제 2 교시

Ambitious Penguin

수학1 - 1. 지수와 로그

1. 다음을 만족시키는 실수 x의 개수는?

$$(x^2-2x)^{x^2+6x+5}=1$$

(2011학년도 경찰대학 4번)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 부등식 $\dfrac{1}{2^x-1}+\dfrac{1}{4^x+2^x+1}\leq\dfrac{8}{8^x-1}$ 을 만족시키는 정수 x의 개수는? [3점]
(2011학년도 사관학교 이과 6번)

① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

3. 방정식 $2^{\frac{x}{2}}=\log_{\sqrt{2}}|x|$ 의 서로 다른 실근의 개수는? [4점]
(2010학년도 사관학교 문과 20번)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 0

4. n이 정수일 때, $\left(\frac{1}{81}\right)^{\frac{1}{n}}$이 나타낼 수 있는 모든 자연수의 합은?
(2006학년도 경찰대학 10번)

① 63 ② 73 ③ 83 ④ 93 ⑤ 103

5. 방정식 $3(1-\log_2 x)^2 - 2(1-\log_2 x) - 4 = 0$의 두 근을 각각 α, β라 할 때, $\alpha^3\beta^3$의 값을 구하시오. [3점]
(2008학년도 사관학교 이과 25번/문과 25번)

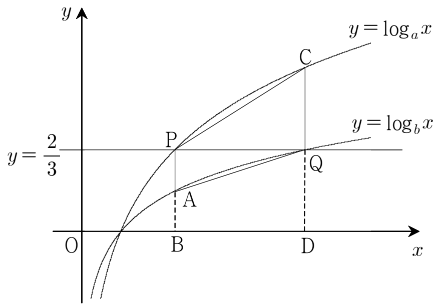
6. $\log_a b = \frac{3}{2}$, $\log_c d = \frac{3}{4}$을 만족시키는 자연수 a, b, c, d에 대하여 $a-c=19$일 때, $b-d$의 값을 구하시오. [4점]
(2021학년도 경찰대학 23번)

7. 정의역 $1 \leqq x \leqq 4$ 에서 $f(x)=a^{x^2-4x-1}$ $(a>0,\ a \neq 1)$ 의 최댓값이 32 이다. 상수 a 의 값은?
(2001학년도 경찰대학 7번)

8. 지수방정식 $(9^x+9^{-x})-(3^x+3^{-x})-10=0$ 의 두 근을 $\alpha,\ \beta$ 라 할 때, $3^\alpha+3^\beta$ 의 값은?
(2007학년도 경찰대학 7번)

① 1 ② 3 ③ 4 ④ 6 ⑤ 10

9. 그림과 같이 직선 $y=\frac{2}{3}$ 가 두 곡선 $y=\log_a x$, $y=\log_b x$ 와 만나는 점을 각각 P, Q 라 하자. 점 P 를 지나고 x축에 수직인 직선이 곡선 $y=\log_b x$ 와 x 축과 만나는 점을 각각 A, B 라 하고, 점 Q 를 지나고 x축에 수직인 직선이 곡선 $y=\log_a x$ 와 x 축과 만나는 점을 각각 C, D 라 하자.



$\overline{PA}=\overline{AB}$ 이고, 사각형 PAQC 의 넓이가 1일 때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은? (단, $1<a<b$ 이다.) [4점]
(2011학년도 사관학교 이과 22번/문과 22번)

① $12\sqrt{2}$ ② $14\sqrt{2}$ ③ $16\sqrt{2}$
④ $18\sqrt{2}$ ⑤ $20\sqrt{2}$

10. 함수 $f(x)=|2^x-2|$의 그래프 위의 세 점 $(a,\ f(a))$, $(b,\ f(b))$, $(c,\ f(c))$가 $0<a<b<c$와 $f(a)>f(b)>f(c)$를 만족할 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]
(2009학년도 사관학교 이과 18번/문과 18번)

<보 기>

ㄱ. $0<c<1$
ㄴ. $0<f(a)+f(b)+f(c)<3$
ㄷ. 방정식 $f(x)-a=0$은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

11. 원 $x^2+y^2=1$ 위의 점 $\mathrm{P}(x,\ y)$에 대하여 $\log_{\frac{1}{2}}(y+1)-\log_{\frac{1}{2}}(x+3)$의 최솟값을 m이라 할 때, 2^m의 값은? (단, $y\neq-1$이다.) [4점]
(2008학년도 사관학교 문과 9번)

① 3 ② $\frac{3}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

12. 함수 $f(x)=4^x$과 $f(x)$의 역함수 $g(x)$에 대하여 방정식 $f(x)=f(g(2^x+6))$의 실근을 α라 할 때, 다음 중 옳은 것은? [3점]
(2004학년도 사관학교 이과 8번/문과 8번)

① $-2 \leq \alpha < -1$ ② $-1 \leq \alpha < 0$ ③ $0 \leq \alpha < 1$
④ $1 \leq \alpha < 2$ ⑤ $2 \leq \alpha < 3$

13. 다음은 곡선 $y=\log_2 x$ 위의 두 점 P, Q 의 x 좌표를 각각 p, q 라 할 때, $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1$ 이면 $\frac{\log_2 p}{p}+\frac{\log_2 q}{q} \leq 1$ 임을 증명한 것이다.

<증명>

$pq=$ $\boxed{(가)}$ 이므로

$$\frac{\log_2 p}{p}+\frac{\log_2 q}{q}=\frac{q\log_2 p+p\log_2 q}{pq}$$
$$=\frac{q\log_2 p+p\log_2 q}{\boxed{(가)}} \quad \cdots ㉠$$

$\overline{\mathrm{PQ}}$ 를 $p:q$로 내분하는 점을 $\mathrm{R}(x_0, y_0)$라 하면

$x_0=$ $\boxed{(나)}$,

$$y_0=\frac{q\log_2 p+p\log_2 q}{p+q} \quad \cdots ㉡$$

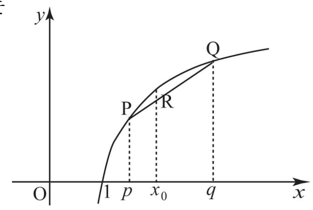
그런데 곡선 $y=\log_2 x$는

$\boxed{(다)}$ 이므로

$y_0 \leq \log_2 x_0$ 이다.

따라서 ㉠, ㉡ 에서

$$\frac{\log_2 p}{p}+\frac{\log_2 q}{q} \leq 1$$



위의 증명에서 (가), (나), (다) 에 알맞은 것은 ? [3점]
(2005학년도 사관학교 문과 16번)

	(가)	(나)	(다)
①	$p+q$	2	위로 볼록
②	$-p-q$	3	위로 볼록
③	$p+q$	3	위로 볼록
④	$-p-q$	2	아래로 볼록
⑤	$p+q$	3	아래로 볼록

14. 두 자연수 m, n에 대하여 부등식 $\left|\log_3 \frac{m}{15}\right| + \log_3 \frac{n}{3} \le 0$을 만족시키는 순서쌍 $(m,\ n)$의 개수를 구하여라. [4점]
(2016학년도 경찰대학 23번)

15. 두 지수함수 $f(x) = 9^x + a$, $g(x) = b \cdot 3^x + 2$에 대하여 곡선 $y = f(x)$와 곡선 $y = g(x)$의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나고 두 교점의 x좌표가 $x = \log_3 2$, $x = \log_3 k$ (단, $k > 2$)일 때, <보기>에서 실수 a, b에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르면? [4점]
(2006학년도 사관학교 이과 23번/문과 23번)

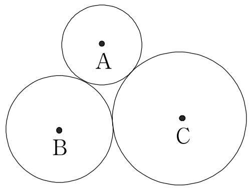
<보 기>

ㄱ. $b^2 = 4a - 8$
ㄴ. $a = 2b - 2$
ㄷ. $a > 6$

① ㄴ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄴ, ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

수학1 - 2. 삼각함수

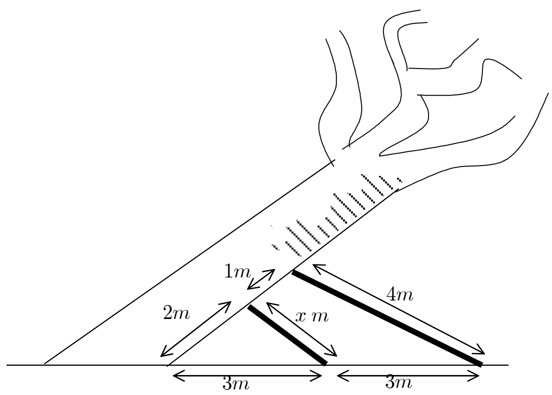
16. 오른쪽 그림과 같이 서로 접하고 있는 세 원의 중심은 A, B, C이고 반지름의 길이의 비가 2 : 3 : 4 이다. $\angle \mathrm{ACB} = \theta$라 할 때, $\cos\theta$의 값은?
(2009학년도 경찰대학 6번)



① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{7}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

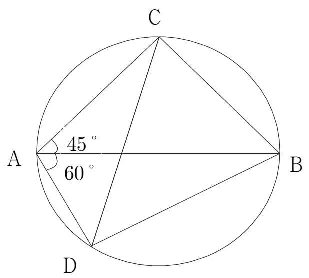
17. 자연수 n에 대하여 $0 \le x \le 2\pi$에서 방정식 $|\sin nx| = \frac{2}{3}$의 서로 다른 실근의 개수를 a_n, 서로 다른 모든 실근의 합을 b_n이라 할 때, $a_5 b_6 = k\pi$이다. 자연수 k의 값을 구하시오. [3점]
(2021학년도 경찰대학 21번)

18. 태풍으로 인하여 가로수가 기울어져 아래 그림과 같이 두 개의 막대로 지지시켰다. 이 때, 작은 막대의 길이 x는? [3점]
(2003학년도 사관학교 이과 12번/문과 12번)



① $\frac{2\sqrt{7}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{29}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{30}}{3}$
④ $\frac{\sqrt{31}}{3}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

19. 두 점 A, B 를 지름의 양 끝점으로 하는 원 위에 $\angle CAB = 45°$, $\angle DAB = 60°$ 인 두 점 C , D 가 있다. $\dfrac{(\triangle CBD \text{ 의 넓이})}{(\triangle CAD \text{ 의 넓이})}$ 의 값은? (단, C, D 는 지름AB 에 대하여 서로 맞은편에 있다.)
(2007학년도 경찰대학 15번)



① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

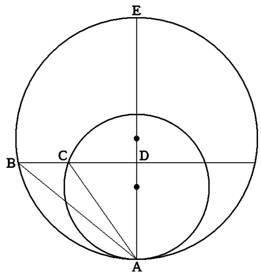
20. 원에 내접하는 사각형 ABCD의 네 변의 길이 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$가 이 순서대로 공비가 $\sqrt{2}$ 인 등비수열을 이룬다. $\angle ADC = \theta$ 라 할 때, $\cos\theta$의 값은?
(2011학년도 경찰대학 7번)

① $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$ ② $\dfrac{3\sqrt{2}}{10}$ ③ $\dfrac{7\sqrt{2}}{20}$
④ $\dfrac{4\sqrt{2}}{5}$ ⑤ $\dfrac{9\sqrt{2}}{20}$

21. 점 P(11, 2) 에서 원 $x^2+y^2=25$ 에 그은 두 접선이 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 는?
(2005학년도 경찰대학 11번)

① $\dfrac{3}{5}$ ② $\dfrac{4}{5}$ ③ $\dfrac{5}{13}$ ④ $\dfrac{8}{13}$ ⑤ $\dfrac{12}{13}$

22. 반지름의 길이가 각각 5와 3인 두 원이 점 A에서 내접할 때, 그림과 같이 큰 원의 지름 AE에 수직인 직선 l이 두 원과 만나는 점을 각각 B와 C라 하자. $\overline{\mathrm{AD}}=4$일 때, 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이는? [4점]
(2014학년도 경찰대학 10번)



① $\sqrt{12}$　② $\sqrt{15}$　③ $\sqrt{20}$
④ 5　⑤ $\sqrt{30}$

23. 폐구간 $[0, \pi]$에서 $f(x)=\dfrac{\sin x-1}{\cos x-3}$의 최댓값은?
(2003학년도 경찰대학 20번)

수학1 - 3. 수열

24. 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} a_k = 256, \ \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{a_k} = 4$$

가 성립할 때, $a_1 a_{10}$의 값은? [3점]
(2011학년도 사관학교 문과 6번)

① 64 ② $32\sqrt{2}$ ③ 32 ④ $16\sqrt{2}$ ⑤ 16

25. 각 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 할 때, $S_n + S_{n+1} = (a_{n+1})^2$이 성립한다. $a_1 = 10$일 때, a_{10}의 값을 구하여라. [4점]
(2019학년도 경찰대학 22번)

26. $\frac{1}{2\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{121\sqrt{120}+120\sqrt{121}}$의 값은?
[3점]
(2018학년도 경찰대학 1번)

① $\frac{9}{10}$ ② $\frac{10}{11}$ ③ $\frac{11}{10}$ ④ $\frac{12}{11}$ ⑤ $\frac{6}{5}$

27. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{b_n\}$을

$$b_n = a_{n+1} - a_n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

이라 할 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

(2008학년도 사관학교 문과 10번)

<보 기>

ㄱ. $a_n = b_n\ (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$이면 $\{a_n\}$은 등비수열이다.

ㄴ. 수열 $\{2^{b_n}\}$이 등비수열이면 $\{a_n\}$은 등차수열이다.

ㄷ. 수열 $\{\log_2 a_n\}$이 공차가 0이 아닌 등차수열이면 $\{b_n\}$은 등비수열이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

28. 함수 $g(x)$와 수열 $\{a_n\}$이 음이 아닌 모든 정수 k와 모든 자연수 m에 대하여

$$a_1 = 1,\ a_2 = 3,\ a_{2k+1} + 2a_m = g(m+k)$$

를 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{10} g(k)$의 값은? [4점]

(2021학년도 경찰대학 11번)

① 170 ② 180 ③ 190 ④ 200 ⑤ 210

29. 두 실수 x, $y\,(x > y)$가 $x+y=1$, $xy=-1$을 만족시킬 때, 수열 $\{a_n\}$을

$$a_n = \sum_{k=1}^{n} x^{n-k} y^{k-1}\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

으로 정의하자. 다음은 수열 $\{a_n\}$의 제n항을 구하는 과정이다.

> $x+y=1$, $xy=-1$에서 두 실수 x, y는 방정식
>
> $t^2 - t + \boxed{(가)} = 0$
>
> 의 두 근이다. 한편
>
> $a_n = \sum_{k=1}^{n} x^{n-k} y^{k-1}$
>
> $= x^{n-1} + x^{n-2}y + \cdots + y^{n-1} \cdots\cdots (*)$
>
> $(*)$은 첫째항이 x^{n-1}이고 공비가 $\frac{y}{x}$인 등비수열의 첫째항부터 제n항까지의 합이므로
>
> $a_n = \dfrac{\boxed{(나)}}{\sqrt{5}}$

위의 과정에서 (가)에 들어갈 수를 m, (나)에 알맞은 식을 $f(n)$이라 할 때, $m + \{f(3)\}^2$의 값은? [3점]

(2013학년도 사관학교 이과 10번/문과 10번)

① 17 ② 19 ③ 21 ④ 23 ⑤ 25

30. 수열 $\{a_n\}$을

$$a_{n+1}=n(-1)^n-3a_n\ \ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

으로 정의한다. $a_1=a_{2012}+2$일 때, $\sum_{n=1}^{2011}a_n$의 값은?

(2012학년도 경찰대학 14번)

① 501 ② 351 ③ 251 ④ -251 ⑤ -501

31. 자연수 n에 대하여 $\left|n-\sqrt{m-\frac{1}{2}}\right|<1$을 만족하는 자연수 m의 개수를 a_n이라 하자. $\frac{1}{100}\sum_{n=1}^{100}a_n$의 값을 구하시오. [4점]

(2020학년도 경찰대학 23번)

32. 다음은 2 이상의 모든 자연수 n에 대하여 부등식

$$\frac{1\cdot 2}{n+1}+\frac{2\cdot 3}{n+2}+\frac{3\cdot 4}{n+3}+\cdots+\frac{n(n+1)}{n+n}<\frac{(n+1)^2}{4}\cdots(*)$$

이 성립함을 수학적귀납법으로 증명한 것이다.

부등식 (*)의 좌변을 S_n이라 하자

(ⅰ) $n=2$일 때, (좌변) $=S_2=\boxed{(가)}$,

(우변)$=\frac{9}{4}$ 이므로 (*)은 성립한다.

(ⅱ) $n=m\ (m=2,3,4,\cdots)$일 때 (*)이 성립한다고 가정하자.

$$S_m=\frac{1\cdot 2}{m+1}+\frac{2\cdot 3}{m+2}+\frac{3\cdot 4}{m+3}+\cdots+\frac{m(m+1)}{m+m}$$

이고,

$$S_{m+1}=\frac{1\cdot 2}{(m+1)+1}+\frac{2\cdot 3}{(m+1)+2}+\cdots+\frac{(m+1)(m+2)}{(m+1)+m+1}$$

이므로

$$S_{m+1}-S_m$$
$$=-2\left(\frac{1}{m+1}+\frac{2}{m+2}+\frac{3}{m+3}+\cdots+\frac{m}{2m}\right)+\boxed{(나)}+\frac{m+2}{2}$$

한편, $\frac{1}{m+1}+\frac{2}{m+2}+\cdots+\frac{m}{2m}$

$$>\frac{1}{m+m}+\frac{2}{m+m}+\cdots+\frac{m}{2m}=\boxed{(다)}$$ 이고

$\boxed{(나)}<\frac{2m+1}{4}$ 이므로 $S_{m+1}-S_m<\frac{2m+3}{4}$ 이다.

따라서 $S_{m+1}<S_m+\frac{2m+3}{4}<\frac{(m+2)^2}{4}$ 이므로

(*)은 $n=m+1$일 때도 성립한다.

그러므로 (ⅰ), (ⅱ)에서 2 이상의 모든 자연수 n에 대하여 (*)이 성립한다.

위의 증명에서 (가)에 알맞은 수를 a라 하고, (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$이라 할 때, $af(3)g(3)$의 값은? [3점]

(2011학년도 사관학교 이과 15번/문과 15번)

① $\frac{13}{7}$ ② $\frac{20}{7}$ ③ $\frac{26}{7}$ ④ $\frac{33}{7}$ ⑤ $\frac{39}{7}$

33. $a_1 = \frac{9}{8}$ 이고 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \frac{9}{8}\left(\frac{9}{8}+9\right)\left(\frac{9}{8}+9+9^2\right)\cdots\left(\frac{9}{8}+9+9^2+\cdots+9^n\right)$$

이라 하자. $\sum_{k=1}^{10} \frac{\log a_k}{k} = \log A$ 일 때, A 의 값은?

(2017학년도 경찰대학 17번)

① $\frac{3^{65}}{2^{30}}$ ② $\frac{3^{60}}{2^{25}}$ ③ $\frac{2^{65}}{3^{30}}$ ④ $\frac{2^{60}}{3^{25}}$ ⑤ $\frac{3^{60}}{2^{30}}$

34. 모든 자연수 n 에 대하여 부등식

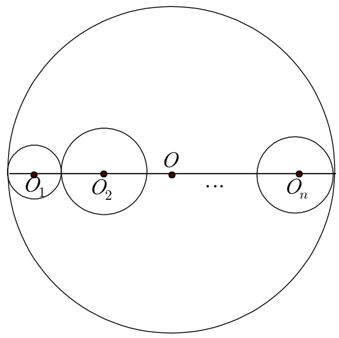
$$0 < \frac{1}{3} - \sum_{k=1}^{n} \frac{a_k}{5^k} < \frac{1}{5^n}$$

이 성립하도록 자연수 $a_1, a_2, a_3, \cdots$ 을 차례로 정할 때, $a_{2007} + a_{2008} + a_{2009}$ 의 값은?

(2008학년도 경찰대학 25번)

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

35. 원 O 의 내부에 아래 그림과 같이 n 개의 원 $O_1, O_2, \cdots,$ O_n 이 차례로 외접하고 원 O_1 과 원 O_n 은 원 O 에 내접해 있다. 원 $O, O_1, O_2, \cdots, O_n$ 의 넓이를 각각 $S, S_1, S_2, \cdots, S_n$ 이라 할 때, 다음은 $S, S_1, S_2, \cdots, S_n$ 사이의 관계식 $S = \boxed{\text{(나)}}$ 을 증명하는 과정이다.



[증 명]

원 $O, O_1, O_2, \cdots, O_n$ 의 반지름을 각각 $r, r_1, r_2, \cdots, r_n$ 이라 하면,

$\sqrt{S_1} : \sqrt{S} = r_1 : \boxed{\text{(가)}}$

$\sqrt{S_2} : \sqrt{S} = r_2 : \boxed{\text{(가)}}$

$\vdots$

$\sqrt{S_n} : \sqrt{S} = r_n : \boxed{\text{(가)}}$ 이다.

그리고, $\frac{\sqrt{S_1}}{r_1} = \frac{\sqrt{S_2}}{r_2} = \cdots = \frac{\sqrt{S_n}}{r_n} = k$ 라 하면,

$\sqrt{S_1} = r_1 k, \ \sqrt{S_2} = r_2 k, \ \cdots, \ \sqrt{S_n} = r_n k$ 이므로

$S = \boxed{\text{(나)}}$ 이다.

위의 증명에서 (나)에 알맞은 것은? [4점]

(2003학년도 사관학교 이과 13번/문과 13번)

① $\sum_{k=1}^{n} \sqrt{S_k}$ ② $\sqrt{\sum_{k=1}^{n} S_k}$ ③ $\left\{\sum_{k=1}^{n} \sqrt{S_k}\right\}^2$

④ $\sum_{k=1}^{n} S_k$ ⑤ $4\sum_{k=1}^{n} S_k$

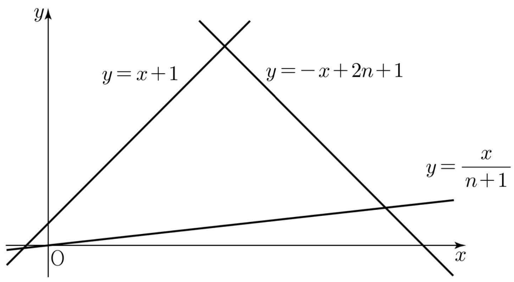
36. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 모든 항이 양수인 등차수열일 때, 다음은 수열 $\left\{\sqrt{a_n b_n}\right\}$이 등차수열이면 $\dfrac{b_n}{a_n}=$ $\boxed{(가)}$ 임을 증명한 것이다.

<증명>
수열 $\left\{\sqrt{a_n b_n}\right\}$이 등차수열이므로 모든 자연수 n에 대하여
$\sqrt{a_n b_n}+\sqrt{a_{n+2} b_{n+2}}=\sqrt{\boxed{(나)}}$ …… ㉠
또, 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 등차수열이므로
$a_n+a_{n+2}=2a_{n+1}$ …… ㉡
$b_n+b_{n+2}=2b_{n+1}$ …… ㉢
㉡, ㉢을 ㉠에 대입한 후, 양변을 제곱하여 정리하면
$2\sqrt{a_n b_n a_{n+2} b_{n+2}}=a_n b_{n+2}+a_{n+2} b_n$
다시 위 식의 양변을 제곱하여 정리하면
$a_{n+2} b_n=\boxed{(다)}$ …… ㉣
따라서 ㉡, ㉢, ㉣에서
$\dfrac{b_n}{a_n}=\boxed{(가)}$

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]
(2008학년도 사관학교 이과 15번/문과 15번)

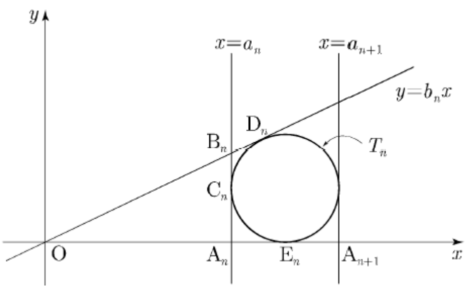
	(가)	(나)	(다)
①	$\dfrac{a_{n+1}}{b_{n+1}}$	$2a_{n+1}b_{n+1}$	$2a_n b_{n+2}$
②	$\dfrac{a_{n+1}}{b_{n+1}}$	$4a_{n+1}b_{n+1}$	$a_n b_{n+2}$
③	$\dfrac{b_{n+1}}{a_{n+1}}$	$2a_{n+1}b_{n+1}$	$2a_n b_{n+2}$
④	$\dfrac{b_{n+1}}{a_{n+1}}$	$4a_{n+1}b_{n+1}$	$a_n b_{n+2}$
⑤	$\dfrac{b_{n+1}}{a_{n+1}}$	$4a_{n+1}b_{n+1}$	$2a_n b_{n+2}$

37. 좌표평면에서 자연수 n에 대하여 세 직선 $y=x+1$, $y=-x+2n+1$, $y=\dfrac{x}{n+1}$로 둘러싸인 삼각형의 내부 (경계선 제외)에 있는 점 (x, y)중에서 x, y가 모두 자연수인 점의 개수를 a_n이라 하자. $a_n=133$인 n의 값을 구하시오. [4점]
(2016학년도 사관학교 A형 29번)



38. 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(Ⅰ) $a_1 = 2$이고 $a_n < a_{n+1}$
(Ⅱ) $b_n = \dfrac{1}{2}\left(n+1-\dfrac{1}{n+1}\right)$ $(n \geq 1)$이라 할 때, 좌표평면에서 네 직선 $x=a_n$, $x=a_{n+1}$, $y=0$, $y=b_nx$에 동시에 접하는 원 T_n이 존재한다.



원점을 O라 하고, 원 T_n의 반지름의 길이를 r_n이라 하자.
직선 $x=a_n$과 두 직선 $y=0$, $y=b_nx$의 교점을 각각 A_n, B_n이라 하고, 원 T_n과 세 직선 $x=a_n$, $y=b_nx$, $y=0$의 접점을 각각 C_n, D_n, E_n이라 하면

$\overline{\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n} = a_nb_n$이고 $\overline{\mathrm{OB}_n} = a_n\sqrt{\boxed{(가)}+b_n^2}$ 이다.

$\overline{\mathrm{OD}_n} = \overline{\mathrm{OB}_n} + \overline{\mathrm{B}_n\mathrm{D}_n} = \overline{\mathrm{OB}_n} + \overline{\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n}$

$= a_n\sqrt{\boxed{(가)}+b_n^2} + a_nb_n - r_n$

$\overline{\mathrm{OE}_n} = a_n + r_n$

$\overline{\mathrm{OD}_n} = \overline{\mathrm{OE}_n}$ 이므로

$r_n = \dfrac{a_n\left(b_n - 1 + \sqrt{\boxed{(가)}+b_n^2}\right)}{2}$

$\therefore\ a_{n+1} = a_n + 2r_n = \left(\boxed{(나)}\right) \times a_n \ (n \geq 1)$

이때 $a_1 = 2$이고

$a_n = \boxed{} \times a_{n-1} = \boxed{} \times a_{n-2} = \cdots$

$= \boxed{} \times a_1$

이므로

$a_n = \boxed{(다)}$

위의 과정에서 (가)에 알맞은 수를 p라 하고, (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $p+f(4)+g(4)$의 값은? [4점]
(2015학년도 사관학교 A형 20번/B형 18번)

① 54 ② 55 ③ 56 ④ 57 ⑤ 58

39. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

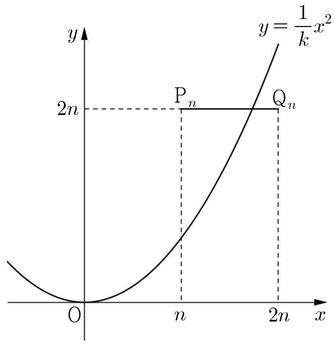
$$\sum_{k=1}^{n} a_k = n^2 + cn \ (c\text{는 자연수})$$

를 만족시킨다. 수열 $\{a_n\}$의 각 항 중에서 3의 배수가 아닌 수를 작은 것부터 크기순으로 모두 나열하여 얻은 수열을 $\{b_n\}$이라 하자. $b_{20} = 199$가 되도록 하는 모든 c의 값의 합을 구하시오. [4점]
(2021학년도 사관학교 나형 29번)

40. $a_1 = \frac{1}{4}$, $a_{n+1} = \frac{a_n}{3-2a_n}$ $(n=1,2,3,\ldots)$인 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_k < 9^{-100}$ 을 만족시키는 k 의 최솟값은?
(2005학년도 경찰대학 25번)

① 48 ② 112 ③ 200 ④ 300 ⑤ 366

41. 자연수 n에 대하여 좌표평면 위에 두 점 $\mathrm{P}_n(n, 2n)$, $\mathrm{Q}_n(2n, 2n)$이 있다. 선분 $\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n$과 곡선 $y=\frac{1}{k}x^2$이 만나도록 하는 자연수 k의 개수를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{15} a_n$의 값을 구하시오. [4점]
(2018학년도 사관학교 나형 29번)



수학2 - 1. 함수의 극한과 연속

42. 함수 $f(x)=\begin{cases} a & (x<1) \\ x+3 & (x \geq 1) \end{cases}$에 대하여 함수 $(x-a)f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 합은? [3점]
(2020학년도 사관학교 나형 11번)

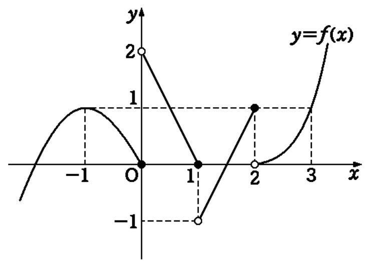
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

43. 이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{2x^2-x-1} = \frac{1}{2}$
(나) $\lim_{x \to 1} \frac{f(x)}{2x^2-x-1} = 4$

$f(2)$의 값을 구하시오. [3점]
(2017학년도 사관학교 나형 24번)

44. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? [4점]
(2013학년도 사관학교 이과 16번/문과 16번)

<보 기>
ㄱ. 함수 $f(x-1)$은 $x=0$에서 연속이다.
ㄴ. 함수 $f(x)f(-x)$는 $x=1$에서 연속이다.
ㄷ. 함수 $f(f(x))$는 $x=3$에서 불연속이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

45. $x \neq 2$인 모든 실수 x에서 정의된 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 두 조건을 만족한다.

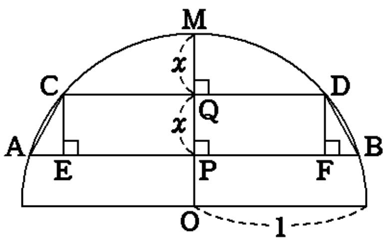
(가) $\lim_{x \to 2}\{2f(x)+g(x)\}=1$ (나) $\lim_{x \to 2} g(x)=\infty$

이 때, $\lim_{x \to 2}\frac{4f(x)-40g(x)}{2f(x)-g(x)}$의 값을 구하시오. [3점]

(2008학년도 사관학교 이과 26번)

46. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심이 O인 반원의 호를 이등분하는 점을 M이라 하고, 선분 OM 위의 점 P를 지나고 선분 OM에 수직인 직선과 반원이 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 또, 선분 PM의 중점 Q를 지나고 선분 OM에 수직인 직선과 반원이 만나는 점을 각각 C, D라 하고, 점 C, D에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하자. $\overline{PM}=2x$일 때, 사다리꼴 ABDC와 직사각형 EFDC의 넓이를 각각 $S(x)$, $T(x)$라 하자. $\lim_{x \to 0+}\frac{T(x)}{S(x)}$의 값은? [4점]

(2013학년도 사관학교 문과 22번)



① $\sqrt{2}-1$ ② $2-\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}-1$
④ $2(\sqrt{2}-1)$ ⑤ $2(2-\sqrt{3})$

47. 좌표평면에서 원 $x^2+y^2=1$과 직선 $y=-\frac{1}{2}$이 만나는 점을 A, B라 하자. 점 P$(0, t)$ $\left(t \neq -\frac{1}{2}\right)$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 점 C의 개수를 $f(t)$라 하자.

(가) C는 A나 B가 아닌 원 위의 점이다. (나) A, B, C를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이는 A, B, P를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이와 같다.

$f(a)+\lim_{t \to a-}f(t)=5$이고 $\lim_{t \to 0-}f(t)=b$일 때, $a+b$의 값은? [4점]

(2017학년도 경찰대학 16번)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

수학2 - 2. 미분

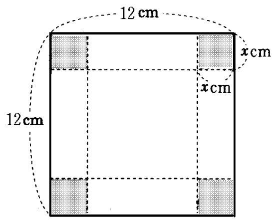
48. 함수 $f(x)=x(x-3)(x-a)$의 그래프 위의 점 $(0, 0)$에서의 접선과 점 $(3, 0)$에서의 접선이 서로 수직이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 합은? [3점]
(2017학년도 사관학교 나형 8번)

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

49. $f(1)=1$ 인 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x\to1}\frac{f(x^9)-x^9}{x-1}=9$일 때, $f'(1)$ 은?
(2004학년도 경찰대학 18번)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

50. 다음과 그림과 같이 한 변의 길이가 12인 정사각형 모양의 종이의 네 곳에서 한 변의 길이기 x 인 정사각형을 잘라내고 남은 부분을 접어서 뚜껑이 없는 직육면체 모양의 그릇을 만들려고 한다. 이 그릇의 부피가 최대가 될 때, x 의 값은?
(2002학년도 경찰대학 24번)



51. 이차함수 $f(x)$가 $f(0)=0$이고

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-x}{x-1}$$

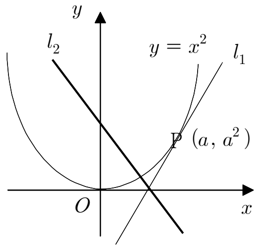
일 때, $60\times f'(0)$의 값을 구하시오. [3점]
(2020학년도 사관학교 나형 25번)

52. 삼차함수 $f(x)=x^3-3x$가 있다. 임의의 양의 실수 a에 대하여 $f(a)\geqq f(b)$를 만족시키는 음의 실수 b의 최댓값은? [3점]
(2008학년도 사관학교 이과 10번)

① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

53. $y=3-2x^2$과 x축 사이에 내접하는 직사각형의 최대 넓이는?
(1999학년도 경찰대학 19번)

54. 그림과 같이 곡선 $y=x^2$ 위의 점 $\mathrm{P}(a,\ a^2)$에서 그은 접선을 l_1이라 하고, 직선 l_1과 x축이 이루는 각 중에서 큰 각을 이등분하는 직선을 l_2라고 하자. 직선 l_2의 방정식이 $y=-\sqrt{3}\,x+k$일 때, 상수 k의 값은? (단, $a>0$) [4점]
(2002학년도 사관학교 문과 17번)



① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

55. 두 점 $\mathrm{O}(0,\ 0)$, $\mathrm{A}(3,\ 0)$에 대하여 점 P가 곡선 $y=2x^2$ 위를 움직일 때, $\overline{\mathrm{OP}}^2+\overline{\mathrm{AP}}^2$의 최솟값은? [4점]
(2018학년도 경찰대학 8번)

① 7 ② $\frac{15}{2}$ ③ 8 ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ 9

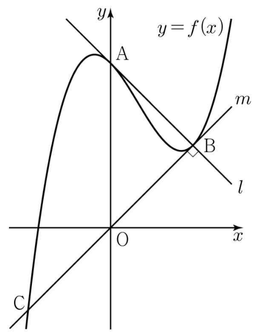
56. 다항함수 $f(x)=x^3(x^3+1)(x^3+2)(x^3+3)$에 대하여 $f'(-1)=a$이고 $f(x)$의 최솟값이 b일 때, a^2+b^2의 값을 구하여라. [4점]
(2016학년도 경찰대학 24번)

57. 양의 실수 x 에 대하여 $x^{n+2}-n(n-6)>(n+2)x^2$ 이 항상 성립하는 정수 n 의 최댓값은?
(2000학년도 경찰대학 20번)

58. $0<a<\dfrac{1}{2}$일 때, 곡선 $y=x^2$ 위의 임의의 점 $\mathrm{P}(\mathrm{a},\ \mathrm{a}^2)$에서 그은 접선 l 이 x축의 점 A 에서 만난다. 접선 l 을 x축에 대하여 대칭이동시킨 직선을 m 이라 하고, 직선 m 이 y축과 만나는 점을 B 라 하자. 또, 점 A 를 지나고 접선 l 에 수직인 직선을 n 이라 할 때, 직선 n 이 y축과 만나는 점을 C 라 하자. 삼각형 ABC 의 넓이를 $S(a)$ 라 할 때, $S(a)$ 의 극댓값은? [4점]
(2012학년도 사관학교 문과 22번)

① $\dfrac{\sqrt{3}}{144}$ ② $\dfrac{1}{48}$ ③ $\dfrac{\sqrt{3}}{72}$ ④ $\dfrac{1}{12}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$

59. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$가 y축과 만나는 점을 A라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 A에서의 접선을 l이라 할 때, 직선 l이 곡선 $y=f(x)$와 만나는 점 중에서 A가 아닌 점을 B라 하자. 또, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 B에서의 접선을 m이라 할 때, 직선 m이 곡선 $y=f(x)$와 만나는 점 중에서 B가 아닌 점을 C라 하자. 두 직선 l, m이 서로 수직이고 직선 m의 방정식이 $y=x$일 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 C에서의 접선의 기울기는? (단, $f(0)>0$이다.) [4점]
(2016학년도 사관학교 A형 21번)



① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

60. 함수 $f(x)=(x-2)^3$과 두 실수 m, n에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (|x|<a) \\ mx+n & (|x|\geq a) \end{cases} \quad (a>0)$$

이라 하자. 함수 $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

(2020학년도 사관학교 나형 21번)

<보 기>

ㄱ. $a=1$일 때, $m=13$이다.

ㄴ. 함수 $g(x)$가 $x=a$에서 미분가능할 때, $m=48$이다.

ㄷ. $f(a)-2af'(a)>n-ma$를 만족시키는 자연수 a의 개수는 5이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

61. 자연수 n에 대하여 함수 $f(x)$를 $f(x)=x^2+\frac{1}{n}$이라 하고 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} (x-1)f(x) & (x\geq 1) \\ (x-1)^2 f(x) & (x<1) \end{cases}$$

이라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

(2018학년도 사관학교 나형 21번)

<보 기>

ㄱ. $\lim_{x\to 1-}\frac{g(x)}{x-1}=0$

ㄴ. $n=1$일 때, 함수 $g(x)$는 $x=1$에서 극솟값을 갖는다.

ㄷ. 함수 $g(x)$가 극대 또는 극소가 되는 x의 개수가 1인 n의 개수는 5이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

62. 두 실수 a, b와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} a & (x<-1) \\ |f(x)| & (-1\le x\le 5) \\ b & (x>5) \end{cases}$$

라 하자. $g(x)$가 $x=-1$, $x=5$에서 미분가능할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]
(2020학년도 경찰대학 12번)

<보 기>

ㄱ. $f(x)$는 $x=-1$에서 극댓값을 갖는다.
ㄴ. $f(9)=0$이면 $a>b$이다.
ㄷ. $a=b$이면 $f(0)=46$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

63. 양수 a에 대하여 함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases} x(x+a)^2 & (x<0) \\ x(x-a)^2 & (x\ge 0) \end{cases}$$

이다. 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=4x+t$의 서로 다른 교점의 개수를 $g(t)$라 할 때, 함수 $g(t)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(t)$의 최댓값은 5이다.
(나) 함수 $g(t)$가 $t=\alpha$에서 불연속인 α의 개수는 2이다.

$f'(0)$의 값을 구하시오. [4점]
(2021학년도 사관학교 나형 30번)

64. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$는 $x=-1$에서 최솟값을 갖는다. 방정식

$$|f(x)-f(-3)|=k$$

가 서로 다른 네 실근을 갖도록 하는 실수 k의 값의 범위는 $0<k<m$이다. 실수 m의 최댓값은? [5점]

(2021학년도 경찰대학 19번)

① 8　② 16　③ 24　④ 32　⑤ 40

65. 최고차항의 계수가 1이고 $f'(0)=0$인 사차함수 $f(x)$가 있다. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(t)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 방정식 $f(x)=t$의 실근이 존재하지 않을 때, $g(t)=0$이다.
> (나) 방정식 $f(x)=t$의 실근이 존재할 때, $g(t)$는 $f(x)=t$의 실근의 최댓값이다.

함수 $g(t)$가 $t=k$, $t=30$에서 불연속이고

$$\lim_{t\to k+} g(t)=-2\ ,\quad \lim_{t\to 30+} g(t)=1$$

일 때, 실수 k의 값을 구하시오. (단, $k<30$) [4점]

(2019학년도 사관학교 나형 30번)

수학2 - 3. 적분

66. 다음을 만족시키는 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)$의 값 은?
(2013학년도 경찰대학 14번)

$$\int_{1}^{x}(x-t)f(t)\,dt = x^4 + ax^2 - 10x + 6$$

① 18 ② 21 ③ 24 ④ 27 ⑤ 30

67. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$$f(x) = 2x + \int_{0}^{1}\{f(t)+g(t)\}\,dt$$

$$g(x) = 3x^2 + \int_{0}^{1}\{f(t)-g(t)\}\,dt$$

가 성립할 때, $f(1)+g(2)$의 값은? [4점]
(2013학년도 사관학교 문과 15번)

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

68. 이차 이하의 모든 다항함수 $f(x)$에 대하여 등식

$$\int_{0}^{2} f(x)\,dx = a\,f(0) + b\,f(1) + c\,f(2)$$

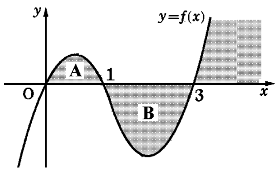
이 항상 성립하도록 하는 상수 a, b, c의 곱 abc의 값은? [3점]
(2006학년도 사관학교 이과 2번)

① 4 ② 8 ③ $\frac{4}{27}$ ④ $\frac{8}{27}$ ⑤ $\frac{8}{9}$

69. 수 $y=f(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같다.

이 때, $\int_0^x f(t)dt=0$ 을 만족하는 x 의 개수는?

(2002학년도 경찰대학 22번)



A 의 넓이 $<$ B 의 넓이

70. $\int_1^x (t-x)f(t)dt=x^3-3x^2+ax+b$ 일 때,

$a^2+b^2+\int_0^1 f(x)dx$ 의 값은?

(1999학년도 경찰대학 10번)

71. 곡선 $y=x^3+x-3$ 과 이 곡선 위의 점 $(1,\ -1)$ 에서의 접선으로 둘러싸인 부분의 넓이가 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

(2019학년도 사관학교 나형 27번)

72. 폐구간 $[0, 1]$에서 $0 < f(x) < 1$를 만족시키는 다항함수 $f(x)$에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

(2010학년도 사관학교 이과 13번)

<보 기>

ㄱ. $f(a) = a$인 실수 a가 개구간 $(0, 1)$에 적어도 하나 존재한다.

ㄴ. $f'(b) < 1$인 실수 b가 개구간 $(0, 1)$에 적어도 하나 존재한다.

ㄷ. 개구간 $(0, 1)$의 모든 x에 대하여 $\int_0^x f(t)\,dt < x$ 이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

73. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_1^x (2x-1)f(t)\,dt = x^3 + ax + b$$

일 때, $40 \times f(1)$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.) [4점]

(2020학년도 사관학교 나형 27번)

74. 함수 $f(x) = (x-1)^3 + (x-1)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $\int_2^{10} g(x)\,dx$의 값은? [4점]

(2019학년도 경찰대학 9번)

① $\frac{51}{4}$ ② $\frac{59}{4}$ ③ $\frac{67}{4}$ ④ $\frac{75}{4}$ ⑤ $\frac{83}{4}$

75. 함수 $f(x)=x^3+2x-2$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자.

$\int_1^2 f(x)\,dx+\int_1^{10} g(x)\,dx$ 를 구하면?

(2004학년도 경찰대학 22번)

① 17 ② 19 ③ 21 ④ 23 ⑤ 25

76. 양수 a와 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 \le x < 1$일 때, $f(x)=2x^2+ax$이다.
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+1)=f(x)+a^2$이다.

함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 직선 $x=3$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [4점]

(2021학년도 사관학교 나형 28번)

77. 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 \le x \le 1$에서 $f(x)=x^2+1$이다. (나) 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=f(x)$이다. (다) 모든 실수 x에 대하여 $f(1-x)=f(1+x)$이다.

수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1+2a_2+3a_3+\cdots+na_n=\int_{-n}^{n} f(x)\,dx$

$(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$일 때, $a_7=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하여라.
(단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

(2014학년도 사관학교 A형 28번)

78. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_0^x (x-t)^2 f'(t)\,dt=\frac{3}{4}x^4-2x^3$$

을 만족한다. $f(0)=1$일 때, $\int_0^1 f(x)\,dx$의 값은? [4점]

(2020학년도 경찰대학 9번)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{3}$

79. 두 함수 $f(x)=-x^2+4x$, $g(x)=2x-a$에 대하여 함수 $h(x)=\frac{1}{2}\{f(x)+g(x)+|f(x)-g(x)|\}$가 극솟값 3을 가질 때, $\int_0^4 h(x)dx$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.) [4점]
(2021학년도 경찰대학 22번)

80. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족한다.

(가) $f'(1)=2$
(나) 모든 실수 x, y에 대하여 $f(x+y)=f(x)+f(y)+xy(x+y)-3$

이 때, $f(3)$의 값은? [3점]
(2008학년도 사관학교 이과 4번)

① 9 ② 12 ③ 15
④ 18 ⑤ 21

81. 미분가능한 함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases} ax^3+bx^2+cx+1 & (x<1) \\ 1 & (x=1) \\ p(x-2)^3+q(x-2)^2+r(x-2)+5 & (x>1) \end{cases}$$

이고 $g(x)=f'(x)$라 할 때, 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족한다.

(가) $g(x)$는 $x=1$에서 미분가능하다. (나) $g'(0)=g'(2)=0$

$\int_0^1 f(x)dx$의 값은? [5점]

(2015학년도 경찰대학 18번)

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

82. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x \geq 0$일 때, $f(x)=x^2-2x$이다. (나) 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)+f(x)=0$이다.

실수 t에 대하여 닫힌 구간 $[t,\ t+1]$에서 함수 $f(x)$의 최솟값을 $g(t)$라 하자. 좌표평면에서 두 곡선 $y=f(x)$와 $y=g(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

(2017학년도 사관학교 나형 30번)

[정답]

1번: ⑤
2번: ②
3번: ③
4번: ④
5번: 16
6번: 973
7번: $\frac{1}{2}$
8번: ③
9번: ③
10번: ⑤
11번: ④
12번: ④
13번: ①
14번: 55
15번: ③
16번: ④
17번: 480
18번: ③
19번: ②
20번: ⑤
21번: ①
22번: ②
23번: $\frac{1}{2}$
24번: ①
25번: 13
26번: ②
27번: ③
28번: ⑤
29번: ②
30번: ④
31번: 202
32번: ③
33번: ①
34번: ①
35번: ③
36번: ④
37번: 12
38번: ①
39번: 282
40번: ③
41번: 191
42번: ⑤
43번: 13
44번: ③
45번: 21
46번: ④
47번: ③
48번: ④
49번: ⑤
50번: 2
51번: 30
52번: ⑤
53번: $2\sqrt{2}$
54번: ①
55번: ①
56번: 37
57번: 4
58번: ①
59번: ②
60번: ⑤
61번: ②
62번: ③
63번: 36
64번: ④
65번: 21
66번: ①
67번: ②
68번: ③
69번: 3
70번: 13
71번: 31
72번: ⑤
73번: 50
74번: ⑤
75번: ②
76번: 17
77번: 29
78번: ④
79번: 13
80번: ③
81번: ②
82번: 35