제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\frac{1}{\sqrt[4]{3}} \times 3^{-\frac{7}{4}}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

$\frac{1}{3^{\frac{1}{4}}} \times 3^{-\frac{7}{4}} = 3^{-\frac{1}{4}} \times 3^{-\frac{7}{4}} = 3^{-\frac{8}{4}} = 3^{-2} = \frac{1}{9}$

2. 함수 $f(x)=2x^3+4x+5$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$f'(x) = 6x^2+4$

$f'(1) = 10$

3. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1=2, \quad a_2a_4=36$$

$a_3=6$ (등비중항)

일 때, $\frac{a_7}{a_3}$ 의 값은? [3점]

① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 9

$a=2$ $ar^2=6$

$r^2=3$

$\frac{ar^6}{ar^2} = r^4$

$=9$

4. 함수

$$f(x)=\begin{cases} 2x+a & (x \le -1) \\ x^2-5x-a & (x > -1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$\lim_{x\to -1} f(x) = f(-1)$

$\shortparallel$

$-2+a$

$-1+$ $-1-$

$1+5-a$ $-2+a$

$6-a = -2+a \Rightarrow 8 = 2a \Rightarrow a = 4$

5. 함수 $f(x)=2x^3+3x^2-12x+1$의 극댓값과 극솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M+m$의 값은? [3점]

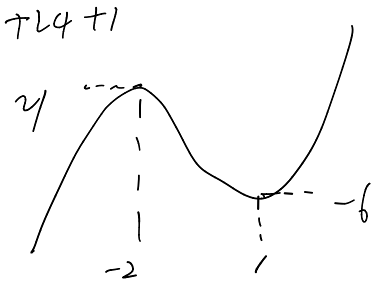
① 13　② 14　③ 15　④ 16　⑤ 17

$f'(x) = 6x^2+6x-12 = 6(x^2+x-2)$

$= 6(x+2)(x-1)$

$-16 \quad -4 \quad 20$

$2\times(-8)+12+24+1$



$2+3-12+1=-6$

$M+m = 21-6 = 15$

6. $\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$인 θ에 대하여 $\frac{\sin\theta}{1-\sin\theta}-\frac{\sin\theta}{1+\sin\theta}=4$일 때, $\cos\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{\sqrt{3}}{3}$　② $-\frac{1}{3}$　③ 0　④ $\frac{1}{3}$　⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

$$\frac{\cancel{\sin\theta}+\sin^2\theta-\cancel{\sin\theta}+\sin^2\theta}{1-\sin^2\theta}=4$$

$$\frac{2\sin^2\theta}{1-\sin^2\theta}=4 \Rightarrow \frac{\sin^2\theta}{1-\sin^2\theta}=\frac{2}{1}$$

$\Downarrow$

$2-2\sin^2\theta=\sin^2\theta$

$2=3\sin^2\theta$

$\sin^2\theta=\frac{2}{3}$

$\Downarrow$　$(\sin^2\theta+\cos^2\theta=1)$

$\cos^2\theta=\frac{1}{3}$

$\Downarrow$

$\cos\theta=-\frac{\sqrt{3}}{3}$　$(\because \frac{\pi}{2}<\theta<\pi)$

7. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=-4$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{a_{k+1}-a_k}{a_k a_{k+1}}=\frac{1}{n} \Rightarrow \sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{a_k}-\frac{1}{a_{k+1}}\right)=\frac{1}{n}$$

을 만족시킨다. a_{13}의 값은? [3점]

① -9　② -7　③ -5　④ -3　⑤ -1

$$\frac{1}{a_1}-\cancel{\frac{1}{a_2}}+\cancel{\frac{1}{a_2}}-\cancel{\frac{1}{a_3}}+\cdots+\cancel{\frac{1}{a_n}}-\frac{1}{a_{n+1}}=\frac{1}{n}$$

$-\frac{1}{4}-\frac{1}{a_{n+1}}=\frac{1}{n}$

$-\frac{1}{4}-\frac{1}{a_{13}}=\frac{1}{12}$

$-\frac{1}{4}-\frac{1}{12}=\frac{1}{a_{13}}$

$-\frac{3}{12}-\frac{1}{12}$

$-\frac{4}{12}$

$-\frac{1}{3}=\frac{1}{a_{13}}$　$\therefore a_{13}=-3$

8. 삼차함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to1}\frac{f(x)}{x-1}=1$$

을 만족시킬 때, $f(2)$의 값은? [3점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

$f(0)=0$ $f(1)=0$

$f'(0)=1$ $f'(1)=1$

$\Rightarrow f(x)=kx(x-1)(x-a)$

$f'(x)=k((x-1)(x-a)+x(x-a)+x(x-1))$

$f'(0)=ka=1$

$f'(1)=k(1-a)=k-ka=1$

$k=2$

$k=2,\ a=\frac{1}{2}$

$f(x)=2x(x-1)(x-\frac{1}{2})$

$f(2)=4\times1\times\frac{3}{2}=6$

9. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t>0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=-4t^3+12t^2$$

이다. 시각 $t=k$에서 점 P의 가속도가 12일 때, 시각 $t=3k$에서 $t=4k$까지 점 P가 움직인 거리는? (단, k는 상수이다.) [4점]

① 23 ② 25 ③ 27 ④ 29 ⑤ 31

$v'(t)=-12t^2+24t$

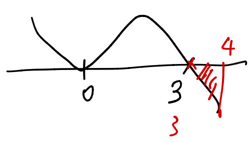
$-12k^2+24k=12 \Rightarrow k^2-2k+1=0$

$\Rightarrow (k-1)^2=0$

$\therefore k=1$

$t=3 \sim t=4$

$v(t)=-4t^2(t-3)$



$\int_3^4|v(t)|dt$

$=\int_3^4 -v(t)dt=\int_3^4(4t^3-12t^2)dt$

$=\left[t^4-4t^3\right]_3^4$ 108 27 4

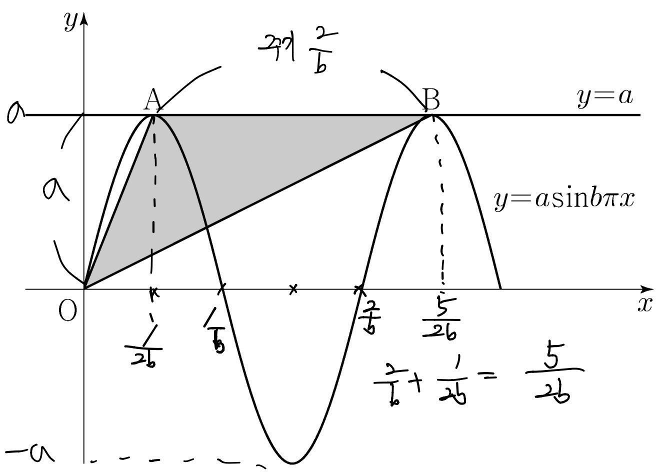
$=0-(81-108)$

$=108-81=27$

10. 두 양수 a, b에 대하여 곡선 $y=a\sin b\pi x\left(0\le x\le\frac{3}{b}\right)$이 직선 $y=a$와 만나는 서로 다른 두 점을 A, B라 하자. 삼각형 OAB의 넓이가 5이고 직선 OA의 기울기와 직선 OB의 기울기의 곱이 $\frac{5}{4}$일 때, $a+b$의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

$\frac{2\pi}{b\pi}$ 주기 $\frac{2}{b}$

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



$\frac{2}{b}$ 주기

$\triangle OAB=\frac{1}{2}\times a\times\frac{2}{b}=\frac{a}{b}=5 \Rightarrow a=5b$

직선 OA 기울기 $=\dfrac{a}{\frac{1}{2b}}=2ab$

직선 OB 기울기 $=\dfrac{a}{\frac{5}{2b}}=\dfrac{2ab}{5}$

$2ab\times\frac{2ab}{5}=\frac{4}{5}a^2b^2=\frac{5}{4}$

$a^2b^2=\frac{25}{16}$ ← 대입

$25b^4=\frac{25}{16}$

$b^4=\frac{1}{16}$

$b=\frac{1}{2}\ (b>0)$

$\therefore a=\frac{5}{2}$

$\therefore a+b=\frac{5}{2}+\frac{1}{2}=\frac{6}{2}=3$

11. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$xf(x)=2x^3+ax^2+3a+\int_1^x f(t)\,dt$$

를 만족시킨다. $f(1)=\int_0^1 f(t)\,dt$일 때, $a+f(3)$의 값은? (단, a는 상수이다.) [4점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

1 대입.

$f(1)=2+a+3a+0=2+4a$

$x=0$ 대입

$0=0+0+3a+\int_1^0 f(t)dt \Rightarrow \int_0^1 f(t)dt=3a$

$-\int_0^1 f(t)dt$

$2+4a=3a$

$a=-2 \Rightarrow f(1)=2-8=-6$

$xf(x)=2x^3-2x^2-6+\int_1^x f(t)dt$

양변 x에 대하여 미분

$\cancel{f(x)}+xf'(x)=6x^2-4x+\cancel{f(x)}$

$f'(x)=6x-4$

$f(x)=3x^2-4x+C$

$f(1)=3-4+C=-1+C=-6$

$\therefore C=-5$

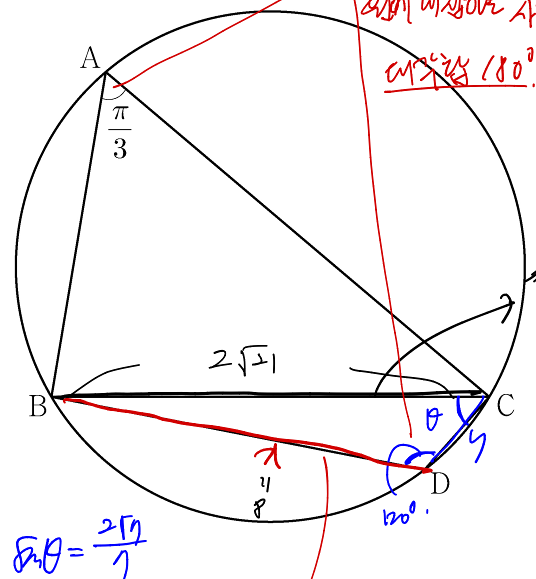
$f(x)=3x^2-4x-5$

$\therefore f(3)=27-12-5=10$

$\therefore a+f(3)=-2+10=8$

12. 반지름의 길이가 $2\sqrt{7}$인 원에 내접하고 $\angle A=\frac{\pi}{3}$인 삼각형 ABC가 있다. 점 A를 포함하지 않는 호 BC 위의 점 D에 대하여 $\sin(\angle BCD)=\frac{2\sqrt{7}}{7}$일 때, $\overline{BD}+\overline{CD}$의 값은? [4점]

① $\frac{19}{2}$ ② 10 ③ $\frac{21}{2}$ ④ 11 ⑤ $\frac{23}{2}$



원에 내접하는 사각형

대각의 합 $180°$

사인법칙

$\frac{\overline{BC}}{\sin A}=4\sqrt{7}$

$\overline{BC}=4\sqrt{7}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

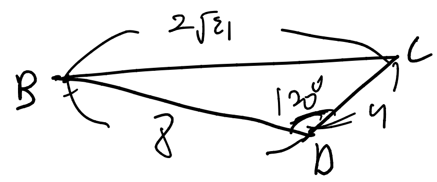
$\overline{BC}=2\sqrt{21}$

$\sin\theta=\frac{2\sqrt{7}}{7}$

사인법칙

$\frac{x}{\sin\theta}=4\sqrt{7} \Rightarrow x=4\sqrt{7}\times\frac{2\sqrt{7}}{7}$

$=8$



4×21

$\cos120°=\frac{64+y^2-84}{2\times8\times y}=\frac{y^2-20}{16y}=-\frac{1}{2}$

$y^2-20=-8y$

$y^2+8y-20=0$

$(y+10)(y-2)=0$

$\therefore y=2 \quad (\because y>0)$

$\therefore x+y=8+2=10$

$a = -45$

13. 첫째항이 -45이고 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 자연수 d의 값의 합은? [4점]

> (가) $|a_m| = |a_{m+3}|$인 자연수 m이 존재한다.
>
> (나) 모든 자연수 n에 대하여 $\sum_{k=1}^{n} a_k > -100$이다.

합의 최솟값이 -100보다 크면된다.

(마지막 음수까지 더한 값이 최소)

① 44 ② 48 ③ 52 ④ 56 ⑤ 60

$|-45+(m-1)d| = |-45+(m+2)d|$

부호가 반대 (d가 자연수)

$-45+(m-1)d = 45-(m+2)d$

$(m-1+m+2)d = 90$

$\underbrace{(2m+1)}_{\text{홀수}}d = 90$

$-45 + -45 + md$

$(m+1)\dfrac{(a_1+a_{m+1})}{2} > -100$

$(m+1)(-90+md) > -200$

a_m, a_{m+1} (마지막 음수), a_{m+2}, a_{m+3}

$d=$	1	2	3	5	6	9	10	15	18	30	45	90
$m=$	X	22	X	X	7	X	4	X	2	1	X	X

① $d=2,\ m=22$

$23(-90+44) > -200$ (X)

-46

② $d=6,\ m=7$

$8(-90+42) > -200$ (X)

-38

③ $d=10,\ m=4$

$5(-90+40) > -200$ (X)

-50

④ $d=18,\ m=2$

$3(-90+36) > -200$ (O)

-54

⑤ $d=30,\ m=1$

$2(-90+30) > -200$ (O)

-60

$\therefore 18+30 = 48$

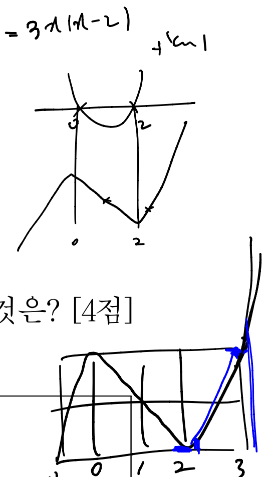
14. 최고차항의 계수가 1이고 $f'(0)=f'(2)=0$인 삼차함수 $f(x)$와 양수 p에 대하여 함수 $g(x)$를

$f'(x)=3x(x-2)$

$$g(x) = \begin{cases} f(x)-f(0) & (x \le 0) \\ f(x+p)-f(p) & (x > 0) \end{cases}$$

$f(0+p)-f(p)=0$

이라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



> <보 기>
>
> ㄱ. $p=1$일 때, $g'(1)=0$이다.
>
> ㄴ. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 양수 p의 개수는 1이다.
>
> ㄷ. $p \ge 2$일 때, $\int_{-1}^{1} g(x)\,dx \ge 0$이다.

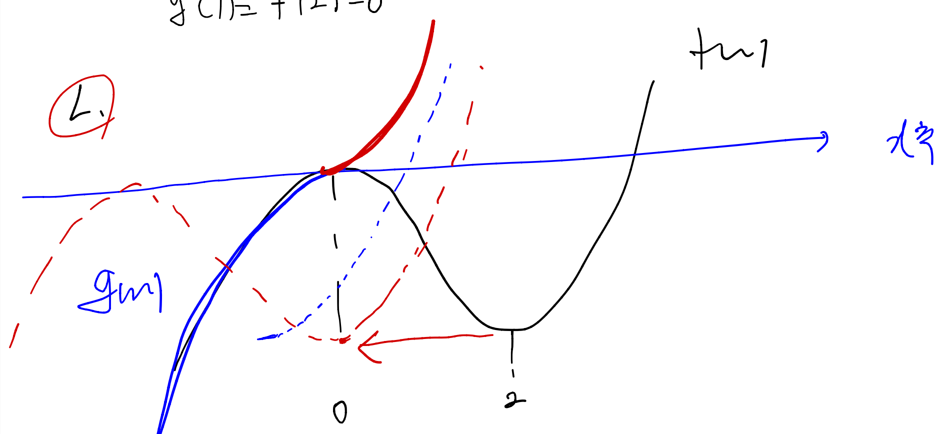
① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄱ) $g(x) = \begin{cases} f(x)-f(0) & (x \le 0) \\ f(x+1)-f(1) & (x>0) \end{cases}$

$g'(x) = f'(x+1)$

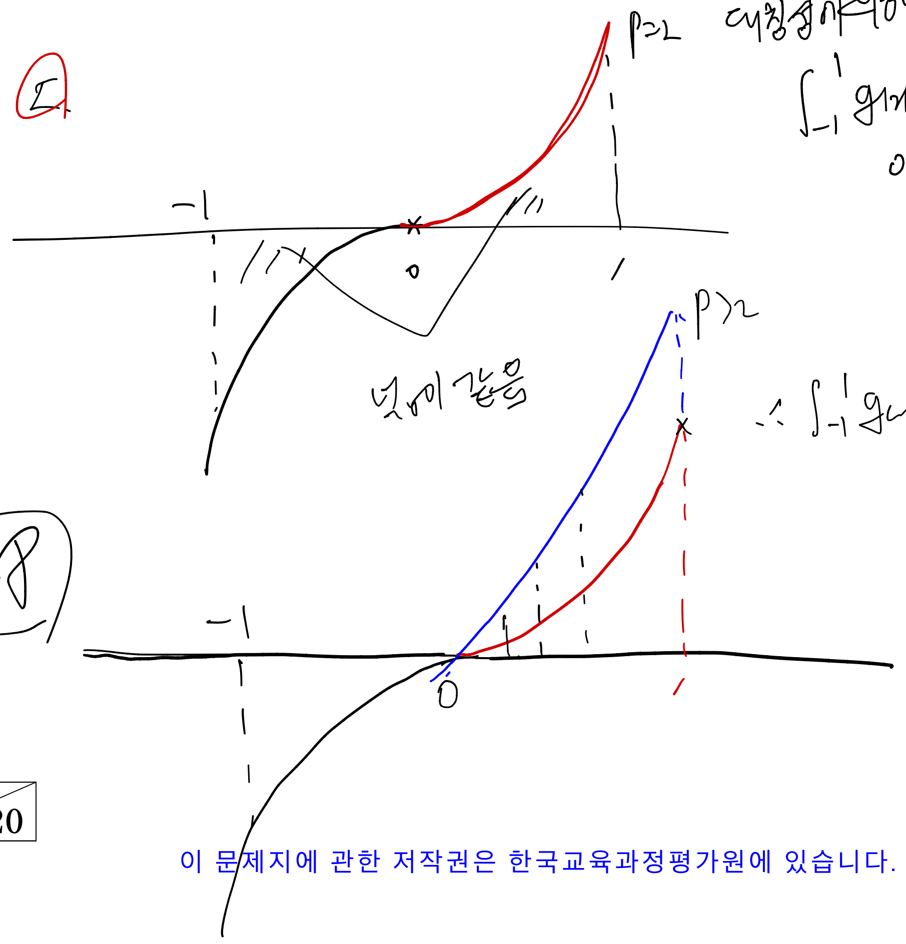
$g'(1) = f'(2) = 0$

ㄴ)



$x=0$에서 미분이 가능하려면 $p=2$ 이어야 한다.

ㄷ)



$p=2$ 대칭성에 의해 $\int_{-1}^{1} g(x)dx = 0$ 이다.

$\therefore \int_{-1}^{1} g(x)dx > 0$

$$a_2 = \begin{cases} -2a_1 - 2 & (-1 \le a_1 < -\frac{1}{2}) \\ 2a_1 & (-\frac{1}{2} \le a_1 < \frac{1}{2}) \\ -2a_1 + 2 & (\frac{1}{2} < a_1 \le 1) \end{cases}$$

15. 수열 $\{a_n\}$은 $|a_1| \le 1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} -2a_n - 2 & \left(-1 \le a_n < -\frac{1}{2}\right) \\ 2a_n & \left(-\frac{1}{2} \le a_n \le \frac{1}{2}\right) \\ -2a_n + 2 & \left(\frac{1}{2} < a_n \le 1\right) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_5 + a_6 = 0$이고 $\sum_{k=1}^{5} a_k > 0$이 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은? [4점]

① $\frac{9}{2}$ ② 5 ③ $\frac{11}{2}$ ④ 6 ⑤ $\frac{13}{2}$

$$a_6 = \begin{cases} -2a_5 - 2 & (-1 \le a_5 < -\frac{1}{2}) \quad \times. \quad a_5 - 2a_5 - 2 = 0 \\ 2a_5 & (-\frac{1}{2} \le a_5 < \frac{1}{2}) \quad a_5 = 0 \ (0) \\ -2a_5 + 2 & (\frac{1}{2} < a_5 \le 1) \quad \times. \end{cases}$$

$$a_{n+1} = \begin{cases} -2a_n - 2 & \left(-1 \le a_n < -\frac{1}{2}\right) \quad a_4 = -1 \ (0) \Rightarrow a_3 = -\frac{1}{2} \\ 2a_n & \left(-\frac{1}{2} \le a_n \le \frac{1}{2}\right) \quad a_4 = 0 \ (0) \Rightarrow a_3 = -1,\ a_3 = 0,\ a_3 = 1 \\ -2a_n + 2 & \left(\frac{1}{2} < a_n \le 1\right) \quad a_4 = 1 \ (0) \end{cases}$$

$a_3 = \frac{1}{2}$

$$a_{n+1} = \begin{cases} -2a_n - 2 & \left(-1 \le a_n < -\frac{1}{2}\right) \\ 2a_n & \left(-\frac{1}{2} \le a_n \le \frac{1}{2}\right) \\ -2a_n + 2 & \left(\frac{1}{2} < a_n \le 1\right) \end{cases}$$

$2x = 2 - \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$

$\frac{3}{4} = -2x + 2$

$-\frac{1}{4} + 2 \quad \frac{7}{4}$

$-\frac{9}{4} = -2x$

$-\frac{1}{4} = -2x + 2$

$2 + \frac{3}{4} = -2x$

$\frac{11}{4} = -2x$

$2x = \frac{3}{8}$

단답형

16. $\log_2 100 - 2\log_2 5$의 값을 구하시오. [3점]

$\log_2 100 - \log_2 25 = \log_2 \frac{100}{25} = \log_2 4 = 2$

$a_5 = 0.$

a_4	a_3	a_2	a_1
-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{4}$, $-\frac{1}{4}$	$-\frac{3}{8}$, $-\frac{5}{8}$, …
0	-1, 0, 1	$-\frac{1}{2}$, 0, $\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$, 0, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$	$\frac{1}{8}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$

조건 만족하는 모든 a_1

$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} + \frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{5}{8} + \frac{7}{8}$

$1 + \frac{1}{2} + 1 + 2 = 4 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$

17. 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x) = 8x^3 - 12x^2 + 7$이고 $f(0) = 3$일 때, $f(1)$의 값을 구하시오. [3점]

$f(x) = 2x^4 - 4x^3 + 7x + 3$

$f(1) = \underbrace{2 - 4}_{-2} + \underbrace{7 + 3}_{10} = 8$

$\frac{1}{4} = -2x + 2$

$-\frac{7}{4} = -2x$

$\frac{7}{8}$

$-\frac{3}{4} = -2x + 2$

$\frac{1}{4} + 2 \quad \frac{9}{4}$

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10}(a_k+2b_k)=45,\quad \sum_{k=1}^{10}(a_k-b_k)=3$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10}\left(b_k-\frac{1}{2}\right)$의 값을 구하시오. [3점]

$\sum_{k=1}^{10} a_k = A$ $\quad \sum_{k=1}^{10} b_k = B$

$A+2B=45$
$-\ \ A-B=3$
$3B=42$
$B=14$

$B-5=14-5=9$

19. 함수 $f(x)=x^3-6x^2+5x$에서 x의 값이 0에서 4까지 변할 때의 평균변화율과 $f'(a)$의 값이 같게 되도록 하는 $0<a<4$인 모든 실수 a의 값의 곱은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [3점]

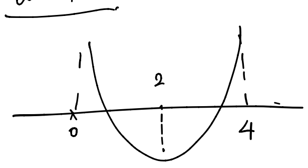
$64-96+20$

$\frac{f(4)-f(0)}{4-0}=\frac{64-96+20}{4}=16-24+5=-3$

$f'(a)=3a^2-12a+5$ $\quad 36-24$

$3a^2-12a+5=-3 \Rightarrow 3a^2-12a+8=0$

$6a-12=0$ $\quad 3\times16-48+8$



$\frac{8}{3}$

11

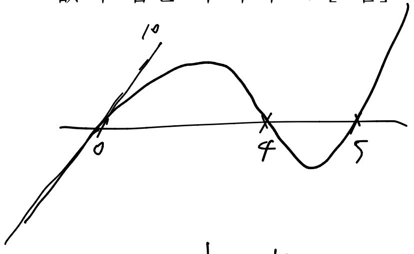
20. 함수 $f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{9}{2}x^2+10x$에 대하여 x에 대한 방정식

$$f(x)+|f(x)+x|=6x+k$$

의 서로 다른 실근의 개수가 4가 되도록 하는 모든 정수 k의 값의 합을 구하시오. [4점]

$f(x)=\frac{1}{2}(x^3-9x^2+20x)$
$=\frac{x}{2}(x-4)(x-5)$

$f'(x)=\frac{3}{2}x^2-9x+10$
$=\frac{1}{2}(3x^2-18x+20)$
$f'(0)=10$



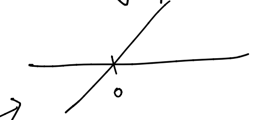
$f(x)+x\geq0 \Rightarrow 2f(x)+x=6x+k$
$2f(x)-5x=k$

$f(x)+x<0 \Rightarrow f(x)-f(x)-x=6x+k$
$-7x=k$
$x=-\frac{k}{7}$

$f(x)+x=\frac{1}{2}x^3-\frac{9}{2}x^2+11x=\frac{x}{2}(x^2-9x+22)$ $\quad D=81-88<0$

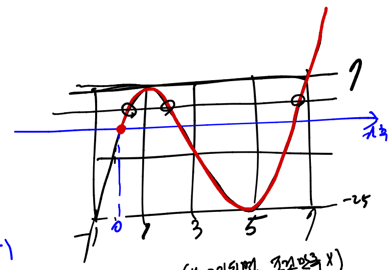
$g(x)$

$g'(x)=\frac{3}{2}x^2-9x+11$
$g'(0)=11$



$x\geq0 \rightarrow 2f(x)-5x=k$
$h(x)=x^3-9x^2+15x=k$
$h'(x)=3x^2-18x+15=3(x^2-6x+5)$
$(x-1)(x-5)$

$x<0 \Rightarrow x=-\frac{k}{7}$



$x\geq0$에서 3개 (k=0이외에 조건만족 x)
$k=1$ 2 3 4 5 6
$x<0$ $-\frac{1}{7}$ $-\frac{2}{7}$ $-\frac{3}{7}$ $-\frac{4}{7}$ $-\frac{5}{7}$ $-\frac{6}{7}$

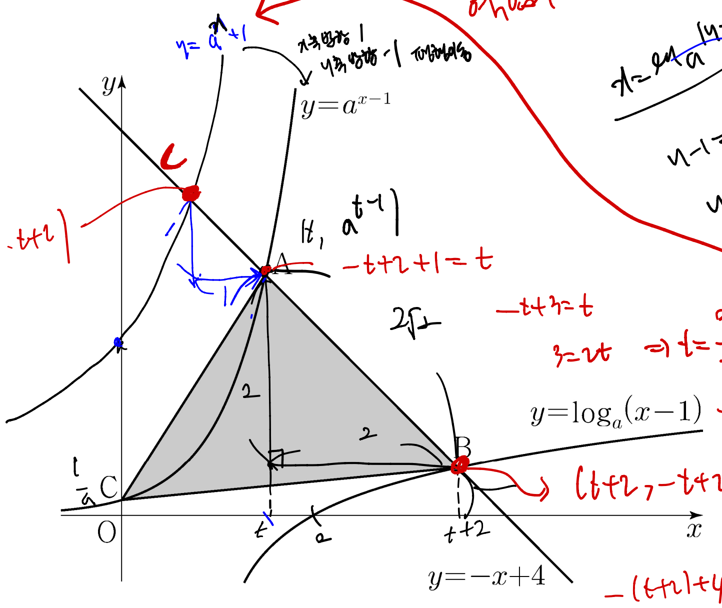
$1+2+3+4+5+6=21$

수학 영역

21. $a>1$인 실수 a에 대하여 직선 $y=-x+4$가 두 곡선

$$y=a^{x-1}, \quad y=\log_a(x-1)$$

과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 곡선 $y=a^{x-1}$이 y축과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=2\sqrt{2}$일 때, 삼각형 ABC의 넓이는 S이다. $50\times S$의 값을 구하시오. [4점]



$-t+4=a^{t-1}$

$x+y-4=0$

$(0, \frac{1}{a})$

$-\frac{3}{2}+4=a^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{5}{2}=\sqrt{a} \Rightarrow a=\frac{25}{4}$

$S=\frac{|\frac{1}{a}-4|}{\sqrt{2}}\times 2\sqrt{2}\times\frac{1}{2}$

$S=|\frac{1}{a}-4|=|\frac{4}{25}-4|=4-\frac{4}{25}=\frac{100-4}{25}=\frac{96}{25}$

$50\times\frac{96}{25}=192$

22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=f(x-3)\times\lim_{h\to0+}\frac{|f(x+h)|-|f(x-h)|}{h}$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(5)$의 값을 구하시오. [4점]

> (가) 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
>
> (나) 방정식 $g(x)=0$은 서로 다른 네 실근 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$를 갖고 $\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4=7$이다.

$\lim_{h\to0+}\frac{|f(x+h)|-|f(x-h)|}{h}$ $\quad |f(x)|=J(x)$

$\lim_{h\to0+}\frac{J(x+h)-J(x-h)}{h}=\lim_{h\to0+}\frac{J(x+h)-J(x)}{h}+\lim_{h\to0+}\frac{J(x-h)-J(x)}{-h}$

$=$ 우미분계수 $+$ 좌미분계수

$-h=t$ 라하면 $\lim_{t\to0-}\frac{J(x+t)-J(x)}{t}$

$g(x)=f(x-3)\times[\,|f(x)|의\ 좌미+우미\,]$

연속함수 / 불연속은 ...

$f(x)$ 인데 조건 만족 X.

$|f(x)|$의 좌미+우미$=0$

① 접선기울기$=0$

② 첨점.

$c=a+3$

$d=c+3=a+3+3=a+6$

$b=a+2$

$a+a+2+a+3+a+6=7$

$4a=-4 \Rightarrow a=-1$

$f(x)=(x+1)^2(x-2)$ $\quad \therefore f(5)=36\times3=108$

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「**선택과목(확률과 통계)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시 수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23. 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(60,\ \frac{1}{4}\right)$을 따를 때, $\mathrm{E}(X)$의 값은? [2점]

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

$60 \times \frac{1}{4} = 15$

24. 네 개의 수 1, 3, 5, 7 중에서 임의로 선택한 한 개의 수를 a라 하고, 네 개의 수 2, 4, 6, 8 중에서 임의로 선택한 한 개의 수를 b라 하자. $a \times b > 31$일 확률은? [3점]

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{3}{16}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{16}$

a b
1 x
3 x
5 - 8
7 6, 8

$\frac{3}{4\times4} = \frac{3}{16}$

25. $\left(x^2+\frac{a}{x}\right)^5$의 전개식에서 $\frac{1}{x^2}$의 계수와 x의 계수가 같을 때, 양수 a의 값은? [3점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

$_5C_1 (x^2)^1 \left(\frac{a}{x}\right)^4 = 5 \times x^2 \times \frac{a^4}{x^4} = 5a^4 \frac{1}{x^2}$

$_5C_2 (x^2)^2 \left(\frac{a}{x}\right)^3 = 10 \times x^4 \times \frac{a^3}{x^3} = 10a^3 x.$

$10\cancel{a^3} = 5\cancel{a^4}$

$a=2$

$\frac{1}{15}$

$\frac{3\ 6\ 5}{x}$

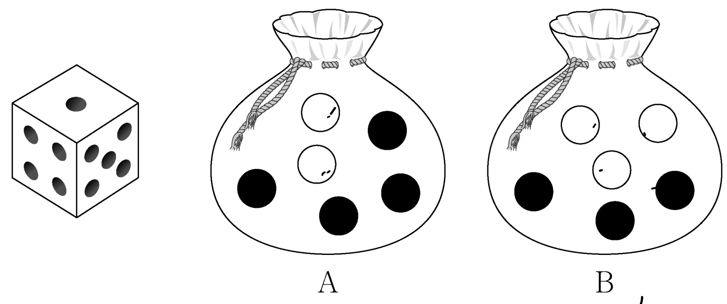
$\frac{3}{15}\ \frac{1}{5}$

26. 주머니 A에는 흰 공 2개, 검은 공 4개가 들어 있고, 주머니 B에는 흰 공 3개, 검은 공 3개가 들어 있다. 두 주머니 A, B와 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

> 주사위를 한 번 던져
> 나온 눈의 수가 5 이상이면
> 주머니 A에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내고,
> 나온 눈의 수가 4 이하이면
> 주머니 B에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낸다.

이 시행을 한 번 하여 주머니에서 꺼낸 2개의 공이 모두 흰색일 때, 나온 눈의 수가 5 이상일 확률은? [3점]

① $\frac{1}{7}$　② $\frac{3}{14}$　③ $\frac{2}{7}$　④ $\frac{5}{14}$　⑤ $\frac{3}{7}$



5이상 $\frac{2}{6} \Rightarrow \frac{1}{3} \times \frac{_2C_2}{_6C_2} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{15} = \frac{1}{45}$

4이하 $\frac{4}{6} \Rightarrow \frac{2}{3} \times \frac{_3C_2}{_6C_2} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$

$$\frac{\frac{1}{45}}{\frac{1}{45}+\frac{2}{15}} = \frac{1}{1+6} = \frac{1}{7}$$

27. 지역 A에 살고 있는 성인들의 1인 하루 물 사용량을 확률변수 X, 지역 B에 살고 있는 성인들의 1인 하루 물 사용량을 확률변수 Y라 하자. 두 확률변수 X, Y는 정규분포를 따르고 다음 조건을 만족시킨다.

$E(X)=220$. $E(Y)=240$

$X \sim (220,\ \sigma^2)$

$Y \sim (240,\ (\frac{3}{2}\sigma)^2)$

> (가) 두 확률변수 X, Y의 평균은 각각 220과 240이다.
>
> (나) 확률변수 Y의 표준편차는 확률변수 X의 표준편차의 1.5배이다. $\sigma(Y)=\sigma(X)\frac{3}{2}=\frac{3}{2}\sigma$

지역 A에 살고 있는 성인 중 임의추출한 n명의 1인 하루 물 사용량의 표본평균을 $\overline{X}$, 지역 B에 살고 있는 성인 중 임의추출한 $9n$명의 1인 하루 물 사용량의 표본평균을 $\overline{Y}$라 하자. $\mathrm{P}(\overline{X} \le 215)=0.1587$일 때, $\mathrm{P}(\overline{Y} \ge 235)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 물 사용량의 단위는 L이다.) [3점]

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.6915 ② 0.7745 ③ 0.8185 ④ 0.8413 ⑤ 0.9772

$\overline{X} \sim (220,\ (\frac{6}{\sqrt{n}})^2)$

$\overline{Y} \sim (240,\ (\frac{6}{2\sqrt{n}})^2)$

$\frac{\frac{3}{2}6}{\sqrt{9n}} = \frac{6}{2\sqrt{n}}$

$\overline{X}$

0.1587 0.3413

215 220

-1 $\frac{215-220}{\frac{6}{\sqrt{n}}}=-1 \Rightarrow \frac{6}{\sqrt{n}}=5$

$\overline{Y}$

235 240

-2

$\frac{235-240}{\frac{6}{2\sqrt{n}}}=\frac{-5}{\frac{5}{2}}=-2$

$0.4772+0.5$

0.9772

28. 집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \to X$의 개수는? [4점]

> (가) $f(3)+f(4)$는 5의 배수이다.
>
> (나) $f(1)<f(3)$이고 $f(2)<f(3)$이다.
>
> (다) $f(4)<f(5)$이고 $f(4)<f(6)$이다.

① 384 ② 394 ③ 404 ④ 414 ⑤ 424

예) $f(3)+f(4)=5$. $f(3)+f(4)=10$.

① $f(3)+f(4)=5$

$f(3)$	$f(4)$		
1	4		X
4	1	25	$=225$
2	3	9	$=9$
3	2	16	$=64$

$225+73$ = 298

② $f(3)+f(4)=10$

$f(3)$	$f(4)$		
4	6		X
6	4	4	$=100$
5	5	1	$=16$

116

$298+116$

414

단답형

29. 두 이산확률변수 X, Y의 확률분포를 표로 나타내면 각각 다음과 같다.

X	1	3	5	7	9	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	a	b	c	b	a	1

Y	1	3	5	7	9	합계
$\mathrm{P}(Y=y)$	$a+\frac{1}{20}$	b	$c-\frac{1}{10}$	b	$a+\frac{1}{20}$	1

$\mathrm{V}(X)=\frac{31}{5}$일 때, $10\times\mathrm{V}(Y)$의 값을 구하시오. [4점]

$E(X) = a+3b+5c+7b+9a$

$= 10a+10b+5c$

$V(X) = E(X^2)-(E(X))^2 = a+9b+25c+49b+81a-(E(X))^2$

$= 82a+58b+25c-\{E(X)\}^2$

$E(Y) = E(X)+\frac{1}{20}-\frac{1}{2}+\frac{9}{20}$

$= E(X)+\frac{1}{20}-\frac{10}{20}+\frac{9}{20} = E(X)$

$V(Y) = E(Y^2)-\{E(Y)\}^2$

$= E(X^2)+\frac{1}{20}-\frac{25}{10}+\frac{81}{20}-\{E(X)\}^2$

$= E(X^2)-\{E(X)\}^2+\frac{1-50+81}{20}$

$= V(X)+\frac{8}{5} = \frac{31}{5}+\frac{8}{5} = \frac{39}{5}$

$\cancel{10}\times\frac{39}{\cancel{5}} = 78$

30. 네 명의 학생 A, B, C, D에게 같은 종류의 사인펜 14개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. [4점]

$A+B+C+D=14$

(가) 각 학생은 1개 이상의 사인펜을 받는다. ⇒ $A\ge1, B\ge1, C\ge1, D\ge1$

(나) 각 학생이 받는 사인펜의 개수는 9 이하이다.

(다) 적어도 한 학생은 짝수 개의 사인펜을 받는다.

$A\le9, B\le9, C\le9, D\le9$

$1\le A, B, C, D\le 9$ 전체. $A=a+1$

$\boxed{0\le a, b, c, d\le 8}$ → $a+b+c+d=10$

$a+b+c+d=10$

$1\ 9\ 0\ 0 \Rightarrow \frac{4!}{2!}=12$

$10\ 0\ 0\ 0 \Rightarrow \frac{4!}{3!}=4$) 예외 16

전체 $_4H_{10}$

$_{4+10-1}C_{10}$

$_{13}C_{10} = {}_{13}C_3 = \frac{13\cdot12\cdot11}{3\cdot2\cdot1} = 286$

$286-16=270$ 전체

모두 홀수 개의 사인펜 / 여사건

$1\le 2x+1\le 9 \Rightarrow 0\le 2x\le 8 \Rightarrow 0\le x\le 4$

$A=2x+1$, $B=$

$2x+1+2y+1+2z+1+2w+1=14$

$x+y+z+w=5$

$5\ 0\ 0\ 0 \Rightarrow$ 예외 : 4가지

$_4H_5-4 = 56-4 = 52$

$_{4+5-1}C_5$ $_8C_3$

$270-52=218$

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「**선택과목(미적분)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n\to\infty}\frac{2\times3^{n+1}+5}{3^n+2^{n+1}}$ 의 값은? [2점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

$\frac{6\times3^n+5}{3^n+2^{n+1}}$

24. $2\cos\alpha=3\sin\alpha$ 이고 $\tan(\alpha+\beta)=1$ 일 때, $\tan\beta$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

$\frac{2}{3}=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\tan\alpha.$

$\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}=1$

$\frac{\frac{2}{3}+\tan\beta}{1-\frac{2}{3}\tan\beta}=1$

$\frac{2}{3}+\tan\beta=1-\frac{2}{3}\tan\beta$

$\frac{5}{3}\tan\beta=\frac{1}{3}$

$\tan\beta=\frac{1}{5}$

25. 매개변수 t로 나타내어진 곡선

$$x=e^{t}-4e^{-t},\quad y=t+1$$

에서 $t=\ln 2$일 때, $\frac{dy}{dx}$의 값은? [3점]

① 1　② $\frac{1}{2}$　③ $\frac{1}{3}$　④ $\frac{1}{4}$　⑤ $\frac{1}{5}$

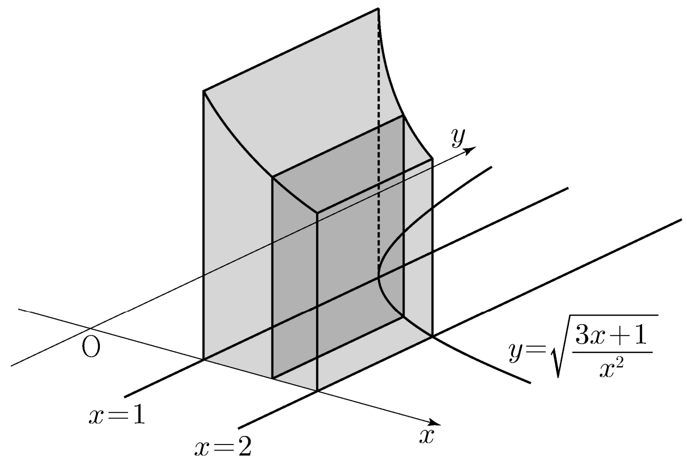
$\frac{dx}{dt}=e^{t}+4e^{-t}$　$\frac{dy}{dt}=1$

$\dfrac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\dfrac{1}{e^{\ln 2}+4e^{-\ln 2}}=\dfrac{1}{2+2}=\frac{1}{4}$

$4e^{\ln\frac{1}{2}}$

$4\times\frac{1}{2}$

26. 그림과 같이 곡선 $y=\sqrt{\frac{3x+1}{x^2}}$ $(x>0)$과 x축 및 두 직선 $x=1$, $x=2$로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하고 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형인 입체도형의 부피는? [3점]



① $3\ln 2$　② $\frac{1}{2}+3\ln 2$　③ $1+3\ln 2$　④ $\frac{1}{2}+4\ln 2$　⑤ $1+4\ln 2$

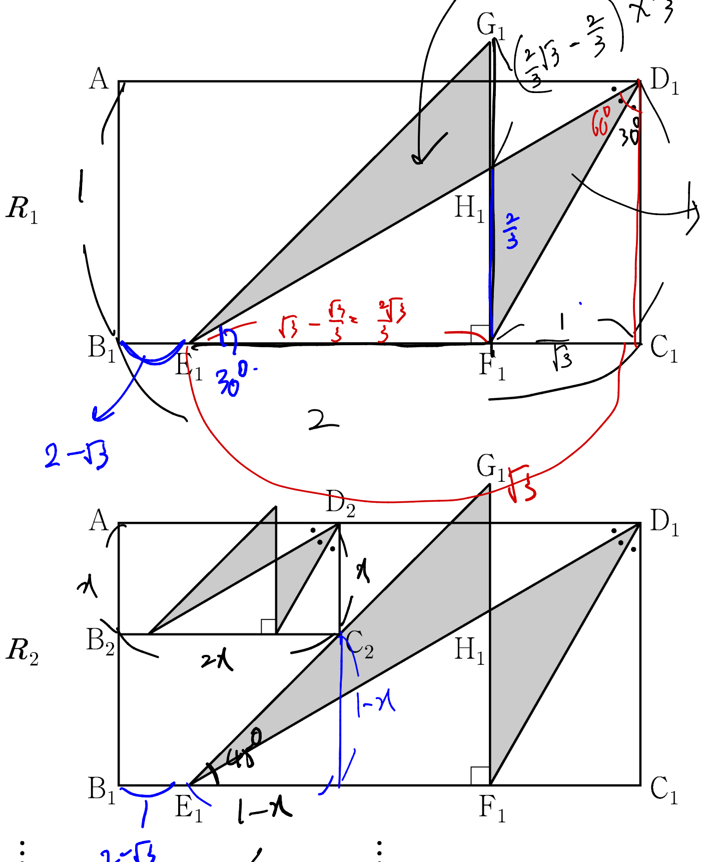
$V=\int_1^2 \frac{3x+1}{x^2}\,dx=\int_1^2 \frac{3}{x}+\frac{1}{x^2}\,dx$

$\left[3\ln|x|-\frac{1}{x}\right]_1^2$

$3\ln 2-\frac{1}{2}-(-1)$

$3\ln 2+\frac{1}{2}$

27. 그림과 같이 $\overline{AB_1}=1$, $\overline{B_1C_1}=2$인 직사각형 $AB_1C_1D_1$이 있다. $\angle AD_1C_1$을 삼등분하는 두 직선이 선분 B_1C_1과 만나는 점 중 점 B_1에 가까운 점을 E_1, 점 C_1에 가까운 점을 F_1이라 하자. $\overline{E_1F_1}=\overline{F_1G_1}$, $\angle E_1F_1G_1=\frac{\pi}{2}$이고 선분 AD_1과 선분 F_1G_1이 만나도록 점 G_1을 잡아 삼각형 $E_1F_1G_1$을 그린다. 선분 E_1D_1과 선분 F_1G_1이 만나는 점을 H_1이라 할 때, 두 삼각형 $G_1E_1H_1$, $H_1F_1D_1$로 만들어진 ◢◤ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에 선분 AB_1 위의 점 B_2, 선분 E_1G_1 위의 점 C_2, 선분 AD_1 위의 점 D_2와 점 A를 꼭짓점으로 하고 $\overline{AB_2}:\overline{B_2C_2}=1:2$인 직사각형 $AB_2C_2D_2$를 그린다. 직사각형 $AB_2C_2D_2$에 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 ◢◤ 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [3점]



① $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ ② $\frac{5\sqrt{3}}{18}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ $\frac{7\sqrt{3}}{18}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{3}}{9}$

$\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}-\frac{2}{3}\right)\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{2}{3}(\sqrt{3}-1)\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{2\sqrt{3}}{9}(\sqrt{3}-1)=\frac{2}{3}-\frac{2\sqrt{3}}{9}$

$a=\frac{2}{3}-\frac{\sqrt{3}}{9}$

$2x=2-\sqrt{3}+1-x$

$2x=3-\sqrt{3}-x$

$3x=3-\sqrt{3} \Rightarrow x=\frac{3-\sqrt{3}}{3}$

$x^2=\frac{9+3-6\sqrt{3}}{9}=\frac{12-6\sqrt{3}}{9}$

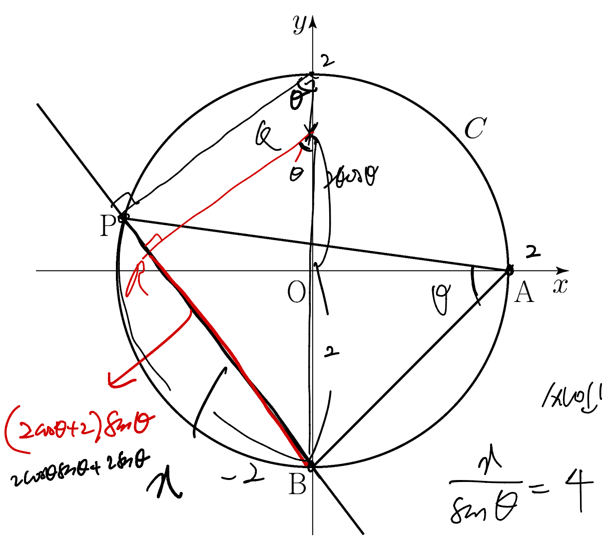
길이비 $1:x$

넓이비 $1:x^2$ 공비 x^2

$\dfrac{\frac{6-\sqrt{3}}{9}}{1-\frac{12-6\sqrt{3}}{9}}=\frac{6-\sqrt{3}}{9-12+6\sqrt{3}}=\frac{6-\sqrt{3}}{-3+6\sqrt{3}}=\frac{6-\sqrt{3}}{6\sqrt{3}-3}=\frac{(6-\sqrt{3})(6\sqrt{3}+3)}{99}=\frac{36\sqrt{3}-18+18-3\sqrt{3}}{99}=\frac{33\sqrt{3}}{99}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

28. 좌표평면에서 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 원 C와 두 점 $A(2, 0)$, $B(0, -2)$가 있다. 원 C 위에 있고 x좌표가 음수인 점 P에 대하여 $\angle PAB=\theta$라 하자. 점 $Q(0, 2\cos\theta)$에서 직선 BP에 내린 수선의 발을 R라 하고, 두 점 P와 R 사이의 거리를 $f(\theta)$라 할 때, $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} f(\theta)d\theta$의 값은? [4점]

① $\frac{2\sqrt{3}-3}{2}$ ② $\sqrt{3}-1$ ③ $\frac{3\sqrt{3}-3}{2}$ ④ $\frac{2\sqrt{3}-1}{2}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{3}-3}{2}$



$\frac{x}{\sin\theta}=4 \quad x=4\sin\theta$

$\overline{PR}=f(\theta)=4\sin\theta-2\sin\theta\cos\theta-2\sin\theta$

$=2\sin\theta-2\sin\theta\cos\theta$

$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} 2\sin\theta-2\sin\theta\cos\theta\, d\theta$

$=\left[-2\cos\theta-\sin^2\theta\right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}$

$=\left(-1-\frac{3}{4}\right)-\left(-\sqrt{3}-\frac{1}{4}\right)$

$=-1-\frac{3}{4}+\sqrt{3}+\frac{1}{4}=\frac{-4-3+1}{4}+\sqrt{3}$

$-\frac{3}{2}+\sqrt{3}=\frac{2\sqrt{3}-3}{2}$

단답형

29. 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)=\{f(x)+2\}e^{f(x)}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(a)=6$인 a에 대하여 $g(x)$는 $x=a$에서 최댓값을 갖는다.
>
> (나) $g(x)$는 $x=b$, $x=b+6$에서 최솟값을 갖는다.

방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 두 실근을 α, β라 할 때, $(\alpha-\beta)^2$의 값을 구하시오. (단, a, b는 실수이다.) [4점]

$g'(x)=f'(x)e^{f(x)}+(f(x)+2)e^{f(x)}\times f'(x)$ $\boxed{24}$

$=(3f'(x)+f(x)f'(x))e^{f(x)}$

$3f'(a)+f(a)f'(a)=0$

$9f'(a)=0 \Rightarrow f'(a)=0$

$f(x)=k(x-a)^2+6$ $f'(x)=2k(x-a)$

$g'(x)=f'(x)(3+f(x))e^{f(x)}$

$=2k(x-a)(k(x-a)^2+9)e^{f(x)}$

$k>0$ 가정X

② $k<0$ 가정 O

$x=a$에서

$k(x-a)^2+9=0$ 의근. $x=b$, $x=b+6$

$k(x^2-2ax+a^2)+9=0$

$kx^2-2akx+a^2k+9=0$

$2a=2b+6$, $a=b+3$

$b^2+6b=\left(\frac{a^2k+9}{k}\right)$

$b^2+6b=\left(a^2+\frac{9}{k}\right)$

$k=-1$

$\therefore f(x)=-(x-a)^2+6$

$-(x-a)^2+6=0$

$6=(x-a)^2$

$\pm\sqrt{6}=x-a$

$a\pm\sqrt{6}=x$

$x=a+\sqrt{6}$, $x=a-\sqrt{6}$

$(2\sqrt{6})^2=24$

30. 최고차항의 계수가 9인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin(\pi\times f(x))}{x}=0$
>
> (나) $f(x)$의 극댓값과 극솟값의 곱은 5이다.

함수 $g(x)$는 $0\le x<1$일 때 $g(x)=f(x)$이고 모든 실수 x에 대하여 $g(x+1)=g(x)$이다.

$g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $\displaystyle\int_0^5 xg(x)\,dx=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

$\left(-\frac{4}{3}+n\right)n=5$

$n^2-\frac{4}{3}n=5$

$3n^2-4n-15=0$

$n=3$

$f(x)=9x^2(x-1)+3=9x^3-9x^2+3$

$0\le x<1 \Rightarrow f(x)=9x^2(x-1)+3$

$1\le x<2 \Rightarrow f(x-1)=9(x-1)^2(x-2)+3$

$2\le x<3 \Rightarrow f(x-2)=9(x-2)^2(x-3)+3$

$\int_0^1 xf(x)dx+\int_1^2 xf(x-1)dx+\int_2^3 xf(x-2)dx+\int_3^4 xf(x-3)dx+\int_4^5 xf(x-4)dx$

$\int_0^1(t+1)f(t)dt+\int_0^1(t+2)f(t)dt+\int_0^1(t+3)f(t)dt+\int_0^1(t+4)f(t)dt$

$=5\int_0^1 xf(x)dx+10\int_0^1 f(x)dx$

$=5\int_0^1 9x^4-9x^3+3x\,dx+10\left[\frac{9x^4}{4}-3x^3+3x\right]_0^1$

$=5\left[\frac{9x^5}{5}-\frac{9x^4}{4}+\frac{3x^2}{2}\right]_0^1$

$5\left(\frac{9}{5}-\frac{9}{4}+\frac{3}{2}\right)+\frac{90}{4}=9-\frac{15}{4}+\frac{90}{4}=9+\frac{75}{4}=\frac{111}{4}$ 115

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「**선택과목(기하)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

5지선다형

23. 좌표공간의 점 A$(3,\ 0,\ -2)$를 xy평면에 대하여 대칭이동한 점을 B라 하자. 점 C$(0,\ 4,\ 2)$에 대하여 선분 BC의 길이는? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

B(3.0.2)

9+16. $\sqrt{25}=5$

24. 쌍곡선 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{16}=1$의 점근선 중 하나의 기울기가 3일 때, 양수 a의 값은? [3점]

① $\dfrac{1}{3}$ ② $\dfrac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\dfrac{4}{3}$ ⑤ $\dfrac{5}{3}$

$\dfrac{4}{a}=3$

$a=\dfrac{4}{3}$

25. 좌표평면에서 세 벡터

$$\vec{a}=(3,\ 0),\quad \vec{b}=(1,\ 2),\quad \vec{c}=(4,\ 2)$$

에 대하여 두 벡터 $\vec{p}$, $\vec{q}$가 $(a-4)^2+(b-2)^2=1$

$$\vec{p}\cdot\vec{a}=\vec{a}\cdot\vec{b},\quad |\vec{q}-\vec{c}|=1$$

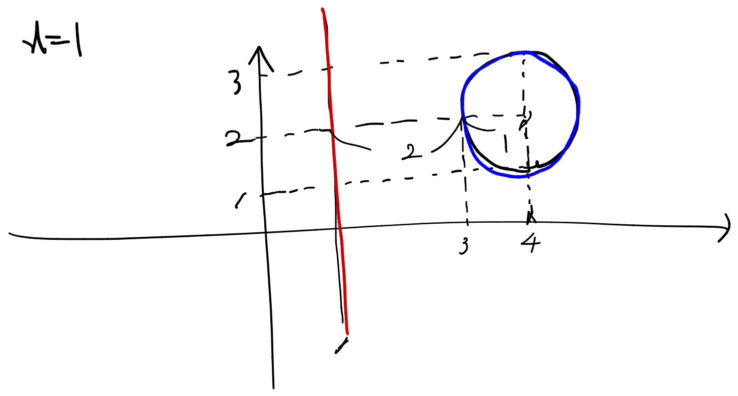
$x.y$

을 만족시킬 때, $|\vec{p}-\vec{q}|$의 최솟값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

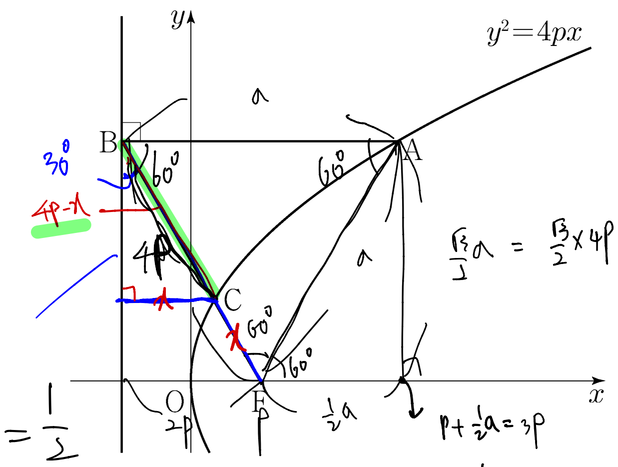
$3x=3$ $\vec{p}=(1.\ y)$

$x=1$



26. 초점이 F인 포물선 $y^2=4px$ 위의 한 점 A에서 포물선의 준선에 내린 수선의 발을 B라 하고, 선분 BF와 포물선이 만나는 점을 C라 하자. $\overline{AB}=\overline{BF}$이고 $\overline{BC}+3\overline{CF}=6$일 때, 양수 p의 값은? [3점]

① $\frac{7}{8}$ ② $\frac{8}{9}$ ③ $\frac{9}{10}$ ④ $\frac{10}{11}$ ⑤ $\frac{11}{12}$



$\frac{\sqrt{3}}{2}a=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4p=2\sqrt{3}p$

$p+\frac{1}{2}a=3p$

$\sin 30^\circ=\frac{x}{4p-x}=\frac{1}{2}$

$2p+\frac{1}{2}a=a$

$2x=4p-x$

$2p=\frac{a}{2}\Rightarrow 4p=a$

$3x=4p$ $x=\frac{4}{3}p$

$4p-x+3(x)=6$

$4p+2x=6$

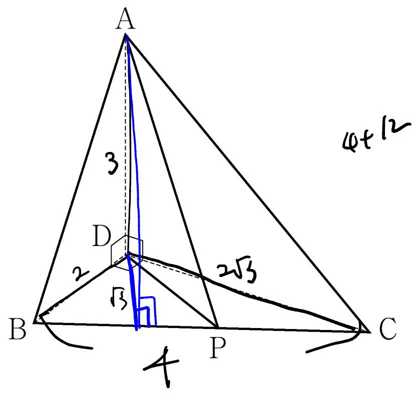
$4p+\frac{8}{3}p=6$

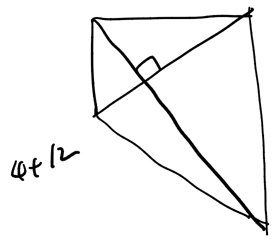
$12p+8p=18$

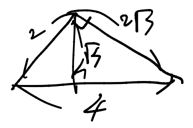
$20p=18$

$p=\frac{18}{20}=\frac{9}{10}$

27. 그림과 같이 $\overline{AD}=3$, $\overline{DB}=2$, $\overline{DC}=2\sqrt{3}$ 이고 $\angle ADB = \angle ADC = \angle BDC = \frac{\pi}{2}$ 인 사면체 ABCD가 있다. 선분 BC 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\overline{AP}+\overline{DP}$ 의 최솟값은? [3점]



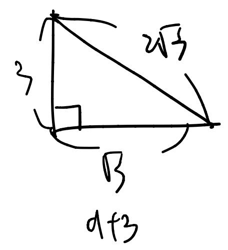




$2\times2\sqrt{3}=4\times x$

$x=\sqrt{3}$

① $3\sqrt{3}$ ② $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{11\sqrt{3}}{3}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{13\sqrt{3}}{3}$

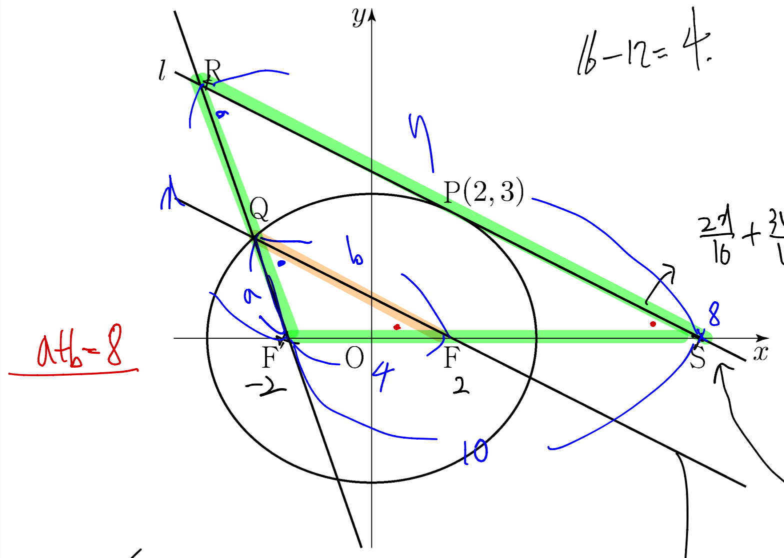


$2\sqrt{3}+\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

28. 그림과 같이 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)\ (c>0)$을 초점으로 하는 타원 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$ 위의 점 $P(2, 3)$에서 타원에 접하는 직선을 l이라 하자. 점 F를 지나고 l과 평행한 직선이 타원과 만나는 점 중 제2사분면 위에 있는 점을 Q라 하자. 두 직선 F′Q와 l이 만나는 점을 R, l과 x축이 만나는 점을 S라 할 때, 삼각형 SRF′의 둘레의 길이는? [4점]

닮음, 비례

$16-12=4$



$\frac{2x}{16}+\frac{3y}{12}=1$

$\frac{x}{8}+\frac{y}{4}=1$

$\frac{y}{4}=-\frac{x}{8}+1$

$l: \boxed{y=-\frac{x}{2}+4}$

① 30 ② 31 ③ 32 ④ 33 ⑤ 34

$y=-\frac{1}{2}(x-2)$

$y=-\frac{1}{2}x+1$

$x=\frac{10}{4}a=\frac{5}{2}a$

$y=\frac{10}{4}b=\frac{5}{2}b$

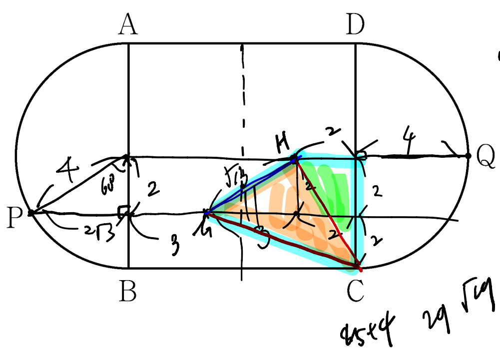
$\triangle SRF'$둘레 $=10+x+y$

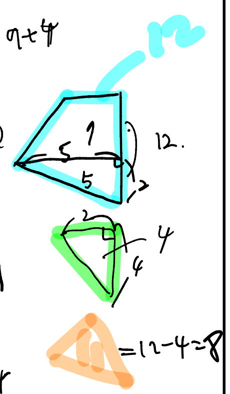
$=10+\frac{5}{2}(a+b)$

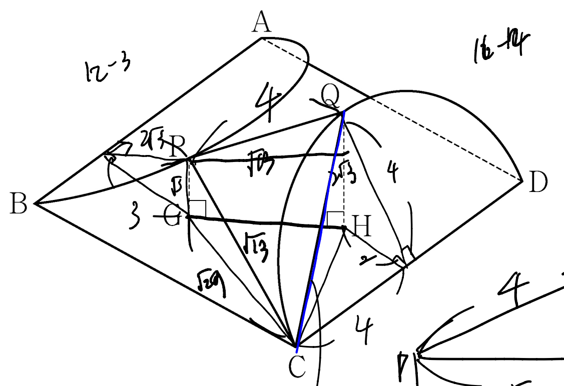
$=10+\frac{5}{2}\times8=30$

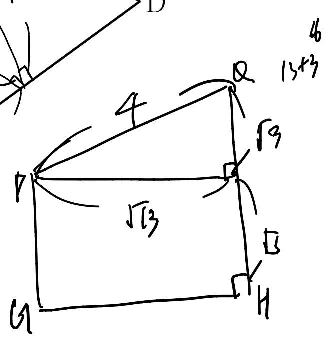
단답형

29. 그림과 같이 한 변의 길이가 8인 정사각형 ABCD에 두 선분 AB, CD를 각각 지름으로 하는 두 반원이 붙어 있는 모양의 종이가 있다. 반원의 호 AB의 삼등분점 중 점 B에 가까운 점을 P라 하고, 반원의 호 CD를 이등분하는 점을 Q라 하자.
이 종이에서 두 선분 AB와 CD를 접는 선으로 하여 두 반원을 접어 올렸을 때 두 점 P, Q에서 평면 ABCD에 내린 수선의 발을 각각 G, H라 하면 두 점 G, H는 정사각형 ABCD의 내부에 놓여 있고, $\overline{PG}=\sqrt{3}$, $\overline{QH}=2\sqrt{3}$이다. 두 평면 PCQ와 ABCD가 이루는 각의 크기가 θ일 때, $70\times\cos^2\theta$의 값을 구하시오.
(단, 종이의 두께는 고려하지 않는다.) [4점]

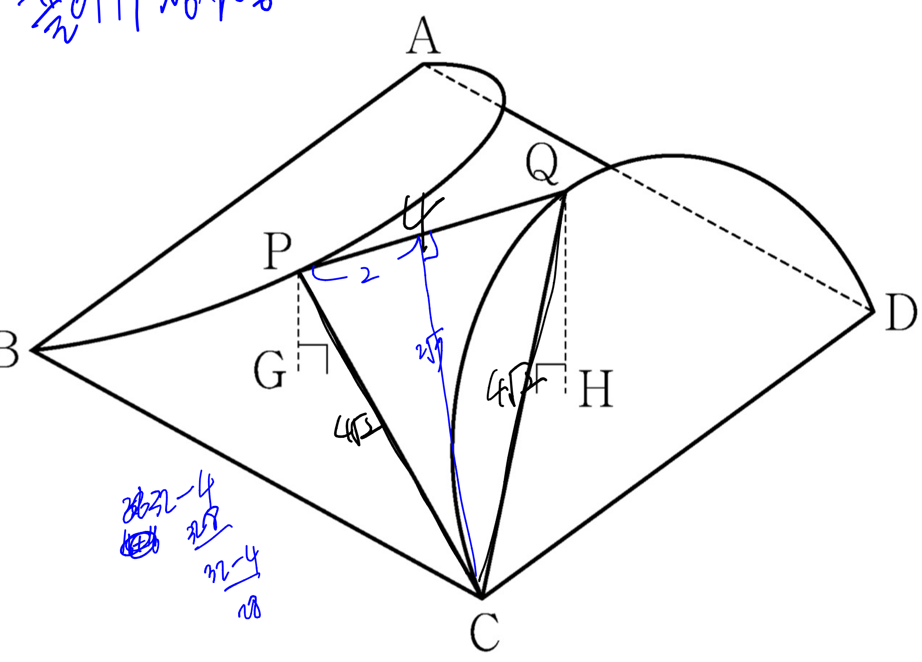








풀이1) 정사영



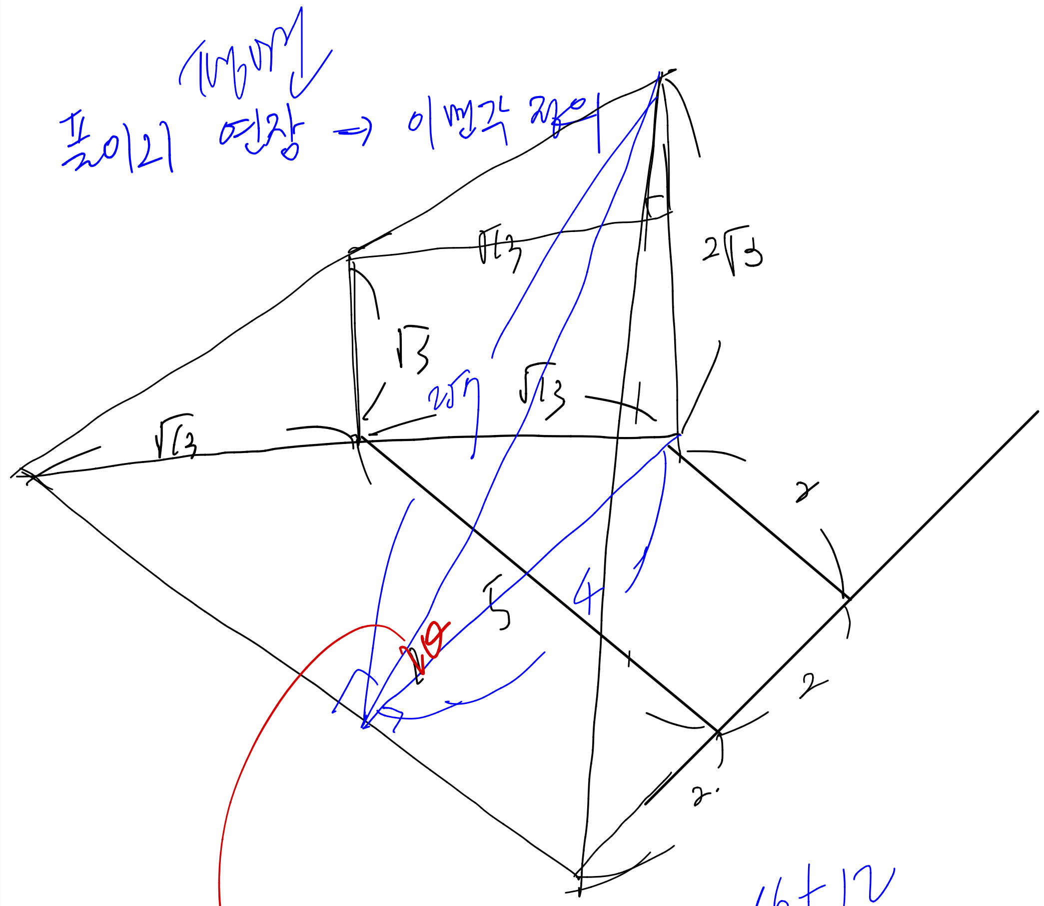
$4\times2\sqrt{7}\times\frac{1}{2}=4\sqrt{7}$

$4\sqrt{7}\times\cos\theta=8 \Rightarrow \cos\theta=\frac{8}{4\sqrt{7}}$

$\cos\theta=\frac{2}{\sqrt{7}}$

$70\times\frac{4}{7}=40$

풀이2) 평면 연장 ⇒ 이면각 정의



$\cos\theta=\frac{4}{2\sqrt{7}}=\frac{2}{\sqrt{7}}$

16+12

28 = 2√7

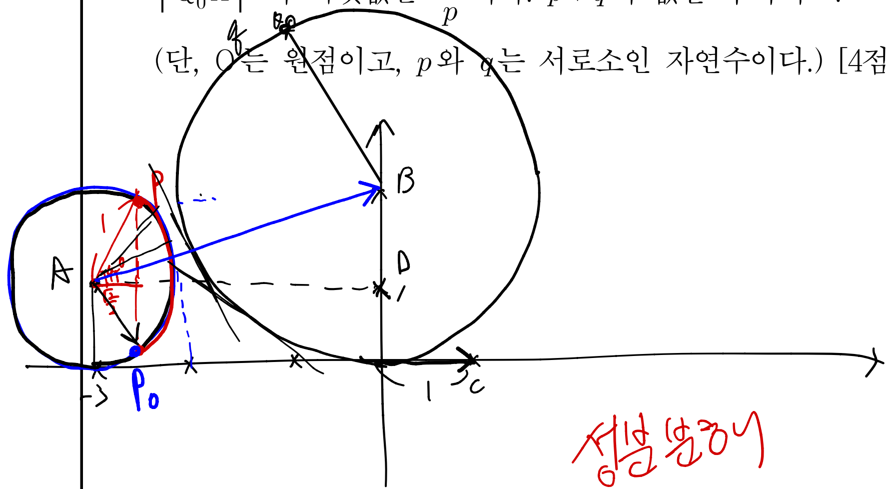
* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

30. 좌표평면에서 세 점 A$(-3, 1)$, B$(0, 2)$, C$(1, 0)$에 대하여 두 점 P, Q가

$$|\overrightarrow{AP}|=1,\quad |\overrightarrow{BQ}|=2,\quad \overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{OC} \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

를 만족시킬 때, $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AQ}$의 값이 최소가 되도록 하는 두 점 P, Q를 각각 P_0, Q_0이라 하자.
선분 AP_0 위의 점 X에 대하여 $\overrightarrow{BX}\cdot\overrightarrow{BQ_0} \geq 1$일 때, $|\overrightarrow{Q_0X}|^2$의 최댓값은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, O는 원점이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

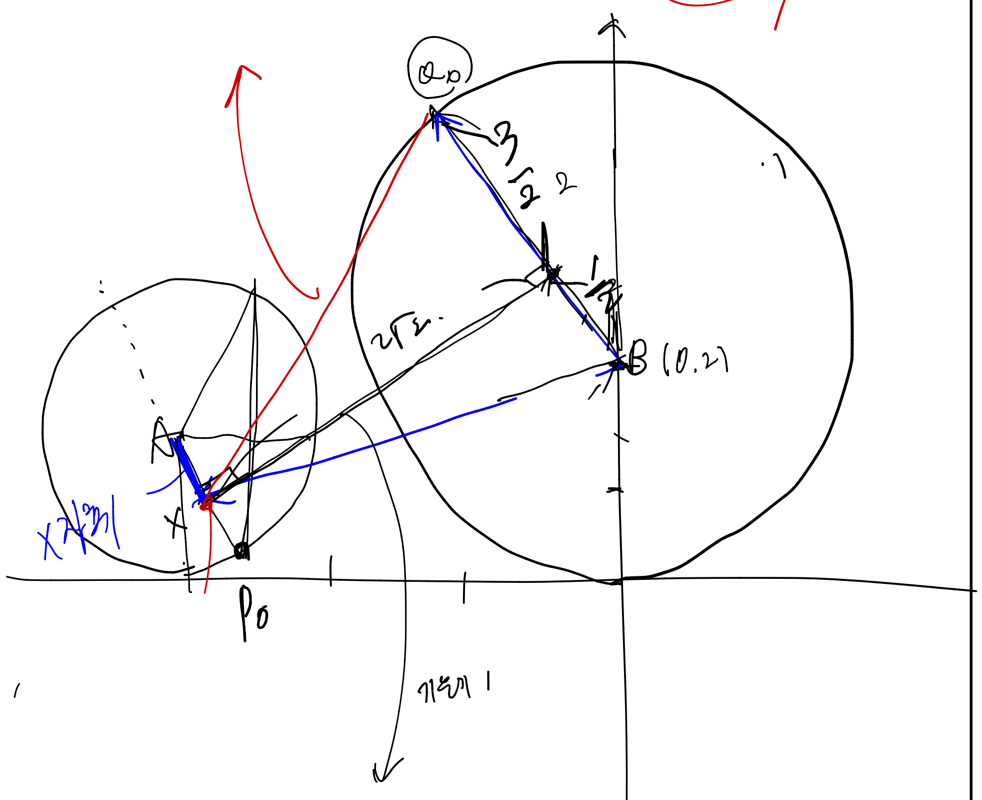


성분분해

$\vec{AP}\cdot\vec{AQ} = \vec{AP}(\vec{AB}+\vec{BQ}) = \vec{AP}\cdot\vec{AB}+\vec{AP}\cdot\vec{BQ}$

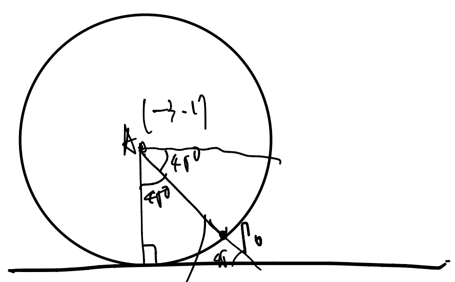
$(2\sqrt{2})^2+\frac{9}{4} = 8+\frac{9}{4} = \frac{32+9}{4} = \frac{41}{4}$

$\therefore 45$



B(0,2)와 $x+y+2=0$ 거리

$\frac{|4|}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$



기울기 $-1 \Rightarrow y=-(x+3)+1 = y=-x-2$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.