

기출의 파급효과 수학



atom.ac/books/7608
기출의 파급효과 수학 시리즈

기출의 파급효과 영어



atom.ac/books/8503
기출의 파급효과 영어 시리즈

파급의 기출효과



cafe.naver.com/spreadeffect
파급의 기출효과 NAVER 카페

기출의 파급효과 물리학1



atom.ac/books/8428
기출의 파급효과 물리학1

기출의 파급효과 사회·문화



atom.ac/books/8543
기출의 파급효과 사회·문화

기출의 파급효과 시리즈는 기출 분석서입니다.

기출의 파급효과 시리즈 과목에는 수학, 영어, 물리학 1, 사회·문화가 있습니다.

준킬러 이상 기출에서 얻어갈 수 있는 '꼭 필요한 도구와 태도'를 정리합니다.

'꼭 필요한 도구와 태도' 체화를 위해 관련도가 높은 준킬러 이상 기출을 바로바로 보여주며 체화 속도를 높입니다. 단시간 내에 점수를 극대화할 수 있도록 교재가 설계되었습니다.

학습하시다 질문이 생기신다면 '파급의 기출효과' 카페에서 질문을 할 수 있습니다.

교재 인증을 하시면 질문 게시판을 이용하실 수 있습니다.

마법사, 영감, 안드브, 슬기롭다, 파급효과 등등 오르비 저자분들이 올리시는 학습자료를 받아보실 수 있습니다. 위 저자 분들의 컨텐츠 질문 답변도 교재 인증 시 가능합니다.

이외에도 검증된 우수한 컨설팅 팀이 정리한 과거부터 현재까지 정시, 수시 입결을 확인할 수 있습니다.

입시에 대한 질문은 가입하시기만 하면 팀장 및 팀원분들께 하실 수 있습니다.

더 궁금하시다면 <https://cafe.naver.com/spreadeffect/15>에서 확인하시면 됩니다.

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $4^{\frac{1}{2}} + \log_2 8$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$2+3=5$

⑤

2. $\int_0^1 (2x+3)dx$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$[x^2 + 3x]_0^1 = 4$

④

3. 함수 $f(x)=x^2-ax$ 에 대하여 $f'(1)=0$ 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

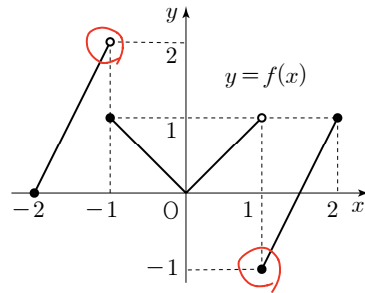
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$f'(x) = 2x - a$

②

$2 - a = 0$

4. 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

③

5. 부등식 $5^{2x-7} \leq \left(\frac{1}{5}\right)^{x-2}$ 을 만족시키는 자연수 x 의 개수는?

[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$2x - 7 \leq 2 - x$$

$$x \leq 3$$

3

6. $\cos(-\theta) + \sin(\pi + \theta) = \frac{3}{5}$ 일 때, $\sin\theta \cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{6}{25}$ ③ $\frac{7}{25}$ ④ $\frac{8}{25}$ ⑤ $\frac{9}{25}$

$$\cos\theta - \sin\theta = \frac{3}{5}$$

4

$$\sin\theta \cos\theta = \frac{\left(\frac{3}{5}\right)^2 - 1}{-2} = \frac{8}{25}$$

7. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 10$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 5 - \frac{10}{a_n} & (a_n \text{ 이 정수인 경우}) \\ -2a_n + 3 & (a_n \text{ 이 정수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_9 + a_{12}$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

4

반복

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ 10 & 4 & \frac{5}{2} & -2 \\ a_5 & a_6 & a_7 & a_8 \\ 10 & 4 & \frac{5}{2} & -2 \end{pmatrix}$$

$$a_9 = 10, \quad a_{12} = -2$$

$$10 - 2 = 8$$

8. 첫째항이 $a (a > 0)$ 이고, 공비가 r 인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$2a = S_2 + S_3, r^2 = 64a^2$ 일 때, a_5 의 값은? [3점]

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

$2a = a + ar + a + ar^2 + ar^2 + ar^3 + ar^3 + ar^4 \quad (a > 0)$ ②

$r^2 + 2r = 0$

$\left(\begin{array}{l} r = -2 \\ a = \frac{1}{4} \end{array} \right) \quad \frac{1}{4} \times (-2)^4 = 4$

9. 2 이상의 두 자연수 a, n 에 대하여 $(\sqrt[n]{a})^3$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 n 의 최댓값을 $f(a)$ 라 하자. $f(4) + f(27)$ 의 값은? [4점]

- ① 13
- ② 14
- ③ 15
- ④ 16
- ⑤ 17

$f(4) = 6 \quad 2^{\frac{6}{n}}$ ③
 $6 + 9 = 15$

$f(27) = 9 \quad 3^{\frac{9}{n}}$

10. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 방정식

$3\cos^2 x + 5\sin x - 1 = 0$

의 모든 해의 합은? [4점]

- ① π
- ② $\frac{3}{2}\pi$
- ③ 2π
- ④ $\frac{5}{2}\pi$
- ⑤ 3π

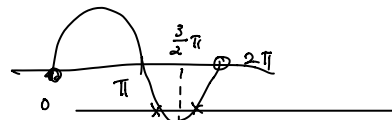
5

$3 - 3s^2 + 5s - 1 = 0$

$3s^2 - 5s - 2 = 0$

$(3s + 1)(s - 2) = 0$

$\sin \theta = -\frac{1}{3}$



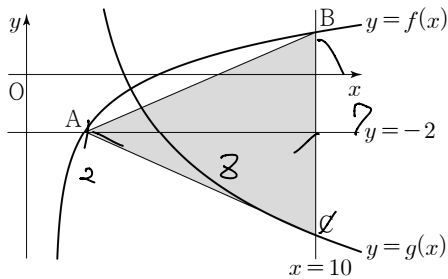
$2 \times \frac{3}{2}\pi \times 2 = 3\pi$

11. $a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 두 함수

$$f(x) = \frac{1}{2} \log_a(x-1) - 2, \quad g(x) = \log_{\frac{1}{a}}(x-2) + 1$$

이 있다. 직선 $y = -2$ 와 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 만나는 점을 A 라 하고, 직선 $x = 10$ 과 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 만나는 점을 각각 B, C 라 하자. 삼각형 ACB 의 넓이가 28 일 때, a^{10} 의 값은? [4점]

- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27



$A(2, -2)$ $\overline{BC} = 7$ ④

$B(10, \log_a 3 - 2)$

$C(10, -3 \log_a 2 + 1)$

$\log_a 3 + 3 \log_a 2 - 3 = 7$

$\log_a 24 = 10, \quad a^{10} = 24$

12. 다항함수 $f(x)$ 는 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2 - 3x - 5} = 2$ 를 만족시키고,

함수 $g(x)$ 는 $f(x) = 2x^2 + \dots$

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-3} & (x \neq 3) \\ 1 & (x = 3) \end{cases}$$

이다. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 함수 $\frac{f(x)g(x)}{x-3}$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $f(1)$ 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

$f(3) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{x-3}$ ①

$f(3) = 0, \quad f'(3) = 0$

$f(x) = 2(x-3)^2 \quad f'(x) = 4(x-3)$

13. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$(n+1)S_{n+1} = \log_2(n+2) + \sum_{k=1}^n S_k \dots (*)$$

가 성립할 때, $\sum_{k=1}^n ka_k$ 를 구하는 과정이다.

주어진 식 (*)에 의하여

$$nS_n = \log_2(n+1) + \sum_{k=1}^{n-1} S_k \quad (n \geq 2) \dots \textcircled{1}$$

이다. (*)에서 $\textcircled{1}$ 을 빼서 정리하면

$$(n+1)S_{n+1} - nS_n = \log_2(n+2) - \log_2(n+1) + \sum_{k=1}^n S_k - \sum_{k=1}^{n-1} S_k \quad (n \geq 2)$$

이므로

$$\left(\frac{n+1}{n}\right) \times a_{n+1} = \log_2 \frac{n+2}{n+1} \quad (n \geq 2)$$

이다.

$a_1 = 1 = \log_2 2$ 이고,
 $2S_2 = \log_2 3 + S_1 = \log_2 3 + a_1$ 이므로
 모든 자연수 n 에 대하여

$$na_n = \textcircled{나} \log_2 \frac{n+1}{n}$$

이다. 따라서

$$\sum_{k=1}^n ka_k = \textcircled{다} \log_2 \frac{1}{1} \times \dots \times \frac{n+1}{n} = \log_2(n+1)$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$, $h(n)$ 이라 할 때, $f(8) - g(8) + h(8)$ 의 값은? [4점]

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

① $9 - \log_2 \frac{9}{8} + \log_2 9 = 12$

14. 시각 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

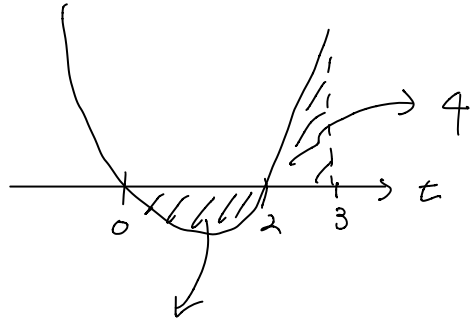
$$v(t) = 3t^2 - 6t \quad a(t) = 6t - 6$$

일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

— <보 기> —

㉠ 시간 $t=2$ 에서 점 P의 움직이는 방향이 바뀐다.
 ㉡ 점 P가 출발한 후 움직이는 방향이 바뀔 때 점 P의 위치는 -4이다.
 ㉢ 점 P가 시각 $t=0$ 일 때부터 가속도가 12가 될 때까지 움직인 거리는 8이다.

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢ ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢ ⑤



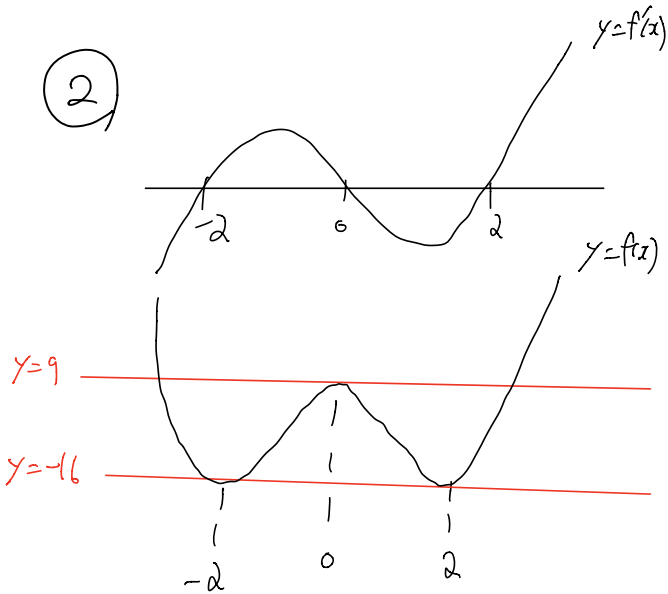
$$\frac{3 \cdot 2^3}{6} = 4$$

15. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 에 대하여 방정식 $f'(x)=0$ 의 서로 다른 세 실근 $\alpha, 0, \beta (\alpha < 0 < \beta)$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 $f(x)=9$ 는 서로 다른 세 실근을 가진다.
- (나) $f(\alpha)=-16$

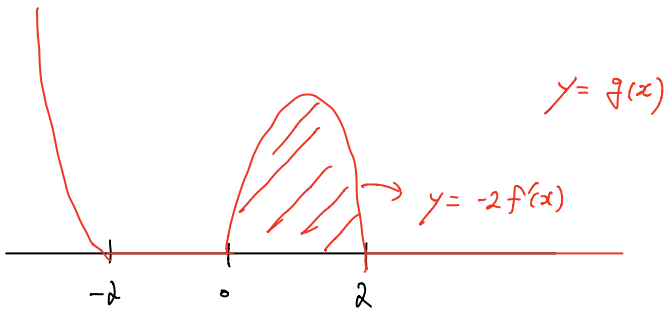
함수 $g(x)=|f'(x)|-f'(x)$ 에 대하여 $\int_0^{10} g(x)dx$ 의 값은?
[4점]

- ① 48 ② 50 ③ 52 ④ 54 ⑤ 56



$$f(x) = (x-\alpha)^2(x+\alpha)^2 - 16$$

$$f(0) = 9 \quad \alpha^4 - 16 = 9, \quad \alpha^4 = 25$$



$$-8 \int_0^{\sqrt{5}} x^3 - 5x \, dx = -8 \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{5}{2}x^2 \right]_0^{\sqrt{5}} = 50$$

단답형

16. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x+3)}{x^2+4x+a} = b$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$a=3 \quad b=2 \quad \text{Answer: } 5$$

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x)=3x^2+6x-4$ 이고 $f(1)=5$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 4x + 5$$

$$f(2) = 8 + 12 - 8 + 5 = 17$$

Answer: 17

18. 함수 $f(x) = x^3 + ax$ 에서 x 의 값이 1에서 3까지 변할 때의 평균변화율이 $f'(a)$ 의 값과 같게 되도록 하는 양수 a 에 대하여 $3a^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$\frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{2a + 26}{2} = a + 13$$

$$f'(x) = 3x^2 + a \quad 3a^2 + a = a + 13$$

3

$$3a^2 = 13$$

19. 두 다항함수 $f(x), g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 4}{x^2 - 4} = 2, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x) + 1}{x - 2} = 8$$

을 만족시킨다. 함수 $h(x) = f(x)g(x)$ 에 대하여 $h'(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$f(2) = 4 \quad f'(2) = 8 \quad 24$$

$$g(2) = -1 \quad g'(2) = 8$$

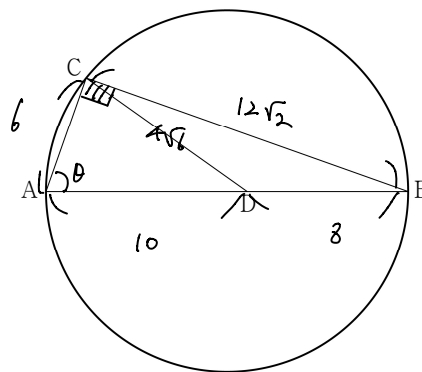
$$h'(2) = f'(2)g(2) + f(2)g'(2) = -8 + 32 = 24$$

20. 그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하는 원 위의 점 C에 대하여

$$\overline{BC} = 12\sqrt{2}, \quad \cos(\angle CAB) = \frac{1}{3}$$

이다. 선분 AB를 5:4로 내분하는 점을 D라 할 때, 삼각형 CAD의 외접원의 넓이는 S 이다.

$\frac{S}{\pi}$ 의 값을 구하시오. [4점]



$$\overline{CD}^2 = 36 + 100 - 2 \cdot 6 \cdot 10 \cdot \frac{1}{3} = 96$$

$$\overline{CD} = 4\sqrt{6}$$

$$2R = \frac{\overline{CD}}{\sin \theta} = 6\sqrt{3} \quad R = 3\sqrt{3}$$

$$S = 27\pi$$

27

21. 공차가 d 이고 모든 항이 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 \leq d$
 (나) 어떤 자연수 $k (k \geq 3)$ 에 대하여 $a_k^2 = a_2 a_{3k}$ 세 항 a_2, a_k, a_{3k-1} 이 이 순서대로 등비수열을 이룬다.

$90 \leq a_{16} \leq 100$ 일 때, a_{20} 의 값을 구하시오. [4점]

$5d < a_{16} \leq 6d \rightarrow d = 6$

a_n
 $a=1 \quad 6n-5$

$a=2 \quad 6n-9$

$a=3 \quad 6n-3$

$a=4 \quad 6n-2$

$a=5 \quad 6n-1$

$a=6 \quad 6n$

$9(2k-1)^2 = 9^2(2k-1)$

$2k-1 = 9, k=5$

$a_{20} = 120 - 3 = 117$

117

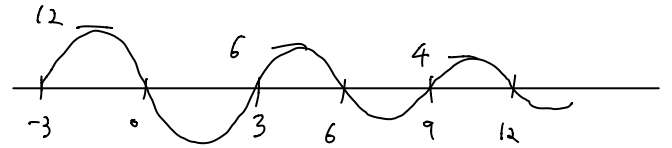
22. 삼차함수 $f(x) = \frac{2\sqrt{3}}{3}x(x-3)(x+3)$ 에 대하여 $x \geq -3$ 에서 정의된 함수 $g(x)$ 는 $f(\sqrt{3}) = 12$

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (-3 \leq x < 3) \\ \frac{1}{k+1}f(x-6k) & (6k-3 \leq x < 6k+3) \end{cases}$$

(단, k 는 모든 자연수)

이다. 자연수 n 에 대하여 직선 $y=n$ 과 함수 $y=g(x)$ 의 그래프가 만나는 점의 개수를 a_n 이라 할 때,

$\sum_{n=1}^{12} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]



$n=12 \quad 1 = 2 \times 0 + 1 \quad (k=0)$

$n=7 \sim n=11 \quad 2$

$n=6 \quad 3 = 2 \times 1 + 1 \quad (k=1)$

$n=5 \quad 4$

$n=4 \quad 5 = 2 \times 2 + 1 \quad (k=2)$

$n=3 \quad 7 = 2 \times 3 + 1 \quad (k=3)$

$n=2 \quad 11 = 2 \times 5 + 1 \quad (k=5)$

$n=1 \quad 23 = 2 \times 11 + 1 \quad (k=11)$

$1 + 2 \times 5 + 53 = 64$

64

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역 (미적분)

5지선다형

23. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 인 θ 에 대하여 $\sin \theta = \frac{\sqrt{5}}{5}$ 일 때, $\sec \theta$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ② $\frac{3\sqrt{5}}{4}$ ③ $\sqrt{5}$ ④ $\frac{5\sqrt{5}}{4}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{2}$



①

24. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} 2\cos 2x \sin^2 2x dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{2}{9}$ ④ $\frac{5}{18}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

$$(\sin 2x)' = 2 \cos 2x$$

$$\left[\frac{1}{3} \sin^3 2x \right]_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{3}$$

⑤

25. 자연수 r 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + r^{n+1}}{3^n + 7 \times r^n} = 1$ 이 성립하도록 하는 모든 r 의 값의 합은? [3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

$r > 3$ $\frac{r}{7} = 1$ $r = 7$

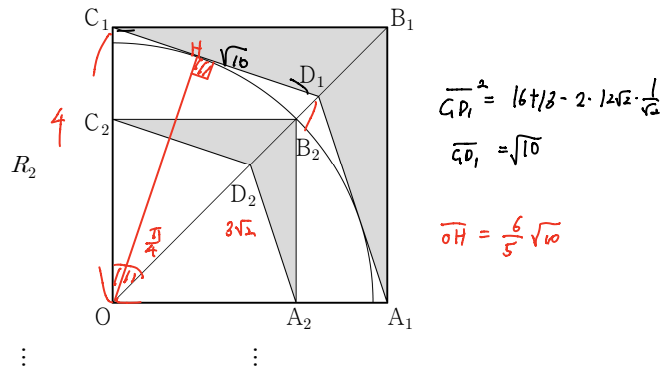
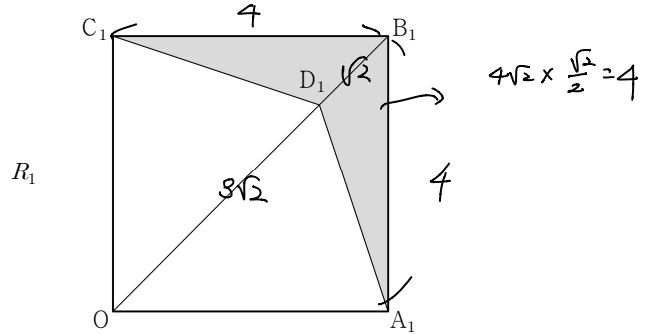
$r = 3$ $\frac{4}{8} \neq 1$

$1 < r < 3$ $r = 2$

$r = 1$

④

26. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 $OA_1B_1C_1$ 의 대각선 OB_1 을 3:1로 내분하는 점을 D_1 이라 하고, 네 선분 $A_1B_1, B_1C_1, C_1D_1, D_1A_1$ 로 둘러싸인 ∇ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 중심이 O 이고 두 직선 A_1D_1, C_1D_1 에 동시에 접하는 원과 선분 OB_1 이 만나는 점을 B_2 라 하자. 선분 OB_2 를 대각선으로 하는 정사각형 $OA_2B_2C_2$ 를 그리고 정사각형 $OA_2B_2C_2$ 에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 ∇ 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



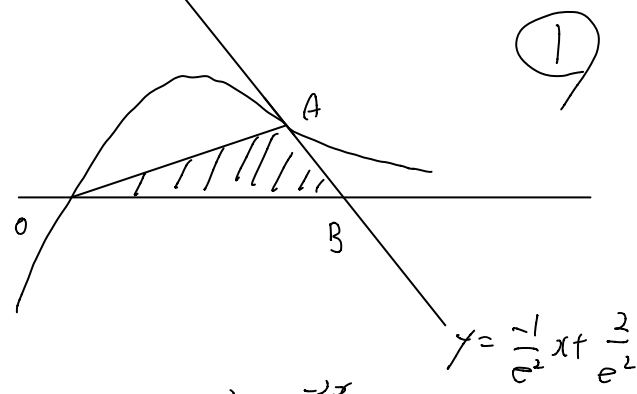
- ① $\frac{70}{11}$ ② $\frac{75}{11}$ ③ $\frac{80}{11}$ ④ $\frac{80}{9}$ ⑤ $\frac{85}{9}$

③

$(4\sqrt{2})^2 : \left(\frac{6\sqrt{10}}{5}\right)^2 = 10 : 9$ $\frac{4}{1 - \frac{9}{20}} = \frac{80}{11}$

27. 곡선 $y = xe^{-2x}$ 의 변곡점을 A라 하자. 곡선 $y = xe^{-2x}$ 위의 점 A에서의 접선이 x축과 만나는 점을 B라 할 때, 삼각형 OAB의 넓이는? (단, O는 원점이다.) [3점]

- ① e^{-2} ② $3e^{-2}$ ③ 1 ④ e^2 ⑤ $3e^2$



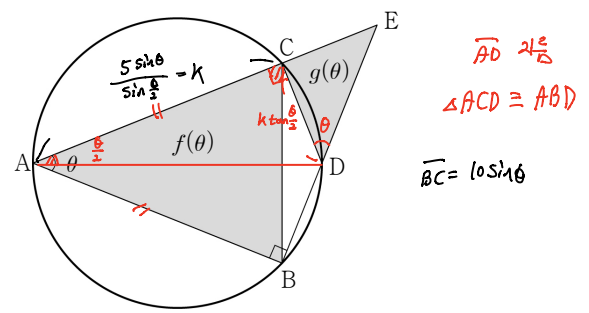
$$y' = (-2x+1)e^{-2x}$$

$$y'' = 4(1-x)e^{-2x}$$

$A(1, \frac{1}{e^2})$ $B(2, 0)$

①

28. 그림과 같이 반지름의 길이가 5인 원에 내접하고, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 삼각형 ABC가 있다. $\angle BAC = \theta$ 라 하고, 점 B를 지나고 직선 AB에 수직인 직선이 원과 만나는 점 중 B가 아닌 점을 D, 직선 BD와 직선 AC가 만나는 점을 E라 하자. 삼각형 ABC의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 CDE의 넓이를 $g(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{g(\theta)}{\theta^2 \times f(\theta)}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

$$f(\theta) = \frac{1}{2} r^2 \sin \theta$$

$$g(\theta) = \frac{1}{2} r^2 \left(\tan \frac{\theta}{2}\right)^2 \tan \theta$$

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\left(\tan \frac{\theta}{2}\right)^2 \tan \theta}{\theta^2 \sin \theta} = \frac{1}{4}$$

②

단답형

29. 함수 $f(x) = x^3 - x$ 와 실수 전체의 집합에서 미분가능한 역함수가 존재하는 삼차함수 $g(x) = ax^3 + x^2 + bx + 1$ 이 있다. 함수 $g(x)$ 의 역함수 $g^{-1}(x)$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 를

$$g^{-1}(x) = p(x)$$

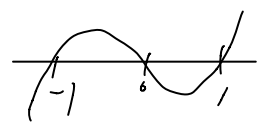
$$g(0) = 1$$

$$p(1) = 0$$

$$h(x) = \begin{cases} (f \circ g^{-1})(x) & (x < 0 \text{ 또는 } x > 1) \\ \frac{1}{\pi} \sin \pi x & (0 \leq x \leq 1) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $h(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $g(a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

$$f(p(0)) = 0$$

$$\vee f(p(1)) = 0 \quad f(0) = 0$$


$$f'(p(0)) p'(0) = 1$$

$$\vee f'(p(1)) p'(1) = -1 \rightarrow \frac{f'(0)}{g'(0)} = \frac{-1}{b} = -1$$

$$g(x) = ax^3 + x^2 + x + 1, \quad g'(x) = 3ax^2 + 2x + 1$$

$g(x)$ 가 역함수가 존재하려면 $1 - 3a \leq 0 \quad (a \geq \frac{1}{3})$

이므로 $g(x)$ 는 증가함수

$p(x)$ 는 증가함수이므로 $p(0) < p(1) = 0$ 이므로

$f(p(0)) = 0$ 에서 $p(0) = -1, \quad g(-1) = 0$

$$0 = -a + 1$$

$a = 1$

15

$$g(x) = x^3 + x^2 + x + 1 \quad g(2) = 8 + 4 + 2 + 1 = 15$$

30. 두 자연수 a, b 에 대하여 이차함수 $f(x) = ax^2 + b$ 가 있다. 함수 $g(x)$ 를

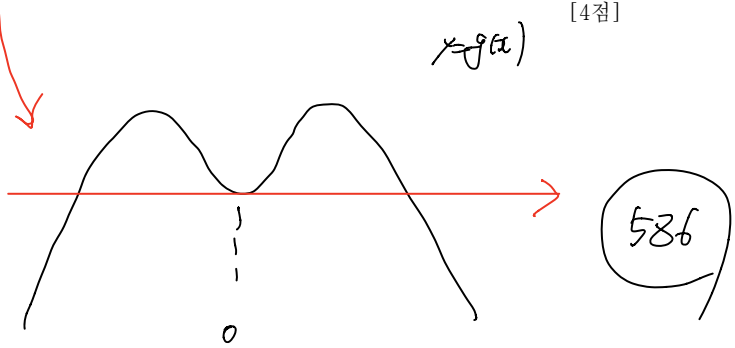
$$g(x) = \ln f(x) - \frac{1}{10} \{f(x) - 1\}$$

우함수

이라 하자. 실수 t 에 대하여 직선 $y = |g(t)|$ 와 함수 $y = |g(x)|$ 의 그래프가 만나는 점의 개수를 $h(t)$ 라 하자. 두 함수 $g(x), h(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 $x=0$ 에서 극솟값을 갖는다.
- (나) 함수 $h(t)$ 가 $t=k$ 에서 불연속인 k 의 값의 개수는 7이다.

$\int_0^a e^x f(x) dx = me^a - 19$ 일 때, 자연수 m 의 값을 구하시오. [4점]



$$g(0) = 0 \quad 0 = \ln b - \frac{1}{10} (b - 1)$$

\downarrow
 $b = 1$

$$\int_0^a (ax^2 + 1) e^x dx$$

$$= \left[(ax^2 - 2ax + 2a + 1) e^x \right]_0^a$$

$$= (a^3 - 2a^2 + 2a + 1) e^a - (2a + 1)$$

$a = 9$

$$m = 9^3 - 2 \cdot 9^2 + 18 + 1 = 586$$

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역 (기하)

5지선다형

23. 두 벡터 $\vec{a}=(2, 4)$, $\vec{b}=(-1, k)$ 에 대하여
 두 벡터 \vec{a} 와 \vec{b} 가 서로 평행하도록 하는 실수 k 의 값은? [2점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

$1:2 = -1:k$
 $k = -2$

(4)

24. 쌍곡선 $x^2 - y^2 = 1$ 위의 점 $P(a, b)$ 에서의 접선의 기울기가 2일 때, ab 의 값은? (단, 점 P 는 제1사분면 위의 점이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

(2)

$a^2 - b^2 = 1$
 $ax - by = 1, \quad \frac{a}{b} = 2, \quad a = 2b$

$3b^2 = 1 \Rightarrow a = \frac{2}{\sqrt{3}}, b = \frac{1}{\sqrt{3}}$

25. 점 A(2, 6) 과 직선 $l: \frac{x-5}{2} = y-5$ 위의 한 점 P에 대하여 벡터 \vec{AP} 와 직선 l 의 방향벡터가 서로 수직일 때, $|\vec{OP}|$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]

- ① 3 ② $2\sqrt{3}$ ③ 4 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ 5

$P(2t+5, t+5)$
 $\vec{AP} = (2t+3, t-1)$

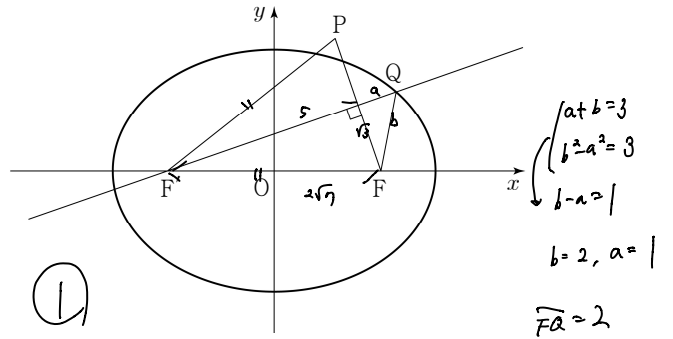
$\vec{AP} \cdot \vec{l} = 0$

$(2t+3, t-1) \cdot (2, 1) = 0$

$5t = -5, t = -1$

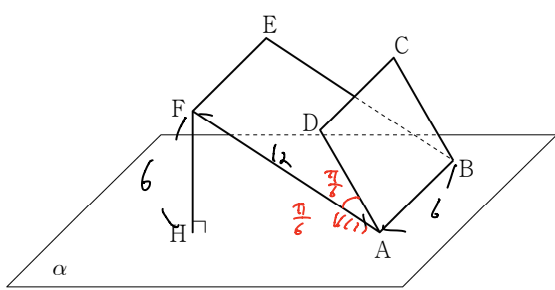
$P(3, 4) \quad |\vec{OP}| = 5$

26. 그림과 같이 두 점 $F(\sqrt{7}, 0), F'(-\sqrt{7}, 0)$ 을 초점으로 하고 장축의 길이가 8인 타원이 있다. $\vec{FF'} = \vec{PF'}, \vec{FP} = 2\sqrt{3}$ 을 만족시키는 점 P에 대하여 점 F'을 지나고 선분 FP에 수직인 직선이 타원과 만나는 점 중 제1사분면 위의 점을 Q라 할 때, 선분 FQ의 길이는? (단, 점 P는 제1사분면 위의 점이다.) [3점]



- ① 2 ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{6}$ ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

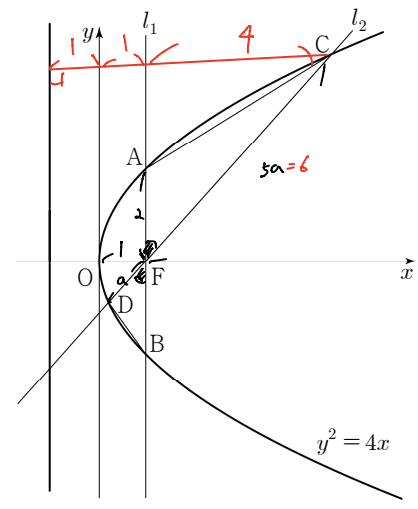
27. 그림과 같이 평면 α 위에 있는 서로 다른 두 점 A, B와 평면 α 위에 있지 않은 서로 다른 네 점 C, D, E, F가 있다. 사각형 ABCD는 한 변의 길이가 6인 정사각형이고 사각형 ABEF는 $\overline{AF}=12$ 인 직사각형이다. 정사각형 ABCD의 평면 α 위로의 정사영의 넓이는 18이고, 점 F의 평면 α 위로의 정사영을 H라 하면 $\overline{FH}=6$ 이다. 정사각형 ABCD의 평면 ABEF 위로의 정사영의 넓이는? (단, $0 < \angle DAF < \frac{\pi}{2}$) [3점]



- ① $12\sqrt{3}$ ② $15\sqrt{2}$ ③ $18\sqrt{2}$ ④ $15\sqrt{3}$ ⑤ $18\sqrt{3}$

$36 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 18\sqrt{3}$ (5)

28. 그림과 같이 좌표평면에서 포물선 $y^2=4x$ 의 초점 F를 지나고 x 축과 수직인 직선 l_1 이 이 포물선과 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A, B라 하고, 점 F를 지나고 기울기가 $m(m > 0)$ 인 직선 l_2 가 이 포물선과 만나는 서로 다른 두 점을 각각 C, D라 하자. 삼각형 FCA의 넓이가 삼각형 FDB의 넓이의 5배일 때, m 의 값은? (단, 두 점 A, C는 제1사분면 위의 점이고, 두 점 B, D는 제4사분면 위의 점이다.) [4점]



$\overline{FA} \cong \overline{FB}$
 $\angle CFA = \angle BFD$
 $\overline{FD} : \overline{FC} = 1 : 5$
 $\frac{1}{a} + \frac{1}{5a} = 1$
 $a = \frac{6}{5}$

- ① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② 1 ③ $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{7}}{2}$

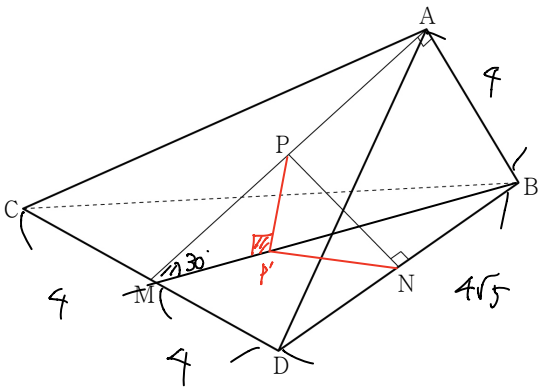
$m = \frac{\sqrt{5}}{2}$ (3)

단답형

29. 그림과 같이

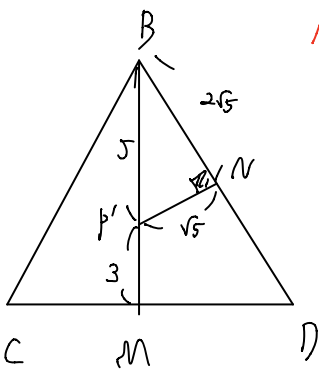
$$\overline{AB}=4, \overline{CD}=8, \overline{BC}=\overline{BD}=4\sqrt{5}$$

인 사면체 ABCD 에 대하여 직선 AB 와 평면 ACD 는 서로 수직이다. 두 선분 CD, DB 의 중점을 각각 M, N 이라 할 때, 선분 AM 위의 점 P 에 대하여 선분 DB 와 선분 PN 은 서로 수직이다. 두 평면 PDB 와 CDB 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $40\cos^2\theta$ 의 값을 구하시오. [4점]

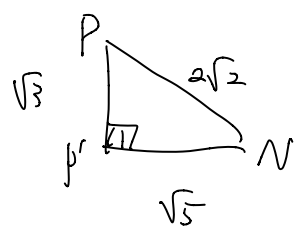


$$\overline{BM}=8$$

삼수선 $\begin{cases} \overline{PP'} \perp \triangle BCD \\ \overline{PN} \perp \overline{BD} \\ \overline{P'N} \perp \overline{BD} \end{cases}$



$$\overline{P'M}=3, \overline{PP'}=\sqrt{5}$$



$$\cos\theta = \frac{5}{8}$$

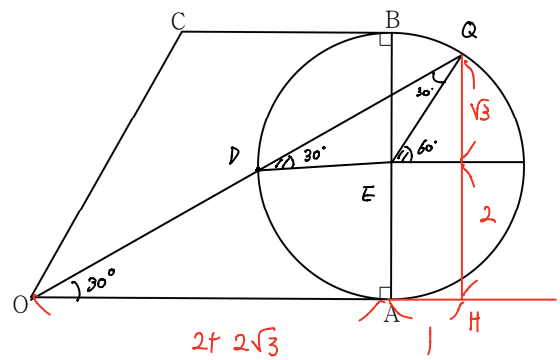
$$40 \times \frac{5}{8} = 25$$

25

30. 평면 위에

$$\overline{OA}=2+2\sqrt{3}, \overline{AB}=4, \angle COA = \frac{\pi}{3}, \angle A = \angle B = \frac{\pi}{2}$$

를 만족시키는 사다리꼴 OABC 가 있다. 선분 AB 를 지름으로 하는 원 위의 점 P 에 대하여 $\overline{OC} \cdot \overline{OP}$ 의 값이 최대가 되도록 하는 점 P 를 Q 라 할 때, 직선 OQ 가 원과 만나는 점 중 Q 가 아닌 점을 D 라 하자. 원 위의 점 R 에 대하여 $\overline{DQ} \cdot \overline{AR}$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M^2 의 값을 구하시오. [4점]



$$\overrightarrow{DQ} \cdot (\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{ER})$$

$$\frac{\overline{QH}}{\overline{AH}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\leq \overrightarrow{DQ} \cdot \overrightarrow{AE} + 2|\overrightarrow{DQ}|$$

$$\angle QAH = 30^\circ$$

$$\overline{DQ} = 2\sqrt{3}$$

$$2\sqrt{3} \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ + 2 \times 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3} = M$$

$$M^2 = 36 \times 3 = 108$$

108

* 확인 사항
 ◦ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역 (확률과 통계)

5지선다형

23. 두 사건 A 와 B 는 서로 배반사건이고

$$P(A) = \frac{1}{12}, P(A \cup B) = \frac{11}{12}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

$$\frac{11}{12} - \frac{1}{12} = \frac{5}{6} \quad \text{⑤}$$

24. 다항식 $(2x+1)^7$ 의 전개식에서 x^2 의 계수는? [3점]

- ① 76 ② 80 ③ 84 ④ 88 ⑤ 92

$$\begin{aligned} & \text{③} \quad \binom{7}{2} (2x)^2 1^5 \\ & = 21 \times 4 x^2 = 84 x^2 \end{aligned}$$

25. 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

| | | | | |
|----------|-----|----------------|----------------|----|
| X | -1 | 0 | 1 | 합계 |
| $P(X=x)$ | a | $\frac{1}{2}a$ | $\frac{3}{2}a$ | 1 |

$E(X)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

②) $3a=1 \quad a=\frac{1}{3}$

$-\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

26. 한 개의 주사위를 세 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c 라 할 때, $(a-2)^2 + (b-3)^2 + (c-4)^2 = 2$ 가 성립할 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{2}{9}$ ⑤ $\frac{5}{18}$

$(a-2)^2, (b-3)^2, (c-4)^2$

$(1, 1, 0)$

$(1, 0, 1)$

$(0, 1, 1)$

①

$3 \times 2^2 \times \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{18}$

27. 3개의 문자 A, B, C를 포함한 서로 다른 6개의 문자를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, 두 문자 B와 C 사이에 문자 A를 포함하여 1개 이상의 문자가 있도록 나열하는 경우의 수는? [3점]

- ① 180 ② 200 ③ 220 ④ 240 ⑤ 260

BAC 4! = 24
 B A? C 3C1 x 2 x 3! = 36
 B A?? C 3C2 x 3! x 2 = 36
 B A??? C 4! = 24

(4)

2 x 120 = 240
 B, C
 자리 바꿈기

28. 확률변수 X 는 정규분포 $N(m, 2^2)$, 확률변수 Y 는 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따른다. 상수 a 에 대하여 두 확률변수 X, Y 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $Y = 3X - a$
 (나) $P(X \leq 4) = P(Y \geq a) \rightarrow \frac{-4+m}{2} = \frac{m}{\sigma}$ $\sigma m - 24 = 2m$
 $m = 6$

$P(Y \geq 9)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

| z | P(0 ≤ Z ≤ z) |
|-----|--------------|
| 0.5 | 0.1915 |
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |

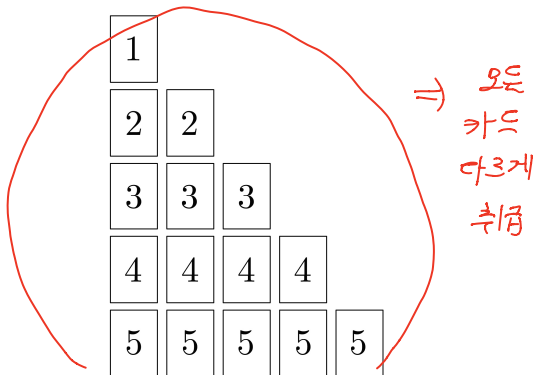
- ① 0.0228 ② 0.0668
 ③ 0.1587 ④ 0.2417
 ⑤ 0.3085

$X \sim N(m, 2^2)$ (5)
 $Y \sim N(3m-a, \sigma^2)$
 $3m-a = m$
 $a = 2m$

$P(Y \geq 9) = P(Z \geq \frac{1}{2}) = 0.5 - 0.1915 = 0.3085$

단답형

29. 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 하나씩 적힌 카드가 각각 1장, 2장, 3장, 4장, 5장이 있다. 이 15장의 카드 중에서 임의로 2장의 카드를 동시에 선택하는 시행을 한다. 이 시행에서 선택한 2장의 카드에 적힌 두 수의 곱의 모든 양의 약수의 개수가 3 이하일 때, 그 두 수의 합이 짝수일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



$(1, 2) \quad 1 \times 2 = 2$

$(1, 3) \quad 1 \times 3 = 3$

$(1, 4) \quad 1 \times 4 = 4$

$(1, 5) \quad 1 \times 5 = 5$

$(2, 2) \quad 2C_2 = 1$

$(3, 3) \quad 3C_2 = 3$

$(5, 5) \quad 5C_2 = 10$

$\frac{22}{28} = \frac{11}{14}$

25

30. 네 명의 학생 A, B, C, D에게 검은 공 4개, 흰 공 5개, 빨간 공 5개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 색 공끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

- (가) 각 학생이 받는 공의 색의 종류의 수는 2이다.
- (나) 학생 A는 흰 공과 검은 공을 받으며 흰 공보다 검은 공을 더 많이 받는다.
- (다) 학생 A가 받는 공의 개수는 홀수이며 학생 A가 받는 공의 개수 이상의 공을 받는 학생은 없다.

A의 공개수 = 5 or 7

A 공 5개

| | B | W | R |
|-------|---|---|---|
| A | 4 | 1 | 0 |
| B | 0 | 2 | |
| C | 0 | 1 | |
| D | 0 | 1 | |
| <hr/> | | | |
| | 4 | 5 | 5 |

W: $(2, 1, 1)$ 배분 $\rightarrow 3$

R: $1 \leq b < 3, 1 \leq c, 1 \leq d$

$b+c+d=5 \rightarrow 4C_2 - 1 = 5$
 $2! 1! 1!$
 $3 \times 5 = 15$
 $b=3$ 일때

| | B | W | R |
|-------|---|---|---|
| A | 3 | 2 | 0 |
| B | 1 | 1 | 0 |
| C | 0 | 1 | |
| D | 0 | 1 | |
| <hr/> | | | |
| | 4 | 5 | 5 |

$3 \times 2 = 6$

$c+d=5$
 $(1 \leq c \leq 3)$
 $(1 \leq d \leq 3)$

| | B | W | R |
|-------|---|---|---|
| A | 3 | 2 | 0 |
| B | 1 | 0 | |
| C | 0 | 1 | |
| D | 0 | 1 | |
| <hr/> | | | |
| | 4 | 5 | 5 |

$3 \times 2 \times (4C_2 - 1)$
 $= 30$
 $d=3$ 일때

A 공 7개

| | B | W | R |
|-------|---|---|---|
| A | 4 | 3 | 0 |
| B | 0 | | |
| C | 0 | | |
| D | 0 | | |
| <hr/> | | | |
| | 4 | 5 | |

2건 (가) 만족 X

$5+6+3=14$

51

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.