

2014학년도 고려대학교 Final

- 수리논술 / 추리논증 유형 -

시작하며.

- 2014 고려대 논술고사의 출제 방향
- 2009 한양대 상경 모의 [예제]

I. 확률 / 기댓값.

- 2009 고려대 모의
- 2011 고려대 인문 A
- 2011 고려대 인문 B
- 2013 고려대 인문 B



II. 합리적 선택과 의사결정.

- 2011 고려대 모의
- 2013 고려대 모의
- 2013 고려대 인문 A

III. 상황판단형 문제.

- 2010 고려대 모의
- 2011 중앙대 인문3 [예제]
- 2009 고려대 수시

IV. 기타유형.

- 2009 고려대 정시
- 2010 고려대 수시

V. 함수 / 수열의 활용. (부록)

- 2012 고려대 모의
- 2012 고려대 인문 A
- 2012 고려대 인문 B

오르비 논술팀 인문/수리논술 강사 조영탁
youngt89@yonsei.ac.kr

고려대학교 2014학년도 논술고사의 출제 방향
- 2013.08.17 입학설명회 논술특강 -

[제시문]

- 논술 제시문 3~4개와 수리 제시문 1개
- 수학이 아닌, 수리적 논리추론을 묻기 위한 문제를 출제하겠다는 점을 강조함
- 2013학년도 수리논술 문항의 난이도가 조금 “낮았다”는 언급
- 시험 시간 (100분)을 고려하여 총 5,000자 내외의 텍스트를 제시하고자 함

[논제]

논제 1 (원고지 850~950자)

- (1) 제시문의 정확한 “이해”와 논리적 “비교” 능력 (25점)
- (2) 주제에 대한 자신의 생각을 창의적으로 “구성”하고 “논술” 하는 능력 (50점)

논제 2 (분량 제한 없음)

- 제시문의 주제와 연관된 내용을 다룬 기초 수리적 논리의 전개 (25점)

수리논술을 대하는 기본 자세 - “직관을 경계하라”

[2009 한양대 모의논술]

다음의 제시문을 읽고 “1가정 1남아” 정책을 실시하고 충분한 시간이 지난 후 인구감소 효과가 있을지 그리고 남녀의 성비는 어찌될 지에 관해 논술하시오. 단, 부부가 아기를 출산했을 때 아기가 남아일 확률과 여아일 확률은 동일하며 이 확률은 이미 출산한 자녀의 성에 대해 독립적이라는 가정하에 논술한다. 예를 들어, 첫 번째 아기와 두 번째 아기가 모두 여아일 지라도 세 번째 아기가 여아일 확률은 여전히 0.5라고 가정하는 것이다.

인구가 10억명에 이르는 어떤 국가에서 인구 감소를 유도하기 위해 “1가정 1자녀”정책을 법제화하려 하였다. 그러나, 전통적으로 남아 선호의 경향이 강하여 여아를 출산할 경우 신생아를 유기하거나 출생 신고를 하지 않고 양육하는 등의 부작용이 예상되었다. 따라서, 이를 포기하고 다른 정책을 모색하기로 하였고, 실패한 정책의 대안으로 “1가정 1남아 정책”, 즉 계속 여아를 출산한 경우 “남아를 출산할 때까지” 는 자녀의 수에 제한을 두지 않는 방안을 검토하기로 하였다.

- 직관적으로 이 문제의 답을 추론해 보라고 요구 받는다면, 어떻게 답변할 것인가?

[해설]

남녀의 성비는 그대로 유지된다. 출산했을 때 아기가 남아일 확률과 여아일 확률은 동일하다고 가정하였으며, 이 확률이 독립적이기 때문에 출산을 반복하더라도 남아와 여아가 탄생할 확률은 똑같다. 뿐만 아니라, 반복하여 여아를 출산한 부부 중 일부가 출산을 포기한다고 해도 늘어나는 인구 중 남, 여의 비율은 유지된다.

인구 감소 효과가 있는지를 확인하기 위해서는 인구가 유지되는 최소 출산율을 토대로 해야 한다. 남녀가 만나 아이를 낳는 것이므로 한 사회의 인구가 그대로 유지되려면 산술적으로는 한 여성이 2명의 아이를 출산해야 한다. “1가정 1남아 정책”이 추진된다면 최소한 그 사회에 여성의 반은 출산율이 1이 된다. 남아를 출산한 절반의 여성은 더 이상 아이를 낳을 수 없기 때문이다. 또 그 반은 출산율 2. 따라서 출산율은 공비가 $1/2$ 인 등비수열을 이루게 된다. 무한 등비수열의 합 $[2 - 2(\frac{1}{2})^n - n(\frac{1}{2})^n]$ 에 의해 이 사회의 출산율은 항상 2보다 작게 됨을 확인할 수 있다. 여기에 여성이 무한대로 출산해야 한다는 생물학적 한계, 여아를 출산한 경우에도 더 이상의 출산을 하지 않을 수 있다는 현실적 상황을 고려한다면 출산율은 더 감소한다. 또한 자녀를 출산하지 못하고 죽는 사람들을 고려한다면 사회가 유지되기 위한 출산율은 2보다 커야 함으로 결국 1가정 1남아 정책은 인구를 감소시키는 효과가 있음을 확인할 수 있다.

주제 1. 확률 / 기댓값

통계의 의미

통계란, 표본집단의 표본분석을 통해 모집단의 모수를 추정하고 예측하는 것을 말한다. 모집단 전체에 대한 전수조사를 위해서는 많은 시간과 비용이 필요하기 때문에, 적절한 표본을 선택하여 표본의 데이터를 통해 유용한 정보를 가공해 내는 것은 매우 중요하다.

확률 “1/2” 의 의미

아래에서 예시한 각각의 추측은 타당한가, 그렇지 않은가? 그 이유를 말해보라.

(1) 당신이 구입할 한 장의 복권은 ‘당첨되거나’ ‘당첨되지 않거나’ 둘 중 하나이므로 ‘당첨될’ 확률은 $\frac{1}{2}$ 이다.

(2) 올바른 모양의 동전을 던졌을 때 나오는 면은 ‘앞면’ 이든가 ‘뒷면’이든가 어느 한 쪽이기 때문에 ‘앞면’이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$ 이다.

(3) 네스 호의 공룡은 목격자가 많지만 아직 그 존재가 증명되지 않았다. 네스 호의 공룡은 ‘있든지’ ‘없든지’의 어느 한 쪽이므로 ‘있을’ 확률은 $\frac{1}{2}$ 이다.

[문제의 답]

이 문제는 어떤 의미에서는 수학 문제라기보다 ‘철학’ 문제에 가깝다. 즉 ‘불확실성’이나 ‘확률’의 의미는 뭔가라는 ‘확률 사상(思想)’ 분야에 속하는 문제다. 이 문제를 둘러싸고 아직까지 격렬한 논쟁이 계속되고 있으며 더구나 확실한 결론은 아직 나와 있지 않다.

따라서 여기서 해답으로 제시하는 것도 서로 다투는 여러 확률 사상 중 대표적인 것에 따랐을 뿐이지 결코 만고불변의 확정된 ‘정답’은 아니라는 점을 미리 말해둔다.

(1) 1회에 발행되는 모든 복권들 한 장 한 장이 모두 당첨될 가능성이 균등하다고 생각하는 것이 타당하다. 따라서 그중 어느 한 장의 복권에 대해 ‘당첨될’ 가능성과 ‘빚나갈(다른 것이 당첨될)’ 가능성이 동일하다고 생각하는 것은 타당하지 않다. 전체로 보았을 때 당첨 복권보다 빚나간 복권 쪽이 압도적으로 많기 때문이다. 그러므로 이것은 옳지 않다.

(2) 주목해야 할 말은 ‘올바른 모양의 동전’이라는 말이다. ‘올바른 모양의 동전’이란 무엇일까? 앞면과 뒷면이 전혀 차이가 없게 만들어진 동전이며, 결국 ‘앞면’이 나올 가능성과 ‘뒷면’이 나올 가능성이 같은 동전이다. 이렇게 생각하는 것이 옳다. 즉 ‘올바른 모양의 동전’을 그렇게 정의하면 각 면이 나올 확률은 2분의 1이라고 생각할 수 있다. 그러므로 맞는 답이다.

(3) 이 문제가 가장 논쟁의 여지가 크다. 첫째로 이 문제에 대해서는 대량으로 실험하여 데이터를 취할 수가 없다. 네스 호는 하나 밖에 없고 공룡도 (분명) 한 마리밖에 없다. 그러므로 수많은 네스호를 본 다음 그중 몇 개의 네스 호에 공룡이 있는지 등등의 데이터를 취할 수는 없다. 나아가서 논리적으로 네스 호에 공룡이 있을 가능성과 없을 가능성을 비교해봐도 아무런 결론도 찾아낼 수 없다. 따라서 어느 쪽이 우세하다고도 말할 수 없다. 그렇다면 가능성은 대등하다고 생각할 수밖에 없다. 그래서 이러한 소극적인 근거에서 이 문제의 답을 옳다고 해둔다. 단, 이 경우의 확률은 동전 던지기의 경우와 그 의미가 다르다. 수학적인 대칭성이나 데이터 등의 객관적인 원리가 밝혀주지 않기 때문이다. 그런 점에서 이것은 이른바 ‘주관적인 추측값’으로서의 확률이다.

폰 노이만의 내기 방법

동전을 던져서 앞면과 뒷면을 맞추는 내기는 동전의 모양이 잘 맞춰져 있으면 공평한 내기가 된다. 하지만 실제 동전은 다소 왜곡이 있거나 무게의 편중이 있기 때문에 앞뒷면이 정확하게 반반으로 나온다는 보장이 없다. 그러면 앞면이 나올 확률이 p (0.5라고는 한정할 수 없다)이며 더구나 그 p 가 어떤 크기인지를 모르는 동전을 사용하여 두 사람이 공평한 내기를 하는 것은 가능할까. 가능하다는 것을 발견한 사람은 악마의 두뇌를 가진 폰노이만이다. 노이만은 다음과 같은 내기 방법을 제안했다.

“이 동전을 두 번 계속해서 던진다. 처음이 앞이고 다음이 뒤라면 A씨의 승리. 처음이 뒤이고 다음이 앞이면 B씨의 승리.”

자. 어째서 이 ‘폰 노이만의 내기 방법’이 공평한 방법일 수 있을까. A씨가 이길 확률과 B씨가 이길 확률을 p 를 사용하여 확인해 보자.

[문제의 답]

앞이 나올 확률이 p 라면 뒤가 나올 확률은 $1-p$ 이다. 따라서

(A씨가 이길 확률)=(처음이 앞이고 다음이 뒷일 확률) $=p \times (1-p)$

(B씨가 이길 확률)=(처음이 뒤고 다음이 앞일 확률) $= (1-p) \times p$

우선 이 계산에서는 ‘독립사건의 곱셈정리’가 이용되고 있다. 곱셈은 교환법칙이 적용되므로 $p \times (1-p) = (1-p) \times p$ 이며 p 가 어떤 값을 가져도 두 사람의 승률은 동일하다. 이것이 ‘폰 노이만의 내기’의 작동 원리다. 확률적 공평성을 위해 ‘독립사건의 곱셈정리’와 ‘곱셈의 교환법칙’을 이용한 것이다.

2009 고려대 모의

학습을 통한 개체 특성의 변화는 인간 사회에서 진화가 발생하는 하나의 방식이다. 개체 특성의 변화에 따라 사회 전체의 특성도 변화할 것이다. 다음은 학습의 한 형태를 기술하고 있다.

어떤 한 사회의 구성원들을 '혁신가'와 '모방자'의 두 유형으로 구분할 수 있다고 하자. 혁신가는 비용을 들여서 새로운 지식을 획득한 후 그에 근거하여 사회생활을 영위하며, 모방자는 스스로 지식의 발전에 기여하지 않고 다른 사람들의 지식을 이용하기만 한다. 전체 인구 중에서 혁신가의 비율은 p 이고, 모방자의 비율은 $1-p$ 이다.

개인들은 다음과 같은 방식에 따라 일대일로 짝을 이루어 사회적 관계를 맺는다. 개인은 확률 s 로 자신과 동일한 유형과 확실히 짝지어지며, 확률 $1-s$ 로 유형에 관계없이 무작위로 선택된 상대와 짝지어진다. 무작위로 상대와 짝지어지는 경우 상대의 구체적인 유형은 그 사회에서 두 유형의 분포에 의해 결정된다. 따라서 한 개인이 자신과 동일한 특성 혹은 다른 특성을 가진 개인을 만날 확률은 p 와 s 에 의해 결정된다.

혁신가는 사회적 관계의 상대방이 혁신가이건 모방자이건 비용을 제외하고 1의 보수를 얻는다. 모방자는 혁신가를 만날 경우 2의 보수를 얻고, 다른 모방자를 만날 경우 0의 보수를 얻는다. 한 개인이 얻을 보수의 기댓값은 특정 유형의 상대를 만날 확률과 상대에 따른 보수에 의해 결정된다. 사회에서 혁신가와 모방자의 비율을 '사회 구성'이라고 하자. 사회 구성은 시간이 흐름에 따라 변할 수 있는데, 혁신가의 보수의 기댓값이 모방자의 보수의 기댓값보다 작으면 혁신가들 중 일부는 모방자로 변한다. 마찬가지로, 모방자의 보수의 기댓값이 혁신가의 보수의 기댓값보다 작으면, 모방자들 중 일부는 혁신가로 변한다. 이러한 과정의 반복을 통해서 사회 구성이 변화하게 된다.

제시문 (라)에서 학습에 의해 사회 구성이 변동할 것이지만, 어떤 조건이 충족될 때 사회 구성이 일정하게 유지될 수도 있다. 제시문에 근거하여 사회 구성이 일정하게 유지될 일반적 조건을 서술하고, 제시문에서 기술된 특정한 경우에 사회 구성을 일정하게 유지할 p 와 s 의 관계를 설명하시오. (20점) - 분량 제한 없음

1) 요구사항은 무엇인가?

- 사회 구성이 일정하게 유지될 일반적 조건을 서술

2) 전제조건과 각 미지수의 범위를 설정해 보면?

3) 각각의 경우에 대한 확률과 기댓값은?

- 혁신가가 혁신가를 만나게 될 확률은 어떻게 계산해야 할까? 혁신가는 주어진 s 의 확률로 혁신가를 만나게 될까?

2011 고려대 인문 A

제시문 (5)

매 기(期)에 '문화요소'들이 서로 결합하여 문화 현상을 생성하고 이로부터 사회문화 가치를 창출하는 사회를 가정하자. 이 사회에는 기존 문화요소가 m 단위 존재하고 있었는데, 외부로부터 신규 문화요소가 n 단위 유입되었다. (m 과 n 은 0보다 큰 짝수이고, n 은 m 보다 작다.) 이제 이 사회에서는 $m+n$ 단위의 문화요소들이 각각 무작위로 일대일 결합하여 사회문화 가치를 창출한다. 기존 문화요소끼리 결합할 경우는 e 의 가치가, 신규 문화요소끼리 결합할 경우는 e 의 가치가, 그리고 기존 문화요소와 신규 문화요소가 결합하는 문화 간 혼종의 경우는 h 의 가치가 창출된다. (e 와 h 는 0보다 큰 실수이다.)

현재 기(期)에 기존 문화요소의 각 단위가 창출하는 가치의 기댓값이 신규 문화요소의 각 단위가 창출하는 가치의 기댓값보다 크면, 다음 기에 기존 문화요소는 두 단위 증가하고 신규 문화요소는 두 단위 감소한다. 반대의 경우, 신규 문화요소가 두 단위 증가하고 기존 문화요소가 두 단위 감소한다. 두 가지 문화요소들이 창출하는 가치의 기댓값이 동일하면, 사회는 기존 문화요소와 신규 문화요소의 수가 일정하게 유지되는 안정 상태에 이른다.

IV. 제시문 (5)와 관련하여 다음 문항에 모두 답하시오. (25점)

(가) 이 사회에서 신규 문화요소의 단위 수가 n 보다 작아지지 않을 조건을 m , n , h , e 사이의 관계로 표현하시오. 그리고 e 가 1보다 크지 않고 h 가 1보다 작을 때, 신규 문화요소가 사회에 유입되어 시간이 지나도 계속 존재할 수 있을지 논하시오.

(나) 이제 $m=12$, $n=2$, $h=2$, $e=0.6$ 이라고 가정할 때, 시간이 지남에 따라 기존 문화요소와 신규 문화요소의 단위 수가 어떻게 변할지 분석하고, 이 사회가 안정 상태에 이를 수 있을지 논하시오.

1) 요구사항은 무엇인가?

2) 전제조건과 각 미지수의 범위를 확인해 보면?

3) 발생할 수 있는 모든 결합을 생각해 보자.

심슨의 역설

한 의학 연구팀이 ‘프로블리진’이라는 신약을 실험하고 있었다. 프로블리진은 인간의 지적 능력을 개선할 수 있다는 약품이다. 스미스 박사가 첫 번째로 그의 환자 그룹에 실험을 했다. 유능한 과학자인 그는 환자 몇 명에게는 진짜 프로블리진을 나머지 환자들에게는 ‘위약(정신적 효과를 얻기 위해 환자에게 주는 약효가 전혀 없는 약)’을 주었다. 그 결과는 다음과 같다.

스미스 박사의 결과	시험	성공	평균
프로블리진	100	66	66%
위약	40	24	60%

스미스 박사는 결과에 흡족해했다. 그의 실험은 신약 프로블리진이 위약보다 훨씬 효과적이라는 것을 확실히 보여주고 있다. 프로블리진을 먹은 환자의 66%는 위약을 먹은 환자의 60%와 비교했을 때 지능 검사에서 좋은 점수를 받았다.

이번에는 존 박사가 좀더 큰 규모의 환자 집단을 대상으로 다시 실험했다. 결과는 역시 희망적이었다. 프로블리진을 투약한 환자가 위약을 먹은 환자보다 지능 검사 결과가 좋았기 때문에 존 박사는 스미스 박사의 결과를 더 확실히 해준 것이다.

존 박사의 결과	시험	성공	평균
프로블리진	200	180	90%
위약	500	430	86%

위 실험 결과에 흥분한 두 박사는 각자의 자료를 합하여 결과를 발표하기로 했다. 그런데 전혀 예상하지 못했던 결과가 나오고 말았다.

합한 결과	시험	성공	평균
프로블리진	300	246	82%
위약	540	454	84%

두 실험 모두 위약보다 프로블리진이 효과가 있다는 것을 보여주었음에도 불구하고 두 결과를 합했을 때 위약을 투약한 환자가 프로블리진 투약 환자보다 지능 검사 결과가 좋다고 나타났다. 이러한 의외의 결과를 보고 어떤 사람들은 수학적 동치의 착각이라고 한다. 어디에서 분류가 잘못된 것일까?

잘못된 것은 백분율도 다른 일반 숫자들과 같은 방법으로 더할 수 있다고 생각한 논리에 있다. 백분율은 덧셈을 하여 평균값을 구할 수 없다.

2011 고려대 인문 B

(5)

테바이를 통치하는 오이디푸스 왕은 종종 백성들에게 수수께끼를 낸다. 왕은 그들에게 ‘수수께끼 1’이나 ‘수수께끼 2’를 내는데, 같은 사람에게 두 가지 수수께끼를 모두 내는 경우는 없다. 수수께끼를 풀기 위하여 백성들은 ‘방법 A’와 ‘방법 B’ 중 하나를 사용한다. 그리고 모든 백성은 단 한 번만 수수께끼를 받고, 수수께끼 풀기를 거부할 수 없다.

지난 5년간 왕에게서 수수께끼를 받은 사람들에 대한 통계치는 다음의 표들에 나타나 있다.

〈표 1〉 수수께끼를 받은 사람들 전체에 관한 통계

	답을 맞힌 사람들의 수	답을 못 맞힌 사람들의 수	정답률
방법 A 사용	700	300	0.7
방법 B 사용	600	400	0.6

〈표 2〉 수수께끼 1을 받은 사람들에 관한 통계

	답을 맞힌 사람들의 수	답을 못 맞힌 사람들의 수	정답률
방법 A 사용	600	150	0.8
방법 B 사용	225	25	0.9

〈표 3〉 수수께끼 2를 받은 사람들에 관한 통계

	답을 맞힌 사람들의 수	답을 못 맞힌 사람들의 수	정답률
방법 A 사용	100	150	0.4
방법 B 사용	375	375	0.5

IV. 제1문 (5)와 관련하여 다음 문항에 모두 답하시오. (25점)

(가) 이오카스테는 지난 5년 중 어느 시점에 왕에게서 수수께끼 하나를 받았다. 그녀가 ‘방법 A’를 사용하여 답을 맞췄을 경우, 왕이 그녀에게 ‘수수께끼 1’과 ‘수수께끼 2’ 중 어느 것을 냈을 가능성이 더 높은지 근거를 제시하여 논하시오.

(나) 전령 1, 전령 2, 미디어는 모두 지난 5년 중 어느 시점에 왕에게서 ‘수수께끼 1’을 받았다. 왕은 그들이 각각 독립적으로 수수께끼를 풀되, 왕의 백성인 전령 1과 전령 2는 ‘방법 A’를 사용하여 수수께끼를 풀고, 왕의 백성이 아닌 미디어는 ‘방법 A’, ‘방법 B’ 이외의 방법으로 수수께끼를 풀도록 하였다. 미디어는 수수께끼 풀기를 거부할 수 없다. 미디어가 ‘수수께끼 1’의 답을 맞힐 확률은 50%이다. 전령 1이 ‘수수께끼 1’의 답을 맞힐 가능성과 전령 1, 전령 2, 미디어 세 명 중 두 명 이상이 ‘수수께끼 1’의 답을 맞힐 가능성을 비교하고, 그 근거를 제시하시오.

(다) 크레온은 오이디푸스 왕에게서 수수께끼 하나를 받고 다음과 같은 사실을 발견했다. 〈표 1〉에서는 ‘방법 A’의 정답률이 ‘방법 B’의 정답률보다 높지만 〈표 2〉와 〈표 3〉에서는 ‘방법 B’의 정답률이 ‘방법 A’의 정답률보다 높은 역전 현상이 나타났다. 표들에 나타난 추세가 지속된다면, 그가 답을 맞힐 가능성을 높이기 위해서는 어떤 방법을 사용해야 하는지 표들에 나타난 역전 현상과 연관 지어 설명하시오.

2013 고려대 인문 B

(4)

동판이 살았던 은척읍의 인구수는 매우 크고 짝수이다. 그곳 사람들은 매 시기 두 사람씩 무작위로 짝을 지어 만나는데, 두 사람이 만나면 각자는 상대방에게 선행을 베풀거나 그렇지 않을 수 있다. 두 사람이 만날 때마다 선행을 한 사람은 $c(>0)$ 만큼 손실을 보고 선행을 받은 사람은 $b(>c)$ 만큼 이익을 본다. t 기에 어떤 사람에 대한 평판의 좋고 나쁨은 그 사람이 $t-1$ 기에서 다른 사람에게 선행을 했는지 여부에 따라 결정된다. 0기를 제외한 매시기에 임의로 만난 두 사람은 항상 상대방의 평판에 대해 잘 알고 있다고 가정한다.

은척읍의 사람들은 세 가지 유형으로 나뉜다. 그 유형들은, 만나는 상대방에게 항상 선행을 하는 이타주의자들로 이루어진 '유형 I', 만나는 상대방에게 항상 선행을 하지 않는 이기주의자들로 이루어진 '유형 II', 그리고 평판이 좋은 상대방에게는 선행을 하지만 평판이 나쁜 상대방에게는 선행을 하지 않는 상호주의자들로 이루어진 '유형 III'이다. 상호주의자는 상대방의 평판을 전혀 모르는 0기에는 항상 상대방에게 선행을 한다. 유형 I, 유형 II, 유형 III의 사람들의 비율은 시기별로 변화가 없고 모두 $\frac{1}{3}$ 로 같다. 은척읍의 인구 규모는 매우 크므로 각 유형의 인구 비율은 어떤 사람이 각 유형의 사람을 상대방으로 만날 확률이기도 하다.

t 기에 평판이 좋은 사람들의 비율을 P_t 라 하면 다음의 (식 1)이 성립한다.

$$(식 1) P_{t+1} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}P_t, \text{ 단 } t \geq 1 \text{ 이다.}$$

임의의 유형 I, 유형 II, 유형 III의 사람이 $t (\geq 1)$ 기에 얻게 되는 순이익의 기댓값을 각각 $p_t^I, p_t^{II}, p_t^{III}$ 라 하자. 이기주의자(유형 II)는 어떤 유형의 상대방을 만나도 손실을 전혀 보지 않는 반면 이타적인 상대방(유형 I)을 만나면 이익을 얻게 된다. 그런데 이기주의자가 이타적인 상대방을 만날 확률은 $\frac{1}{3}$ 이므로 이기주의자가 $t (\geq 1)$ 기에 얻게 되는 순이익(=이익-손실)의 기댓값은 $p_t^{II} = \frac{1}{3}b$ 이다. 동일한 논리를 사용하여 p_t^I 와 p_t^{III} 를 구할 수 있다.

II. (4)를 읽고 다음의 논제에 답하시오. (25점)

1. (식 1)이 왜 성립하는지 설명하시오. 그리고 P_t 가 (식 1)에 따라 변할 때 P_t 는 어떤 값으로 수렴하는지 보이시오.

2. 모든 $t (\geq 1)$ 에 대해 $P_t = P^*$ 이 성립한다고 가정하자. 여기서 P^* 는 위 문항 1에서 P_t 가 수렴하는 상수이다. $t \geq 1$ 의 경우 p_t^I 와 p_t^{III} 를 구하고, $p_t^I = p_t^{III}$ 가 성립할 조건을 b 와 c 를 이용하여 표현하시오.

주제 2. 합리적 선택과 의사결정

오페라 <토스카>와 죄수의 딜레마

푸치니의 오페라 <토스카>(1900)는 명쾌한 죄수의 딜레마를 중심으로 전개된다. 그 플롯은 빅토리앙 사르두의 1887년 희곡에서 취한 것이다. 이 오페라의 남자 주인공 카바라도시는 어느 날 저녁 성당으로 숨어든 탈옥 정치범 안젤로티를 숨겨준다. 안젤로티의 뒤를 쫓던 비밀경찰 국장 스카르피아는, 죄인을 숨겨준 혐의로 카바라도시를 체포하고 사형을 선고한다. 그런데 스카르피아는 평소부터 카바라도시의 애인인 토스카를 사랑하고 있었다. 스카르피아는 이 기회를 틈타 토스카를 차지하려는 마음에서, 만약 그녀가 자기와 결혼한다면 카바라도시를 살려 주겠다고 제의한다. 총탄을 장전하지 않은 사수들을 배치하여 총살하는 척만 하고 살려주겠다는 제의였다. 토스카는 그 말을 믿을 수 없으니, 카바라도시가 국외로 탈출할 수 있도록 허가증을 써 주면 결혼해주겠다고 버틴다. 그리고 스카르피아가 허가증을 다 쓴 순간, 토스카는 테이블 위의 칼을 들어 스카르피아를 찌른다. 허가증을 손에 쥔 토스카는 카바라도시에게 달려가지만, 요란한 총성과 함께 카바라도시는 그 자리에 쓰러지고 만다. 스카르피아가 약속을 어기고, 실탄이 장전된 총으로 사격을 하도록 명령해 놓았던 것이다. 토스카는 슬퍼하며 카바라도시를 껴안고 울부짖는데, 스카르피아가 살해된 것을 발견한 그의 부하들이 그녀를 잡으려 달려든다. 결국 그녀는 성벽 아래로 몸을 던져 스스로 목숨을 끊게 된다. 이 이야기는 상호 변절로 끝나고, 그것은 죄수의 딜레마의 가장 오페라다운 결말이다.

오페라의 내용을 표로 정리해 보자.

대칭적 2x2 게임

대칭적 2x2 게임에서 걱정해야 할 결과는 단지 네 가지뿐이다. 양자 모두 협조할 경우 두 경기자 각각에 돌아가는 결과를 CC라고 하자. DD는 양자 모두 변절할 경우의 결과다. 한 경기자는 협조하고 다른 경기자는 변절할 때, 외로운 협조자의 결과는 CD라 불리고, 외로운 변절자의 결과는 DC라고 불린다.

2x2 대칭적 게임의 모든 다양한 형태는 네 가지 결과 CC, DD, CD, DC 의 상대적 가치에 달려있다. 늘 그렇듯이, 선호 순으로 경기자들에게 등급을 매기자(그리고 그것이 대칭적 게임인 한 그들은 등급에 동의할 것에 틀림없다). 나아가서 '무승부'는 없다고, 항상 어떤 두 결과에 대해서도 분명히 선호가 있다고 가정하자.

주어진 결과의 선호 배열도 하나의 게임을 규정한다. 예를 들어

DC > CC > DD > DC 일 때

즉 DC 결과가 CC보다 선호되고, CC는 DD보다 선호되고, DD는 CD보다 선호될 때 그 게임은 죄수의 딜레마(DC와 CD 결과의 평균이 CC 결과보다 적다는 보통의 또 다른 요건은 오직 경기자들이 결과들에 배정된 수적 가치를 지닐 때만 적용된다).

이 네 가지 결과들은 모두 24가지로 배열이 가능하다. 따라서 24가지 대칭적 2x2 게임들이 있다. 그것들 모두가 딜레마는 아니다. 대부분에서 무엇이 올바른 전략인지는 명확하다.

죄수의 딜레마와 겁쟁이 게임의 난처한 점은 공동선이 개인적 합리성에 의해 파괴되는 방식에 있다. 각 경기자는 상대방의 협조를 바라지만, 자신은 변절하고 싶은 유혹을 받는다.

일반적으로 이것이 무엇을 의미하는지 살펴보자. CC는 CD보다 더 선호될 것임에 틀림없다. 그것은 상대가 당신의 협조에 호응할 때 당신이 더 나은 결과를 얻는다는 것을 의미한다. 또한 DC는 DD보다 더 낫다. 당신은 심지어 자신은 변절할 경우에도 상대는 협조하기를 희망한다.

네 가지 결과의 24가지 가능한 배열 가운데서 정확히 절반이 CD보다 CC를 선호한다. 마찬가지로 정확히 절반이 DD보다 DC를 선호한다. 가능한 결과들 중 꼭 여섯 가지가 동시에 두 요구를 모두 충족한다. 그 여섯은 이러하다.

CC > CD > DC > DD
 CC > DC > CD > DD
 CC > DC > DD > CD
 DC > CC > CD > DD
 DC > CC > DD > CD
 DC > DD > CC > CD

이것들 모두가 두통거리는 아니다. 만일 변절이 언제나 나쁘다면, 모두가 그것을 피할 것이다. 진짜 딜레마가 존재하기 위해서는 변절할 유혹이 반드시 있어야 한다. 그렇지 않다면 왜 변절하겠는가?

죄수의 딜레마에서 변절의 유혹은 아주 크다. 상대가 어떻게 하든지 간에 당신은 변절하는 편이 낫다. 그 유혹은 딜레마를 제기할 정도로 참여할 필요는 없다. 당신은 상대 경기자가 하려는 바에 대해 추측할 수 있고, 그 추측이 옳은 한 변절하는 것이 당신에게 유리하다는 것을 안다. 이것은 설사 당신의 추측이 틀린다면 변절할 아무런 이유가 없더라도 당신으로 하여금 변절하게끔 한다.

그렇다면 우리는 두 조건들 중 어느 하나가 충족되기를 요구한다. 상대 경기자가 협조할 때 변절하는 데 인센티브가 있거나 (DC>CC), 다른 경기자가 변절할 때 변절하는 데 인센티브가 있거나(DD>CD) 양자 모두일 것이다.

이것은 위의 게임들 중 두 가지를 배제한다. 결과들이 CC>CD>DC>DD나 CC>DC>CD>DD로 배열된 때는 변절하는 데 아무런 인센티브도 없다. 상호 변절이 최선의 가능한 결과일 뿐만 아니라 한 경기자는 상대 경기자가 어떻게 하든지 간에 협조함으로써 더 나은 결과를 보장받는다. 이들 두 게임을 목록에서 삭제하고 나면 단지 네 가지 게임들만이 남는다. 각각은 이름을 붙일 만큼 중요하다.

DC > DD > CC > CD 막다른 골목
 DC > CC > DD > CD 죄수의 딜레마
 DC > CC > CD > DD 겁쟁이
 CC > DC > DD > CD 수사슴 사냥

넷 모두 현실 삶 속의 상호작용에서 흔한 게임들이다. 그로 인해 그것들은 '사회적 딜레마'라고 불린다. 또한 모두가 밀접하게 연관되어 있다. 죄수의 딜레마에서 선호 순서 두 가지를 맞바꾸기만 하면 다른 세 게임을 도출할 수 있다. 우리는 죄수의 딜레마를 중력의 중심으로 하여 다른 것들이 궤도를 도는 것으로 생각할 수 있다. 겁쟁이는 벌과 뜻내기의 결과가 역전된 죄수의 딜레마이다. 수사슴 사냥은 상과 유혹의 결과에 대한 선호가 역전된 죄수의 딜레마이다. 막다른 골목은 상과 벌의 결과가 역전된 죄수의 딜레마이다.

2011 고려대 모의

(5) 개인들의 합리적인 선택이 사회적으로도 합리적인 결과를 낳는가? 자원 고갈, 환경오염, 교통체증 등 현실의 많은 문제에서 우리는 개인의 합리성이 사회적으로 불합리한 결과를 초래하는 것을 보게 된다. 이러한 현상들은 ‘합리성의 역설’의 사례라 할 수 있다.

합리성의 역설을 체계적으로 이해하기 위해 두 사람의 개별적 의사결정이 자신의 이득뿐만 아니라 상대방의 이득에도 영향을 미치는 상황을 생각해 보자. 갑과 을이 각자 선택지 A와 B중에서 하나를 취한다. 이 경우, 두 사람이 어떤 선택을 하는가에 따라 네 가지 결과, AA(갑과 을 모두 A를 선택), AB(갑은 A를, 을은 B를 선택), BA(갑은 B를, 을은 A를 선택), BB(갑과 을 모두 B를 선택)가 가능하다.

개인의 합리적 선택 원칙 중 하나는 자신의 선택이 가져올 수 있는 최소의 이득을 극대화하는 것이다. 이를 ‘최소극대화 원칙’이라 한다. 가령, 갑이 A를 선택할 때, 을도 A를 선택하면 갑은 4의 이득을 얻고 을이 B를 선택하면 갑은 1의 이득을 얻는다고 하자. 이때 갑이 A를 선택함으로써 얻는 최소 이득은 1이다. 갑이 B를 선택할 때, 을도 B를 선택하면 갑은 2의 이득을 얻고 을이 A를 선택하면 갑은 3의 이득을 얻는다고 하자. 이때 갑이 B를 선택함으로써 얻는 최소 이득은 2이다. B를 선택할 때 얻는 최소 이득이 A를 선택할 때 얻는 최소 이득보다 크므로 갑은 최소극대화 원칙을 따른다면 B를 선택할 것이다.

‘사회적 합리성’은 더 이상 사회구성원들의 이득을 동시에 높일 수 없을 때 달성된다. 예를 들어, AA의 경우 각자 4의 이득을 얻고 BB의 경우 각자 3의 이득을 얻는다고 하자. 아울러 AB와 BA에서는 A를 선택하는 사람은 5의 이득을 얻고 B를 선택하는 사람은 1의 이득을 얻는다고 하자. 이때 갑과 을 모두 BB보다 AA에서 더 큰 이득을 얻으므로 BB라는 결과는 사회적 합리성을 결여한다. 반면 AB나 BA 어느 것도 AA에 비해서 두 사람 모두에게 더 큰 이득을 주지 않으므로, AA라는 결과는 사회적 합리성을 가진다.

최소극대화 원칙에 따른 개인들의 합리적 선택이 사회적 합리성에 어긋나는 결과를 초래할 때 ‘합리성의 역설’이 발생한다. 이와 관련하여 다음 세 가지 상황을 살펴보자.

상황 1: 이득이 큰 순서대로 결과를 나열하면 갑의 경우에는 BA, AA, BB, AB 이고, 을의 경우에는 AB, AA, BB, BA 이다.

상황 2: 이득이 큰 순서대로 결과를 나열하면 갑의 경우에는 BA, AA, AB, BB 이고, 을의 경우에는 AB, AA, BA, BB 이다.

상황 3: 이득이 큰 순서대로 결과를 나열하면 갑의 경우에는 AA, BA, BB, AB 이고, 을의 경우에는 AA, AB, BB, BA 이다.

IV. 제시문 (5)의 상황 1, 상황 2, 상황 3 각각에서 갑과 을이 최소극대화 원칙을 따를 경우 어떤 선택을 할지 분석하고, 그러한 선택의 결과를 합리성의 역설이라는 관점에서 평가하시오. (25점)

2013 고려대 모의

(4)

가.

신문과 같은 전통적인 미디어와 함께 최근에는 SNS(Social Networking Services)와 같은 새로운 미디어를 통해 정보가 유통되고 있다. 신문과 SNS에 유통되는 거짓 정보의 비율이 같다는 가설을 H, 신문을 비해 SNS에 유통되는 거짓 정보의 비율이 더 높다는 가설을 K라는 한다. H와 K 중 하나를 선택하는 의사결정에서 초래되는 손실은 <표1>과 같다.

<표1> 손실 구조

	H를 선택	K를 선택
H가 참(true)	0	1
K가 참(true)	1	0

나.

의사결정을 위해 실시한 설문조사에서 신문에 보도된 특정 정보가 거짓이라고 응답한 수를 X라 하고, SNS에 유통된 같은 정보가 거짓이라고 응답한 수를 Y라고 할 때, <표 2>와 같은 확률분포를 가정하자.

<표 2> 확률분포

	$X=Y$	$X>Y$	$X<Y$
H가 참(true)	0.2	0.4	0.4
K가 참(true)	0.1	0.3	0.6

다.

위와 같은 상황에서 다음과 같은 4가지 의사결정 방법 (A1, A2, A3, A4)을 고려하자.

A1: 언제나 H를 선택

A2: 언제나 K를 선택

A3: $X>Y$ 이면 H, $X\leq Y$ 이면 K를 선택

A4: $X\geq Y$ 이면 H, $X<Y$ 이면 K를 선택

라.

위의 <표 1>과 같은 손실 구조에서 의사결정을 할 때 발생하는 기대손실은 오류를 범할 확률로 표현된다. 가령 A3을 사용하는 경우 H가 참일 때 K를 선택하는 오류를 범할 확률은 0.6이다(H가 참일 때, $X<Y$ 일 확률 0.4와 $X=Y$ 일 확률 0.2의 합).

II. (4)를 읽고 다음 논제에 답하시오. (25점)

1. 만약 K가 참인 경우, 주어진 의사결정 방법들 중 기대손실을 기준으로 선택 순서는 A2, A3, A4, A1이다. 그 이유를 논하시오.

2. 의사결정 방법 A3과 A4 중에서 기대손실을 기준으로 A4를 선택하는 경우 그 근거를 논하시오.

2013 고려대 인문 A

(4)

시장에 동일한 2개의 물건이 있고, 이를 최대 1개까지 구입하는 4명의 소비자가 있다. 각 소비자의 지불 능력과 가치 평가는 다음 표와 같다. 단, 소비자는 가치 평가와 가격이 같은 경우에도 물건을 살 의사가 있다.

소비자	A	B	C	D
물건에 대한 지불 능력	100	100	20	20
물건 가치에 대한 평가	100	50	70	20

예를 들어, 소비자 B는 물건에 100의 돈을 쓸 수 있지만 50만큼만 지불할 용의가 있고, 소비자 C는 70만큼 지불할 용의가 있지만 쓸 수 있는 돈은 20뿐이다.

이 물건을 소비자에게 배분하기 위하여 아래와 같이 가격을 통한 시장적 배분 방식, 추첨을 통한 비시장적 배분 방식, 그리고 둘을 포괄하는 혼합 방식을 고려할 수 있다.

(가) 가격을 통한 배분 방식: 가격을 0부터 시작하여 10단위씩 올리고 각 가격에서 물건을 살 의사와 능력이 있는 사람이 남는다. 2명의 소비자가 남을 때까지 가격을 올리고 2명의 소비자가 남는 가격에서 물건을 판다.

(나) 가격을 통하지 않은 추첨 방식: 모든 소비자들이 추첨에 참여하여 추첨에서 뽑힌 2명에게 물건을 배분한다. 모든 추첨 참여자는 추첨 시 뽑힐 확률이 동일하다.

(다) 혼합 방식: 먼저 (나)의 추첨 방식으로 물건을 배분하고, 이 물건을 다시 거래한다. 물건을 가진 소비자는 자신이 평가한 가치보다 가격이 비싸게 제시되면 팔 것이고, 물건이 없는 소비자는 자신의 가치 평가와 지불 능력이 허락하는 한에서 가격을 제시할 것이다. 가장 높은 가격을 제시할 수 있는 사람이 가장 낮은 요구 가격을 가진 사람으로부터 물건을 산다. 이러한 거래는 거래의 가능성이 없어질 때까지 계속된다. 예를 들어, 최초로 소비자 1과 소비자 2가 물건을 배분 받았다면, 소비자 1은 100보다 높은 가격을, 소비자 2는 50보다 높은 가격을 요구할 것인데, 소비자 3과 소비자 4는 최대 20의 가격을 제시할 수밖에 없기에 거래가 발생하지 않는다.

어떤 방법으로 물건을 배분하는 것이 좋은지를 판단하는 기준은 물건을 갖게 되는 사람의 가치 평가이다. 즉, 가치를 높게 평가하는 사람이 물건을 갖는 게 더 좋다는 것이다.

II. (4)를 읽고 다음 논제에 답하시오. (25점)

1. (가)의 방식을 사용하면 어느 가격에 누가 물건을 갖게 되는가? 그리고 물건을 배분 받는 사람들의 물건 가치 평가의 평균은 얼마인가?
2. (나)의 방식을 사용할 때 물건을 배분 받는 소비자 짝의 경우를 모두 나열하고, 각 경우의 확률이 얼마인지 구하라. 물건을 배분 받는 사람의 물건 가치 평가의 기댓값을 구하라.
3. 이제 (다)의 방식을 사용한다. 위 문항 2에서 구한 (나)를 통한 최초의 배분 각각의 경우에 대해서 거래가 발생할지 여부와 거래가 발생한다면 누가 물건을 최종적으로 갖게 될 것인지를 답하라. 이로부터 최종적인 물건 배분의 경우를 나열하고 각 경우의 확률을 구하라. 물건을 최종적으로 배분 받는 사람의 물건 가치 평가의 기댓값에 근거하여 (가), (나), (다)의 방식 중 어느 것이 더 좋은지 논하라.

주제 3. 상황판단형 문제

2010 고려대 모의

(5)

개인이 단순이익 추구자라면 자신의 물질적 이익만을 추구하면서 타인의 이익이나 손해에 무관심할 것이다. 그러나 현실적으로 개인은 자기의 물질적 이익을 추구할 뿐만 아니라 공정성도 중시하는 복합이익 추구자이다.

복합이익 추구자의 경우, 자기에게 공정한 사람에게 부당한 대우를 할 때 자신의 행동에 대해 부끄러움을 느끼고, 상대방으로부터 불공정한 대우를 받을 때에 그에 대해 불만을 가질 수 있다. 공정성을 고려한 행위의 양상은 다음과 같은 특성으로 요약될 수 있다.

A: 나에게 공정한 사람을 위해 나는 물질적 이익의 일부를 기꺼이 희생하려 한다.

B: 나에게 불공정한 사람에게 피해를 입히기 위해 나는 물질적 이익의 일부를 기꺼이 희생하려 한다.

C: 내가 희생해야 하는 물질적 이익의 크기가 작을수록 A와 B가 나의 행동에 더 큰 영향을 미친다.

아래의 상황은 단순이익 추구 행위와 공정성도 고려하는 복합이익 추구 행위가 다른 사회적 결과를 초래할 수 있는 예이다. 제3자로부터 갑이 일정한 액수의 금액을 제공받고 이중 일부를 을에게 양도해야 한다. 양도하는 금액의 크기는 갑이 결정할 수 있다. 갑이 을에게 양도액을 제안하면 을은 이 제안을 수락하거나 거절할 수 있다. 을이 갑의 제안을 수락 하면 갑의 제안대로 금액이 배분되지만, 을이 갑의 제안을 거절하면 제3자는 갑에게 제공한 금액을 회수하고 그 결과 갑과 을 모두 아무런 금액도 얻지 못한다. 이상의 상황이 한차례 일어난다고 가정하자.

만일 두 사람이 단순이익 추구자라면, 갑이 아무리 적은 금액을 제안하더라도 을은 이를 수락할 것이고 갑은 을에게 가능한 적은 금액을 제안하여 자신이 모든 금액을 독차지하려 할 것이다.

III. (5)에서 갑과 을이 복합이익 추구자일 경우 두 사람이 취할 결정에 대해 A, B, C를 이용하여 논술하시오(단, 갑은 을이 공정한 사람이라고 여기고 을은 갑의 제안에 따라 갑이 공정한지 아닌지를 판단한다). (30점)

2011 중앙대 수시 인문계열 3

[문제 3] 다음의 상황에 기초하여 물음에 답하시오.

철수는 3가지 종류의 펀드에 1,200만 원을 1년 동안 투자하려고 한다. 과거 자료에 의하면 <펀드1>의 연수익률은 7%, <펀드2>의 연수익률은 8%, <펀드3>의 연수익률은 12%이다. 펀드 가입 옵션에 따라 철수는 <펀드2>에 투자한 금액의 3배 이상을 <펀드1>에 의무적으로 투자하여야 한다. 철수는 <펀드1>, <펀드2>, <펀드3>의 위험도를 각각 1%, 2%, 7%로 예상하였고, 투자의총위험도를 최대 4.5% 이하로 하려고 한다. 여기서, 총위험도는 펀드별 위험도의 가중평균으로 정의된다.

[3-1] 철수가 얻을 수 있는 연수익률의 최댓값과 이를 달성하기 위한 투자 조합을 설명하시오. [15점]

[3-2] 각 펀드의 거래가 백만 원 단위로만 이루어진다고 할 때, 철수가 얻을 수 있는 연수익률의 최댓값과 이를 달성할 수 있는 투자 조합을 설명하시오. [15점]

난처한 질문에 대한 답을 얻는 방법

난처한 질문에 대한 답을 얻을 수 있게 하는 수학적 방법이 있다. 베트남 전쟁 당시 미국은 얼마나 많은 군인들이 마약을 하는지 알아야 했다. 마약 복용 소문이 파다했기 때문에 사실 확인은 중대한 일이었다. 하지만 제정신인 군인이라면 누가 마약을 한다고 말하겠는가? 그렇다면 조사자들은 어떻게 사실을 밝힐 수 있었을까? 바로 다음과 같은 방법을 사용했다.

조사자들은 세 장의 카드가 들어 있는 봉투를 가지고 가서 카드를 병사에게 보여준다. 세 장에는 이렇게 써 있다.

지난 12개월 동안 어떤 형태로든 불법적인 약물을 복용한 적이 있나요?

이 카드에 검정색 삼각형이 그려져 있나요?



이 카드에 검정색 삼각형이 그려져 있나요?

병사에게 봉투에서 아무 카드나 한 장을 꺼내라고 한다. 그 카드가 어떤 것인지는 조사자에게 보여주지 않는다. 그리고 나서 카드의 질문에 대한 답을 ‘예 / 아니오’로 표시하게 한다.

‘예’라고 대답한다면 그 병사는 검정색 삼각형이 있는 카드를 집었거나 약물 복용에 대한 질문이 있는 카드를 뽑아 사실을 인정하는 대답을 한 것이다. 하지만 조사자가 그 둘 중 어떤 것인지 알 길이 없기 때문에 병사에게 죄가 있다고 할 수 없다. 따라서 병사는 좀더 정직한 대답을 하게 된다.

이제 계산만 잘 하면 된다. 위와 같은 방법으로 1,200명에게 질문한 결과 ‘예’라고 답한 병사가 560명이라고 하자. 평균적으로 1,200명 중 400명은 삼각형이 있는 카드를 꺼내고 400명은 삼각형이 없는 카드를, 400명은 약물 복용에 대한 질문이 있는 카드를 집어낸다. 이는 560명의 ‘예’라는 대답 중 약 400명은 삼각형에 대한 질문에 답한 것이고 나머지 160명은 약물 복용에 대한 답이라는 것을 의미한다. 결과적으로 400명의 40%인 160명의 병사가 약물 복용을 했다는 것이다.

2009 고려대 수시 2

(라) 어떤 사람에게 자유의지가 있다면 그가 제약이 없는 상태에서 행하는 선택을 타인이 정확하게 예측하는 것은 불가능하다. 예를 들어 내가 당신에게 당신의 의지대로 오른손 또는 왼손을 들고 있다고 하자. 당신이 자유의지를 가지고 있다면 나는 당신이 오른손을 들지 왼손을 들지를 정확하게 예측할 수 없다.

당신 앞에 두 개의 상자가 있는데 하나는 투명하고 다른 하나는 불투명하다. 투명한 상자 안에는 일백만 원이 들어 있다. 불투명한 상자 안에는 일억 원이 있을 수도 있고 아무것도 없을 수도 있는데 당신은 그 안을 들여다 볼 수 없다.

당신은 다음의 두 가지 중 하나를 선택하여 가능한 한 많은 금전적 이득을 얻고자 한다.

(1) 불투명한 상자 하나만을 취한다.

(2) 두 개의 상자를 모두 취한다.

그런데 당신에게는 다음과 같은 정보가 있다. '상당히 뛰어난 예측력을 지닌 어떤 존재가 당신이 할 선택을 미리 예측하고 그 예측의 내용에 따라 불투명한 상자에 일억 원을 넣어둘지 말지를 결정한다. 만약 그 존재가 당신이 (1)을 선택할 것이라고 예측한다면 그는 불투명한 상자에 일억 원을 넣는다. 만약 그 존재가 당신이 (2)를 선택할 것이라고 예측한다면 그는 불투명한 상자에 아무것도 넣지 않는다.'

제시문 (라)의 상황을 두고, 어떤 사람들은 당신이 (1)을 선택해야 한다고 주장하고 다른 사람들은 당신이 (2)를 선택해야 한다고 주장한다. 자유의지의 문제와 관련하여 두 주장을 각각 뒷받침 하는 논리적 근거를 추론하시오. (서술을 위주로 답안을 전개하되 수식이나 표를 사용할 수 있음.) (20점)

주제 4. 기타유형

2009 고려대 정시

(마) 다음과 같은 가상적 상황을 생각해 보자. 어느 겨울 아침 나는 강독을 따라 걷고 있다. 그때 한 자선단체 봉사자가 내게 급히 뛰어와 말하기를, 내가 입고 있는 외투를 자선단체에 기부하면 자선단체는 외투를 불쌍한 한 어린이의 생명을 구하는데 사용할 것이라고 한다. 나는 자선단체 봉사자가 이런 부탁을 하는 것은 다음 두 가지 이유 중 하나 때문이라고 추측한다. 첫째, 자선단체는 내가 기부한 외투를 판매하여 현재 장티푸스의 위험에 노출되어 있는 빈곤국의 한 어린이에게 예방접종을 해 주기 위한 기금을 마련하려는 것이다. 둘째, 가까운 곳에서 물에 빠진 아이가 구조되었는데 이 아이를 체온저하증으로부터 보호할 외투가 필요한 것이다. 그런데 체온저하증의 상황은 장티푸스 위험의 상황보다 더 시급하지만, 장티푸스에 걸린 아이가 받을 고통은 체온저하증 아이가 받을 고통보다 훨씬 더 심하다.

내가 실행할 수 있는 행위 A와 B가 있을 때, ‘나는 A가 B보다 더 좋거나 덜 나쁘다고 생각한다’를 간단히 ‘나는 A를 B보다 선호한다’로 표현하자.

내가 ‘최소한의 도덕성’을 지닌 사람이라면 나의 선호는 다음 조건들을 만족시킨다.

- (조건1) 체온저하증으로 고통 받는 아이가 있음이 사실로 밝혀질 때, 나는 체온저하증 아이를 돕는 행위(SN)를 이 아이를 돕지 않는 행위(AN)보다 선호한다.
- (조건2) 나는 체온저하증 아이를 돕지 않는 행위(AN)를 장티푸스의 위험에 처한 아이를 돕지 않는 행위(AD)보다 선호한다.
- (조건3) 나는 장티푸스의 위험에 처한 아이를 돕는 행위(SD)를 체온저하증 아이를 돕는 행위(SN)보다 선호한다.

내가 ‘합리성’을 지닌 사람이라면 나의 선호는 다음 조건들을 만족시킨다.

- (조건4) A, B, C라는 실행 가능한 행위들 중 하나를 선택할 때, 내가 A를 B보다 선호하고 B를 C보다 선호하면, 나는 A를 C보다 선호한다.
- (조건5) 조건4에서 행위들 중 하나가 실현되지 않을 것으로 밝혀지더라도, 나머지 행위들에 대한 나의 선호는 바뀌지 않는다.
- (조건6) 내가 A를 B보다 선호하면, 나는 B를 실행하지 않는다.

제시문 (마)의 ‘조건1’에 언급된 선호에 따른 행위는 도덕적으로 요구되는 행위인 반면, 예방접종을 받으면 장티푸스를 피할 수 있는 먼 나라의 아이가 있음이 사실로 밝혀지더라도 그 아이를 돕지 않는 행위는 도덕성에 어긋나지 않는다는 주장이 있다. 제시문 (마)에 주어진 ‘최소한의 도덕성’과 ‘합리성’의 조건들을 근거로 하여 이 주장을 비판적으로 논하시오. (20점)

2010 고려대 수시

제시문 (5)에서 정부가 취할 분배정책과 관련하여 아래의 세 제안이 있을 수 있다.

제안 A: 개인이 사용할 배경자원과 복지자원의 합($x + y$)이 사람들 사이에 균등하게 되도록 복지자원이 배분되어야 한다.

제안 B: 노력수준이 같은 사람들 사이에 배경자원의 차이로 인한 후생격차가 발생하지 않도록 하되, 노력수준이 다른 사람들 사이에 후생격차가 극대화되도록 복지자원이 배분되어야 한다.

제안 C: 모든 국민의 후생수준의 총합이 극대화되도록 복지자원이 배분되어야 한다.

각 제안 하에서 집단별로 1인당 배분될 복지자원의 크기를 구하고, (5)에 나타난 공평성의 관점과 공리주의적 관점에서 세 제안을 비교하시오. (30점)

(5)

다음 세 가지 요인이 개인의 후생수준을 결정하는 경우를 고려하자. 첫째는 개인적 배경의 차이에서 오는 ‘배경자원’의 수준(x)이고, 둘째는 정부로부터 배분되는 ‘복지자원’의 수준(y)이며, 셋째는 개인의 ‘노력수준’(z)이다. 최종적인 후생수준(u)은 배경자원과 복지자원의 합에 노력수준을 곱한 값이라고 하자. 즉, $u = (x + y)z$.

한 국가의 국민이 다음과 같이 구성되어 있다고 가정하자.

배경자원이 1이고 노력수준이 1인 사람들이 25% (집단1)

배경자원이 1이고 노력수준이 3인 사람들이 25% (집단2)

배경자원이 3이고 노력수준이 1인 사람들이 25% (집단3)

배경자원이 3이고 노력수준이 3인 사람들이 25% (집단4)

또한 정부는 개개인의 배경자원과 노력수준을 고려하여 복지자원을 배분할 수 있고, 이렇게 배분될 총 복지자원의 크기는 고정되어 있으며, 만약 정부가 복지자원을 모든 국민들에게 균등하게 배분한다면 국민 일인당 4의 복지자원을 받게 된다고 가정하자.

배경자원은 개인이 선택할 수 없는 것이고 제시문 (3)의 ‘비선택적 운’에 해당한다. 공평성의 관점에서는 이러한 비선택적 운으로 인한 후생 격차를 없앨 것을 요구하지만, 노력수준과 같이 개인이 선택한 결과로 발생하는 후생 격차의 교정을 요구하지는 않는다. 한편, 공리주의적 관점에서는 복지자원의 배분을 통하여 모든 국민의 후생수준의 총합을 높일 것을 요구한다.

주제 5. 함수 / 수열의 활용

2012 고려대 모의

Ⅲ. 다음 문제에 답하시오.

a. 어느 국가에서 n 년도에 65세 이상 인구에게 지급해야 하는 연금 총액은 $a_n = n \times 2030^n$ 이고 의료비 총액은 $b_n = 2031^n$ 이다. 연금 총액에 대한 의료비 총액의 비 $\frac{b_n}{a_n}$ 이 최대가 되는 해는 몇 연도인가? (15점)

b. 노령화지수는 유소년 인구(14세 이하의 인구)에 대한 65세 이상 인구의 비이다. 그리고 노년부양비는 생산 가능 인구(15세 이상 64세 이하의 인구)에 대한 65세 이상 인구의 비이다. 시점 x 에서의 노년부양비를 $f(x)$ 라고 하자. 여기에서 $f(x)$ 는 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 함수라고 가정한다.

어느 국가의 노령화지수가 (노령화지수) = (노년부양비)²을 만족하고, $f(x)$ 는 R 에서의 일대일 함수라고 가정하면, (노년부양비 - 노령화지수) < $\frac{1}{4}$ 이 되는 시점 x 가 항상 존재함을 설명하시오. (10점)

고려대 2012 인문 A

※ 아래 제시문을 읽고 논제 3에 답하시오.

(가) 3×3 행렬 $A = (a_{ij})$ 와 $B = (b_{ij})$ 는 A 의 (i, j) 성분과 B 의 (j, i) 성분이 같고 $AB = BA$ 를 만족한다.

(나) 10차 다항함수 $p(x) = (x - 1)(x - 2) \cdots (x - 10)$ 의 x^8 의 계수를 c 라 한다.

(가)와 (나)에서 소개된 행렬과 함수에 대해 아래의 네 문장이 모두 참이라고 하자.

[문장 1] 홍길동이 노래를 좋아하거나 $-1 \leq x \leq 1$ 에서 $y = (x^2 + 3)^2 + (2 - x^2)^2$ 의 최솟값이 $y = 2(x^2 + 3)(2 - x^2)$ 의 최솟값과 같다.

[문장 2] 홍길동이 노래와 춤 중 하나만 좋아하고 $a_{12} = a_{13} = a_{23} = 0$ 이다.

[문장 3] $c = 1320$ 이면, $3^{\frac{1}{\pi}} > \pi^{\frac{1}{3}}$ 이거나 홍길동은 재능이 없다.

[문장 4] $b_{12} = b_{13} = b_{23} = 1$ 이면 홍길동이 연습을 열심히 하지 않고, 홍길동이 연습을 열심히 하지 않으면 $b_{12} = b_{13} = b_{23} = 1$ 이다.

논제 3. (25점)

(a) 홍길동이 춤을 좋아하지 않음을 보이시오.

(b) '홍길동은 재능이 없다.'는 문장의 참 또는 거짓을 유추할 수 있는지 논하시오.

(c) '홍길동이 연습을 열심히 하거나 재능이 있으면, 스타가 된다.'는 문장 또한 참일 때 홍길동이 스타가 된다는 결론을 유추할 수 있는지를 논하시오.

2012 고려대 인문 B

※ 아래 제시문을 읽고 문제 3에 답하시오.

자연수 값을 취하는 확률변수 X 에 대하여 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} nP(X=n)$ 이 수렴할 때 이 무한급수의 합을 확률변수 X 의 평균이라 한다.

수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 p 이고 공비가 r 인 등비수열이고 수열 $\{b_n\}$ 의 일반항은 $b_n = \frac{k}{n(n+1)(n+2)}$ 이다. 아래 표는 확률변수 Y 와 Z 의 확률분포를 나타낸다.

n	1	2	3	...	합계
$P(Y=n)$	a_1	a_2	a_3	...	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1$
$P(Z=n)$	b_1	b_2	b_3	...	$\sum_{n=1}^{\infty} b_n = 1$

문제 3. 확률변수 Y 의 평균과 확률변수 Z 의 평균이 같을 때 p, r, k 를 구하시오. (25점)