

[니네가 만든 모의고사]

| 대학수학능력시험 수학 연습 |

| 한성은 (POSTECH 수학과)

5A ACADEMY, 일산 종로

제 학생들이 출제한 문항 위주로 만든 모의고사입니다.
점수 신경 쓰지 마시고 즐겁게 푸세요. 각각의 문항은 나쁘지 않아요.

출제자 명단입니다. 아는 친구 있으면 칭찬해주세요.

[운정고 김현종], [운정고 선재윤], [운정고 박정인], [운정고 이성호], [운정고 신민경],
[백양고 이상준], [일산동고 김훈종], [저현고 하유민], [운정고 강준성], [대진고 황용민],
[운정고 김준일], [백양고 조원철], [백양고 조성빈], [운정고 이다윤]

hansungeun.com/texta.html - 공개 모의고사 페이지
썬잇 N제 (수학1, 수학2, 미적분) 출간 - 책 사주세요.

| CCL

- 허락 없이 문제를 쓰실 수 있지만, 출처를 반드시 표시해 주세요.
- 자신이 저작자라는 주장을 하지 말아 주세요.

수학 영역

5지선다형

1. 함수 $f(x) = x^2 + 2x$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

2. 세 수 $a, 6, 9$ 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때 a 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

3. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+a}-3}{x-3} = b$ 일 때, ab 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ 2 ⑤ 3

4. 부등식 $\left(\frac{1}{2}\right)^{4-2x} \leq 16^3$ 을 만족시키는 자연수 x 의

개수는? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

5. $\sin(\pi+\theta)+\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=\frac{2}{3}$ 일 때, $\sin\theta\cos\theta$ 의 값은? [3점]

① $\frac{5}{18}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{7}{18}$

④ $\frac{4}{9}$

⑤ $\frac{1}{2}$

6. $\int_2^4 x(x-2)(x-4)(x-6)dx$ 의 값은? [3점]

① $\frac{188}{15}$

② $\frac{176}{15}$

③ $\frac{164}{15}$

④ $\frac{152}{15}$

⑤ $\frac{28}{3}$

7. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 4a_n & (n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{2}{a_n} & (n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

이고 $a_4 = 1$ 일 때, $a_1 + a_{18}$ 의 값은? [3점]

① 18

② 16

③ 14

④ 12

⑤ 10

8. 함수 $f(x) = x^3 - 3x$ 에 대하여 두 곡선 $y = f(x)$, $y = f(x-2) + 2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9
 ④ 10 ⑤ 11

10. 자연수 n 에 대하여 $(n-3)^2(n-6)$ 의 n 제곱근 중

실수인 것의 개수를 a_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 9 ③ 10
 ④ 11 ⑤ 12

9. $0 \leq x \leq 2\pi$ 에서 방정식 $m(\pi-x) = \tan \frac{x}{2}$ 가 두 실근

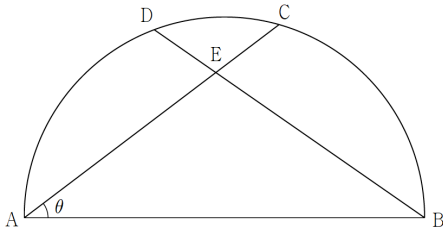
α, β 를 갖는다. $\beta - \alpha = \pi$ 일 때, m 의 값은? [4점]

- ① $\frac{2}{\pi}$ ② $\frac{4}{\pi}$ ③ $\frac{6}{\pi}$
 ④ $\frac{8}{\pi}$ ⑤ $\frac{10}{\pi}$

11. 그림과 같이 $\overline{AB} = 5\sqrt{10}$ 인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위의 두 점 C, D에 대하여 선분 AC와 선분 BD가 만나는 점을 E라 하자.

$$\sin(\angle CAB) = \frac{3}{5}, \quad \overline{AE} = \sqrt{10} \times \overline{DE}$$

일 때, \overline{AD} 의 값은? [4점]



- ① 7
- ② 8
- ③ 9
- ④ 10
- ⑤ 11

12. 최고차항의 계수가 k 인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$f'(2) = 1, \quad f(2) - f(0) = 2$$

를 만족시킨다. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $P(t, f(t))$ 와 점 $A(2, f(0))$ 에 대하여 선분 PA의 중점이 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(2, f(2))$ 에서의 접선 위에 있도록 하는 실수 t 의 개수가 2일 때, k 의 값은? [4점]

- ① $\frac{15}{16}$
- ② $\frac{9}{8}$
- ③ $\frac{21}{16}$
- ④ $\frac{3}{2}$
- ⑤ $\frac{27}{16}$

13. 자연수 n 에 대하여

$$\left| \log_2 \frac{k}{n} \right| \leq 2$$

를 만족시키는 자연수 k 의 개수를 a_n 이라 하자.

$\sum_{n=1}^{20} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 820 ② 800 ③ 780
 ④ 760 ⑤ 740

14. 사차함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)f'(x)}{x^2} = -4, \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)f'(x)}{(x-3)^3} = \alpha \quad (\alpha \neq 0)$$

일 때, α 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10

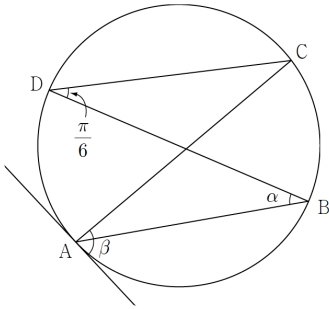
6

수학 영역

15. 그림과 같이 원 위의 네 점 A, B, C, D가 있다.

$\overline{AB}=3$, $\overline{CD}=2\sqrt{3}$, $\angle BDC = \frac{\pi}{6}$ 이고, $\angle ABD = \alpha$,

선분 AC과 원 위의 점 A에서의 접선이 이루는 예각의 크기를 β 라 할 때, $\alpha + \beta = \frac{2\pi}{3}$ 이다. $\sin\alpha$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{5}}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{4}$
- ④ $\frac{\sqrt{7}}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

단답형

16. $\log_2 9 \times \log_3 16$ 의 값을 구하여라. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 3x^2 + 2x + 1$ 이고 $f(1) = 6$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하여라. [3점]

18. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{xf(x) - 6}{x - 2} = 7$$

를 만족시킨다. $f(2) + f'(2)$ 의 값을 구하여라. [3점]

19. 함수 $f(x) = 3x^2 - 2x - 5$ 에 대하여 0, 3, c 가 방정식

$$\int_0^x f(t)dt + ax + b = - \int_3^x f(t)dt$$

의 실근일 때, abc 의 값을 구하여라. [3점]

20. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{2n-1} = (-2)^n$

(나) 세 수 $a_{2n-1}, a_{2n}, a_{2n+1}$ 이
이 순서대로 등차수열을 이룬다.

$a_m a_{m+2} = a_{m+5}$ 인 자연수 m 에 대하여 $m + a_{m+2}$ 의 값을 구하여라. [4점]

21. 자연수 n 에 대하여 집합 G_i 는 집합

$$\{i^{2k+1} | k \text{는 } 0 \text{ 이상 } n \text{ 이하의 정수}\}$$

의 서로 다른 두 원소를 곱하여 얻을 수 있는 수 전체의 집합이다. 집합 $G_2 \cup G_3 \cup G_4$ 의 원소의 개수를

$f(n)$ 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} f(n)$ 의 값을 구하여라. [4점]

22. 함수 $f(x) = 6x^2 - x^3$ 와 최고차항의 계수가 -1 이고
최대값이 6 인 사차함수 $g(x)$ 에 대하여 함수

$$h(x) = f(g(x))$$

가 $x = \alpha$ 에서 극소인 모든 α 를 크기순으로 나열한 것이 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 이고 $h(x)$ 가 $x = \beta$ 에서 극대인 모든 β 를 크기순으로 나열한 것이 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ 일 때, $m, n, g(x), h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $3m = 4n$

(나) $g'(\beta_1) \times g'(\beta_n) \neq 0$

(다) 집합 $\{h(t) | h'(t) = 0\}$ 의 원소의 개수는 2 이다.

$(\alpha_{m-1} - \alpha_2) \times (\beta_n - \beta_1)$ 의 값을 구하여라. [4점]

5지선다형

23. 정적분 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x) dx$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

24. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라

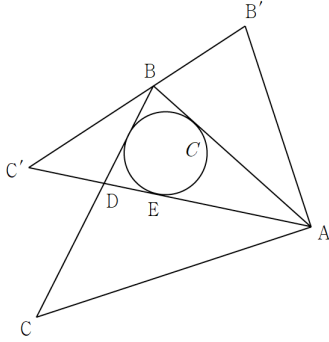
하자. $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - 2) = 3$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \{a_n \times (S_n - 2n)\}$ 의 값은?

[3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

25. 그림과 같이 $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$ 인 삼각형 ABC를 점 A를

중심으로 시계방향으로 30° 회전 이동시킨 삼각형이 $AB'C'$ 일 때, 점 B는 선분 $B'C'$ 위의 점이다. 선분 AC' 과 BC 가 만나는 점을 D, 삼각형 ABD에 내접하는 원을 C, 원 C와 선분 AD가 만나는 점을 E라 할 때, $\overline{AE} = 2 + \sqrt{3}$ 이다. 원 C의 반지름의 길이는? [3점]



- ① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 1
- ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

26. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & (x \neq 1) \\ 2 & (x = 1) \end{cases}$$

에 대하여 곡선 $y = \frac{f(1+x) - f(1)}{x}$ 에 접하고

기울기가 2인 두 직선의 y절편의 곱은? [3점]

- ① -6 ② -9 ③ -12
- ④ -15 ⑤ -18

27. $x \geq 0$ 에서 정의된 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. $x \geq 0$ 에서 정의된 함수

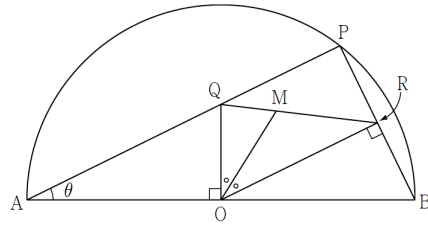
$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (f(x) \geq g(x)) \\ g(x) & (f(x) < g(x)) \end{cases}$$

가 오직 $x=1$ 에서만 미분가능하지 않고,

$\lim_{x \rightarrow 1^+} h'(x) - \lim_{x \rightarrow 1^-} h'(x) = \frac{3}{2}$ 일 때, ab 의 값은? [3점]

- ① -5 ② -4 ③ -3
 ④ -2 ⑤ -1

28. $\overline{AB}=2$ 인 선분 AB 를 지름으로 하는 반원 위의 점 P 가 있고, $\angle PAB = \theta$ 이다. 선분 AP 위의 점 Q 에서 선분 AB 에 내린 수선의 발 O 가 선분 AB 의 중점이고, 점 R 은 점 O 에서 선분 BP 에 내린 수선의 발이다. $\angle QOR$ 를 이등분하는 직선과 선분 QR 의 교점을 M 이라 할 때, 삼각형 OQM 의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
 ④ 2 ⑤ 4

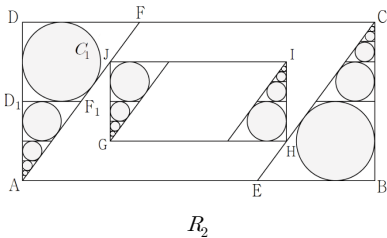
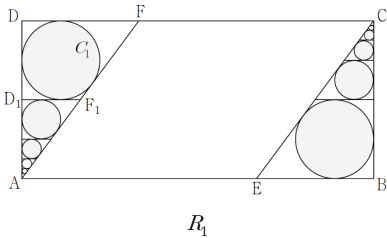
단답형

29. $\overline{AB}=9$, $\overline{BC}=4$ 인 직사각형 ABCD에 대하여 선분 AB와 선분 CD를 2:1로 내분하는 점을 각각 E, F라 하자. 삼각형 ADF에 내접하는 원 C_1 을 그린 후 선분 AD 위의 점 D_1 , 선분 AF 위의 점 F_1 를 선분 D_1F_1 이 선분 DF와 평행하고 원 C_1 에 접하도록 잡는다. 삼각형 AD_1F_1 에 내접하는 원 C_2 를 그린 후 선분 AD_1 위의 점 D_2 , 선분 AF_1 위의 점 F_2 를 선분 D_2F_2 가 선분 D_1F_1 와 평행하고 원 C_2 에 접하도록 잡는다. 이와 같은 과정을 계속하고, 삼각형 ADF에 시행한 것과 같은 과정을 삼각형 BCE에도 시행한 후 그려진 모든 원에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

선분 AF 위의 점 J, 선분 CE 위의 점 H에 대하여 가로와 세로의 길이의 비가 9:4이고 가도가 선분 AB와 평행한 직사각형 GHIJ를 그리고 직사각형 ABCD에서 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 원들에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{q}{p}\pi$ 이다. $p+q$ 의 값은? (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 상수항을 포함한 모든 항의 계수가 정수이고 $f'(-3) \neq 0$ 인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=-n}^n \{f(x) + |f(x)|\} = 92$
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $(x+3)(x-1)f(x) \leq 0$

$x > -3$ 에서 정의된 함수 $g(x)$ 가 $x > -3$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = (x+3)g(x) + a$ 이다. 함수 $g(x)$ 가 극솟값을 갖지 않도록 하는 양수 a 의 최솟값을 구하여라. [4점]

5지선다형

23. 좌표공간의 점 $P(3, 2, 4)$ 를 zx 평면에 대하여 대칭이동한 점을 Q 라 하자. 두 점 P 와 Q 사이의 거리는? [2점]

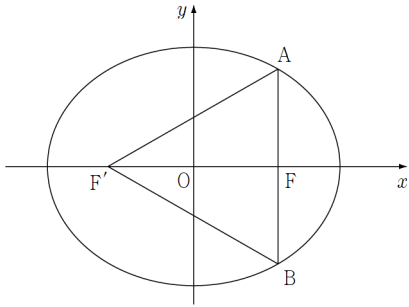
- ① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

24. 두 벡터 $\vec{a}=(2, 3)$ 와 $\vec{b}=(-6, k)$ 가 서로 수직일 때,

k 의 값은? [3점]

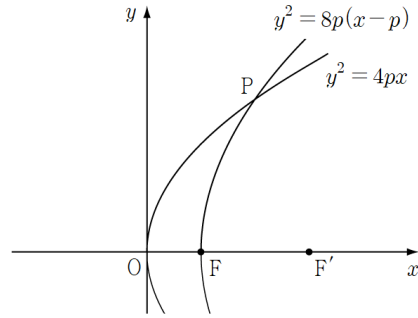
- ① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

25. 그림과 같이 두 초점이 F, F'인 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 과 점 F를 지나고 x축에 수직인 직선이 만나는 두 점을 A, B라 할 때, 삼각형 ABF'은 한 변의 길이가 4인 정삼각형이다. b^2 의 값은? [3점]



- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

26. 그림과 같이 초점이 F인 포물선 $y^2 = 4px$ 와 초점이 F'인 포물선 $y^2 = 8p(x-p)$ 의 교점 중 y좌표가 양수인 점을 P라 하자. $\cos(\angle FPF')$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{11}{18}$
- ② $\frac{2}{3}$
- ③ $\frac{13}{18}$
- ④ $\frac{7}{9}$
- ⑤ $\frac{5}{6}$

27. 좌표공간의 두 점 $A(-4, -2, 0)$, $B(4, 2, 8)$ 에 대하여 xy 평면 위의 점 P 가 $\overline{AP} = \overline{BP}$ 를 만족시키며 움직일 때 점 P 가 나타내는 도형을 l 이라 하자. 선분 AB 의 중점을 M , 도형 l 이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 C , D 라 할 때, 삼각형 MCD 의 xy 평면 위로의 정사영의 넓이는? [3점]
- ① 8 ② 10 ③ 12
 ④ 14 ⑤ 16

28. 포물선 $y^2 = 4px$ 위의 점 $A(p, 2p)$ 에서의 접선이 포물선 $y^2 = -4px$ 와 만나는 두 점 사이의 거리가 16이다. 양수 p 의 값은? [4점]
- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2
 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

단답형

29. 반지름의 길이가 $\sqrt{10}$ 인 원 위의 네 점 A, B, C, D가

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = 0, \quad 2\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$$

를 만족시킨다. 선분 AB 위를 움직이는 점 X와 선분 CD 위를 움직이는 점 Y에 대하여

$$\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AX} + \overrightarrow{AY}$$

를 만족시키는 점 P가 나타내는 영역을 R라 하자. 영역 R에 속하는 점 Q에 대하여 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AQ}$ 의 최댓값을 구하여라. [4점]

30. 중심이 O인 구 S 위의 점 H에서 접하는 평면 α 가 있고, 평면 α 위의 직선 l은 점 H를 지난다. 평면 α 위의 점 A에서 직선 l에 내린 수선의 발을 B라 할 때, S, α , A, B, O, H는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 구 S 위를 움직이는 점 P에 대하여 \overline{AP} 의 최댓값과 최솟값의 곱은 21이다.
- (나) 두 평면 OHA, OHB가 이루는 예각의 크기를 ϕ 라 할 때, $\tan\phi = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이다.
- (다) 직선 AB를 포함하고 평면 α 와 이루는 예각의 크기가 t인 평면이 S와 만나서 생기는 단면의 넓이는 $\tan t = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 일 때 최대이다.

두 직선 OA, BH가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $24\tan^2\theta$ 의 값을 구하여라. [4점]

[니네가 만든 모의고사 수능 연습 정답표]

〈공통〉

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	③	02	④	03	③	04	⑤	05	①
06	②	07	⑤	08	②	09	①	10	③
11	③	12	⑤	13	②	14	④	15	④
16	8	17	17	18	5	19	12	20	24
21	255	22	8						

〈미적분〉

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
23	①	24	②	25	③	26	④	27	⑤
28	②	29	41	30	48				

〈기하〉

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
23	①	24	②	25	③	26	④	27	⑤
28	③	29	32	30	26				

COMMENT 06 [운정고 김현종]

곡선을 평행이동시켜 $\int_{-1}^1 (x^4 - 10x^2 + 9)dx$ 를 계산하면 해피.

COMMENT 08 [운정고 선재윤]

두 곡선은 $x=0$, $x=2$ 에서 서로 만난다.

COMMENT 10 [운정고 박정인]

$\{a_n\} : 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 2, 1, 2, \dots$

COMMENT 11 [운정고 이성호]

$\overline{DE} = k$ 라 하자. 방벽 돌리면 $\overline{BE} = 10(4-k)$ 이다. 삼각형 BCE에서 피타 돌리면 $k=3$ 이다.

COMMENT 12 [운정고 신민경]

$f(x) = kx(x-2)^2 + x + l$ 이다. 대충 $l=0$ 이라고 두자.
음.. 쟀려보면, 곡선 $y=f(x)$ 는 직선 $y=x-2$ 에 접해야 한다.

COMMENT 13 [백양고 이상준]

$\frac{n}{4} \leq k \leq 4n$ 이다. $\frac{n}{4}$ 가 정수를 넘어갈 때를 쟀려보자.

COMMENT 14 [백양고 이상준]

$f(0)=0$, $f'(0)=0$ 이면 $f(x)$ 는 x^2 을 인수로 가지므로 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)f'(x)}{x^2} = 0$ 이고

$f(0)=0$, $f'(0) \neq 0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)f'(x)}{x^2}$ 의 값은 존재하지 않는다.

따라서 $f(0) \neq 0$ 이고 $f'(x)$ 는 x^2 을 인수로 가진다.

대충 비슷한 방법으로 $f(x)$ 는 $(x-3)^2$ 을 인수로 갖는다.

나머지는 자기 취향에 맞는 방법으로 삼질. $f'(x) = 4kx^2(x-3)$ 라 하면
 $f(x) = kx^3(x-4) + l = kx^3(x-4) + 27k = (x-3)^2(kx^2 + 2kx + 3k)$ 이다.

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)f'(x)}{x^2} = -324k^2$ 이므로 $k^2 = \frac{1}{81}$ 이고 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)f'(x)}{(x-3)^3} = 18k \times 36k$ 이다.

COMMENT 14 [일산동고 김훈종]

선분 AD과 원 위의 점 A에서의 접선이 이루는 예각의 크기는 α 이다.

잘 쟀려보면 $\angle BAD = \frac{\pi}{2}$ 이므로 선분 BD는 원의 지름이다.

직각삼각형 BCD에서 $\overline{BD} = 4$ 이다. $\cos \alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{BD}} = \frac{3}{4}$ 이므로 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$ 이다.

COMMENT 19 [저현고 하유민]

$\int_0^3 f(x)dx = 3$ 이다. $x=0, x=3$ 을 대입하자. c 를 구하기 위한 적분도 해야 한다.

$$a = -2, b = 3, c = -2$$

* 항등식으로 보면 낭패. 양 변 미분하면 망한다.

COMMENT 20 [운정고 김현종]

$$\{a_n\} : -2, 1, 4, -2, -8, 4, 16, -8, -32, 16, 64, \dots$$

이다. m 이 홀수일 때, $a_m = a$ 라 하면 $a_{m+2} = -2a, a_{m+5} = -2a$ 이므로 $a = 1$ 이다. 없다.

m 이 짝수일 때, $a_m = a$ 라 하면 $a_{m+2} = -2a, a_{m+5} = 16a$ 이므로 $a = -8$ 이다. $m = 8$ 이다.

COMMENT 21 [운정고 강준성]

$$G_2 = \{2^4, 2^6, 2^8, \dots, 2^{4n}\}, G_3 = \{3^4, 3^6, 3^8, \dots, 3^{4n}\}, G_4 = \{4^4, 4^6, 4^8, \dots, 4^{4n}\}$$

이다. $n(G_2) = n(G_3) = n(G_4) = 2n - 1$ 이고 $n(G_2 \cap G_4) = n - 1$ 이므로 $f(n) = 5n - 2$ 이다.

COMMENT 22 [운정고 박정인]

(다)에서 곡선 $y = h(x)$ 의 모든 극대점의 y 값이 서로 같고, 모든 극소점의 y 값이 서로 같아야 한다. 따라서 함수 $g(x)$ 의 극댓값, 극솟값이 $-2, 0, 4, 6$ 중에서 걸려야 한다.

(가)에서 (m, n) 은 $(4k, 3k)$ 인데, $(8, 6)$ 이 되겠냐? $m = 4, n = 3$ 이다. $m = 4, n = 3$ 가 되는 케이스는

Case1) 극댓값 6, 극솟값 4, 극댓값 6 짝는 경우

Case2) 극댓값 6, 극솟값 0, 극댓값 4 짝는 경우

Case3) 극댓값 6, 극솟값 -2 , 극댓값 0 짝는 경우

가 있다. 이 중 $g'(\beta_1) \times g'(\beta_n) \neq 0$ 를 만족시키는 것은 Case1)이다.

대충 $g(x) = -(x-a)^2(x+a)^2 + 6$ 라 하자. $g(0) = 4$ 이므로 $a = \sqrt[4]{2}$ 이다.

$$\alpha_{m-1} - \alpha_2 = 2a = 2\sqrt[4]{2} \text{ 이고 } \beta_n - \beta_1 = 2\sqrt{2}a = 2\sqrt[4]{8} \text{ 이다.}$$

* 신기하게도 이차 이상의 다항함수에 대하여 (극소점의 개수) - (극대점의 개수)의 값은 항상 0 또는 ± 1 이다.

* 수학2에서 합성함수의 증감을 묻는 것이 불법인가 싶긴 하지만, [2022학년도 6월 22번]도 100% 적법한 것 같지 않다. 몰라.

COMMENT 미적분 25 [대진고 황용민]

삼각형 ABB' 은 $30^\circ, 75^\circ, 75^\circ$ 인 이등변삼각형이고 이는 삼각형 ABD 와 합동이다.

구하는 반지름의 길이는 $r \times \tan 15^\circ$ 이다.

COMMENT 미적분 27 [운정고 김준일]

$f(1) = 1$ 이고 $f'(1) = 2$ 이므로 $a = -1, b = 1$ 이다.

COMMENT 미적분 28 [운정고 박정인]

$\overline{OQ} = \tan \theta, \overline{OR} = \cos \theta$, 삼각형 OQR 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \tan \theta \times \cos \theta \times \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ 이다.

$S(\theta)$ 는 삼각형 OQR 의 넓이의 $\frac{\tan \theta}{\tan \theta + \cos \theta}$ 배이다.

COMMENT 미적분 29 [운정고 선재윤]

$$S_1 = \frac{8\pi}{3}, \text{ 답음비 } 2:1, \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{32\pi}{9}$$

COMMENT 미적분 30 [백양고 조원철]

최고차항의 계수는 음수이고 $f(x) = k(x+3)(x-1)(x-t)^2$ 이다.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=-n}^n \{f(x) + |f(x)|\} = 2f(0) + 2f(-1) + 2f(-2)$$

이므로 $(-5t^2 - 10t - 8)k = 23$ 이다. k 가 음의 정수이므로 $-5t^2 - 10t - 8$ 이 -1 또는 -23 이다. 가능한 t 값은 1이고 이 때 k 의 값은 -1 이다.

$g(x) = \frac{f(x)-a}{x+3}$ 에서 $g(x)$ 는 두 점 $(-3, a)$, $(x, f(x))$ 사이의 기울기이다.

변곡점선각. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-1, f(-1))$ 에서의 접선의 방정식은 $y=-16x$ 이다.

점 $(-3, a)$ 가 직선 $y=-16x$ 의 위쪽 어찌고라 $a \geq 48$ 이다.

COMMENT 기하 25 [운정고 신민경]

장축의 길이는 6, 두 초점 사이의 거리는 $2\sqrt{3}$ 이다.

COMMENT 기하 26 [백양고 조성빈]

두 포물선의 준선은 모두 $x=-p$ 이다. $\overline{FF'}=2p$ 이고 그려놓고 켜려보면 $\overline{PF}=\overline{PF'}=3p$ 이므로

$$\cos(\angle FPF') = \frac{(3p)^2 + (3p)^2 - (2p)^2}{2 \cdot 3p \cdot 3p} = \frac{7}{9}$$

이다.

COMMENT 기하 27 [운정고 이다윤]

$P(a, b, 0)$ 에 대하여 $\overline{AP}=\overline{BP}$ 를 풀면 $2a+b=8$ 이므로 도형 l 의 방정식은 $2x+y=8, z=0$ 이다.

$M(0, 0, 8)$, $C(4, 0, 0)$, $D(0, 8, 0)$ 이고 점 M 에서 xy 평면에 내린 정사영은 $O(0, 0, 0)$ 이다.

COMMENT 기하 28 [백양고 조성빈]

접선의 방정식이 $y=x+p$ 이다. 기울기 1에 포물선 $y^2=-4px$ 의 초점 $(-p, 0)$ 을 지난다.

무지성 반직선 공식 $\frac{a-2p}{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\frac{2p-b}{b} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 에서 $a=(4+2\sqrt{2})p$, $b=(4-2\sqrt{2})p$ 이므로

두 점 사이의 거리는 $a+b=8p$ 이다. $p=2$ 이다.

COMMENT 기하 29 [운정고 이다윤]

한 원 위의 네 점을 꼭짓점으로 하는 사다리꼴은 등변사다리꼴이다. 대각선의 교점을 E 라 하자.

답음을 켜려보고 $\overline{AE}=\overline{DE}=x$, $\overline{BE}=\overline{CE}=2x$ 라 하자. 수직 켜려보면 $\overline{AD}=\sqrt{2}x$, $\overline{AB}=\sqrt{5}x$ 이다.

삼각형 ABD 에서 사인법칙을 돌리면 $x=2$ 이다. 나머지는 귀찮은 계산.

$\overline{AB} \cdot \overline{AQ}$ 의 값은 점 X 가 B , 점 Y 가 C 에 있을 때 최대이다. 최댓값은

$$\overline{AB} \cdot (\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{DC}) = |\overline{AB}|^2 + \overline{AB} \cdot \overline{AD} + \overline{AB} \cdot \overline{DC} = 20 - 4 + 16$$

이다.

COMMENT 기하 30 [운정고 이다윤]

$\overline{AB}=a$, $\overline{BH}=b$, $\overline{OH}=c$ 라 하자.

(가)에서 $a^2+b^2=21$, (나)에서 $\frac{c}{b} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, (다)에서 $\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이므로

$a=3$, $b=2\sqrt{3}$, $c=2$ 이다. $\tan\theta = \frac{\sqrt{a^2+c^2}}{b}$ 이다.