n제가 맞나?

수학 영역(수2)

○ 수2 문항으로 구성된 자작문제 모음집입니다.

○ 문제에 표시되어 있는 배점은 중요도(퀄리티)입니다. 중요도(퀄리티)가 높을수록 괜찮은 문제라고 생각하시면 됩니다.

○ [n점] = 중요도(퀄리티)가 n인 문제

○ 난이도랑 중요도(퀄리티)는 전혀 관계가 없습니다.

○ 중요도(퀄리티)가 2 이상인 문제들을 푸는 것을 권장합니다.

○ 킬러 문제가 있긴 있으나, 거의 대부분의 문제들은 비/준킬러의 문제들입니다.

○ 수1 요소가 포함되어 있는 문제가 있습니다.

(이메일:kangwon6822@naver.com)

문항 오류가 있으면 최대한 빨리 수정하도록 하겠습니다.
풀어주신 여러분들 진심으로 감사드립니다.
급하게 준비한 관계로 해설은 준비되어 있지 않습니다.

n제가 맞나?

수학 영역(수2)

화이팅 !

1. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f'(x)=f(0)\times\{x-f(0)\}^2-f(1)$$

을 만족시킨다. 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 극대 또는 극소인 모든 실수 a의 값의 곱은? [1점]

① 4 ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{14}{3}$ ④ 5 ⑤ $\frac{16}{3}$

2. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 상수 a에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases}\displaystyle\int_0^x f(t)dt & (x\neq a)\\ \displaystyle\int_1^a f(t)dt & (x=a)\end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다. (나) 함수 $\lvert g(x)\rvert$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

$f(8)$의 값을 구하시오. [2점]

3. 두 함수

$$f(x)=x^3-2kx^2+3$$

$$g(x)=x^2-3kx$$

가 다음 조건을 만족시키도록 하는 실수 k의 최댓값은? [2점]

> $a<b$인 모든 실수 a, b에 대하여
> $$\frac{g(b)-g(a)}{b-a} \le \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$
> 이다.

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

4. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\{f'(x)-x^3+3x\}^2+\{f(x)g(x)-x\}^2=0$$

을 만족시킨다. $f(1)$의 범위가 $f(1)>a$일 때, a의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 음수 x에 대하여 $\int_0^x f(t)dt \le 0$이다.
>
> (나) $f(3)=0$이고 $\int_0^3 f(x)dx \le 0$이다.

$\dfrac{f(9)}{f(6)}$의 최댓값과 최솟값의 차는? [3점]

① $\dfrac{1}{10}$　② $\dfrac{1}{5}$　③ $\dfrac{3}{10}$　④ $\dfrac{2}{5}$　⑤ $\dfrac{1}{2}$

6. $f'(0)=2$인 이차함수 $f(x)$에 대하여 방정식 $f(x)=0$의 실근이

$$\int_0^{-1}|f(x)|dx$$

뿐일 때, $3\times f(1)$의 값을 구하시오. [2점]

7. 다음 조건을 만족시키는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 존재하도록 하는 두 자연수 m, n의 모든 순서쌍 $(m,\ n)$의 개수를 구하시오. (단, $m \leq 2$) [2점]

(가) 함수 $\lvert f(x)-x^m \rvert$은 실수 전체의 집합에서 미분가능하다. (나) $f(0)=n$이고 $f'(0) \leq 17-m$이다.

8. $f(0) \neq 0$이고 상수함수가 아닌 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$x^2 f(x) = \left\{ xf'(x) - \int_{-1}^{k} f(t)dt \right\}^2$$

을 만족시킨다. $f(k)=\dfrac{1}{4}$일 때, $4 \times \displaystyle\int_0^3 f(x)dx$의 값을 구하시오. (단, k는 상수이다.) [2점]

9. 최고차항의 계수가 1이고 $f(1)>1$인 이차함수 $f(x)$에 대하여 두 함수 $g(x)$, $h(x)$를

$$g(x)=\int_{-2}^{x} f(x)dt, \quad h(x)=\int_{2}^{x} f(t)dt$$

라 하자. 두 함수 $g(x)$, $h(x)$가 모두 극값 0을 가질 때, $f(5)$의 값을 구하시오. [2점]

($g(x)$ 오타 아님)

10. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0$인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 방정식 $f(x)=x$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
> (나) 방정식 $f'(x)=x$의 서로 다른 실근의 개수는 1이다.

$f(1)+f(-1)=k$라 할 때, 모든 k의 값의 곱을 구하시오. [1점]

11. 실수 t에 대하여 x에 대한 함수

$$|t|x^2(x-t)$$

의 극솟값을 $f(t)$라 하자. t에 대한 방정식

$$f(t)=k|t|+1$$

가 오직 하나의 실근을 갖도록 하는 k의 범위는 $a<k<b$이다. $a+b=-\frac{q}{p}\sqrt{6}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [2점]

12. 함수 $f(x)=(x+2)^2(x-3)$에 대하여 함수

$$g(x)=\int_1^x |f(t)|\times\{f(x)-f(t)\}\times\{f(x)+f(t)\}dt$$

가 $x=a$에서 극대 또는 극소인 모든 실수 a의 값의 합은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [2점]

13. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 실수 t에 대하여 방정식

$$f(x) = |t|$$

의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$라 하자. 함수 $f(t)g(t)$가 $t=a$에서 불연속인 실수 a의 값이 0 뿐이고, $g\left(-\frac{1}{2}\right)=3$일 때, $32 \times |f'(0)|$의 값을 구하시오. [3점]

14. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
> (나) 방정식 $f(4x|x-1|)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 5이다.

$f(0)+f'(0)=1$일 때, $f(4)+f'(4)$의 값을 구하시오. [2점]

15. 삼차함수 $f(x)$와 양의 상수 k가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)=0$의 모든 실근은 0, α이다.
(나) 방정식 $f(x)=k$의 모든 실근은 1, $f'(\alpha)$이다.

$f'(3)\times f(3)$의 값을 구하시오. (단, $\alpha\neq0$이고, $f'(\alpha)\neq1$이다.) [3점]

16. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 함수

$$g(x)=ax^2-\left(2a-\frac{1}{2}\right)x+1$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

$k=0,\ 2,\ p$일 때, $f(k)=k$이고, 방정식 $f(x)=k$의 서로 다른 실근의 개수는 $g(k)$이다.

두 상수 a, p에 대하여 $\frac{1}{a^2\times p^2}$의 값을 구하시오. (단, $p>2$) [3점]

17. 최고차항의 계수가 -1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)\times f'(1)=k$라 하자.

$$\lim_{x\to k}\frac{f(x)-f(k)}{(x^2-1)^2}=\frac{1}{4}$$

일 때, $f(0)$의 값은? [2점]

① $\frac{31}{8}$ ② $\frac{33}{8}$ ③ $\frac{35}{8}$ ④ $\frac{37}{8}$ ⑤ $\frac{39}{8}$

18. 함수 $f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2+k$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_0^x f(|t|)dt$$

라 하자. 함수

$$h(x)=f'(x)g(x)-\int_0^x (2u+3)g(u)du$$

가 $x=a$에서 극대 또는 극소인 실수 a의 개수가 2가 되도록 하는 실수 k의 최솟값은? [2점]

① $-\frac{41}{2}$ ② $-\frac{43}{2}$ ③ $-\frac{45}{2}$ ④ $-\frac{47}{2}$ ⑤ $-\frac{49}{2}$

19. 최고차항의 계수가 -1이고 $f(0)=f'(0)=0$인 삼차함수 $f(x)$가 $x=a(a>0)$에서 극대이고

$$f(a) \le (f \circ f)(a)$$

일 때, $f(\sqrt{2})$의 값은? [3점]

① 1　② $\sqrt{2}$　③ 2　④ $2\sqrt{2}$　⑤ 4

20. 함수 $f(x)=|x-1|+|x-3|-2$에 대하여 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

실수 a에 대하여 함수 $\lvert g(x)\rvert$가 $x=a$에서 극대 또는 극소이면, 함수 $\lvert f(x)\rvert$는 $x=a$에서 극대 또는 극소이다.

$g'(0)=0$, $g(1)=0$일 때, $g'(1)$의 최댓값과 최솟값의 차는 $\dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [1점]

21. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0$인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(8)$의 값을 구하시오. [2점]

> (가) 세 수 $f(4)$, $f(5)$, $f(6)$은 이 순서대로 등차수열을 이룬다.
> (나) 세 수 $f'(4)$, $f'(5)$, $f'(6)$은 이 순서대로 등비수열을 이룬다.

22. 최고차항의 계수가 a인 일차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_a^x \{f(t^2)-2f(|t|)\}dt$$

라 할 때, 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 증가하고, 함수 $|g(x)|$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다. $g(4)$의 값을 구하시오. [2점]

23. 삼차함수 $f(x)$와 상수 k가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $(x-3)f(x) \le 0$이다.
(나) $\displaystyle\lim_{x\to -1}\frac{(x+1)\{f'(x)+k\}}{f(x)} = f(1)$

$f(1) \neq 0$일 때, $f'(k)$의 값은? [3점]

① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{7}{8}$ ③ 1 ④ $\frac{9}{8}$ ⑤ $\frac{5}{4}$

24. $x=1$에서 극대이고 $x=3$에서 극소인 삼차함수 $f(x)$와 실수 t에 대하여 집합

$$\{f(k) \mid (k-1)(k-3)(k-t)=0\}$$

의 모든 원소 중 두 번째로 큰 원소를 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 $t=a$에서 미분가능하지 않은 모든 실수 a의 값의 합이 $f'(4)$의 값과 같을 때, 함수 $f(x)$의 최고차항의 계수는? [2점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{5}{9}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{7}{9}$

25. 최고차항의 계수가 a인 이차함수 $f(x)$와 실수 k_1, k_2, k_3이 다음 조건을 만족시킨다.

> $n=1,\ 2,\ 3$일 때, $\displaystyle\lim_{x\to a}\frac{(x-a)^2 f'(x)}{f(x)-ax^{n-1}}=k_n$이다.

$k_m=a$인 3 이하의 자연수 m이 존재할 때, $f(10)$의 값을 구하시오. [2점]

26. 두 함수

$$f(x)=\begin{cases} x^2+x-2 & (x\ge 1 \text{ 또는 } x\le -2) \\ x+k & (-2<x<1) \end{cases},$$

$$g(x)=\begin{cases} 2x^2+5x & (x\le k) \\ -4x+5 & (x>k) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $\dfrac{g(x)}{f(x)}$가 $x=\alpha$에서 불연속인 α의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 k의 값의 곱을 구하시오. [2점]

27. 0이 아닌 두 상수 a, b에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=a(x+2)^2(x+5)+b$$

라 할 때, 곡선 $y=f(x)$는 직선 $y=x$와 원점에서 접한다. 실수 t에 대하여 다음 조건을 만족시키는 좌표평면 위의 서로 다른 모든 점의 개수를 $g(t)$라 하자.

(가) 곡선 $y=f(x)$위에 있다. (나) x좌표가 t이거나, y좌표가 t이다.

함수 $g(t)$가 $t=k$에서 불연속인 모든 실수 k의 값의 합을 S라 할 때, $4S^2$의 값을 구하시오. [2점]

28. 음수 a에 대하여 함수 $f(x)$가 $f(x)=ax^3+1$이다. $x\geq 0$에서 정의된 함수

$$g(x)=\int_{-x}^{x}\{|3f(t)|-|tf'(t)|\}dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

닫힌구간 $[0,\ 2]$에서 함수 $g(x)$의 최댓값과 닫힌구간 $[1,\ 3]$에서 함수 $g(x)$의 최댓값은 같다.

a의 최댓값은 M이고, $a=M$일 때 $g(3)=k$이다. $\left|\dfrac{k}{M}\right|$의 값을 구하시오. [2점]

29. 함수

$$f(x)=\int_{0}^{x}|tx-|x||\,dt$$

에 대하여 $3\times\int_{-1}^{3}f(x)dx$의 값을 구하시오. [1점]

30. 최고차항의 계수가 4인 삼차함수 $f(x)$와 실수 t에 대하여 방정식 $f(x)=t$의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$라 하자. 모든 실수 x에 대하여

$$\frac{f'(x)}{6}=g(0)x^2+g\left(-\frac{1}{8}\right)x+g\left(\frac{1}{8}\right)$$

일 때, $f(0)$의 값을 구하시오. [3점]

31. 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(x-2)+1$을 만족시키고,

$$\int_{-1}^{1} f(x)dx=\frac{1}{3}, \quad \int_{0}^{4} xf'(x-1)dx=\frac{1}{4}$$

이다. 함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 점 $(t,\ f(t))$에서의 접선의 y절편을 $g(t)$라 할 때, $12\times\int_{-1}^{3} g(t)dt$의 값을 구하시오. [2점]

32. 함수 $f(x)=x^3-6x^2+9x-4$에 대하여 두 상수 $a,\ b$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)=a$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다. (나) 방정식 $f(x)=b$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

함수

$$g(x)=\begin{cases} |f(x-b)| & (x\geq 0) \\ af(x) & (x<0) \end{cases}$$

가 $x=k$에서 미분가능하지 않은 실수 k의 개수가 1일 때, a^2+b^2의 값을 구하시오. [2점]

33. 다음 조건을 만족시키는 최고차항의 계수가 $\frac{1}{6}$인 삼차함수 $f(x)$의 개수가 2가 되도록 하는 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오. [2점]

> 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수를 a라 할 때, $f'(0)=f'(a)=0$이고, 함수 $nf(x)$의 극댓값은 a이다.

34. 다음 조건을 만족시키는 최고차항의 계수가 $\frac{1}{4}$인 삼차함수 $f(x)$가 존재하도록 하는 100 이하의 자연수 n의 개수를 구하시오. [3점]

> (가) 방정식 $x^n=81$의 어떤 실근 α에 대하여 $f(0)=f'(0)=f(\alpha)=0$이다.
> (나) 함수 $f(x)$의 극솟값은 정수이다.

35. 최고차항의 계수가 1이고 극값 2를 갖는 삼차함수 $f(x)$와 상수 k에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f'(x) & (x \le k) \\ f'(x)+f(1) & (x > k) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 극대 또는 극소인 실수 a의 집합을 A, 함수 $g(x)$가 $x=b$에서 극대 또는 극소인 실수 b의 집합을 B라 할 때,

$$A \cup B=\{-2,\ -1,\ 0,\ 2\}$$

이다. $f(4)$의 값을 구하시오. [2점]

36. 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 극댓값 2를 갖는다.
(나) 함수 $f'(x)$의 최솟값은 -9이다.
(다) 방정식 $(f' \circ f)(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 5이다.

함수 $f(x)$가 음수인 극솟값 m을 가질 때, m^2의 값을 구하시오. [3점]

37. 두 일차함수 $f(x)$, $g(x)$가

$$f(0)=g(0)=6, \quad f'(0)=2g'(0)$$

을 만족시킨다. 함수 $h(x)=x^3-5x^2+7x+6$에 대하여

$$f(x)=h(x) \text{ 또는 } g(x)=h(x)$$

을 만족시키는 양의 실수 x의 개수가 3 이상일 때, $f(-1)g(-1)$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $4\times\left|\dfrac{M}{m}\right|$의 값을 구하시오. [2점]

38. 삼차함수 $f(x)$가 $x=1$에서 극대이다.

$$f'(-1)\times f'(0)\times f(1)=0$$

이고,

$$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f'(x-2)}{f'(x)}=f\left(-\frac{3}{2}\right)$$

일 때, 함수 $f(x)$의 최고차항의 계수는 a이다. a^2의 값을 구하시오. [1점]

39. 20 이하의 정수 a에 대하여 함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases}\displaystyle\int_0^x 3t(t-a)^2dt & (x<0)\\ \displaystyle\int_0^x 2t(x-a)^2dt & (x\geq 0)\end{cases}$$

이다. 함수 $|f(x)-4|$가 $x=k$에서 미분가능하지 않은 실수 k의 개수가 2가 아니도록 하는 모든 a의 값의 합을 구하시오. [2점]

40. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\frac{1}{2}\{f(x)\}^2-\int_1^x f(t)dt$$

가 $x=1$에서 극댓값 0을 갖는다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [2점]

<보 기>

ㄱ. $f(1)=0$

ㄴ. $1<f(2)<2$

ㄷ. $a<1$인 실수 a에 대하여 $g'(a)=0$이면 $-\frac{1}{6}<g(a)$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

41. 일차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x+1)\times\{f(x)\}^2 & (x<0) \\ f(x-1)\times\displaystyle\int_0^x f(t)dt & (x\geq 0) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이고, 방정식 $g(x)=-\dfrac{2}{3}$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다. $f(2)$의 최솟값을 k라 할 때, k^2의 값을 구하시오. [2점]

42. 사차함수 $f(x)$에 대하여 방정식 $f(x)=0$의 허근은 존재하지 않고,

$$\{x\,|\,f(x)=0\}\subset\{0,\ 1\}$$

이다. 자연수 k에 대하여

$$\lim_{x\to 0}\frac{x^k}{f(x)f'(x)},\quad \lim_{x\to 1}\frac{f'(x)+f(x)}{(x-1)^k}$$

의 값이 모두 존재하고, $f(k)=16$일 때, $f'\left(\dfrac{3}{2}\right)$의 최댓값과 최솟값의 합은? [2점]

① 10 ② $\dfrac{21}{2}$ ③ 11 ④ $\dfrac{23}{2}$ ⑤ 12

43. $a<1$인 실수 a에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=9(x-a)(x-1)^2$$

이라 하자. 함수 $g(x)$가

$$g(x)=\begin{cases} x-a-\dfrac{1}{3} & (f'(x)=0) \\ f(x) & (f'(x)\neq 0) \end{cases}$$

일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [1점]

<보 기>

ㄱ. $a=0$이면 $g\left(\dfrac{1}{3}\right)=0$이다.

ㄴ. 함수 $g(x)$가 $x=k(k<1)$에서 불연속이면 $f(k)>g(k)$이다.

ㄷ. 방정식 $g(x)=t$의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 양수 t는 존재하지 않는다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

44. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$와 실수 t에 대하여 함수 $|f(x)-f(t)|$가 $x=a$에서 미분가능하지 않고, $t\le a$인 모든 실수 a의 개수를 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$와 음수 k가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $g(t)=0$의 실근은 1 뿐이다.
(나) $g(0)=1$이고 $g(k)=2$이다.

$f(0)=0$, $f(k)<0$일 때, $f(2)$의 범위는 $\alpha<f(2)<\beta$이다. $36(\beta-\alpha)$의 값을 구하시오. [2점]

45. 첫째항이 자연수이고 공차가 4인 등차수열 $\{a_n\}$과 함수 $f(x)=2x^3-6x^2+12$에 대하여 $f(x)=a_n$이고 $f'(x)<0$인 모든 실수 x의 개수를 b_n이라 하자.

$$0<\sum_{k=1}^{10}a_kb_k<10$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10}(a_k+b_k)$의 최댓값과 최솟값의 합을 구하시오. [1점]

46. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 실수 t에 대하여

$$f(x)=t \text{ 또는 } (t-a)^2+x^2=0$$

을 만족시키는 모든 실수 x의 개수를 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 실수 k에 대하여 함수 $g(t)$가 $t=k$에서 불연속이면, 함수 $g(t)$는 $t=-k$에서 불연속이다.
> (나) $g(-3)<g(4)$

$f'(0)=0$일 때, $f(1)$의 최솟값은? (단, a는 상수이다.) [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

47. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)+g(x)=x^2-3x, \quad f(x)g(x)=0$$

을 만족시킨다. 함수

$$h(x)=|f(x)|-|g(x)|$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이고, $x=k$에서만 미분가능하지 않을 때, $3\times\left|\int_0^4 h(x)dx\right|$의 값을 구하시오. (단, k는 양의 상수이다.) [3점]

48. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$위의 점 $(0,\ f(0))$에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$라 하자. 모든 실수 x에 대하여

$$|g(x)|=\begin{cases} f(-1)x+2x+f'(1) & (x\geq a) \\ f(1)x-2x-f'(-1) & (x<a) \end{cases}$$

일 때, $a-f(-3)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.) [1점]

49. 두 일차함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(10)+g(10)$의 값을 구하시오. [3점]

> 모든 실수 x에 대하여
> $$xf(x)g(x)=\left\{x-\int_0^2 f(t)dt\right\}\times\left\{x-\int_0^2 g(t)dt\right\}^2$$
> 이다.

50. 최고차항의 계수가 1이고 $f(1)=1$인 이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 음수 x에 대하여 $|f(x)-x^2|\le x^2+1$이다.
> (나) 모든 양수 x에 대하여 $|f'(x)|\le x^2+1$이다.

$f(0)$의 최댓값과 최솟값의 합이 $a+b\sqrt{2}$일 때, a^2+b^2의 값을 구하시오. (단, a와 b는 유리수이다.) [2점]

51. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3\sqrt{3})$의 값을 구하시오. (단, k는 $k<1$인 상수이다.) [2점]

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$이다. (나) 실수 t에 대하여 방정식 $(f\circ f)(x)=t$의 서로 다른 실근의 개수가 7이기 위한 필요충분조건은 $k<t<1$이다.

52. 자연수 n과 실수 p가 다음 조건을 만족시킬 때, p가 될 수 있는 모든 수의 합은 S이다. $6S^2$의 값을 구하시오. [1점]

함수 $\left\lvert x^3+\frac{\sqrt{2}}{2}nx^2+a\right\rvert$가 $x=t$에서 극소이고 $a\le t$인 실수 t의 개수가 2가 되도록 하는 실수 a의 집합은 $\{a \mid a\le p\}$이다.

53. 함수

$$f(x)=\int_{k}^{x} t|x-|t-x||dt$$

의 최솟값이 -1이 되도록 하는 모든 실수 k의 값의 곱을 a라 하자. $a^3=p+q\sqrt{2}$ 일 때, $p-q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 유리수이다.) [0.1점]