_n$의 값을 구하시오. [4점]

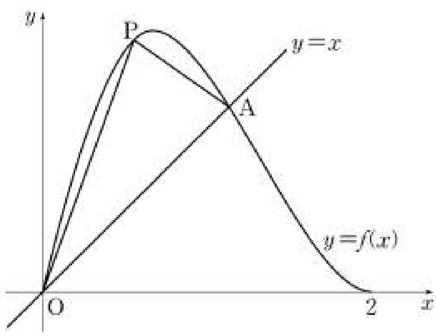
130919

19. 닫힌 구간 $[0, 2]$에서 정의된 함수

$$f(x) = ax(x-2)^2 \ \left(a > \frac{1}{2}\right)$$

에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=x$의 교점 중 원점 O가 아닌 점을 A라 하자. 점 P가 원점으로부터 점 A까지 곡선 $y=f(x)$ 위를 움직일 때, 삼각형 OAP의 넓이가 최대가 되는 점 P의 x좌표가 $\frac{1}{2}$이다. 상수 a의 값은? [4점]

① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{17}{12}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{19}{12}$



130921

21. 좌표평면에서 두 함수

$$f(x)=6x^3-x,\quad g(x)=|x-a|$$

의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 모든 실수 a의 값의 합은? [4점]

① $-\frac{11}{18}$ ② $-\frac{5}{9}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{4}{9}$ ⑤ $-\frac{7}{18}$

130928

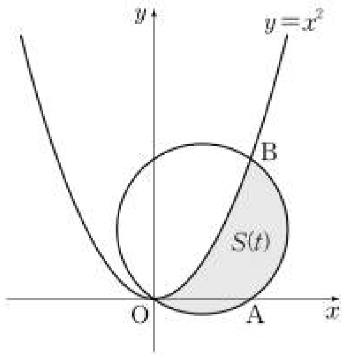
28. 첫째항이 10인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_n<a_{n+1},\quad \sum_{k=1}^{n}(a_{k+1}-a_k)^2=2\left(1-\frac{1}{9^n}\right)$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty}a_n$의 값을 구하시오. [4점]

130929

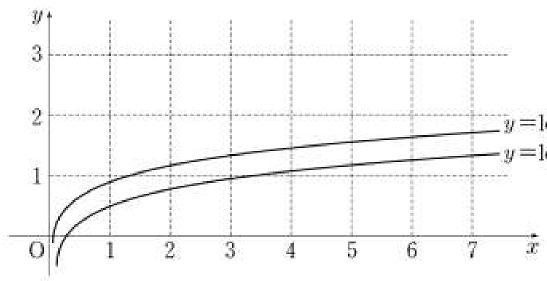
29. 그림과 같이 곡선 $y=x^2$과 양수 t에 대하여 세 점 O(0, 0), A(t, 0), B(t, t^2)을 지나는 원 C가 있다. 원 C의 내부와 부등식 $y \le x^2$이 나타내는 영역의 공통부분의 넓이를 $S(t)$라 할 때, $S'(1)=\dfrac{p\pi+q}{4}$이다. p^2+q^2의 값을 구하시오. (단, p, q는 정수이다.) [4점]



130930

30. 좌표평면에서 다음 조건을 만족시키는 정사각형 중 두 함수 $y=\log 3x$, $y=\log 7x$의 그래프와 모두 만나는 것의 개수를 구하시오. [4점]

(가) 꼭짓점의 x좌표, y좌표가 모두 자연수이고 한 변의 길이가 1이다. (나) 꼭짓점의 x좌표는 모두 100 이하이다.



130618

18. 2보다 큰 자연수 n에 대하여 $(-3)^{n-1}$의 n제곱근 중 실수인 것의 개수를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{a_n}{2^n}$의 값은? [4점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

130619

19. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x & (|x| \geq 1) \\ -x & (|x| < 1) \end{cases}$$

에 대하여, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 함수 $f(x)$가 불연속인 점은 2개이다.

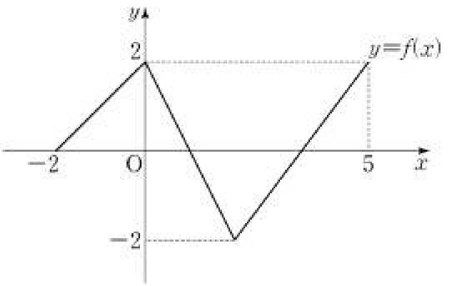
ㄴ. 함수 $(x-1)f(x)$는 $x=1$에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $\{f(x)\}^2$은 실수 전체의 집합에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

130620

20. 닫힌 구간 $[-2, 5]$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{n\to\infty}\frac{|nf(a)-1|-nf(a)}{2n+3}=1$을 만족시키는 상수 a의 개수는?

[4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

130621

21. 양수 x에 대하여 $\log x$의 가수를 $f(x)$라 할 때, $f(2x) \le f(x)$를 만족시키는 100보다 작은 자연수 x의 개수는?

[4점]

① 55 ② 57 ③ 59 ④ 61 ⑤ 63

130628

28. 수열 $\{a_n\}$에서 $a_1=2$이고, $n \ge 1$일 때 a_{n+1}은

$$\frac{1}{n+2} < \frac{a_n}{k} < \frac{1}{n}$$

을 만족시키는 자연수 k의 개수이다. a_{10}의 값을 구하시오. [4점]

130629

29. 방정식

$$4^x + 4^{-x} + a(2^x - 2^{-x}) + 7 = 0$$

이 실근을 갖기 위한 양수 a의 최솟값을 m이라 할 때, m^2의 값을 구하시오. [4점]

130630

30. 3보다 큰 자연수 n에 대하여 $f(n)$을 다음 조건을 만족시키는 가장 작은 자연수 a라 하자.

> (가) $a \geq 3$
> (나) 두 점 $(2,\ 0)$, $(a,\ \log_n a)$를 지나는 직선의 기울기는 $\frac{1}{2}$보다 작거나 같다.

예를 들어 $f(5)=4$이다. $\sum_{n=4}^{30} f(n)$의 값을 구하시오. [4점]

121119

19. 이차함수 $f(x)$는 $f(0)=-1$이고,

$$\int_{-1}^{1} f(x)\,dx = \int_{0}^{1} f(x)\,dx = \int_{-1}^{0} f(x)\,dx$$

를 만족시킨다. $f(2)$의 값은? [4점]

① 11　② 10　③ 9　④ 8　⑤ 7

121120

20. 양수 x에 대하여 $\log x$의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$라 하자. 두 부등식

$$f(n) \le f(54), \quad g(n) \le g(54)$$

를 만족시키는 자연수 n의 개수는? [4점]

① 42 ② 44 ③ 46 ④ 48 ⑤ 50

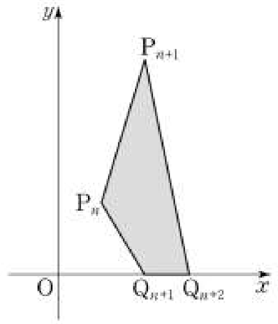
121121

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(-x) = -f(x)$를 만족시킨다. 방정식 $|f(x)| = 2$의 서로 다른 실근의 개수가 4일 때, $f(3)$의 값은? [4점]

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

121128

28. 좌표평면에서 자연수 n에 대하여 점 P_n의 좌표를 $(n,\ 3^n)$, 점 Q_n의 좌표를 $(n,\ 0)$이라 하자.
사각형 $\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_{n+1}\mathrm{Q}_{n+2}\mathrm{P}_{n+1}$의 넓이를 a_n이라 할 때,
$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{a_n}=\frac{q}{p}$이다. p^2+q^2의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



121130

30. 자연수 a, b에 대하여 곡선 $y=a^{x+1}$과 곡선 $y=b^x$이 직선 $x=t\ (t\geq 1)$와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자.
다음 조건을 만족시키는 a, b의 모든 순서쌍 $(a,\ b)$의 개수를 구하시오. 예를 들어, $a=4$, $b=5$는 다음 조건을 만족시킨다.
[4점]

(가) $2\leq a\leq 10$, $2\leq b\leq 10$
(나) $t\geq 1$인 어떤 실수 t에 대하여 $\overline{\mathrm{PQ}}\leq 10$이다.

120919

19. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=1$이고,

$$a_{n+1}=\frac{3a_n-1}{4a_n-1}\ (n\ge 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정의 일부이다.

> 모든 자연수 n에 대하여
>
> $$4a_{n+1}-1=4\times\frac{3a_n-1}{4a_n-1}-1=2-\frac{1}{4a_n-1}$$
>
> 이다. 수열 $\{b_n\}$을
>
> $b_1=1,\ b_{n+1}=(4a_n-1)b_n\ (n\ge 1)\cdots\cdots(*)$
>
> 이라 하면,
>
> $\vdots$
>
> $b_{n+2}-b_{n+1}=b_{n+1}-b_n$이다.
>
> 즉, $\{b_n\}$은 등차수열이므로 $(*)$에 의하여
>
> $b_n=$ $\boxed{\text{(가)}}$ 이고,
>
> $a_n=$ $\boxed{\text{(나)}}$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $f(14)\times g(5)$의 값은? [4점]

① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

120920

20. 함수 $f(x)=x^2-x+a$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x+1) & (x\le 0) \\ f(x-1) & (x>0) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $y=\{g(x)\}^2$이 $x=0$에서 연속일 때, 상수 a의 값은? [4점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

120928

28. 첫째항이 12이고 공비가 $\frac{1}{3}$인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{b_n\}$을 다음 규칙에 따라 정한다.

> (가) $b_1 = 1$
> (나) $n \geq 1$일 때, b_{n+1}은 점 $\mathrm{P}_n(-b_n,\ b_n^2)$을 지나고 기울기가 a_n인 직선과 곡선 $y=x^2$의 교점 중에서 P_n이 아닌 점의 x좌표이다.

$\lim\limits_{n\to\infty} b_n$의 값을 구하시오. [4점]

120930

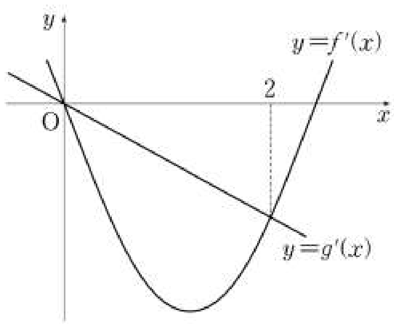
30. 자연수 n에 대하여 좌표평면에서 다음 조건을 만족시키는 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이를 a_n이라 하자.

> (가) 정사각형의 각 변은 좌표축에 평행하고, 두 대각선의 교점은 $(n,\ 2^n)$이다.
> (나) 정사각형과 그 내부에 있는 점 $(x,\ y)$ 중에서 x가 자연수이고, $y=2^x$을 만족시키는 점은 3개뿐이다.

예를 들어 $a_1 = 12$이다. $\sum_{k=1}^{7} a_k$의 값을 구하시오. [4점]

120G19

19. 삼차함수 $f(x)$의 도함수의 그래프와 이차함수 $g(x)$의 도함수의 그래프가 그림과 같다. 함수 $h(x)$를 $h(x)=f(x)-g(x)$라 하자. $f(0)=g(0)$일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보 기>

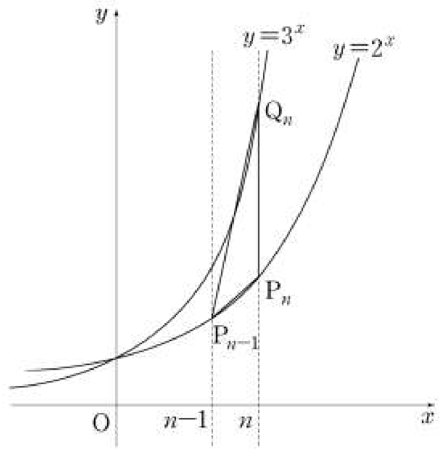
ㄱ. $0<x<2$ 에서 $h(x)$는 감소한다.
ㄴ. $h(x)$는 $x=2$에서 극솟값을 갖는다.
ㄷ. 방정식 $h(x)=0$은 서로 다른 세 실근을 갖는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

120G20

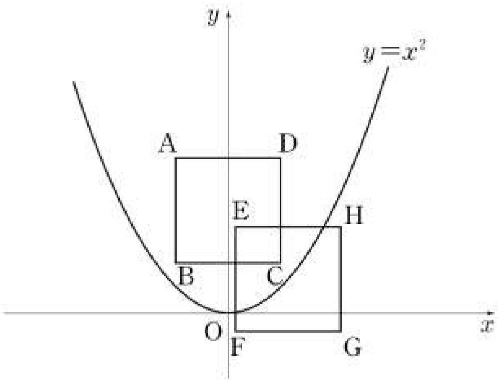
20. 자연수 n에 대하여 직선 $x=n$이 두 곡선 $y=2^x$, $y=3^x$과 만나는 점을 각각 P_n, Q_n이라 하자. 삼각형 $\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n\mathrm{P}_{n-1}$의 넓이를 S_n이라 하고, $T_n=\sum_{k=1}^{n} S_k$라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{T_n}{3^n}$의 값은? (단, 점 P_0의 좌표는 $(0,\ 1)$이다.) [4점]

① $\frac{5}{8}$ ② $\frac{11}{16}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{13}{16}$ ⑤ $\frac{7}{8}$



120G21

21. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD의 두 대각선의 교점의 좌표는 $(0,\ 1)$이고, 한 변의 길이가 1인 정사각형 EFGH의 두 대각선의 교점은 곡선 $y=x^2$ 위에 있다. 두 정사각형의 내부의 공통부분의 넓이의 최댓값은? (단, 정사각형의 모든 변은 x축 또는 y축에 평행하다.) [4점]



① $\frac{4}{27}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{5}{27}$ ④ $\frac{11}{54}$ ⑤ $\frac{2}{9}$

120G28

28. 자연수 n에 대하여 두 직선 $2x+y=4^n$, $x-2y=2^n$이 만나는 점의 좌표를 $(a_n,\ b_n)$이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{b_n}{a_n}=p$이다. $60p$의 값을 구하시오. [4점]

120630

30. 100 이하의 자연수 전체의 집합을 S라 할 때, $n \in S$에 대하여 집합

$$\{k \mid k \in S \text{이고 } \log_2 n - \log_2 k \text{는 정수}\}$$

의 원소의 개수를 $f(n)$이라 하자. 예를 들어, $f(10) = 5$이고 $f(99) = 1$이다. 이때, $f(n) = 1$인 n의 개수를 구하시오. [4점]

확률과 통계

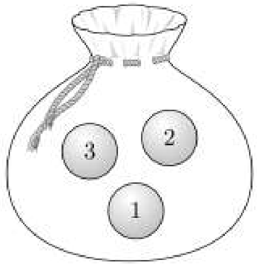
220930

30. 네 명의 학생 A, B, C, D에게 같은 종류의 사인펜 14개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. [4점]

> (가) 각 학생은 1개 이상의 사인펜을 받는다.
> (나) 각 학생이 받는 사인펜의 개수는 9 이하이다.
> (다) 적어도 한 학생은 짝수 개의 사인펜을 받는다.

220630

30. 숫자 1, 2, 3이 하나씩 적혀 있는 3개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는 시행을 한다. 이 시행을 5번 반복하여 확인한 5개의 수의 곱이 6의 배수일 확률이 $\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



211119

19. 확률변수 X는 평균이 8, 표준편차가 3인 정규분포를 따르고, 확률변수 Y는 평균이 m, 표준편차가 σ인 정규분포를 따른다. 두 확률변수 X, Y가

$$\mathrm{P}(4 \le X \le 8) + \mathrm{P}(Y \ge 8) = \frac{1}{2}$$

을 만족시킬 때, $\mathrm{P}\left(Y \le 8 + \frac{2\sigma}{3}\right)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

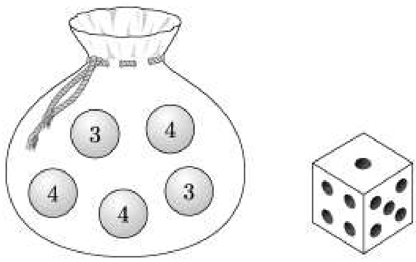
① 0.8351 ② 0.8413 ③ 0.9332 ④ 0.9772 ⑤ 0.9938

211129

29. 숫자 3, 3, 4, 4, 4가 하나씩 적힌 5개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니와 한 개의 주사위를 사용하여 다음 규칙에 따라 점수를 얻는 시행을 한다.

> 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어
> 꺼낸 공에 적힌 수가 3이면 주사위를 3번 던져서 나오는 세 눈의 수의 합을 점수로 하고,
> 꺼낸 공에 적힌 수가 4이면 주사위를 4번 던져서 나오는 네 눈의 수의 합을 점수로 한다.

이 시행을 한 번 하여 얻은 점수가 10점일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



210919

19. 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 두 장의 카드를 동시에 꺼내어 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는 시행을 두 번 반복한다. 첫 번째 시행에서 확인한 두 수 중 작은 수를 a_1, 큰 수를 a_2라 하고, 두 번째 시행에서 확인한 두 수 중 작은 수를 b_1, 큰 수를 b_2라 하자. 두 집합 A, B를

$$A = \{x \mid a_1 \le x \le a_2\}, \quad B = \{x \mid b_1 \le x \le b_2\}$$

라 할 때, $A \cap B \ne \varnothing$일 확률은? [4점]

① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{11}{15}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{13}{15}$

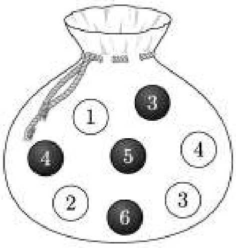
210929

29. 흰 공 4개와 검은 공 6개를 세 상자 A, B, C에 남김없이 나누어 넣을 때, 각 상자에 공이 2개 이상씩 들어가도록 나누어 넣는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 색 공끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

210620

20. 주머니에 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 흰 공 4개와 숫자 3, 4, 5, 6이 하나씩 적혀 있는 검은 공 4개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼내는 시행을 한다. 이 시행에서 꺼낸 공에 적혀 있는 수가 같은 것이 있을 때, 꺼낸 공 중 검은 공이 2개일 확률은? [4점]

① $\frac{13}{29}$ ② $\frac{15}{29}$ ③ $\frac{17}{29}$ ④ $\frac{19}{29}$ ⑤ $\frac{21}{29}$



201119

19. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 중복을 허락하여 다섯 개를 다음 조건을 만족시키도록 선택한 후, 일렬로 나열하여 만들 수 있는 모든 다섯 자리의 자연수의 개수는? [4점]

> (가) 각각의 홀수는 선택하지 않거나 한 번만 선택한다.
> (나) 각각의 짝수는 선택하지 않거나 두 번만 선택한다.

① 450 ② 445 ③ 440 ④ 435 ⑤ 430

201129

29. 세 명의 학생 A, B, C에게 같은 종류의 사탕 6개와 같은 종류의 초콜릿 5개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. [4점]

> (가) 학생 A가 받는 사탕의 개수는 1 이상이다.
> (나) 학생 B가 받는 초콜릿의 개수는 1 이상이다.
> (다) 학생 C가 받는 사탕의 개수와 초콜릿의 개수의 합은 1 이상이다.

200920

20. 빨간색 공 6개, 파란색 공 3개, 노란색 공 3개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내는 시행을 하여, 다음 규칙에 따라 세 사람 A, B, C가 점수를 얻는다. (단, 한 번 꺼낸 공은 다시 주머니에 넣지 않는다.)

> • 빨간색 공이 나오면 A는 3점, B는 1점, C는 1점을 얻는다.
> • 파란색 공이 나오면 A는 2점, B는 6점, C는 2점을 얻는다.
> • 노란색 공이 나오면 A는 2점, B는 2점, C는 6점을 얻는다.

이 시행을 계속하여 얻은 점수의 합이 처음으로 24점 이상인 사람이 나오면 시행을 멈춘다. 다음은 얻은 점수의 합이 24점 이상인 사람이 A뿐일 확률을 구하는 과정이다.

> 꺼낸 빨간색 공의 개수를 x, 파란색 공의 개수를 y, 노란색 공의 개수를 z라 할 때, 얻은 점수의 합이 24점 이상인 사람이 A뿐이기 위해서는 x, y, z가 다음 조건을 만족시켜야 한다.
>
> $$x=6,\ 0<y<3,\ 0<z<3,\ y+z\geq 3$$
>
> 이 조건을 만족시키는 순서쌍 (x, y, z)는
> $$(6, 1, 2),\ (6, 2, 1),\ (6, 2, 2)$$
> 이다.
>
> (i) $(x, y, z)=(6, 1, 2)$인 경우의 확률은 $\boxed{(가)}$이다.
> (ii) $(x, y, z)=(6, 2, 1)$인 경우의 확률은 $\boxed{(가)}$이다.
> (iii) $(x, y, z)=(6, 2, 2)$인 경우는 10번째 시행에서 빨간색 공이 나와야 하므로 그 확률은 $\boxed{(나)}$이다.
>
> (i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 확률은
> $2\times\boxed{(가)}+\boxed{(나)}$이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 수를 각각 p, q라 할 때, $p+q$의 값은? [4점]

① $\frac{13}{110}$ ② $\frac{27}{220}$ ③ $\frac{7}{55}$ ④ $\frac{29}{220}$ ⑤ $\frac{3}{22}$

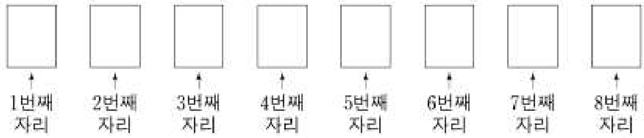
200929

29. 연필 7자루와 볼펜 4자루를 다음 조건을 만족시키도록 여학생 3명과 남학생 2명에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 연필끼리는 서로 구별하지 않고, 볼펜끼리도 서로 구별하지 않는다.) [4점]

> (가) 여학생이 각각 받는 연필의 개수는 서로 같고, 남학생이 각각 받는 볼펜의 개수도 서로 같다.
> (나) 여학생은 연필을 1자루 이상 받고, 볼펜을 받지 못하는 여학생이 있을 수 있다.
> (다) 남학생은 볼펜을 1자루 이상 받고, 연필을 받지 못하는 남학생이 있을 수 있다.

200619

19. 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 8장의 카드가 있다. 이 카드를 모두 한 번씩 사용하여 그림과 같은 8개의 자리에 각각 한 장씩 임의로 놓을 때, 8 이하의 자연수 k에 대하여 k번째 자리에 놓인 카드에 적힌 수가 k 이하인 사건을 A_k라 하자.



다음은 두 자연수 $m, n\,(1 \le m < n \le 8)$에 대하여 두 사건 A_m과 A_n이 서로 독립이 되도록 하는 m, n의 모든 순서쌍 (m, n)의 개수를 구하는 과정이다.

> A_k는 k번째 자리에 k 이하의 자연수 중 하나가 적힌 카드가 놓여 있고, k번째 자리를 제외한 7개의 자리에 나머지 7장의 카드가 놓여 있는 사건이므로
>
> $\mathrm{P}(A_k) = \boxed{\text{(가)}}$
>
> 이다.
> $A_m \cap A_n\,(m < n)$은 m번째 자리에 m 이하의 자연수 중 하나가 적힌 카드가 놓여 있고, n번째 자리에 n 이하의 자연수 중 m번째 자리에 놓인 카드에 적힌 수가 아닌 자연수가 적힌 카드가 놓여 있고, m번째와 n번째 자리를 제외한 6개의 자리에 나머지 6장의 카드가 놓여 있는 사건이므로
>
> $\mathrm{P}(A_m \cap A_n) = \boxed{\text{(나)}}$
>
> 이다.
> 한편, 두 사건 A_m과 A_n이 서로 독립이기 위해서는
>
> $\mathrm{P}(A_m \cap A_n) = \mathrm{P}(A_m)\mathrm{P}(A_n)$
>
> 을 만족시켜야 한다.
> 따라서 두 사건 A_m과 A_n이 서로 독립이 되도록 하는 m, n의 모든 순서쌍 (m, n)의 개수는 $\boxed{\text{(다)}}$이다.

위의 (가)에 알맞은 식에 $k=4$를 대입한 값을 p, (나)에 알맞은 식에 $m=3$, $n=5$를 대입한 값을 q, (다)에 알맞은 수를 r라 할 때, $p \times q \times r$의 값은? [4점]

① $\frac{3}{8}$　② $\frac{1}{2}$　③ $\frac{5}{8}$　④ $\frac{3}{4}$　⑤ $\frac{7}{8}$

200629

29. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x_1, x_2, x_3의 모든 순서쌍 $(x_1,\ x_2,\ x_3)$의 개수를 구하시오. [4점]

> (가) $n=1,\ 2$일 때, $x_{n+1}-x_n \geq 2$이다.
>
> (나) $x_3 \leq 10$

190920

20. 상자 A와 상자 B에 각각 6개의 공이 들어 있다. 동전 1개를 사용하여 다음 시행을 한다.

> 동전을 한 번 던져
> 앞면이 나오면 상자 A에서 공 1개를 꺼내어 상자 B에 넣고,
> 뒷면이 나오면 상자 B에서 공 1개를 꺼내어 상자 A에 넣는다.

위의 시행을 6번 반복할 때, 상자 B에 들어 있는 공의 개수가 6번째 시행 후 처음으로 8이 될 확률은? [4점]

① $\frac{1}{64}$　② $\frac{3}{64}$　③ $\frac{5}{64}$　④ $\frac{7}{64}$　⑤ $\frac{9}{64}$

190619

19. 한 개의 주사위를 세 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c라 하자. 세 수 a, b, c가 $a < b - 2 \le c$를 만족시킬 확률은? [4점]

① $\frac{2}{27}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{5}{54}$ ④ $\frac{11}{108}$ ⑤ $\frac{1}{9}$

190620

20. 자연수 n에 대하여 $2a+2b+c+d=2n$을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수를 a_n이라 하자. 다음은 $\sum_{n=1}^{8} a_n$의 값을 구하는 과정이다.

> 음이 아닌 정수 a, b, c, d가 $2a+2b+c+d=2n$을 만족시키려면 음이 아닌 정수 k에 대하여 $c+d=2k$이어야 한다.
> $c+d=2k$인 경우는 (1) 음이 아닌 정수 k_1, k_2에 대하여 $c=2k_1$, $d=2k_2$인 경우이거나 (2) 음이 아닌 정수 k_3, k_4에 대하여 $c=2k_3+1$, $d=2k_4+1$인 경우이다.
>
> (1) $c=2k_1$, $d=2k_2$인 경우:
> $2a+2b+c+d=2n$을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는 $\boxed{(가)}$이다.
>
> (2) $c=2k_3+1$, $d=2k_4+1$인 경우:
> $2a+2b+c+d=2n$을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는 $\boxed{(나)}$이다.
>
> (1), (2)에 의하여 $2a+2b+c+d=2n$을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수 a_n은
> $$a_n = \boxed{(가)} + \boxed{(나)}$$
> 이다. 자연수 m에 대하여
> $$\sum_{n=1}^{m} \boxed{(나)} = {}_{m+3}\mathrm{C}_4$$
> 이므로
> $$\sum_{n=1}^{8} a_n = \boxed{(다)}$$
> 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 하고, (다)에 알맞은 수를 r라 할 때, $f(6)+g(5)+r$의 값은? [4점]

① 893 ② 918 ③ 943 ④ 968 ⑤ 993

180619

19. 다음은 x에 대한 다항식 $(x+a^2)^n$과 $(x^2-2a)(x+a)^n$의 전개식에서 x^{n-1}의 계수가 같게 되는 두 자연수 a와 $n\,(n \ge 4)$의 값을 구하는 과정의 일부이다.

> $(x+a^2)^n$의 전개식에서 x^{n-1}의 계수는 $a^2 n$이다.
> $(x^2-2a)(x+a)^n = x^2(x+a)^n - 2a(x+a)^n$에서
> $x^2(x+a)^n$을 전개하면 x^{n-1}의 계수는 $\boxed{(가)} \times a^3$이고,
> $2a(x+a)^n$을 전개하면 x^{n-1}의 계수는 $2a^2 n$이다.
> 따라서 $(x^2-2a)(x+a)^n$의 전개식에서 x^{n-1}의 계수는
> $\boxed{(가)} \times a^3 - 2a^2 n$
> 이다. 그러므로
> $a^2 n = \boxed{(가)} \times a^3 - 2a^2 n$
> 이고, 이 식을 정리하여 a를 n에 관한 식으로 나타내면
> $a = \dfrac{18}{\boxed{(나)}}$
> 이다. 여기서 a는 자연수이고 n은 4 이상의 자연수이므로
> $n = \boxed{(다)}$
> 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 하고, (다)에 알맞은 수를 k라 할 때, $f(k)+g(k)$의 값은? [4점]

① 10 ② 16 ③ 22 ④ 28 ⑤ 34

171119

19. 좌표평면 위의 한 점 (x, y)에서 세 점 $(x+1, y)$, $(x, y+1)$, $(x+1, y+1)$ 중 한 점으로 이동하는 것을 점프라 하자.
점프를 반복하여 점 $(0, 0)$에서 점 $(4, 3)$까지 이동하는 모든 경우 중에서, 임의로 한 경우를 선택할 때 나오는 점프의 횟수를 확률변수 X라 하자. 다음은 확률변수 X의 평균 $\mathrm{E}(X)$를 구하는 과정이다. (단, 각 경우가 선택되는 확률은 동일하다.)

> 점프를 반복하여 점 $(0, 0)$에서 점 $(4, 3)$까지 이동하는 모든 경우의 수를 N이라 하자. 확률변수 X가 가질 수 있는 값 중 가장 작은 값을 k라 하면 $k = \boxed{(가)}$이고, 가장 큰 값은 $k+3$이다.
> $\mathrm{P}(X=k) = \dfrac{1}{N} \times \dfrac{4!}{3!} = \dfrac{4}{N}$
> $\mathrm{P}(X=k+1) = \dfrac{1}{N} \times \dfrac{5!}{2!\,2!} = \dfrac{30}{N}$
> $\mathrm{P}(X=k+2) = \dfrac{1}{N} \times \boxed{(나)}$
> $\mathrm{P}(X=k+3) = \dfrac{1}{N} \times \dfrac{7!}{3!\,4!} = \dfrac{35}{N}$
> 이고
> $\displaystyle\sum_{i=k}^{k+3} \mathrm{P}(X=i) = 1$
> 이므로 $N = \boxed{(다)}$이다.
> 따라서 확률변수 X의 평균 $\mathrm{E}(X)$는 다음과 같다.
> $\mathrm{E}(X) = \displaystyle\sum_{i=k}^{k+3} \{i \times \mathrm{P}(X=i)\} = \dfrac{257}{43}$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c라 할 때, $a+b+c$의 값은? [4점]

① 190 ② 193 ③ 196 ④ 199 ⑤ 202

171129

29. 확률변수 X는 평균이 m, 표준편차가 5인 정규분포를 따르고, 확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(10) > f(20)$
(나) $f(4) < f(22)$

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.6	0.226
0.8	0.288
1.0	0.341
1.2	0.385
1.4	0.419

m이 자연수일 때 $\mathrm{P}(17 \le X \le 18) = a$이다. $1000a$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오. [4점]

170918

18. 1부터 n까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 n장의 카드가 있다. 이 카드 중에서 임의로 서로 다른 4장의 카드를 선택할 때, 선택한 카드 4장에 적힌 수 중 가장 큰 수를 확률변수 X라 하자. 다음은 $\mathrm{E}(X)$를 구하는 과정이다. (단, $n \ge 4$)

자연수 $k(4 \le k \le n)$에 대하여 확률변수 X의 값이 k일 확률은 1부터 $k-1$까지의 자연수가 적혀 있는 카드 중에서 서로 다른 3장의 카드와 k가 적혀 있는 카드를 선택하는 경우의 수를 전체 경우의 수로 나누는 것이므로

$$\mathrm{P}(X=k) = \frac{\boxed{(가)}}{{}_n\mathrm{C}_4}$$

이다. 자연수 $r(1 \le r \le k)$에 대하여

$${}_k\mathrm{C}_r = \frac{k}{r} \times {}_{k-1}\mathrm{C}_{r-1}$$

이므로

$$k \times \boxed{(가)} = 4 \times \boxed{(나)}$$

이다. 그러므로

$$\begin{aligned}\mathrm{E}(X) &= \sum_{k=4}^{n} \{k \times \mathrm{P}(X=k)\} \\ &= \frac{1}{{}_n\mathrm{C}_4} \sum_{k=4}^{n} \left(k \times \boxed{(가)}\right) \\ &= \frac{4}{{}_n\mathrm{C}_4} \sum_{k=4}^{n} \boxed{(나)}\end{aligned}$$

이다.

$$\sum_{k=4}^{n} \boxed{(나)} = {}_{n+1}\mathrm{C}_5$$

이므로

$$\mathrm{E}(X) = (n+1) \times \boxed{(다)}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$라 하고, (다)에 알맞은 수를 a라 할 때, $a \times f(6) \times g(5)$의 값은? [4점]

① 40 ② 45 ③ 50 ④ 55 ⑤ 60

170919

19. 각 자리의 수가 0이 아닌 네 자리의 자연수 중 각 자리의 수의 합이 7인 모든 자연수의 개수는? [4점]

① 11　② 14　③ 17　④ 20　⑤ 23

170619

19. 한 개의 주사위를 두 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b라 하자. 다음은 이차함수 $f(x)=x^2-7x+12$에 대하여 $f(a)f(b)=0$이 성립할 확률을 구하는 과정이다.

> 첫 번째 던져서 나오는 주사위의 눈의 수를 a라 할 때 $f(a)=0$이 되는 사건을 A라 하고, 두 번째 던져서 나오는 주사위의 눈의 수를 b라 할 때 $f(b)=0$이 되는 사건을 B라 하자.
> 이차방정식 $f(x)=0$의 해는 $x=3$ 또는 $x=4$이므로
> $\mathrm{P}(A)=\boxed{(가)}$, $\mathrm{P}(B)=\boxed{(가)}$
> 이다.
> 구하는 확률 $\mathrm{P}(A\cup B)$는
> $\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$
> 이고, 두 사건 A와 B는 서로 독립이므로
> $\mathrm{P}(A\cap B)=\boxed{(나)}$
> 이다. 그러므로
> $\mathrm{P}(A\cup B)=\boxed{(다)}$
> 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 m, n, k라 할 때, $m\times n\times k$의 값은? [4점]

① $\frac{1}{81}$　② $\frac{5}{243}$　③ $\frac{7}{243}$　④ $\frac{1}{27}$　⑤ $\frac{11}{243}$

160919

19. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c,\ d)$의 개수는? [4점]

(가) $a+b+c+3d=10$
(나) $a+b+c \leq 5$

① 18　② 20　③ 22　④ 24　⑤ 26

160929

29. 확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(4,\ 3^2)$을 따를 때,

$\sum_{n=1}^{7} \mathrm{P}(X \leq n) = a$이다. $10a$의 값을 구하시오. [4점]

150920

20. 어느 나라에서 작년에 운행된 택시의 연간 주행거리는 모평균이 m인 정규분포를 따른다고 한다. 이 나라에서 작년에 운행된 택시 중에서 16대를 임의추출하여 구한 연간 주행거리의 표본평균이 $\overline{x}$이고, 이 결과를 이용하여 신뢰도 95%로 추정한 m에 대한 신뢰구간이 $[\overline{x}-c, \overline{x}+c]$이었다. 이 나라에서 작년에 운행된 택시 중에서 임의로 1대를 선택할 때, 이 택시의 연간 주행거리가 $m+c$ 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 주행거리의 단위는 km이다.) [4점]

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.49	0.1879
0.98	0.3365
1.47	0.4292
1.96	0.4750

① 0.6242　② 0.6635　③ 0.6879
④ 0.8365　⑤ 0.9292

150929

29. 구간 $[0, 3]$의 모든 실수 값을 가지는 연속확률변수 X에 대하여

$$\mathrm{P}(x \le X \le 3) = a(3-x) \quad (0 \le x \le 3)$$

이 성립할 때, $\mathrm{P}(0 \le X < a) = \frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

140919

19. 확률변수 X가 평균이 $\frac{3}{2}$, 표준편차가 2인 정규분포를 따를 때, 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $H(t)$는

$$H(t)=\mathrm{P}(t \le X \le t+1)$$

이다. $H(0)+H(2)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.25	0.0987
0.50	0.1915
0.75	0.2734
1.00	0.3413

① 0.3494 ② 0.4649 ③ 0.4852 ④ 0.5468 ⑤ 0.6147

14예비29

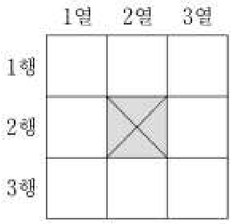
29. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 규칙에 따라 점수를 얻는 시행을 한다.

> (가) 한 번 던져 나온 눈의 수가 5 이상이면 나온 눈의 수를 점수로 한다.
> (나) 한 번 던져 나온 눈의 수가 5보다 작으면 한 번 더 던져 나온 눈의 수를 점수로 한다.

시행의 결과로 얻은 점수가 5점 이상일 때, 주사위를 한 번만 던졌을 확률을 $\frac{q}{p}$라 하자. p^2+q^2의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

131129

29. 다음 좌석표에서 2행 2열 좌석을 제외한 8개의 좌석에 여학생 4명과 남학생 4명을 1명씩 임의로 배정할 때, 적어도 2명의 남학생이 서로 이웃하게 배정될 확률은 p이다. $70p$의 값을 구하시오. (단, 2명이 같은 행의 바로 옆이나 같은 열의 바로 앞뒤에 있을 때 이웃한 것으로 본다.) [4점]



130920

20. 어느 공장에서 생산하는 제품의 무게는 모평균이 m, 모표준편차가 $\frac{1}{2}$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산한 제품 중에서 25개를 임의추출하여 신뢰도 95%로 추정한 모평균 m에 대한 신뢰구간이 $[a,\ b]$일 때, $\mathrm{P}(|Z| \le c) = 0.95$를 만족시키는 c를 a, b로 나타낸 것은? (단, 확률변수 Z는 표준정규분포를 따른다.) [4점]

① $3(b-a)$　　② $\frac{7}{2}(b-a)$　　③ $4(b-a)$

④ $\frac{9}{2}(b-a)$　　⑤ $5(b-a)$

120929

29. 어느 학교 학생들의 통학 시간은 평균이 50분, 표준편차가 σ분인 정규분포를 따른다. 이 학교 학생들을 대상으로 16명을 임의추출하여 조사한 통학 시간의 표본평균을 $\overline{X}$라 하자. $\mathrm{P}(50 \le \overline{X} \le 56) = 0.4332$일 때, σ의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오. [4점]

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772