6. 연속확률변수의 확률분포

#75p 예제 1번 일차식의 정적분과 넓이

#82p Level1 2번 정규분포 확률밀도함수 Graph는 대칭성

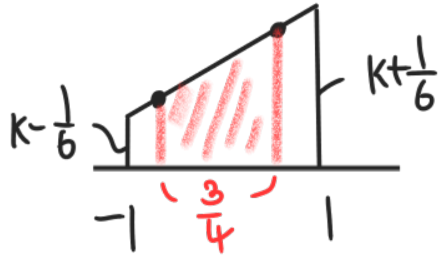
#83p Level2 2번 $f(m+x)=f(m-x)$ 대칭성

#85p Level3 1번 정규분포 확률밀도함수는 평균에서 최댓값

#85p Level3 3번 이항분포임을 이용하자

#75p 예제 1번 일차식의 정적분과 넓이

연속확률변수 X가 갖는 값의 범위는 $-1 \le X \le 1$이고, 확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$가 $f(x) = \frac{1}{6}x + k$일 때, $\mathrm{P}\left(-\frac{1}{4} \le X \le k\right)$의 값은? (단, k는 상수이다.)



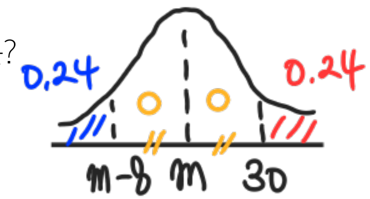
$\frac{1}{2} \times 2 \times 2k = 1$, $k = \frac{1}{2}$

$f\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{11}{24}$, $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{12}$

$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{25}{24} = \frac{25}{64}$ $\boxed{\frac{25}{64}}$

#82p Level1 2번 정규분포 확률밀도함수 Graph는 대칭성

확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(m, \sigma^2)$을 따르고
$\mathrm{P}(X \le 30) = 0.76$, $\mathrm{P}(m-8 \le X \le 30) = 0.52$일 때, m의 값은?



$m + 8 = 30$

$m = 22$ $\boxed{22}$

#83p Level2 2번 $f(m+x) = f(m-x)$ 대칭성

확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(m, \sigma^2)$을 따르고, 확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$는 모든 실수 x에 대하여 $f(20-x) = f(x+40)$을 만족시킨다. $\mathrm{P}(X \le 36) = 0.8413$일 때, $\mathrm{P}(27 \le X \le 39)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

$\boxed{0.6247}$

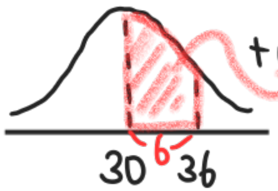
$f(20-x) = f(x+40)$

x 대신 $x-10$ 대입

$f(30-x) = f(30+x)$

$\rightarrow$ $x=30$ 에 대칭.

$\therefore m = 30$



$= 0.5 + 0.3413$

$\Rightarrow \sigma = 6$ $\left(\mathrm{P}\left(Z \le \frac{36-30}{\sigma}\right) = 0.8413 = \mathrm{P}(Z \le 1)\right)$

$\mathrm{P}(27 \le X \le 39) = \mathrm{P}\left(\frac{27-30}{6} \le Z \le \frac{39-30}{6}\right) = \mathrm{P}(-0.5 \le Z \le 1.5)$

$= 0.1915 + 0.4332$

$= 0.6247$

#85p Level3 1번 정규분포 확률밀도함수는 평균에서 최댓값

정규분포를 따르는 두 확률변수 X, Y의 확률밀도함수를 각각 $f(x)$, $g(x)$라 할 때, 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $f(x)$는 $x=20$에서 최댓값을 갖는다. → $m_x=20$
> (나) 모든 실수 x에 대하여 $g(x)=f(x+5)$ → $m_y=15$, $\sigma_x=\sigma_y$

$\mathrm{P}(16 \le X \le 24)=0.3830$일 때, $\mathrm{P}(Y \ge k)=0.0228$을 만족시키는 상수 k의 값을 그림의 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

$P(16 \le X \le 24) = P\left(-\frac{4}{\sigma_x} \le Z \le \frac{4}{\sigma_x}\right) = 0.3830$, $\frac{4}{\sigma_x} = 0.5$

$= 2 \times 0.1915$

$\sigma_x = 8$.

$P(Y \ge k) = P\left(Z \ge \frac{k-15}{\sigma_y}\right) = 0.0228 = 0.5 - 0.4772$, $\frac{k-15}{\sigma_y} = 2$

$k-15 = 2\sigma_y = 16$, $k=31$

$\boxed{31}$

#85p Level3 3번 이항분포임을 이용하자

어느 도시에서는 공원 조성을 위하여 A, B, C, D 네 가지 계획안을 발표하였다. 이 도시의 시민을 대상으로 네 가지 공원 조성 계획안에 대한 선호도를 조사한 결과는 다음과 같다.

계획안	A	B	C	D	합계
선호도(%)	a	b	22	8	100

임의로 뽑은 600명의 시민이 각각 한 가지씩의 계획안을 선택한다고 할 때, 계획안 A, 계획안 B를 선택할 시민의 수를 각각 확률변수 X, Y라 하자. $\mathrm{V}\left(\frac{1}{3}Y\right)=14$일 때, $\mathrm{P}(X \ge 252)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, a, b는 상수이고, $a > b$이다.)

$a+b=70$

$Y \sim B\left(600, \frac{b}{100}\right)$,

$V\left(\frac{1}{3}Y\right) = \frac{1}{9}V(Y) = 14$

$V(Y) = 600 \times \frac{b}{100} \times \left(1-\frac{b}{100}\right) = 9 \times 14$

$b^2 - 100b + 2100 = 0$

$(b-30)(b-70) = 0$

$b=30$, $a=40$ (o)

$b=70$. $a=0$ (x)

$X \sim B\left(600, \frac{2}{5}\right)$ ← $a=40$

$X \approx N(240, 12^2)$

$P(X \ge 252)$

$= P\left(Z \ge \frac{252-240}{12}\right)$

$= P(Z \ge 1)$

$= 0.1587$

$\boxed{0.1587}$