

7. 통계적 추정

#99p Level3 1번 σ 값의 대소에 따른 그래프 개형

#99p Level3 2번 표본평균의 정의

#99p Level3 3번 추정마다 \bar{x} 의 값 달라질 수 있다

수능특강 핵심정리

7. 통계적 추정

모수_모두의수학
모수 | 모두의수학

#99p Level3 1번 σ 값의 대소에 따른 그래프 개형

정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 16인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 \bar{X} , 크기가 25인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 \bar{Y} 라 하자. 두 확률변수 \bar{X} 와 \bar{Y} 의 확률밀도함수가 각각 $f(x)$ 와 $g(x)$ 일 때, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) m 은 $m < 50$ 인 자연수이다.

(나) $f(46) > g(46), f(50) < g(50)$

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

$P(a \leq \bar{X} \leq m+4.5) = 0.1359$ 를 만족시키는 상수 a 의 값을 표준정규분포 표를 이용하여 구한 것은?

$$\frac{205}{4}$$

#99p Level3 2번 표본평균의 정의

자연수 n 과 2보다 큰 상수 a 에 대하여 숫자 0이 적혀 있는 카드 4장, 숫자 1이 적혀 있는 카드 2장, 숫자 2가 적혀 있는 카드 n 장, 숫자 a 가 적혀 있는 카드 2장이 들어 있는 상자가 있다. 이 상자에서 임의로 한 장의 카드를 꺼내어 카드에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는다. 이와 같은 시행을 2번 반복하여 확인한 2개의 수의 평균을 확률변수 \bar{X} , 2개의 수의 합을 확률변수 Y 라 할 때, 두 확률변수 \bar{X} 와 Y 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $P(\bar{X}=1) = P(\bar{X}=2) + P(\bar{X}=a)$

(나) $E(Y) = 3$

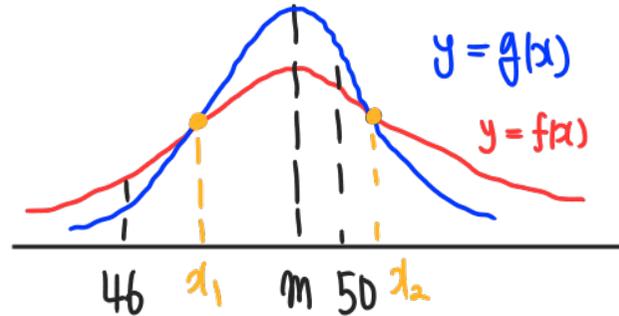
$a \times n$ 의 값을 구하시오.

(나) $Y = X_1 + X_2, E(Y) = E(2\bar{X}) = 2E(X)$ $\bar{X} = a : (a, a)$

$$2 \times \frac{0 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot n + a \cdot 2}{n+8} = 3, \quad n = 20 - 4a \quad P(\bar{X}=a) = \frac{2^2}{(n+8)^2}$$

$$\bar{X} \sim N\left(m, \left(\frac{\sigma}{4}\right)^2\right), \quad \bar{Y} \sim N\left(m, \left(\frac{\sigma}{5}\right)^2\right)$$

$f(x)$ 가 넓적 $\leftarrow \sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{4} > \sigma_{\bar{Y}} = \frac{\sigma}{5}$



$$\frac{x_1 + x_2}{2} = m$$

$46 < x_1, 50 < x_2$ 이므로

$$\frac{46+50}{2} = 48 < m$$

$$48 < m < 50 \Rightarrow m = 49$$

$$P(a \leq \bar{X} \leq m+4.5) = P\left(\frac{a-49}{\frac{\sigma}{4}} \leq Z \leq \frac{4.5}{\frac{\sigma}{4}}\right)$$

$$= P\left(\frac{a-49}{\frac{\sigma}{4}} \leq Z \leq 2\right) = 0.1359 = 0.4772 - 0.3413$$

$$\frac{a-49}{\frac{\sigma}{4}} = 1, \quad a = \frac{205}{4}$$

0 1 2 a

4개 2개 n개 2개

(가) $\bar{X}=1 : (1,1), (0,2)$ $\bar{X}=2 : (2,2), (1,3), (0,4)$

$$P(\bar{X}=1) = \frac{2^2 + 2 \times 4n}{(n+8)^2}$$

$$P(\bar{X}=2) = \frac{n^2 + (2 \times 2 \times 2) + (2 \times 4 \times 2)}{(n+8)^2}$$

① $a \neq 3, 4 : 2^2 + 2 \times 4n = 2^2 + n^2, n=8 \rightarrow a=3$ 오답

② $a=3 : 2^2 + 2 \times 4n = 2^2 + n^2 + 2 \times 2 \times 2, n^2 - 8n + 8 = 0$ 자연수x

③ $a=4 : 2^2 + 2 \times 4n = 2^2 + n^2 + 2 \times 4 \times 2, n=4 \rightarrow a=4$

#99p Level3 3번 추정마다 \bar{x} 의 값 달라질 수 있다

어느 고등학교 학생들의 하루 독서 시간은 평균이 m , 표준편차가 σ 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 고등학교 학생 중에서 n 명을 임의추출하여 구한 하루 독서 시간의 표본평균이 40일 때, 이 결과를 이용하여 구한 모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간은 $36.08 \leq m \leq a$ 이었다. 이 고등학교 학생 중에서 다시 100명을 임의추출하여 구한 하루 독서 시간의 표본평균이 \bar{x} 일 때, 이 결과를 이용하여 구한 모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간은 $36.04 \leq m \leq a - 3.96$ 이었다. $\bar{x} + \sigma + n$ 의 값은? (단, 독서 시간의 단위는 분이고, n 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.)

$$\begin{aligned} & 36.08 \\ & \parallel \\ \rightarrow & 40 - 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq m \leq 40 + 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} - a = 43.92 \\ & = 3.92 \\ & \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow & \bar{x} - 1.96 \times \frac{\sigma}{10} \leq m \leq \bar{x} + 1.96 \times \frac{\sigma}{10} \\ & = 36.04 \qquad \qquad \qquad = a - 3.96 = 39.96 \end{aligned}$$

$$39.96 - 36.04 = 3.92 = 2 \times 1.96 \times \frac{\sigma}{10}$$

$$\therefore \sigma = 10, \bar{x} = 39.96 - 1.96 = 38.$$

$$n = \left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 = 25$$

13